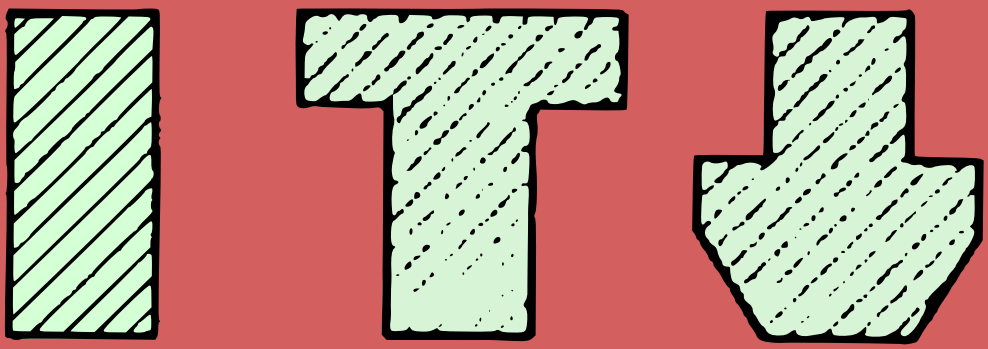
V. Mourachev, E. Sigalov, V. Baïkov

CONSTRUCTIONS EN BÉTON ARMÉ



Éditions Mir Moscou

В. МУРАШЕВ,
Э. СИГАЛОВ,
В. БАЙКОВ

ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ КОНСТРУКЦИИ

СТРОЙИЗДАТ • МОСКВА

V. MOURACHEV,

E. SIGALOV,

V. BAÏKOV

CONSTRUCTIONS EN BÉTON ARMÉ

ÉDITIONS MIR

MOSCOU • 1971

CDU = 624.92(075.8) = 40

Traduit du russe

par B. LATCHINOV et F. SINIAVÈRE

На французском языке

Copyright by les Editions Mir · U.R.S.S 1971

TABLE DES MATIÈRES

PRÉFACE 9
INTRODUCTION 11

1. Le béton armé 11
2. Domaine d'application du béton armé ; son importance pour l'économie nationale 13

PREMIÈRE PARTIE

RÉSISTANCE DU BÉTON ARMÉ.
ÉLÉMENTS DES CONSTRUCTIONS EN BÉTON ARMÉ

Chapitre premier. PROPRIÉTÉS ESSENTIELLES DU BÉTON, DES ARMATURES ET DU BÉTON ARMÉ 21

1.1. Le béton 21
1.2. Les armatures en acier 51
1.3. Le béton armé 68

Chapitre 2. ÉTUDES EXPÉRIMENTALES ET BASES DE CALCUL DES CONSTRUCTIONS EN BÉTON ARMÉ (THÉORIES DE LA RÉSISTANCE DU BÉTON ARMÉ) 79

2.1. Importance des études expérimentales dans le domaine du béton armé 79
2.2. Relations entre contraintes et déformations lors d'une compression, d'une traction et d'une flexion 80
2.3. Formation et ouverture des fissures dans les éléments en béton armé 96
2.4. Rupture des éléments en béton armé soumis à une flexion et notion de la rotule plastique 105
2.5. Méthode de calcul des contraintes admissibles des sections 112
2.6. Calculs à la rupture 114
2.7. Méthode de calcul basée sur les états limites . . . 117
2.8. Méthode générale de calcul de la portance des sections en béton armé 129

Chapitre 3. ÉLÉMENTS SOUMIS À UNE COMPRESSION SIMPLE 137

3.1. Généralités 137
3.2. Poteaux à armatures longitudinales souples et étriers 138
3.3. Poteaux frettés 146
3.4. Poteaux à ferraillage porteur . . 148

Chapitre 4. ÉLÉMENTS SOUMIS À UNE TRACTION SIMPLE . . 151

4.1. Cas d'une traction simple 151
4.2. Calcul des éléments tendus 152

Chapitre 5. ÉLÉMENTS FLÉCHIS. CALCUL DES SECTIONS DROITES 156

5.1. Particularités constructives des éléments fléchis 156
5.2. Calcul des éléments à section symétrique 167
5.3. Calcul des éléments à section rectangulaire 170
5.4. Calcul des sections en T 179
5.5. Calcul des sections trapézoïdales, triangulaires et tubulaires (annulaires et en caisson) 184
5.6. Calculs des éléments soumis à une flexion déviée . . . 188
5.7. Eléments fléchis à armatures rigides 191

Chapitre 6. ÉLÉMENTS FLÉCHIS. RÉSISTANCE DES SECTIONS INCLINÉES 195

6.1. Calcul des sections inclinées soumises à un effort tranchant 195
6.2. Mesures d'ordre constructif assurant la résistance des sections inclinées au moment fléchissant . . . 210
6.3. Calcul des sections inclinées d'éléments à armature rigide 219

Chapitre 7. ÉLÉMENTS FLÉCHIS. CALCUL DES DÉFORMATIONS 221

7.1. Méthodes de calcul 221
7.2. Formules essentielles 224
7.3. Calcul pratique des déformations d'éléments fléchis 230

Chapitre 8. ÉLÉMENTS FLÉCHIS. CALCUL À LA FISSURATION 237

8.1. Méthodes et formules de calcul . . . 237

Chapitre 9. FLEXION COMPOSÉE 242

9.1. Particularités constructives des éléments travaillant en compression et en flexion 242
9.2. Calcul des éléments à section symétrique 246
9.3. Calcul des éléments à section rectangulaire 249
9.4. Calcul des sections en T et en double T 259
9.5. Calcul des éléments à section annulaire 263
9.6. Calcul des éléments soumis à une flexion composée déviée 264
9.7. Calcul des éléments à armatures rigides 265
9.8. Déformations et fissuration des éléments soumis à une flexion composée 267

Chapitre 10. ÉLÉMENTS TRAVAILLANT EN FLEXION-TRACTION 270

10.1. Particularités constructives des pièces travaillant en flexion-traction, leur calcul 270

Chapitre 11. ÉLÉMENTS EN BÉTON PRÉCONTRAINT, LEUR CALCUL ET PARTICULARITÉS CONSTRUCTIVES 276

11.1. Rôle de la précontrainte. Définition et domaine d'application 276
11.2. Principes de l'ouvrage des éléments précontraints 279
11.3. Principes du calcul des éléments précontraints . . . 289
11.4. Eléments travaillant en traction simple 298
11.5. Eléments fléchis 303
11.6. Eléments soumis à une compression simple 326
11.7. Eléments soumis à une compression et à une traction excentrées 328

DEUXIÈME PARTIE

CONSTRUCTIONS DES BÂTIMENTS EN BÉTON ARMÉ

Chapitre 12. PRINCIPES GÉNÉRAUX DE L'ÉTABLISSEMENT DES PROJETS DE BÂTIMENTS EN BÉTON ARMÉ RÉPONDANT AUX EXIGENCES DE L'INDUSTRIALISATION ET DE L'ÉCONOMIE DE LA CONSTRUCTION . . . 335

12.1. Généralités 335
12.2. Standardisation des éléments préfabriqués et unification des schémas constructifs 337
12.3. Influence des procédés de fabrication et de montage des éléments en béton armé préfabriqués sur les solutions constructives 341
12.4. Particularités de l'établissement de projets des éléments préfabriqués compte tenu des efforts engendrés lors de la fabrication, du transport et du montage 349
12.5. Joints de déformation 351

Chapitre 13. JOINTS ET NŒUDS DES CONSTRUCTIONS PRÉFABRIQUÉES 354

13.1. Principes généraux du calcul des joints 354
13.2. Construction et calcul des principaux types de joints des éléments préfabriqués 359

Chapitre 14. PLANCHERS 373

14.1. Classification des planchers 373
14.2. Planchers à poutres préfabriqués 375
14.3. Planchers monolithes nervurés à dalles à poutres 400
14.4. Planchers monolithes nervurés à dalles appuyées suivant le contour 419
14.5. Planchers à poutres semi-fabriqués à joints monolithes 434
14.6. Planchers champignons préfabriqués 438
14.7. Planchers champignons monolithes 443
14.8. Planchers champignons semi-fabriqués à joints monolithes 458

14.9. Choix du type de plancher basé sur des considérations techniques, économiques et autres 462
14.10. Exemple du calcul d'un plancher à poutres préfabriqué 463

Chapitre 15. FONDATIONS EN BÉTON ARMÉ . 495

15.1. Généralités 495
15.2. Semelles isolées sous les poteaux 496
15.3. Fondations à semelles continues . 510

Chapitre 16. POUTRES DE COUVERTURE, FERMES, ARCS, CADRES 534

16.1. Poutres de couverture 534
16.2. Fermes 545
16.3. Arcs 560
16.4. Cadres 567

Chapitre 17. COUVERTURES SPATIALES À PAROIS MINCES . . . 592

17.1. Généralités 592
17.2. Particularités constructives de couvertures spatiales à parois minces 599
17.3. Enveloppes cylindriques 605
17.4. Couvertures prismatiques 620
17.5. Coupoles 623
17.6. Enveloppes convexes à pentes faibles sur un plan rectangulaire 635
17.7. Couvertures suspendues 640

Chapitre 18. CONSTRUCTIONS DES BÂTIMENTS À OSSATURE SANS ÉTAGES 642

18.1. Composition du bâtiment 642
18.2. Cadre transversal 650
18.3. Constructions des couvertures 672
18.4. Poutres de roulement 695
18.5. Indices techniques et économiques des bâtiments industriels sans étages 702

Chapitre 19. CONSTRUCTIONS DES BÂTIMENTS À ÉTAGES À OSSATURE ET À GRANDS PANNEAUX 704

19.1. Constructions des bâtiments industriels à étages à ossature 704
19.2. Constructions des bâtiments civils à étages, à ossature et à grands panneaux 706
19.3. Notions sur le calcul des bâtiments à étages sollicités par les charges horizontales . . 713

PRÉFACE

L'expérience acquise en U.R.S.S. au cours de ces dernières années dans la construction en éléments préfabriqués et précontraints, l'introduction de nouveaux procédés de fabrication de ces éléments en usine et le grand nombre d'études très poussées dans le domaine du béton armé et du béton précontraint ont rendu nécessaire une revision du Cours des constructions en béton armé.

Le présent ouvrage, composé de deux parties, a été rédigé conformément aux exigences des programmes des établissements d'enseignement supérieur préparant les ingénieurs de l'industrie du bâtiment. La première partie du manuel est consacrée à l'étude des propriétés des matériaux et de la résistance du béton armé ainsi qu'au calcul des éléments en béton armé et en béton précontraint ; la deuxième partie contient une description détaillée des structures en béton armé les plus utilisées dans la construction des immeubles d'habitation, des bâtiments culturels et industriels.

Les Règlements de calcul du béton armé actuellement en vigueur en U.R.S.S. et les nouveaux standards pour les éléments préfabriqués sont largement reflétés dans ce manuel. Des chapitres entiers sont consacrés à la description des bases expérimentales de la théorie de la résistance du béton armé ou précontraint ainsi qu'aux principes généraux de l'étude des ouvrages en ces matériaux, compte tenu des exigences relatives à l'industrialisation des procédés de fabrication et à l'économie des matériaux. Certaines questions, telles les questions des joints d'éléments préfabriqués, font l'objet d'autres chapitres.

Le chapitre 2 de la première partie contient toutes les données expérimentales essentielles relatives au béton armé et toutes les théories fondamentales utilisées pour l'évaluation de la résistance des éléments à divers types de sollicitation. Quant au calcul et à la vérification des sections, ceux-ci font l'objet des chapitres suivants dont chacun contient d'abord une description des particularités constructives des éléments et ensuite un exposé des méthodes de calcul à utiliser. Cette méthode unifiée a permis un exposé concis où toute répétition inutile a été évitée.

Les divers problèmes relatifs aux méthodes modernes de la construction des bâtiments à ossature ou en panneaux préfabriqués et aux moyens permettant d'assurer leur rigidité spatiale sont traités dans la deuxième partie. Tout comme dans la première partie, chaque chapitre contient d'abord une description de la structure envisagée et ensuite un exposé des méthodes de calcul.

1. LE BÉTON ARMÉ

Le béton armé est un matériau particulier formé par une combinaison rationnelle de béton et d'acier. Dans cette combinaison le béton sert essentiellement à reprendre les efforts de compression, et l'acier ceux de traction.

Le béton, qui est une pierre artificielle, résiste très bien à la compression, mais sa résistance à la traction est considérablement faible. Une poutre non armée fléchie entre deux appuis, dont la fibre

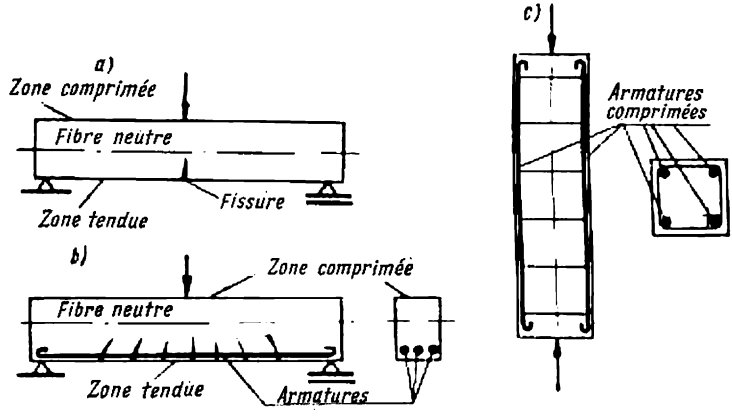


Fig. 1

inférieure à la fibre neutre est tendue et la fibre supérieure comprimée, aurait une force portante très réduite (fig. 1,*a*), celle-ci étant limitée par la faible résistance du béton à la traction, sa très grande résistance à la compression restant inutilisée.

Grâce à la présence des aciers dont la résistance à la traction est plusieurs dizaines de fois supérieure à celle du béton, la force portante des éléments fléchis en béton armé est accrue très considérablement. La même poutre sur deux appuis, si elle était munie d'armatures (fig. 1,*b*), pourrait atteindre une force portante 20 fois supérieure à celle de son homologue non armé.

Les éléments comprimés (tel le poteau de la fig. 1,*c*) sont aussi généralement munis de barres longitudinales en acier qui travaillent aussi bien en compression qu'en traction. Il s'ensuit que l'introduction d'une faible proportion d'armatures comprimées peut faire accroître considérablement la résistance d'une section.

Ainsi, l'ensemble acier-béton forme-t-il un nouveau matériau de construction, nommé béton armé, dont le domaine d'application est pratiquement illimité.

Le travail d'ensemble du béton et de l'acier est assuré par une combinaison favorable de certaines propriétés physico-mécaniques intrinsèques importantes des deux matériaux, à savoir:

1) le béton durci adhère solidement aux aciers formant armatures, ce qui assure la déformation simultanée des deux matériaux sous charge;

2) un béton dense convenablement compacté et contenant du ciment en proportion suffisante protège les aciers contre la corrosion et contre le feu;

3) le béton et l'acier possèdent un coefficient de dilatation thermique très voisin (0,00001 à 0,000015 pour le béton et 0,000012 pour l'acier) et, par conséquent, les variations de température inférieures à 100 °C ne provoquent ni contraintes appréciables, ni glissements des armatures par rapport au béton.

L'utilisation du béton armé dans presque tous les domaines de la construction est due à un nombre de ses propriétés très favorables: sa durabilité, sa résistance au feu et aux agents atmosphériques, son comportement excellent sous charges statiques et dynamiques, ainsi qu'à la possibilité d'utilisation des matériaux de provenance locale (pierrailles, sable) et aux frais d'entretien très modérés que les constructions en béton armé requièrent.

Comparée à d'autres matériaux de construction, la durabilité du béton armé est tout à fait exceptionnelle. Les structures en ces matériaux exploitées convenablement peuvent servir pendant une période pratiquement illimitée sans réduction aucune dans leur force portante. En effet, la résistance du béton propre croît avec le temps et les aciers bien protégés ne corrodent pas.

La résistance au feu du béton armé peut être caractérisée par les données suivantes: pour une température extérieure d'environ 1 000°, des armatures protégées par une couche d'enrobage de 2,5 cm d'épaisseur n'atteindront une température de 500° qu'au bout d'une heure seulement. L'expérience montre qu'en cas d'incendie d'intensité modérée et dont la durée n'excède pas quelques heures, les constructions en béton armé pourvues de couches d'enrobage d'épaisseur convenable ne subissent que des dégâts superficiels. La possibilité de trouver des roches et du sable se prêtant à la confection du béton rend l'utilisation de ce matériau économique presque partout.

Une des particularités du travail du béton armé sous charge consiste dans l'apparition très fréquente de fissures dans la zone en traction. Cependant, sous l'effet des charges de service, l'ouverture de ces fissures reste insignifiante et n'empêche guère l'exploitation normale des ouvrages.

Si la formation des fissures doit être évitée ou leur ouverture strictement limitée, on soumet le béton, avant même sa mise en charge, à une compression créée artificiellement, le plus souvent par tension des armatures. Les constructions de ce type sont dites « constructions en béton précontraint » ou « constructions précontraintes » tout court.

Le défaut le plus important du béton armé qui réside dans son poids très considérable peut être pallié dans une grande mesure par l'emploi des constructions tubulaires ou creuses à parois minces en béton précontraint de haute résistance ou alternativement en ayant recours aux bétons armés légers.

Notons quand même que les conductibilités thermique et acoustique relativement élevées du béton conduisent éventuellement à des dépenses supplémentaires pour la création d'isolations convenables.

Quant aux complications découlant de la nécessité de conserver les éléments dans les moules ou coffrages jusqu'à l'acquisition par le béton d'une résistance suffisante, elles peuvent être réduites dans une grande mesure par les procédés de fabrication en usine modernes et par l'emploi des bétons à haute résistance à base de ciments rapides.

Les qualités du béton armé dépassant très largement ses défauts, ce matériau jouit d'une faveur toute particulière auprès des ingénieurs travaillant dans toutes les branches de la construction.

2. DOMAINE D'APPLICATION DU BÉTON ARMÉ; SON IMPORTANCE POUR L'ÉCONOMIE NATIONALE

Le béton armé et surtout le béton précontraint occupent une position prépondérante dans la construction des bâtiments et des ouvrages les plus divers. Il n'existe presque aucune branche de la construction où, en sous-œuvre ainsi que dans les superstructures, le béton armé ne soit employé couramment.

Bâtiments industriels (fig. 2), centrales thermiques (fig. 3), entrepôts les plus divers, édifices publics, immeubles d'habitation à ossature ou en panneaux préfabriqués porteurs (fig. 4) et toutes sortes de constructions rurales sont construits en béton armé (fig. 5).

Le béton armé est utilisé également pour la construction de voiles minces formant couvertures de grandes portées des bâtiments civils et industriels (fig. 6).

Les constructions hydrauliques, ainsi que les ouvrages tels que les ponts, tunnels, estacades, réservoirs, silos, cheminées d usine sont presque toujours érigés en béton armé ou précontraint. Il en est de même pour de nombreux ouvrages d art ferroviaires et routiers, et ainsi de suite.

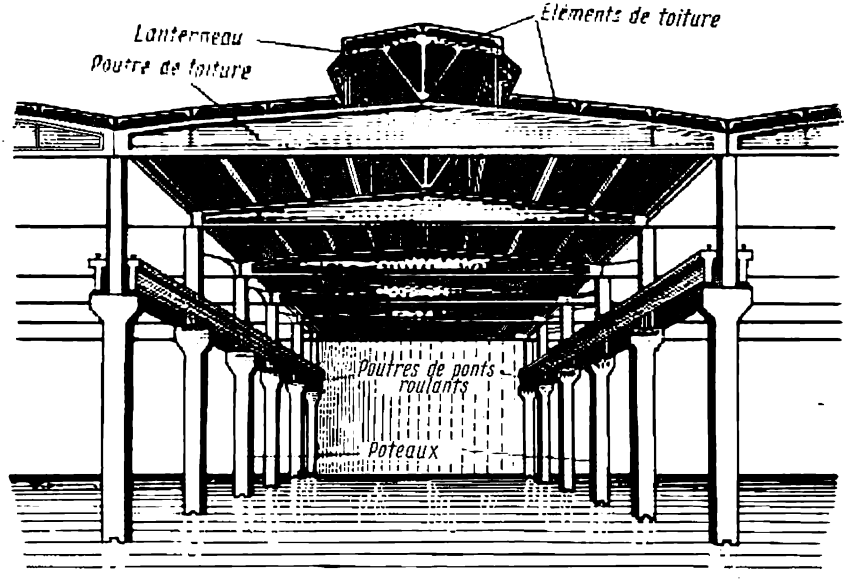


Fig. 2. Eléments de construction en béton armé d'un bâtiment industriel sans étages

Même dans la construction mécanique le béton armé a fait ses preuves comme matériau des bâtis et socles des machines-outils les plus lourdes.

En moyenne la consommation d'acier est 2,5 fois moindre pour une construction en béton armé que pour une même construction en métal. En même temps le béton possède, comme nous venons de le dire, une meilleure résistance au feu que l'acier et une durabilité accrue. Il s'ensuit que le remplacement du métal par le béton armé (éventuellement le béton précontraint) acquiert une importance considérable pour l'économie nationale.

Suivant leur mode d'exécution les constructions en béton armé se subdivisent en constructions préfabriquées dont tous les éléments sont produits en usines spécialisées et ensuite assemblés sur le chan-

tier, les constructions monolithes, coulées « in situ », et enfin les constructions semi-préfabriquées, constituant une combinaison des deux types précédents, où les armatures sont assemblées et le béton est coulé sur place.

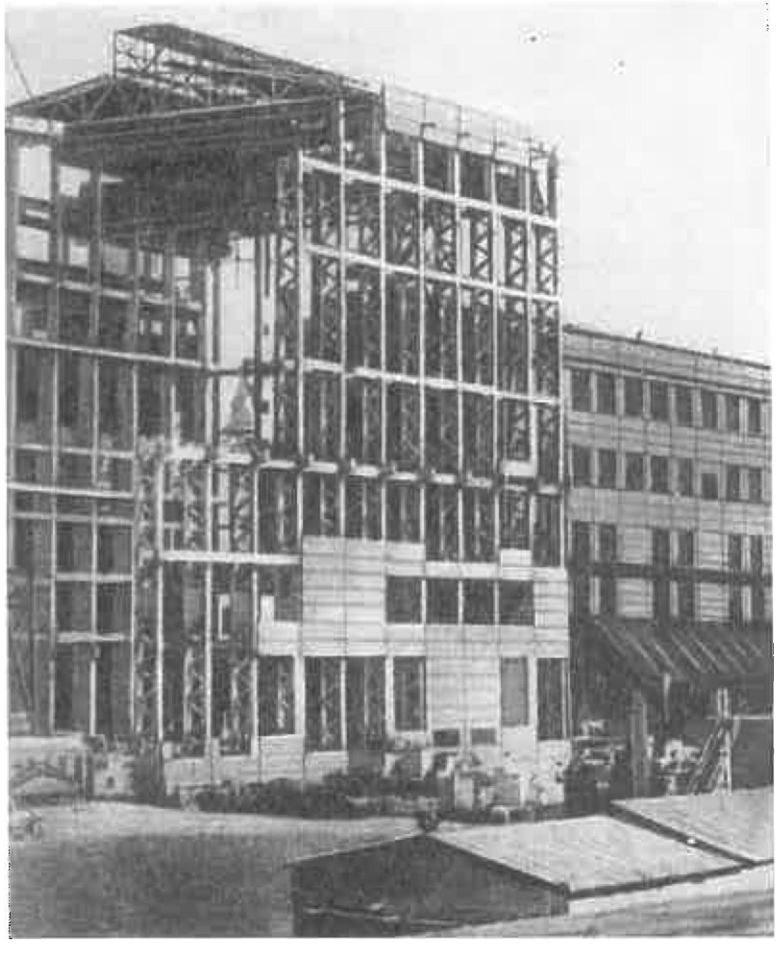


Fig. 3. Eléments de construction en béton armé du bâtiment principal d'une centrale thermique

La préfabrication s'adapte le mieux aux tendances modernes d'introduction de méthodes industrielles dans la construction, car ici on a affaire aux élémentes produits en série et mis en

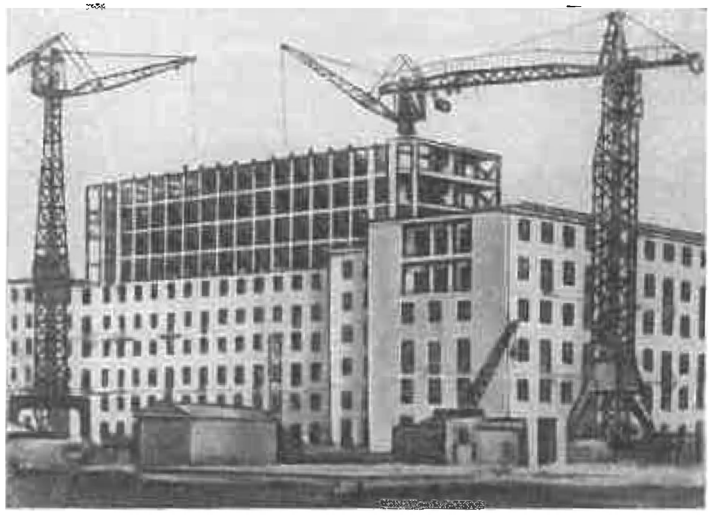


Fig. 4. Eléments de construction en béton armé d'un immeuble d'habitation (ossature et panneaux préfabriqués)

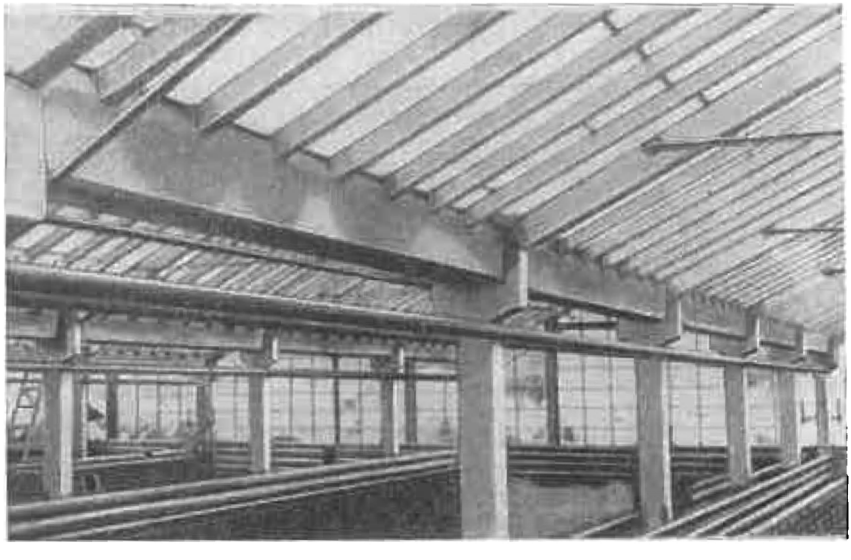


Fig. 5. Eléments de construction en béton armé d'une serre

œuvre à l'aide d'appareils de manutention et d'élévation mécaniques.

Du même coup on réduit de 3 à 4 fois la main-d'œuvre au chantier (comparée à celle requise pour des structures coulées sur place) et souvent on parvient à éliminer complètement la consommation en

Fig. 6. Voiles minces en béton armé formant couverture de grande portée d'un bâtiment industriel

bois pour coffrages et échafaudages, en réduisant considérablement les durées de construction.

La mise en œuvre d'éléments préfabriqués peut s'effectuer sans interruption pendant toute l'année et sans augmentation sensible des frais de construction pendant les grands froids, inévitables pour le béton coulé sur place (chauffage du béton, etc.).

PREMIÈRE
PARTIE

RÉSISTANCE DU BÉTON ARMÉ. ÉLÉMENTS DES CONSTRUCTIONS EN BÉTON ARMÉ

CHAPITRE PREMIER — PROPRIÉTÉS ESSENTIELLES DU BÉTON, DES ARMATURES ET DU BÉTON ARMÉ

1.1. LE BÉTON

1.1.1. Béton destiné aux constructions en béton armé

Le béton employé dans les constructions en béton armé doit posséder des propriétés physico-mécaniques bien déterminées. Il doit être suffisamment résistant, présenter une bonne adhérence aux armatures, être convenablement compacté et, par conséquent, étanche afin de protéger les aciers contre la corrosion.

La composition d'un béton est déterminée par le rapport entre les quantités de ses constituants: ciment, eau, sable et cailloux (concassés ou graviers naturels). La résistance du béton est influencée par la dureté des roches dont proviennent les cailloux, par l'état de la surface de ces derniers, par l'activité du ciment, etc.

Une surface rugueuse des gravillons augmente leur adhérence au mortier et, par conséquent, les bétons fabriqués avec des pierres concassées sont en général plus résistants que ceux fabriqués avec du gravier roulé. La résistance des bétons dépend dans une large mesure du rapport eau/ciment (E/C), la diminution de ce rapport entraînant un accroissement de la résistance. Les questions relatives au choix des constituants du béton et à leur dosage, ainsi qu'à l'ouvrabilité (consistance) du béton sont traitées en détail dans les cours des « Matériaux de construction ».

Les facteurs technologiques tels que les méthodes de préparation du béton et de son damage, la surveillance du béton lors de son durcissement, etc., influent considérablement sur la qualité du béton à obtenir. Ces questions sont exposées dans le cours « Technologie des travaux publics ».

La quantité d'eau de gâchage est toujours prise avec un certain excès comparé à la quantité strictement nécessaire pour l'hydratation du ciment, car autrement l'on ne saurait pas obtenir des bétons suffisamment ouvrables. Le poids de l'eau entrant en réaction ne dépasse pas 20 % de celui du ciment, mais les considérations de maniabilité du béton requièrent que l'on adopte des rapports E/C supé-

rieurs à 0,2 malgré l'abaissement inévitable de la résistance qui en résulte toujours.

Les bétons dont le rapport E/C est compris entre 0,3 et 0,4 sont considérés comme des bétons secs, tandis que ceux avec un E/C compris entre 0,5 et 0,7 sont des bétons plastiques. Les premiers sont surtout employés dans la production des éléments préfabriqués en usine. Ces bétons possèdent une résistance plus élevée, requièrent moins de ciment et permettent une réutilisation des moules à plus bref délai. Les bétons lourds (ordinaires) ont une densité apparente de 1800 kg/m^3 et plus, tandis que les bétons pesant moins de 1800 kg/m^3 sont considérés comme bétons légers.

Pour les bétons lourds on utilise du sable naturel et des roches dures concassées : granits, diabases (basaltes), calcaires et grès durs, etc., ou des graviers naturels de même provenance. Quant aux constituants des bétons légers, on adopte comme tels soit des roches naturelles poreuses (ponces, tufs volcaniques et calcaires lacustres), soit des matériaux poreux artificiels (laitiers et argiles expansifs).

1.1.2. Structure du béton et son influence sur sa résistance et sa déformabilité

La structure du béton exerce une influence très considérable sur sa résistance et sa déformabilité. Examinons en effet les processus physico-chimiques qui mènent à la formation d'un béton. Sitôt après l'addition de l'eau de gâchage au mélange sec, le ciment et l'eau forment une pâte au sein de laquelle la décomposition du ciment prend place. Les produits de cette décomposition forment des gels doués de propriétés collantes et une petite partie de ces produits se dépose immédiatement sous forme de cristaux.

Lors du malaxage, la pâte de ciment enrobe les grains des agrégats. Sa transformation ultérieure en ciment durci communique au béton ses propriétés de prierre artificielle monolithique.

Pendant le durcissement de la pâte les gels deviennent de plus en plus épais avec diminution de volume, tandis que les formations cristallines les pénètrent en toutes directions et donnent naissance à des agglomérations solides.

Les processus menant à la formation du béton peuvent se dérouler de manières très variées et sont fonction du type du ciment, de la quantité des divers constituants, de la température et de l'humidité du milieu ambiant. L'eau y joue un rôle prépondérant. Son surplus rend les gels plus fluides et entre peu à peu en réaction chimique avec les grains moins actifs du ciment. Une grande partie de cet excès d'eau remplit ensemble avec l'air occlu les pores microscopiques et canaux capillaires. Ultérieurement son évaporation vide ces derniers.

Ainsi au point de vue structurel le béton est un matériau éminemment hétérogène. Il est constitué d'un réseau tridimensionnel de cristaux de ciment hydraté enrobant les grains des agrégats de dimensions très variées et contenant un grand nombre de micropores et capillaires remplis d'eau libre, de ses vapeurs et d'air.

Au point de vue physique le béton est une substance poreuse et capillaire à discontinuités internes très prononcées et caractérisée par la présence simultanée de toutes les trois phases: solide, liquide et gazeuse. La pâte de ciment durcie qui forme le liant est elle-même hétérogène, car elle consiste d'un squelette cristallin élastique entouré de gels visqueux.

Les phénomènes de cristallisation et de diminution de volume qui se déroulent lentement dans les gels durcissants modifient graduellement les propriétés du béton en affectant sensiblement sa résistance et sa déformabilité.

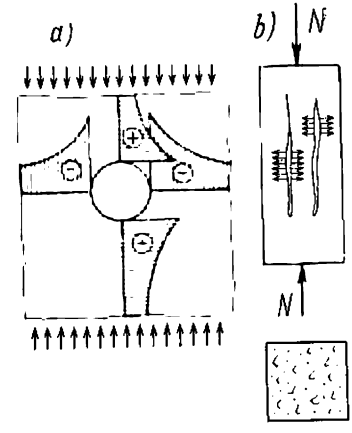


Fig. 1.1. Comportement du béton à la compression

Le béton étant une substance hétérogène, l'application de toute charge extérieure engendre des contraintes dont la distribution est extrêmement compliquée. Ainsi, dans une éprouvette comprimée, il se produit des concentrations de compression autour des particules les plus dures et dont le module d'élasticité est le plus élevé, ce qui entraîne l'apparition des efforts agissant suivant les surfaces de contact, ces efforts tendant à séparer les particules les unes des autres. Des contraintes sont également concentrées autour des pores, aux extrémités des fissures et aux endroits des affaiblissements locaux.

La théorie de l'élasticité nous apprend que dans des corps troués, soumis à la compression, il se forme des concentrations de contraintes de compression et de traction, ces dernières agissant dans la direction de l'effort de compression (fig. 1.1,*a*). Le béton contenant un grand nombre de pores et de vides, les tractions engendrées autour des vides ou pores voisins se superposent fréquemment. Il en résulte l'apparition, dans une éprouvette en béton comprimé, aussi bien des contraintes de compression longitudinales que des contraintes de traction transversales qui forment un champ de contraintes secondaires.

L'expérience montre que les éprouvettes comprimées périssent par rupture suivant les plans normaux aux tensions transversales.

Cette rupture débute par la formation des microfissures distribuées dans tout le volume de l'éprouvette. Avec l'accroissement de l'effort les fissures isolées se réunissent, formant des fissures visibles, dont la direction coïncide *grosso modo* avec la direction de l'effort de compression (fig. 1.1,*b*). Ensuite les fissures s'ouvrent notablement provoquant une augmentation du volume apparent. Finalement, il se produit une destruction complète de l'éprouvette par rupture en direction transversale.

Le prof. A. Gvozdev en a conclu que la résistance du béton à la compression dépend dans une large mesure du champ de contraintes secondaire, cette résistance étant déterminée par celle à la traction suivant les sections parallèles aux efforts de compression.

Les recherches menées sous la direction du prof. O. Berg, basées sur la théorie des ruptures, ont confirmé l'exactitude du schéma d'épuisement à la compression des éprouvettes en béton. En particulier, il fut démontré par des séries de microphotos que l'augmentation du volume des éprouvettes soumises à la compression unilatérale n'est en réalité qu'un foisonnement dû à l'accumulation de microfissures parallèles aux efforts appliqués et que c'est cette accumulation des fissures qui prépare pour ainsi dire la destruction de l'éprouvette.

Des recherches ont démontré aussi que les théories courantes de résistance proposées pour d'autres matériaux, telles les théories de la contrainte maximale normale, de cisaillement maximum ou de la déformation maximale, sont inapplicables au béton. Si pour les métaux dans la majorité des cas la résistance au cisaillement est plus faible que celle à l'extension, l'inverse a lieu pour le béton, sa résistance à l'extension étant inférieure à celle au cisaillement.

Nos connaissances de la résistance et de la déformabilité du béton reposent sur des données expérimentales, acquises au cours de nombreux tests et essais de laboratoire, qui ont permis de déduire les valeurs moyennes caractérisant les propriétés physico-mécaniques du béton, que l'on adopte comme données de départ dans l'étude des constructions en béton armé.

1.1.3. Retrait du béton et tensions internes développées lors du durcissement

Le béton se contracte quand il durcit à l'air libre et augmente de volume en durcissant à l'eau. Ces deux phénomènes sont appelés respectivement le retrait et le gonflement du béton.

Les bétons fabriqués avec les ciments spéciaux, dits expansifs, ne manifestent pas de retrait.

L'expérience montre que le retrait du béton est fonction de nombreux facteurs. Ce sont notamment :

1) la quantité et le type du ciment: les bétons plus riches en ciment ont un retrait plus important, le même étant vrai pour les bétons fabriqués avec des ciments actifs (à résistance élevée (HR)) et des ciments alumineux;

2) la quantité d'eau de gâchage: à un rapport E/C plus élevé correspond un retrait plus prononcé;

3) la nature des granulats: les sables fins et les roches poreuses fournissent des bétons à retrait plus important.

L'influence des agrégats sur le retrait devient d'autant plus prononcée que leur aptitude à s'opposer aux déformations, en d'autres termes, leur module d'élasticité est plus élevé. Les bétons à composition continue et possédant une quantité de vides réduite donnent lieu à des retraits plus faibles.

Divers adjuvants hydrauliques et accélérateurs de durcissement (chlorure de calcium en premier lieu) font en général croître le retrait.

Les déformations de retrait se développent le plus rapidement pendant le durcissement du béton et pendant la première année de son existence, s'atténuant de plus en plus ensuite. Sous l'effet des compressions prolongées la vitesse du retrait s'accélère et sous l'effet des extensions de longue durée elle se ralentit.

Le retrait peut varier dans de larges limites. Nombre de chercheurs ont trouvé des valeurs relatives de ε_r allant jusqu'à $3 \cdot 10^{-4}$ et même plus. Le gonflement du béton est deux à trois fois plus faible.

Selon les théories modernes dont la synthèse la plus complète peut être trouvée dans les travaux du prof. A. Cheïkine, le retrait est étroitement lié aux processus physico-chimiques caractéristiques du durcissement, suivis de contractions des gels. Il serait dû aux pertes d'eau libre par évaporation et par hydratation des grains de ciment qui n'auraient pas encore réagi.

L'intensité du retrait dépend de la composition minéralogique du ciment, de la vitesse de son hydratation et de la quantité d'eau de gâchage. La vitesse se ralentit d'autant plus que la transformation des gels en amas cristallins suivie de contraction de volume devient de plus en plus avancée. Les phénomènes d'origine capillaire, qui se déroulent au sein de la pâte de ciment durci lors des évaporations ou des infiltrations d'eau éventuelles, auraient, selon les conceptions modernes, une importance secondaire et n'influeraient que très peu sur le retrait du béton.

Les études expérimentales concernant le retrait du béton, complétées par S. Alexandrovski à l'Institut du Béton et du Béton Armé (Moscou), confirment les théories formulées par A. Cheïkine.

A la période initiale de durcissement, la contraction libre de la pâte de ciment se heurte à la résistance des granulats qui agissent comme liaisons internes, provoquant l'apparition des tensions inter-

nes. Les formations cristallines qui se développent graduellement assument le même rôle. L'évaporation d'eau libre, affectant inégalement les diverses zones du béton, donne lieu à des retraits inégaux, ce qui, à son tour, engendre des contraintes internes supplémentaires. Les couches de béton situées dans le voisinage immédiat des surfaces exposées, qui sèchent plus rapidement, deviennent tendues, tandis que les volumes intérieurs plus humides, qui s'opposent aux contractions superficielles, deviennent comprimés. Des fissurations de retrait et faïençages en sont le résultat.

Les tensions internes engendrées pendant le durcissement du béton n'entrent pas explicitement dans le calcul des constructions en béton armé. En U.R.S.S. on en tient compte par la valeur du coefficient dit d'homogénéité, qui englobe tous les facteurs influençant les résistances du béton, ainsi que par la répartition des armatures secondaires.

Les tensions internes peuvent être réduites dans une certaine mesure par le choix judicieux des procédés de fabrication — composition de béton, hydrométrie du milieu lors de son traitement thermique ou humectation de surface en cas de durcissement à l'air libre, etc., ainsi que par une distribution convenable des joints de retrait.

1.1.4. Résistance du béton

Résistance à la compression normalisée, contrôle de la résistance. La résistance du béton dépend d'un grand nombre de facteurs et peut, même pour les bétons de même composition, confectionnés et durcis dans les conditions analogues, varier dans de larges limites. Elle dépend : 1) de l'âge du béton et des conditions de son durcissement ; 2) de la forme et des dimensions des éprouvettes ; 3) du type des sollicitations appliquées et contraintes engendrées. La résistance présentée par le béton à diverses sollicitations — compression, traction ou cisaillement — est très différente.

La distribution inégale des particules formant le béton ainsi que des vides et des pores a pour effet la variabilité de la résistance des éprouvettes préparées d'une seule et même gâchée.

Notons que cette variabilité découle également de la diversité des conditions de l'épreuve, y compris l'inégalité des vitesses de mise en charge.

Parmi toutes les données caractérisant la résistance du béton, celles relatives à sa résistance à la compression sont les plus faciles à obtenir. En même temps sa résistance élevée aux efforts de compression constitue une des propriétés les plus remarquables du béton qu'on utilise le plus dans le domaine de la construction. Pour cette raison dans nombre de pays, y compris l'U.R.S.S., on a adopté la résistance à la compression R d'un cube de béton de 20 cm de côté

essayé à l'âge de 28 jours dans des conditions bien déterminées, exprimée en kg/cm², comme mesure de la qualité du béton. Ainsi la classification des bétons par leurs résistances est liée directement au type de la sollicitation appliquée, à la forme et à la dimension de l'éprouvette et à son âge.

Cette résistance R (souvent désignée par le terme « résistance sur cube ») est évaluée en divisant la charge de rupture N_{rupt} par la surface de l'une des faces du cube F:

$$R = \frac{N_{rupt}}{F}.$$

D'autres pays (la France, les Etats-Unis) ont adopté pour éprouvette étalon un cylindre de 30,5 cm de hauteur et de 15,2 cm de diamètre (12″ × 6″ aux Etats-Unis). Pour un même béton la résistance à la compression, obtenue sur éprouvettes cylindriques, constitue de 0,75 à 0,80 de celle obtenue sur cube de 20 cm de côté.

En U.R.S.S. les résistances à la compression normalisées (dites « marques ») du béton s'échelonnent comme suit:

a) pour les bétons ordinaires (1 800 kg/m³ et au-dessus): 50, 75, 100, 150, 200, 300, 400, 500 et 600 kg/cm²;

b) pour les bétons légers (au-dessous de 1 800 kg/m³): 35, 50, 75, 100, 150, 200, 250 et 300 kg/cm².

Exceptionnellement les normes russes autorisent l'utilisation des résistances à la compression acquises par le béton à un âge différent des 28 jours mentionnés, eu égard aux méthodes de fabrication du béton, aux conditions de son durcissement, aux délais de construction et surtout de mise en charge. Dans ce cas il est de rigueur d'indiquer dans le projet non seulement la résistance normalisée du béton (marque) mais aussi la résistance adoptée dans les calculs, ainsi que l'âge auquel cette résistance doit être atteinte.

Le choix de la qualité du béton à adopter doit se baser sur des considérations tant techniques qu'économiques avec égard au type de la construction envisagée, aux méthodes de mise en œuvre ou de fabrication ainsi qu'aux conditions d'exploitation.

En U.R.S.S., l'emploi dans la construction en béton armé des bétons de résistance normalisée inférieure à 150 kg/cm² est interdit, exception peut être faite pour des bétons légers, pourvu qu'ils ne soient pas exposés au cours de leur exploitation ni au gel ni à l'action de l'humidité, ces bétons étant caractérisés par une porosité élevée.

Pour les éléments comprimés en béton armé lourd, dont les dimensions transversales sont déterminées par le calcul, il est recommandé d'employer des bétons dont la résistance (marque) n'est pas inférieure à 200 kg/cm². Pour les constructions supportant des charges importantes, telles que les piliers des étages inférieurs de hauts

buildings ou ceux des bâtiments industriels à un seul étage, mais donnant appui aux ponts roulants de pouvoir portant très élevé, il est recommandé de relever cette résistance à 300 ou à 400 kg/cm².

Les éléments fléchis en béton armé ordinaire sont généralement en béton d'une résistance à la compression de 150 à 200 kg/cm², tandis que les constructions précontraintes requièrent des bétons de 200 à 600 kg/cm² de résistance.

Accroissement de la résistance à la compression en fonction de l'âge. L'expérience montre que la résistance des bétons à la compression augmente pendant un temps très long, mais sa croissance rapide

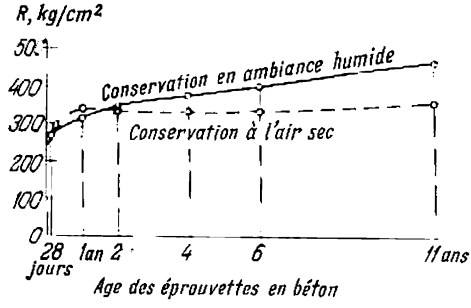


Fig. 1.2. Accroissement de la résistance à la compression en fonction de l'âge

ne se manifeste que pendant la période de durcissement initiale. Ainsi, la résistance des bétons aux ciments portland croît rapidement pendant les 28 premiers jours et celle des bétons aux ciments de pouzzolane et de laitier, pendant les 90 premiers jours.

Quand les conditions sont favorables, c'est-à-dire dans une ambiance humide et à température positive, la résistance des bétons peut continuer à s'accroître pendant de nombreuses années. Ce phénomène s'explique par des réactions à longue échéance qui se déroulent dans la pâte de ciment durcie et qui consistent dans la pétrification des gels avec formation de gros cristaux.

Des éprouvettes en béton conservées pendant 11 ans dans une ambiance humide peuvent doubler leur résistance. Les courbes expérimentales représentées fig. 1.2 montrent nettement que dans ces conditions les bétons conservent la tendance à un accroissement de résistance même au-delà des onze ans mentionnés. Au durcissement à l'air sec, mais après sept jours de conservation en milieu humide, tout accroissement de résistance se termine au bout d'un an, ayant atteint une valeur égale à 1,4 fois celle observée à 28 jours.

Donc, si le béton reste sec, comme c'est le cas de très nombreuses constructions en béton armé, on ne peut guère s'attendre à un accroissement de résistance au-delà d'un an. Les bétons à résistance très

élevée ne donnent pas lieu à un accroissement de résistance appréciable.

Dans d'autres expériences on a observé une augmentation de résistance à la compression pendant vingt ans. A la fin de cette période la résistance a doublé par rapport à celle de 28 jours.

B. Skramtaïev a proposé la formule logarithmique suivante pour évaluer la résistance du béton à la compression en fonction du temps :

$$R_z = R \frac{\log z}{\log 28} \text{ ou encore } R_z = 0{,}7\ R \log z,$$

R_z étant la résistance à la compression mesurée au cube à l'âge de z jours.

Cette formule mène à une très bonne concordance des valeurs observées et calculées, pourvu que z soit supérieur à 7 ou 8 jours.

Un accroissement de température couplé à une humidité élevée accélère très considérablement le durcissement du béton. C'est dans ce but que les produits préfabriqués sont soumis à des traitements thermiques spéciaux à des températures de 80 à 90° et à des humidités relatives de 90 à 100 %, tandis que d'autres sont autoclavés à des pressions de vapeur de huit atmosphères et une température de 170°. Dans ce dernier cas la résistance normalisée d'un béton peut être atteinte au bout de 12 heures au lieu de 28 jours.

Les bétons secs fabriqués avec des ciments portland HR à durcissement rapide et convenablement compactés peuvent sans traitement spécial (qui requiert des dépenses supplémentaires) acquérir au bout de trois jours une résistance proche de celle de 28 jours.

La congélation des bétons frais arrête tout accroissement de la résistance et après le dégel la croissance de leur résistance avec le temps se trouve amoindrie. Cependant les chercheurs soviétiques ont montré que la congélation des bétons ayant atteint environ 70 % de leur résistance normalisée n'affecte plus l'augmentation ultérieure de leur résistance. Ceci a permis de limiter à sept ou huit jours la période pendant laquelle le béton fraîchement mis en œuvre par temps froid doit être maintenu à des températures positives.

Résistance du béton à la compression. De nombreux essais ont montré qu'un cube de béton comprimé sur deux faces opposées périt par rupture dans la direction transversale. La direction des fissures est conditionnée par les forces de frottement qui se développent entre les faces de l'éprouvette et les plateaux de la presse. Ces forces de frottement sont dirigées à l'intérieur du cube et freinent l'évolution des déformations transversales lui donnant une forme nouvelle. L'influence de ces forces de frottement diminue avec la distance et c'est pour cette raison qu'après destruction le cube acquiert la forme de deux pyramides tronquées, réunies par leurs petites bases (fig. 1.3,*a*).

Si l'influence du frottement est éliminée par application d'une couche de lubrifiant (huile, paraffine), les déformations transversales se manifestent librement et les fissures deviendront verticales et parallèles au plan d'action de l'effort appliqué (fig. 1.3,*b*). En même temps, la résistance à la compression du cube tombe très considérablement (d'environ 50 %).

Conformément aux normes en vigueur, les cubes sont essayés sans lubrifiant.

La résistance des éprouvettes cubiques confectionnées d'un seul et même béton dépend de leurs dimensions, s'abaissant légèrement avec l'augmentation des dimensions.

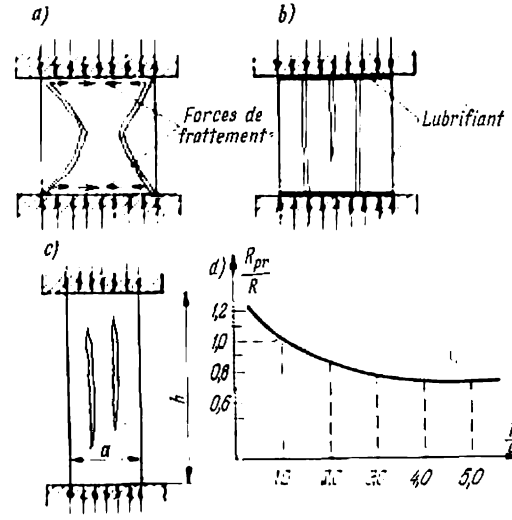


Fig. 1.3. Influence des forces de frottement sur la résistance du béton à la compression

Désignant par R la résistance d'un cube de dimension standard (de 20 cm de côté), on peut adopter les valeurs suivantes pour la résistance des cubes de grandeurs différentes :

Longueur du côté en cm	Résistance limite à la compression
30	0,9R
20	1R
15	1,1R
10	1,2R

Ce phénomène peut être expliqué par l'effet de gaine qui diminue avec l'augmentation des dimensions de l'éprouvette.

Résistance du béton mesurée au cube. Elle caractérise sa qualité normalisée (marque) et ne suffit pas pour le calcul des constructions en béton armé. En effet, celles-ci diffèrent du cube standard tant par leurs dimensions que par leur forme. Par conséquent, on a dû trouver expérimentalement les relations empiriques de la résistance du béton « au cube » avec celles qu'il manifestera sous diverses conditions se rapprochant le plus possible des conditions réelles.

Résistance mesurée sur prisme. Des tests entrepris avec des éprouvettes prismatiques de base carrée de côté a et de hauteur h (fig. 1.3,*c*) ont démontré qu'avec augmentation du rapport h/a la résistance à la compression des éprouvettes désignée par R_{pr} diminue et se stabilise presque complètement pour $h/a = 4$ à une valeur fort proche de 0,7 R. Tout comme pour les cubes, ce phénomène s'explique par le frottement exercé sur les faces du prisme, dont l'influence décroît avec l'augmentation de la hauteur. La variation du rapport R_{pr}/R en fonction de h/a est donnée par la courbe de la fig. 1.3,*d* tracée en utilisant des moyennes pondérées d'un grand nombre de données expérimentales. La flexibilité des éprouvettes n'entre pas en considération, car l'effet du flambage ne devient sensible que pour des valeurs de $h/a \geqslant 8$.

La relation empirique entre R_{pr} et R du béton a été composée par le prof. A. Gvozdev:

$$R_{pr} = \frac{1\,300 + R}{1\,450 + 3R} \cdot R.$$

La concordance avec les données expérimentales reste très bonne pour les bétons de faible résistance, ne dépassant pas 200 kg/cm². Pour les bétons de résistance supérieure — de 300 à 600 kg/cm² — la formule de Skramtaïev donne les meilleurs résultats:

$$R_{pr} = 0{,}7R.$$

La résistance mesurée sur prisme R_{pr} s'emploie dans le calcul des éléments travaillant en compression pure: poteaux, éléments de poutres en treillis, etc.

Résistance du béton à l'écrasement. Une éprouvette en béton, chargée seulement sur une partie de sa surface, offre une résistance accrue due à l'effet de gaine exercé par le béton non chargé qui l'entoure. La résistance du béton à l'écrasement peut être déterminée en se servant de l'expression:

$$R_{écr} = \omega R_{pr},$$

où $\omega = \sqrt[3]{\frac{F}{F_{ch}}}$;

F étant la surface totale de la face chargée;

F_{ch}, la surface supportant directement la charge.

En cas d'une charge non symétrique, on introduit dans la formule ci-dessus une surface F symétrique par rapport à l'aire chargée F_{ch}.

Le coefficient ω ne devra pas dépasser 1,5 dans le cas d application d'une charge locale uniquement, il sera augmenté jusqu'à 2,0 quand la charge locale agit simultanément avec des charges réparties sur toute la surface de l'élément considéré.

Résistance du béton à la flexion. Les essais des poutres en béton armé ont démontré que la résistance du béton à la flexion R_{fl} est un peu plus élevée que sa résistance à la compression R_{pr} mesurée

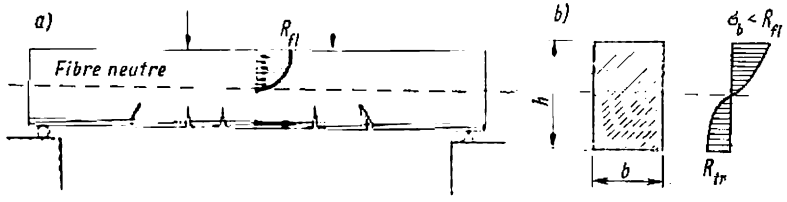


Fig. 1.4. Comportement du béton à la flexion

sur prisme. En effet, la répartition des contraintes dans la zone comprimée (fig. 1.4,*a*) est d'un caractère particulier: les fibres proches de la fibre neutre et, par conséquent, moins chargées tendent en quelque sorte à réduire les déformations des fibres plus éloignées, il en résulte un effet de gaine semblable à celui observé lors des charges locales.

La formule empirique donne comme valeur moyenne

$$R_{fl} = 1{,}25R_{pr}.$$

En réalité, pour des bétons de faible et moyenne résistances, R_{fl} se rapproche de R, tandis que pour des bétons à résistance plus élevée la valeur de R_{fl} va en diminuant. On se sert de la valeur R_{fl} pour le calcul des pièces fléchies et des éléments comprimés et tendus excentriquement.

Résistance du béton à la traction. La résistance du béton à la traction dépend de celle de la pâte de ciment durcie, ainsi que de son adhérence aux agrégats. Cette résistance qui sera désignée par R_{tr} a une valeur relativement basse et n'atteint que 0,05 à 0,1 R.

La valeur de R_{tr} est donnée en fonction de la résistance à la compression mesurée au cube par la formule de Féret:

$$R_{tr} = 0{,}5\sqrt[3]{R^2}\ .$$

Vu l'hétérogénéité du béton laquelle acquiert en cette instance une importance particulière, cette formule ne donne pas toujours

de valeurs correctes. Conséquemment, pour les constructions travaillant surtout en traction, on détermine la valeur de R_{tr} expérimentalement, sur éprouvettes en forme d'un huit de 10 × 10 cm de section. La résistance à la traction se calculera alors par

$$R_{tr} = \frac{N_{rupt}}{F},$$

N_{rupt} étant l'effort de rupture et F, la section transversale de l'éprouvette.

La valeur R_{tr} peut se déterminer également par l'essai à la flexion des poutrelles non armées (de 15 × 15, 15 × 20 ou 20 × 20 cm de section) dont la portée vaut au moins 6 à 7 fois la hauteur.

La rupture de ces poutrelles se produit souvent par épuisement de la résistance à la traction de la zone tendue, c'est-à-dire quand les contraintes dans cette zone atteignent la valeur de R_{tr}. Dans ce cas on évalue R_{tr} en se servant de l'expression de moment de résistance élasto-plastique $W_f = \frac{bh^2}{3,5}$ qui diffère du moment résistant statique $W = \frac{bh^2}{6}$ par un coefficient $\gamma = \frac{6}{3,5} \cong 1,7$. Ce coefficient tient compte de la distribution non linéaire des contraintes dans la zone tendue (fig. 1.4,*b*) qui découle du fait que le béton lui-même peut être considéré comme un corps élasto-plastique.

Connaissant la valeur du moment de rupture M_{rupt}, on trouve

$$R_{tr} = \frac{3,5\,M_{rupt}}{bh^2}.$$

Un accroissement de la résistance du béton à la compression entraîne également un accroissement de sa résistance à la traction, mais cette dernière augmente plus lentement. Ainsi, pour un béton de 100 kg/cm² on a $R_{tr} \approx 0,1\,R$ et pour un béton de 600 kg/cm² R_{tr} n'atteint plus que $0,05\,R$.

La résistance à la traction peut être accrue en améliorant le compactage du béton ainsi que par un choix particulièrement soigné des agrégats. L'emploi des concassés conduit à une résistance à la traction plus élevée que celui des graviers roulés, car une surface plus rugueuse assure une meilleure adhérence entre agrégats et mortier.

La valeur de R_{tr} devient particulièrement importante pour le calcul des constructions qui doivent être exemptes de toutes fissures, comme, par exemple, réservoirs pour liquides, tuyaux pour conduites sous pression, etc.

Résistance du béton au cisaillement. Dans les constructions en béton armé les cas de cisaillement pur se rencontrent rarement. Le plus souvent on a affaire à l'action combinée des efforts tranchants et normaux. Notons que le cisaillement pur est caractérisé par l'absence totale de contraintes normales dans les fibres de la section

suivant laquelle les efforts tranchants tendent à scinder l'élément en deux.

La résistance au cisaillement acquiert une certaine importance pour le travail des poutres fléchies avant l'apparition des fissures diagonales.

La résistance au cisaillement R_{cis} ne peut être déterminée qu'expérimentalement. Or, toutes les méthodes utilisées actuellement ne sont pas dépourvues de certains défauts, et leur mise au point laisse encore à désirer. On a souvent utilisé le procédé illustré par la

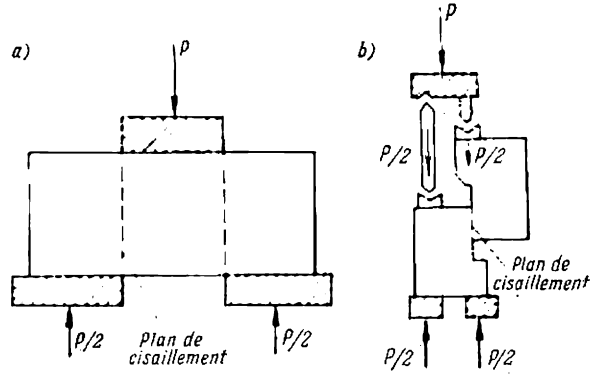


Fig. 1.5. Essai du béton au cisaillement

fig. 1.5,*a*. Une méthode plus perfectionnée proposée par A. Gvozdev et A. Vassiliev (TSNIPS) est donnée par la fig. 1.5,*b*. Ici la forme de l'éprouvette garantit une coïncidence exacte entre le plan du cisaillement et la direction de l'effort appliqué, en éliminant presque complètement les moments fléchissants et les efforts normaux.

Les essais effectués ont permis d'établir l'expression suivante pour la résistance au cisaillement :

$$R_{cis} = 0{,}7\sqrt{R_{pr} \cdot R_{tr}}\,.$$

Lors du cisaillement pur on admet une répartition uniforme des contraintes dans la section considérée. Quant à la répartition des efforts rasants dans un élément fléchi, on admet qu'ils suivent une épure parabolique.

La résistance au cisaillement des pièces fléchies est encore mal connue. Les expériences ont démontré que celle-ci est de 1,5 à 2 fois supérieure à R_{tr}.

Influence des charges répétées et prolongées sur la résistance du béton. L'application répétée des charges (le nombre de répétitions

atteignant plusieurs millions de fois pendant la durée de service de la construction) réduit la résistance du béton en fonction du rapport $\rho = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}}$ caractérisant la variation des contraintes. Cet effet est généralement connu sous le terme *fatigue* et, par conséquent, nous désignerons la résistance à la compression, compte tenu

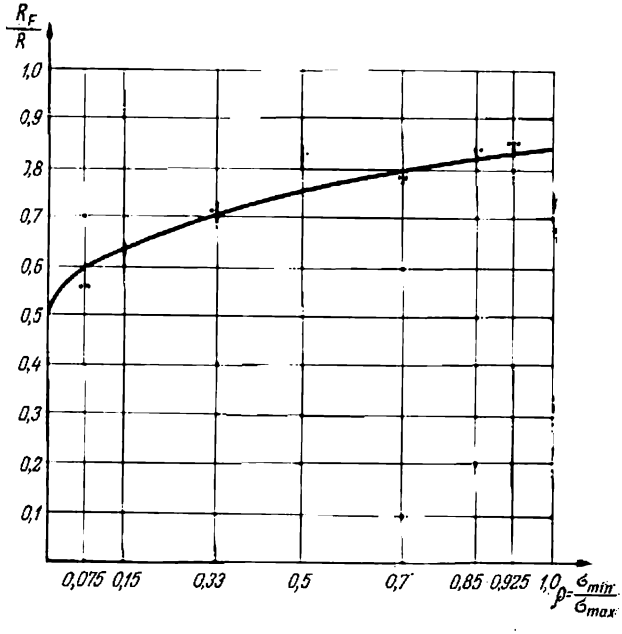


Fig. 1.6. Résistance du béton en fonction des charges répétées

de cet effet, par le symbole R_F. La courbe de la fig. 1.6 montre la variation du rapport $\frac{R_F}{R}$ en fonction de ρ.

L'expression montre que suivant le cas envisagé, la valeur de R_F peut tomber soit à $R_F = 0{,}5R_{fl}$ ou bien $R_F = 0{,}5R_{pr}$ (suivant la nature de la contrainte).

La connaissance de R_F est indispensable pour le calcul des poutres supportant les voies des ponts roulants, des fondations pour marteaux-pilons ainsi que celui des éléments des ponts rails et ponts routes.

L'application prolongée d'un effort constant conduit également à la rupture de l'éprouvette même si les contraintes sont inférieures à sa résistance limite. On attribue cet effet au développement des déformations non élastiques, et on dénomme par $R_{l.d}$ la limite des

contraintes qui entraînent la rupture du béton par déformation excessive.

En se basant sur les données expérimentales on peut adopter pour $R_{l.d}$ $0{,}85R_{pr}$ ou $0{,}85R_{fl}$ selon le cas envisagé.

1.1.5. Déformabilité du béton

Classification des déformations. Le béton est un matériau doué de propriétés rhéologiques, c'est-à-dire des déformations non élastiques commencent à s'y développer même quand les contraintes sont encore très réduites.

On peut classifier les déformations en déformations dirigées causées par l'application des forces (charges, surcharges, déformations) et en déformations résultant du retrait et des variations de température qui se développent uniformément dans toutes les directions.

Selon le caractère de la sollicitation appliquée, les déformations dirigées peuvent être elles-mêmes subdivisées en trois groupes: déformations dues à une seule application de charges de courte durée, déformations dues à l'application prolongée des charges, déformations dues à l'application de charges répétées.

Déformations dues à une seule application de charges de courte durée. Lors de l'application au béton d'une compression il s'y développe des déformations dites primaires. L'expérience montre que dès toutes premières étapes de chargement il se produit des déformations ε_b qui se composent de deux parties: l'une purement élastique $\varepsilon_{él}$, qui s'annule complètement après déchargement, et l'autre plastique ε_{pl} (fig. 1.7). Cette dernière comprend elle-même une partie (environ 10%) réversible, qui s'annule pendant la période de temps relativement courte qui suit le déchargement (on désigne cette partie par $\varepsilon_{pl.rév.}$), et une autre partie non réversible.

En appliquant l'effort de compression par étapes et en mesurant les déformations de l'éprouvette à deux reprises, la première fois immédiatement après l'application des charges et la seconde, après un laps de temps ne fut-ce que très réduit, on obtiendrait une courbe contraintes — déformations brisée représentée fig. 1.8,*a*. Les déformations instantanées mesurées au moment de l'application de la charge sont les déformations élastiques $\varepsilon_{él}$ qui varient suivant une loi linéaire avec les contraintes et dont l'inclinaison sur l'axe des abscisses reste constante; les déformations plastiques qui se développent dans le temps suivant une loi non linéaire augmentent avec l'intensité de la charge appliquée. Sur le diagramme elles sont représentées par des paliers.

Quand le nombre d'étapes d'application de la charge devient suffisamment grand, le diagramme contraintes — déformations se transforme en courbe continue.

Les déformations élastiques ne correspondent ainsi qu'au chargement instantané, tandis que les déformations plastiques se développent dans le temps et sont fonction de la vitesse de chargement. Tout accroissement de cette vitesse v se traduit par une réduction

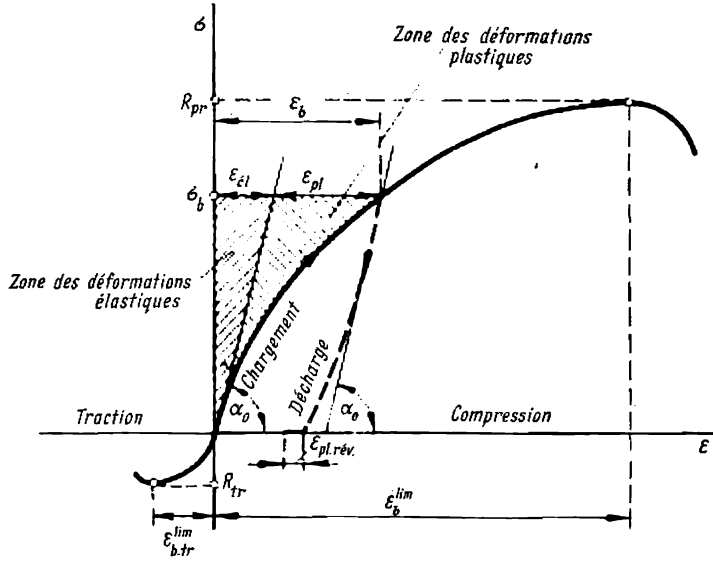


Fig. 1.7. Diagramme contraintes — déformations à la compression du béton

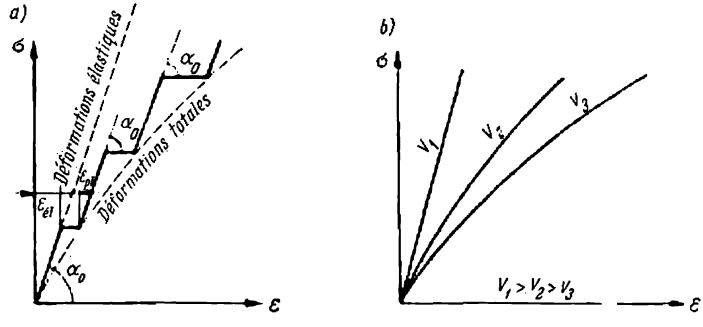


Fig. 1.8. Diagramme contraintes — déformations en cas des chargements par étapes

des déformations plastiques et à la limite, c'est-à-dire dans le cas d'application d'une charge instantanée, le béton se déformera comme un corps purement élastique. La fig. 1.8,*b* montre les courbes $\sigma - \varepsilon$

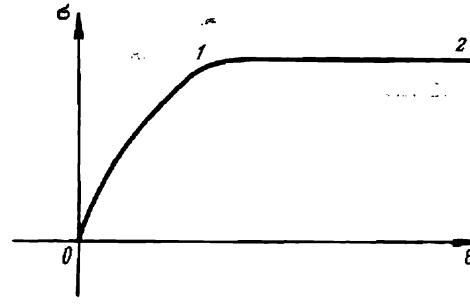


Fig. 1.9

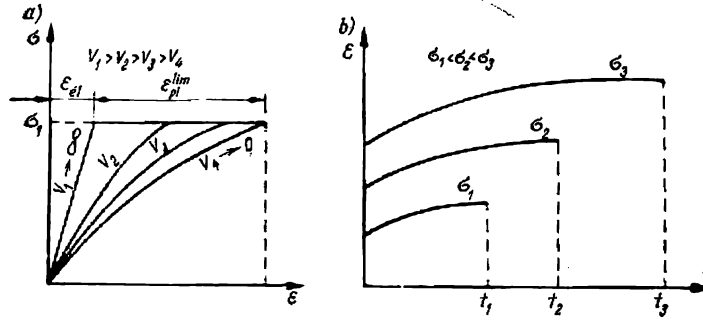


Fig. 1.10. Déformations du béton en cas de charges de longue durée

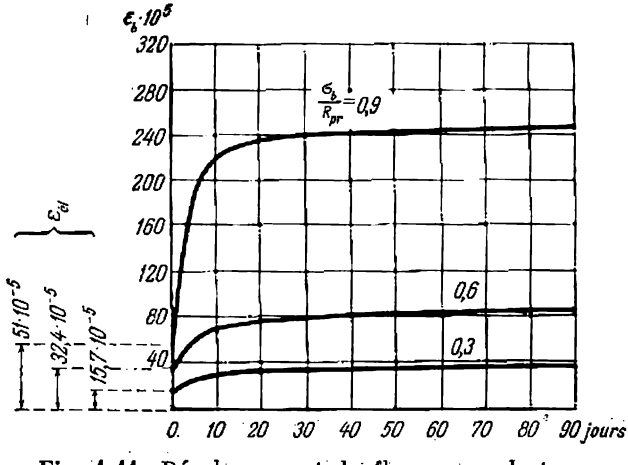


Fig. 1.11. Développement du fluage avec le temps

obtenues lors de la première application de la charge pour trois vitesses de chargement différentes $v_1 > v_2 > v_3$.

Si l'éprouvette était essayée en traction, il s'y développerait également des déformations élastiques et plastiques. Sous des charges relativement réduites, on aura affaire surtout aux premières, tandis que les contraintes élevées provoquent des déformations dans lesquelles la partie plastique sera en prédominance. Cette dernière remarque prend une importance toute particulière pour l'analyse des contraintes et des déformations des éléments en béton armé sous l'effet des charges de rupture.

Déformation du béton soumis aux charges de longue durée. Les charges de longue durée provoquent dans le béton des déformations plastiques qui continuent à se développer pendant une période très prolongée, atteignant 3 ou 4 ans et même plus, comme l'expérience le montre ; leur intensité maximale correspondra aux 3 à 4 premiers mois après le chargement.

La courbe de la fig. 1.9 représente le diagramme contraintes — déformations d'une éprouvette en béton soumise à une charge de longue durée. La partie gauche entre *0* et *1* correspond à la période de chargement, sa courbure étant fonction de la vitesse de chargement ; la partie droite entre *1* et *2* caractérise le développement des déformations plastiques par tension constante. L'accroissement de ces déformations plastiques va en s'atténuant, tandis que leur valeur accumulée tend vers une certaine limite bien définie.

Ce phénomène qui consiste dans un accroissement des déformations plastiques sous l'effet de charges de longue durée est connu sous le nom de *fluage*.

L'expérience montre que quelle que soit la vitesse de chargement v_1 qui a provoqué la contrainte σ_1, en fin de compte les déformations auront toujours la même valeur (fig. 1.10,*a*).

Néanmoins, des contraintes plus importantes donnent lieu à des déformations de fluage de plus en plus prononcées. La fig. 1.10,*b* représente les déformations de fluage en fonction du temps avec les contraintes $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3$ entrant comme paramètres.

Des études expérimentales très approfondies, qui ont été effectuées tant en U. R. S. S. qu'à l'étranger, permettent d'établir l'influence de divers facteurs sur le fluage du béton.

1. Une augmentation de contraintes provoque dans les éprouvettes d'un même béton soumises à des chargements d'une même durée un accroissement de fluage prononcé.

Les courbes paraissant à la fig. 1.11 ont été tirées des expériences de M. Borichanski et N. Katine (TSNIPS) sur des prismes en béton pour trois contraintes différentes. Des courbes tout à fait analogues (fig. 1.12) ont été obtenues par Davis (Etats-Unis). On y remarque qu'au bout de 3,5 ans les déformations de départ ont aug-

menté de 3,5 à 4,5 fois. La plus grande intensité du fluage correspond aux trois ou quatre premiers mois après le chargement.

2. Tout accroissement de l'âge du béton au moment du chargement réduit son fluage. Les courbes de la fig. 1.13,*a* ont été obtenues par Whittney (Etats-Unis) pour des éprouvettes soumises à des charges égales, à l'âge de 1 mois, de 3 mois et de un an. Les courbes expérimentales, obtenues pour des éprouvettes ne différant que par

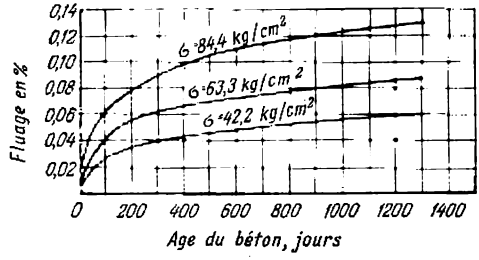


Fig. 1.12. Courbes de fluage pour différentes valeurs des contraintes

leur âge, sont parallèles les unes aux autres, ce qui montre que l'intensité du fluage aux contraintes égales ne dépend pas de l'âge du béton.

3. L'accroissement de l'humidité du milieu entraîne une diminution du fluage. Davis opérant sur des prismes confectionnés

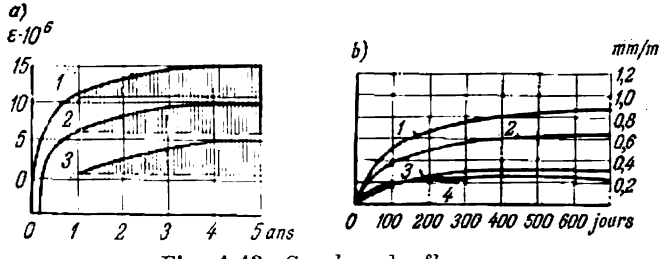


Fig. 1.13. Courbes de fluage

a — en fonction de l'âge du béton : *1* — chargement à l'âge d'un mois ; *2* — *idem*, à l'âge de 3 mois ; *3* — *idem*, à l'âge d'un an ; *b* — en fonction de l'humidité du milieu : *1* — conservation à l'air à l'humidité relative de 50 % ; *2* — *idem*, de 75 % ; *3* — *idem*, de 100 % ; *4* — conservation dans l'eau

avec du portland artificiel qu'il maintenait sous une contrainte constante de 56 kg/cm² pendant 2 ans a obtenu des courbes de fluage pour différentes hygrométries du milieu qui sont représentées fig. 1.13,*b*.

4. Toutes les autres conditions restant égales, une diminution des dimensions de l'éprouvette entraîne une augmentation du

fluage. Le nombre d'expériences consacrées à l'étude de ce phénomène reste encore trop restreint pour pouvoir en tirer des conclusions quantitatives.

5. Un accroissement de vitesse de chargement de l'éprouvette suivi d'un chargement de longue durée entraîne une augmentation des déformations de fluage subies au cours de ce chargement. Des prismes de 25 × 25 cm et de 10 × 10 cm² de section, essayés au TSNIPS avec des vitesses de chargement variant de 2,0 à 0,112 kg/cm² par minute, ont fourni les deux groupes de courbes

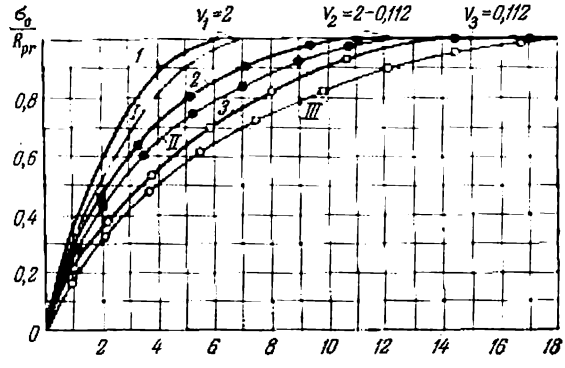


Fig. 1.14. Fluage du béton en fonction des dimensions des éprouvettes
1, 2, 3 — prisme de 25 × 25 cm de section; *I, II, III* — prisme de 10 × 10 cm de section

représentées fig. 1.14. On remarque que les déformations obtenues à la fin du chargement diffèrent très considérablement. (Ces mêmes expériences ont montré que les prismes possédant une section transversale moindre subissaient un plus grand fluage.)

Dans une grande mesure le fluage dépend aussi des facteurs d'ordre technologique et en particulier de la composition du béton. L'accroissement du rapport *E/C* ainsi que le dosage en ciment mènent à une augmentation du fluage. Les ciments de minéralogie différente peuvent influencer le fluage de façon variable. Ainsi le fluage est moins fort pour les bétons aux ciments alitiques que pour ceux aux ciments bélites. L'augmentation de la résistance et de la rigidité intrinsèque de la pierraille utilisée fait décroître le fluage.

L'écoulement du béton se manifeste non seulement sous des efforts de compression, mais également dans les éléments soumis à la flexion, à la torsion et à la traction. Le fluage en compression est de loin le mieux connu.

A. Cheïkine a avancé une théorie expliquant le fluage qui, à l'heure actuelle, paraît être l'une des mieux fondées. Cette théorie se base sur les modifications de structure qui se déroulent avec le

temps au sein de la pâte de ciment durcissant. Les gels, qui deviennent visqueux sous l'effet des charges, se déchargent graduellement au détriment de la phase cristalline. En même temps la pâte de ciment dans son ensemble se décharge au détriment des agrégats. Graduellement les gels deviennent moins visqueux et les agglomérations cristallines plus rigides, entraînant une stabilisation des déformations.

La déshydratation de la pâte de ciment, ainsi que les pertes d'eau capillaire se répercutent également sur le fluage.

Le fluage et le retrait du béton sont étroitement liés. Toutefois, le retrait est une déformation non dirigée qui affecte toute la masse du béton, tandis que le fluage est nettement dirigé suivant la ligne d'action de l'effort qui le produit.

Le fluage tout comme le durcissement de la pâte de ciment ne peuvent être encore considérés comme suffisamment connus, quoique les données récentes d'une valeur incontestable ont permis de rapprocher la science du bâtiment de la solution de ces problèmes importants.

De nombreuses expressions, obtenues par voie empirique ou dérivées des considérations purement théoriques avec recours à des solutions mathématiques rigoureuses, ont été proposées tant en U.R.S.S. qu'à l'étranger. En règle générale, les formules théoriques sont trop compliquées et ne représentent pas d'une façon satisfaisante l'aspect physique du phénomène.

Des expressions empiriques l'on pourrait citer celle qui fut proposée par Cheïkine pour la pâte de ciment et qui doit être rangée parmi les mieux fondées:

$$\varepsilon_{pl} = \frac{\sigma_0}{\alpha_0 \beta}(1 - e^{-\beta t}), \tag{1.1}$$

où σ_0 est la contrainte dans la phase visqueuse au moment de l'application de la charge;

α_0, un coefficient tenant compte de la viscosité intrinsèque des gels;

β, une constante qui dépend des propriétés du ciment et de la durée de stabilisation du fluage;

t, la durée de la charge.

Pour $t \to \infty$ l'écoulement limite devient:

$$\varepsilon_{pl}^{lim} = \frac{\sigma_0}{\alpha_0 \beta}, \tag{1.2}$$

d'où pour un laps de temps quelconque:

$$\varepsilon_{pl} = \varepsilon_{pl}^{lim}(1 - e^{-\beta t}). \tag{1.3}$$

Le phénomène de relaxation est étroitement lié à celui de fluage. Quand une éprouvette en béton est soumise à une contrainte initiale

σ_b^0 provoquant une déformation initiale ε_b^0 et quand cette déformation est ensuite maintenue invariable à l'aide de liaisons supplémentaires (fig. 1.15), on remarque que les contraintes dans le béton diminuent graduellement de sorte que $\sigma_b(t) < \sigma_b^0$, avec diminution correspondante de la réaction des liaisons

$$N(t) = \sigma_b(t) F_b.$$

Cette propriété du béton, qui consiste en une réduction progressive des contraintes dans une éprouvette dans laquelle la déformation initiale est maintenue constante, est connue sous le terme *relaxation*.

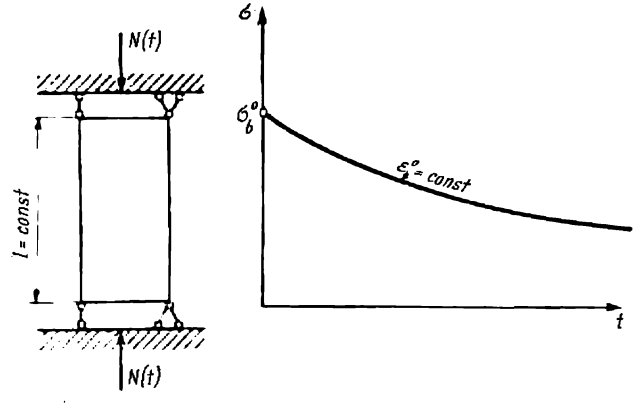


Fig. 1.15. Phénomène de relaxation dans un prisme en béton

La relation qui relie entre eux fluage et relaxation peut être représentée graphiquement dans un système de coordonnées tridimensionnelles σ_b, ε_b et t (fig. 1.16). La courbe représentant la relaxation se trouvera dans le plan ε_b = const, et celle de fluage dans le plan σ_b = const.

Une éprouvette en béton maintenue sous charge invariable jusqu'à stabilisation complète du fluage, auquel correspondent les déformations $\varepsilon_{f\,max}$, ne présentera lors d'un deuxième chargement précédé par un déchargement que des déformations élastiques. Par conséquent, quand on calcule les déformations du béton dues au fluage, on doit tenir compte des déformations plastiques encourues lors des chargements précédents ou, en d'autres termes, il faut tenir compte de l'hérédité des déformations de fluage.

Les phénomènes de fluage et de relaxation ont une influence très considérable sur le comportement des constructions en béton armé sous charge et, par conséquent, il faut en tenir compte lors de l'étude de ces dernières.

Déformations du béton sous charges répétées. L'application des charges répétées conduit à une accumulation de déformations plastiques. Il semble qu'après un nombre de répétitions suffisamment grand quand les déformations plastiques atteignent leur valeur de stabilisation ε_{pl}^{lim}, le béton travaille comme un corps purement élastique. La fig. 1.17 montre qu'avec chaque nouvelle répétition de l'effort les déformations plastiques s'accumulent, tandis que les

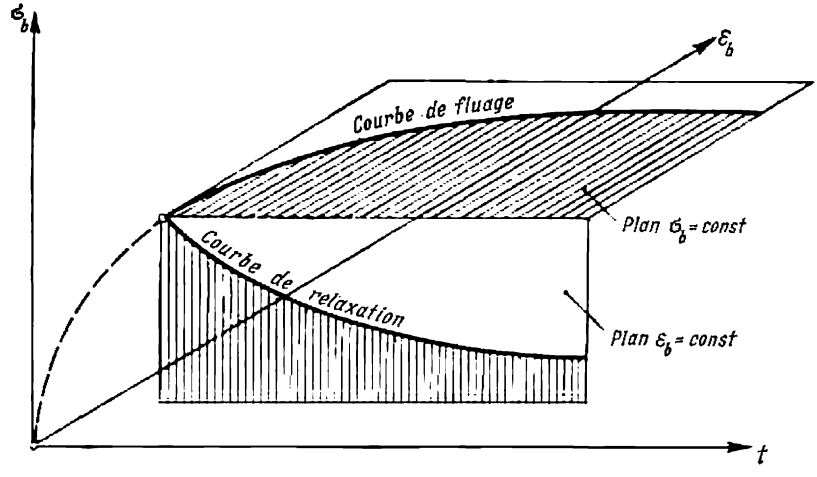


Fig. 1.16. Relation entre fluage et relaxation

branches ascendantes et descendantes du diagramme σ — ε se rapprochent et tendent vers une limite commune caractéristique d'un corps élastique.

Toutefois, ce qui précède ne se rapporte qu'au cas des contraintes σ_b ne dépassant pas la limite de fatigue R_F du béton considéré. S'il en est autrement, c'est-à-dire $\sigma_b > R_F$, les déformations plastiques continuent à croître indéfiniment jusqu'à la rupture des échantillons (éprouvettes).

Il est à noter que la répétition des charges conduit peu à peu à une inversion de la courbure de la branche ascendante du diagramme σ — ε accompagnée d'une diminution de son angle d'inclinaison sous l'axe des abscisses.

Déformations de rupture. Les déformations subies par le béton au moment de la rupture (fig. 1.7) tant par compression ε_b^{lim} que par traction $\varepsilon_{b.tr}^{lim}$ sont fonction de sa résistance, de sa composition, de son degré de compactage et de la durée de la charge.

Ces déformations augmentent avec la résistance du béton et la durée de la charge. Les résultats numériques des tests effectués par divers laboratoires montrent une divergence très marquée, ce qui s'explique tant par la non-homogénéité du béton lui-même que par l'absence d'une méthode d'essai standardisée.

Ainsi, dans les essais en compression les déformations observées des éprouvettes centralement et excentriquement chargées fluctuaient entre 0,0008 et 0,003. En moyenne on admet que la compressibilité maximale ε_b^{lim} du béton vaut 0,002.

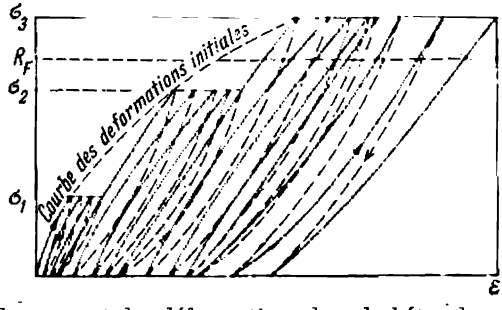


Fig. 1.17. Développement des déformations dans le béton lors des chargements répétés

Quant aux éléments fléchis, la compressibilité maximale de leur zone comprimée dépend encore de la hauteur de cette zone et de la forme de sa section. Cette compressibilité décroît avec l'augmentation de la hauteur relative de la zone, ainsi que pour des sections qui vont en se rétrécissant vers l'axe neutre (sections en *T*). On a observé dans diverses expériences des compressibilités du béton de la zone comprimée des éléments fléchis allant de 0,0027 à 0,0045.

L'extensibilité maximale $\varepsilon_{b.tr}^{lim}$ du béton est de 10 à 20 fois plus faible que sa compressibilité avec des fluctuations encore plus importantes. D'après les données obtenues au TSNIPS l'extensibilité maximale des bétons ordinaires conservés à l'air sec ne dépasse pas 0,00017 avec une moyenne de 0,0001. Une ambiance humide permet d'obtenir des extensibilités environ deux fois plus élevées.

L'extensibilité augmente en même temps que la compacité et la résistance du béton.

G. Tsiskrelli a trouvé des extensibilités des bétons légers de 4 à 5 fois plus élevées que pour les bétons lourds de même résistance, confectionnés avec des graviers roulés.

L'extensibilité du béton acquiert une importance très considérable pour les constructions qui doivent travailler sans fissures.

Déformations thermiques du béton. Les déformations thermiques sont provoquées par un changement de température de la masse du

béton. Les expériences montrent que les variations du rapport E/C, l'âge du béton, ainsi que le milieu ambiant des éprouvettes n'affectent que très peu la valeur de son coefficient de dilatation thermique. Ce dernier dont la valeur oscille entre $0{,}82 \cdot 10^{-5}$ et $1{,}1 \cdot 10^{-5}$ est surtout fonction de la nature des agrégats et de la composition du béton.

En moyenne on admet que le béton a un coefficient de dilatation thermique égal à $1{,}0 \cdot 10^{-5}$. Or, pour des températures variant de 0 à 100 °C, le coefficient de dilatation thermique de l'acier vaut $1{,}2 \cdot 10^{-5}$. On voit donc que les valeurs des coefficients de dilatation thermique du béton et de l'acier sont fort rapprochées.

Dans l'étude des ouvrages en béton et en béton armé travaillant entre 0 et 100 °C on adopte un coefficient de dilatation thermique $\alpha = 1{,}0 \cdot 10^{-5}$.

1.1.6. Module de déformations du béton

Le béton étant un corps élasto-plastique, la relation qui lie ses déformations aux contraintes n'est pas linéaire.

Le coefficient d'élasticité du béton (son module de Young) E_b ne correspond qu'aux déformations subies lors d'un chargement instantané.

Géométriquement E_b s'exprime par la tangente de l'angle formé par la droite correspondant aux déformations élastiques et l'axe des abscisses (fig. 1.18):

$$E_b = \operatorname{tg} \alpha_0;$$

dans ce cas les contraintes exprimées en fonction des déformations élastiques deviennent:

$$\sigma_b = E_b \varepsilon_{él}. \tag{1.4}$$

Pour des charges qui agissent même pendant un temps relativement court, il se développe dans le béton des déformations plastiques, et le module de déformations du béton devient une grandeur variable, ayant la valeur de la tangente de l'angle compris entre l'axe des abscisses et la tangente à la courbe $\sigma - \varepsilon$ au point correspondant à la contrainte considérée:

$$E'_b = \operatorname{tg} \alpha.$$

Par conséquent, le module de déformations du béton n'est autre chose que la dérivée première des contraintes prise par rapport aux déformations:

$$E'_b = \frac{d\sigma_b}{d\varepsilon_b}.$$

En utilisant le module de déformations variable E'_b on aurait pu trouver des déformations par intégration de l'expression

$$\varepsilon_b = \int \frac{d\sigma_b}{E'_b(\sigma)}.$$

Pratiquement ce procédé est inutilisable, car il requiert la connaissance de l'expression analytique :

$$E'_b = f(\sigma).$$

Dans l'étude des constructions en béton armé on se sert souvent d'un coefficient élasto-plastique moyen proposé par V. Mourachev

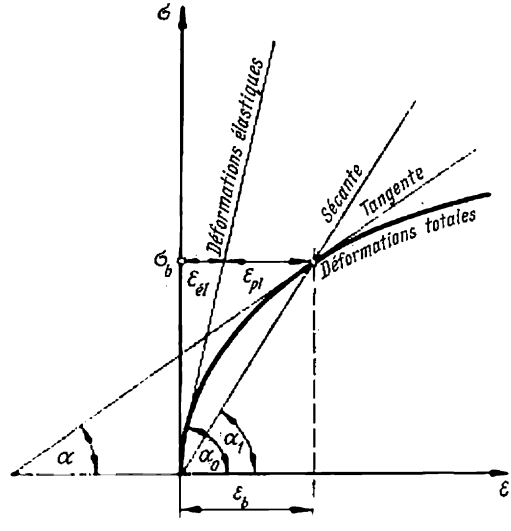


Fig. 1.18

et donné par la valeur de la tangente de l'angle compris entre la sécante passant par le point correspondant à la contrainte donnée et l'axe des abscisses (module sécant) :

$$E'_b = \operatorname{tg} \alpha_1.$$

Dès lors, les contraintes exprimées en fonction des déformations élasto-plastiques et le module sécant deviennent :

$$\sigma_b = E'_b \varepsilon_b. \tag{1.5}$$

En égalant les parties de droite des expressions (1.4) et (1.5) on obtient :

$$E_b \varepsilon_{él} = E'_b \varepsilon_b, \tag{1.6}$$

d'où :

$$E'_b = E_b \frac{\varepsilon_{él}}{\varepsilon_b}. \tag{1.7}$$

Désignant par λ le rapport $\frac{\varepsilon_{pl}}{\varepsilon_b}$ et par ν le rapport $\frac{\varepsilon_{él}}{\varepsilon_b}$ et étant donné que

$$\nu = \frac{\varepsilon_b - \varepsilon_{pl}}{\varepsilon_b} = 1 - \lambda, \text{ l'expression (1.7) donne :}$$

$$E'_b = \nu E_b = (1 - \lambda) E_b. \tag{1.8}$$

Pour un corps parfaitement élastique on a $\varepsilon_{pl} \to 0$ et $\nu = 1$ et pour un corps parfaitement plastique $\varepsilon_{pl} \to \infty$ et $\nu = 0$.

Pour le béton qui est un corps élasto-plastique, la valeur de $\nu = 1 - \lambda$ dépend de l'intensité de la contrainte et de la durée de la charge.

Les expériences effectuées sur des prismes en béton montrent que le coefficient λ peut prendre toutes les valeurs entre un minimum égal à 0 et un maximum (correspondant à une durée de la charge fort prolongée) égal à 0,8.

Il existe également des expressions reliant contraintes et déformations dues au fluage à l'aide du coefficient de mesure du fluage c_b. Ainsi, de l'expression (1.5) il découle que

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E'_b} = \frac{\sigma_b}{\nu E_b}, \tag{1.9}$$

d'où :

$$\varepsilon_{pl} = \lambda \varepsilon_b = \frac{\lambda \sigma_b}{\nu E_b} = \frac{\varphi}{E_b} \sigma_b = c_b \sigma_b, \tag{1.10}$$

avec

$$\varphi = \frac{\lambda}{\nu} \tag{1.11}$$

et

$$c_b = \frac{\varphi}{E_b}. \tag{1.12}$$

On voit ainsi que la mesure du fluage c_b est fonction de la résistance du béton ainsi que de son module d'élasticité.

Théoriquement la valeur de φ peut varier de 0 à l'infini, ce qui rend son emploi dans les calculs moins commode que l'emploi de λ. Pour les contraintes et durées de charges réelles φ prend des valeurs comprises entre 0 et 4.

Quand le béton travaille en extension la valeur du module élasto-plastique peut s'exprimer également comme :

$$E'_{b.tr} = \nu_{tr} E_b = (1 - \lambda_{tr}) E_b. \tag{1.13}$$

Pour $\sigma = R_{tr}$ on peut adopter une valeur moyenne de $\lambda_{tr} = 0{,}5$, tirée de nombreuses expériences. On a alors :

$$E'_{b.tr} = 0{,}5E_b, \tag{1.14}$$

ce qui mène à une extensibilité maximale du béton égale à

$$\varepsilon^{lim}_{b.tr} = \frac{R_{tr}}{E'_{b.tr}} = \frac{2R_{tr}}{E_b}. \tag{1.15}$$

Le module d'élasticité du béton E_b (pour des contraintes n'excédant pas 0,3 R_{pr}) se détermine en fonction de sa résistance à l'aide d'expressions empiriques proposées par divers chercheurs. Les plus connues sont celles de Graf :

$$E_b = \frac{1\,000\,000}{1{,}7 + \frac{360}{R}};$$

de Rosch :

$$E_b = \frac{550\,000}{1 + \frac{187}{R}}$$

et de Walker :

$$E_b = 20\,000\sqrt{R}.$$

Le module d'élasticité des bétons légers dépend du type d'agrégat et vaut de 0,55 à 0,65 de celui d'un béton lourd de même résistance. En moyenne on peut l'évaluer à l'aide de l'expression :

$$E_b = 11\,000\sqrt{R}.$$

Le module de cisaillement vaut d'après la relation établie par la théorie d'élasticité :

$$G_b = \frac{E_b}{2(1+\mu)},$$

μ étant le coefficient de Poisson qui, pour le béton, a une valeur proche de $^1/_6$. D'où $G_b = 0{,}43\ E_b \approx 0{,}5\ E_b$.

1.1.7. Particularités des bétons cellulaires

Les bétons cellulaires employés dans la construction sont obtenus par l'un des deux procédés ci-dessous : soit par addition au liant de l'eau de gâchage et d'une mousse (béton mousse, silicate mousseux, béton de cendre, etc.), soit par l'introduction dans le mortier d'un produit gazogène dont le plus employé est la poudre d'aluminium (béton gaz, gaz silicate, béton gaz et cendres).

Le durcissement des bétons cellulaires s'effectue en autoclaves aux pressions de 8 à 12 atmosphères et à une température voisine de 170 °C. Leur résistance à la compression peut atteindre 150 kg/cm². Le durcissement des bétons cellulaires à l'air libre entraîne la formation d'un grand nombre de fissures de retrait.

La résistance à la compression des bétons cellulaires se mesure sur cubes de 10 cm de côté, séchés jusqu'à la stabilisation complète de leur poids à une température de 105 °C. Les résistances normalisées de ces bétons sont 35, 50, 75, 100 et 150 kg/cm².

Les bétons cellulaires autoclavés ayant une densité apparente comprise entre 600 et 850 kg/m³ et une résistance de 35 à 75 kg/cm² s'emploient dans les panneaux des murs extérieurs et des couvertures des bâtiments chauffés, où ils jouent le double rôle de matériau porteur et d'isolant. Les bétons plus lourds d'une densité de 1000 à 1200 kg/m³ et d'une résistance de 100 à 150 kg/cm² s'emploient dans la fabrication d'éléments de planchers, des cloisons porteuses et ainsi de suite.

Les bétons cellulaires, comme leur nom l'indique d'ailleurs, sont peu étanches et par suite leurs armatures exigent une protection spéciale contre la corrosion. A cette fin on emploie des enduits à base de ciment, souvent avec l'addition des produits bitumineux, ainsi que d'autres enduits spéciaux.

Les données relatives aux propriétés physico-mécaniques des bétons cellulaires autoclavés sont basées sur un grand nombre d'études expérimentales. Ainsi, la résistance sur cube R en kg/cm² des bétons cellulaires durcis à l'air peut s'exprimer en fonction de leur densité apparente γ mesurée en tonnes par m³ par la formule :

$$R = 100\,\gamma^2 ;$$

leur résistance mesurée sur prismes par

$$R_{pr} = R\,\frac{910 + 0{,}7R}{1\,450 + R} ;$$

leur résistance à la compression en flexion par

$$R_{fl} = 1{,}25 R_{pr} ;$$

leur résistance en traction par

$$R_{tr} = \frac{45}{1 + \frac{500}{R}} ;$$

leur retrait par

$$\varepsilon_{r.b} = (4 \text{ à } 6)\,10^{-4}$$

et leur module d'élasticité par

$$E_b = 500R.$$

1.2. LES ARMATURES EN ACIER

1.2.1. Rôle de l'armature

L'armature en barres d'acier, noyées dans le béton et réunies le plus souvent en carcasses ou treillis soudés, est destinée surtout à reprendre les efforts de traction, mais aussi à renforcer le béton travaillant en compression. Son emplacement dépend essentiellement des sollicitations que les constructions devront supporter.

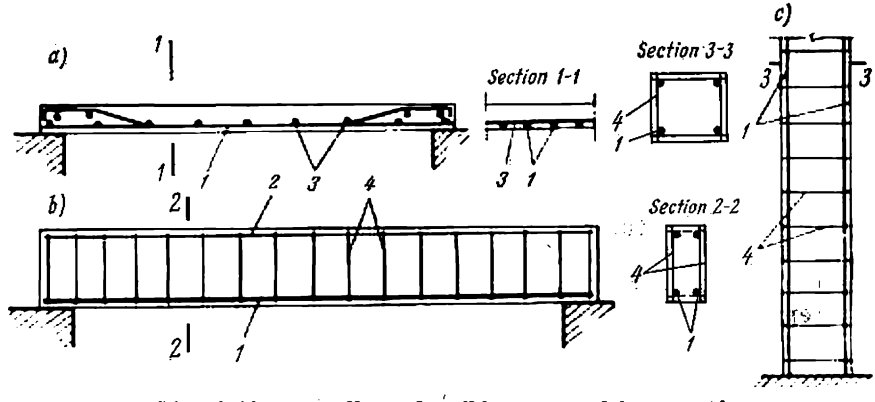


Fig. 1.19. Ferraillage des éléments en béton armé
a — dalles; *b* — poutres; *c* — poteaux: *1* — armatures principales; *2* — armatures constructives; *3* — armatures de répartition; *4* — barres transversales (étriers)

Les sections transversales des aciers se déterminent par le calcul en fonction de l'intensité de ces sollicitations.

Les barres longitudinales qui travaillent en traction (et parfois en compression) constituent l'armature principale. Les dalles en béton armé (fig. 1.19,*a*) sont généralement munies en outre de barres disposées en direction perpendiculaire à leur portée qui servent à répartir les efforts et jouent également un rôle purement constructif. Outre des barres longitudinales et de répartition, les poutres (fig. 1.19,*b*) sont munies de barres verticales (étriers) et éventuellement de barres inclinées (barres relevées). Quant aux piliers (fig. 1.19,*c*), ils comportent des barres longitudinales principales travaillant en compression ensemble avec le béton et des étriers transversaux.

Tous les aciers formant l'armature d'un élément en béton armé, soudés ensemble (ou plus rarement liés ensemble à l'aide de fils de fer), s'appellent selon le cas treillis ou carcasses, les deux derniers termes s'appliquant aux ensembles d'aciers de diamètres nette-

ment différents, disposés dans un même plan ou formant un assemblage tridimensionnel.

Dépendamment de la forme du profil transversal, les armatures sont souples, composées de barres rondes (ou bien profilées), et rigides, en barres laminées (double *T*, *U* et cornières).

Pour des constructions travaillant dans des milieux agressifs ou en présence des courants vagabonds, très dangereux pour l'armature au point de vue corrosion, on peut avoir recours aux armatures non métalliques.

En guise de telles on peut employer des rubans, barres ou câbles en fibres de verre agglomérés à l'aide de résines synthétiques. Leur production industrielle a commencé en U.R.S.S. depuis 1970.

1.2.2. Caractéristiques mécaniques des aciers employés comme armature

Comme armature on emploie généralement des barres lisses ou crénelées, ces dernières étant soit laminées à chaud, soit à froid.

Les aciers doux, dont le diagramme contraintes — déformations est représenté fig. 1.20,*a*, se caractérisent par la présence d'un palier horizontal dans ce diagramme et par un allongement ε_a^{lim} à la rupture très considérable.

La composition chimique de l'acier est l'un des facteurs les plus importants déterminant ses propriétés mécaniques. La résistance à l'extension du fer pur (de la ferrite) est relativement basse. On la fait croître en y introduisant du carbone ou autres alliages (manganèse, silicium, chrome, etc.). Cependant le carbone rend l'acier plus fragile et moins soudable, et par conséquent on limite sa teneur à 0,2-0,3 %. Le manganèse améliore considérablement la résistance de l'acier presque sans réduire la plasticité. La silice, quoique produisant le même effet sur la résistance, rend l'acier peu soudable. Le pourcentage total des alliages est généralement limité à 0,6-1,6 %.

La limite de proportionnalité de l'acier laminé à chaud, ou plus exactement sa limite d'élasticité, constitue la caractéristique la plus importante de l'acier employé comme armature. Quand les contraintes dans l'acier deviennent égales à sa limite d'élasticité, des fissures inadmissibles s'ouvrent dans la zone tendue de l'élément, suivies de l'écrasement du béton de la zone comprimée provoqué par des flèches trop importantes. Notons que la résistance de l'acier σ_{rupt} est environ de 50 % supérieure à sa limite d'écoulement (d'élasticité) $\sigma_{éc}$ et, par conséquent, la portance de l'armature reste dans ce cas inépuisée. Pour les raisons qui viennent d'être exposées

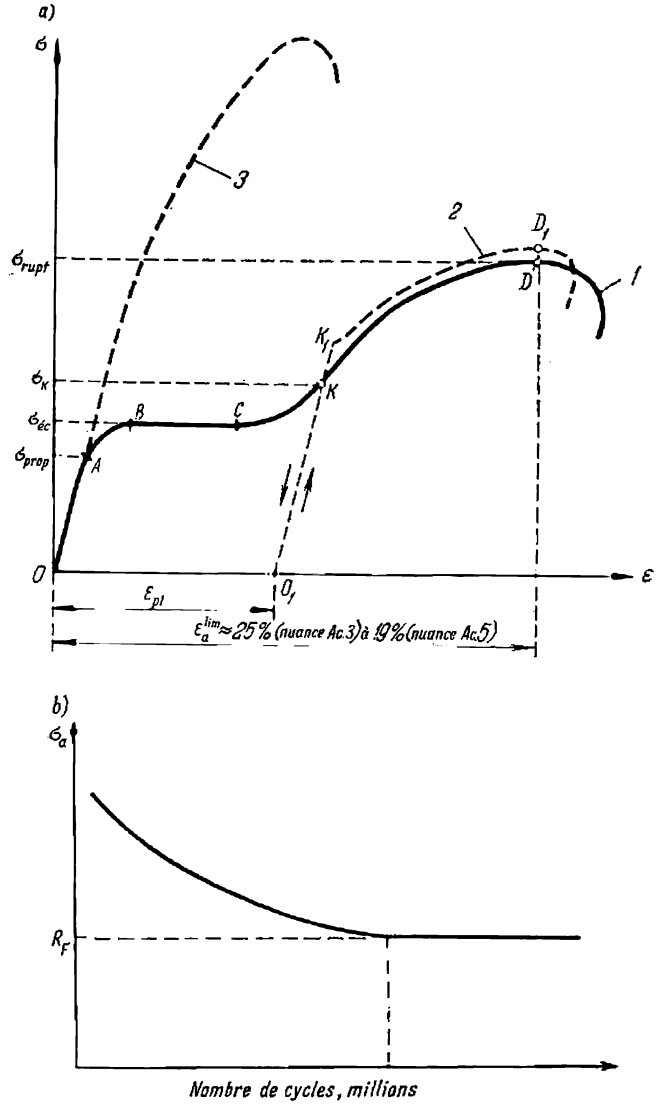


Fig. 1.20. Comportement de l'acier à la traction

a — diagramme contraintes-déformations des aciers employés comme armature; *1* — acier doux; *2* — acier doux après écrouissement et vieillissement; *3* — acier dur; *b* — courbe de fatigue

on adopte pour résistance normalisée des aciers doux le minimum garanti de leur limite d'élasticité.

Afin de pouvoir mieux utiliser la résistance limite de l'acier laminé à chaud on peut relever sa limite d'élasticité par écrouissage (déformation à froid). L'emploi des aciers écrouis permet d'obtenir une économie appréciable du métal.

L'effet d'écrouissage s'explique comme suit : si l'acier est chargé jusqu'à une contrainte σ_k dépassant sa limite d'écoulement $\sigma_{éc}$ sans toutefois excéder la résistance et si ensuite on le décharge, la courbe de déchargement sera donnée par la droite O_1K parallèle à la droite OA correspondant au travail purement élastique du métal et la barre prendra une déformation permanente OO_1. Lors d'une nouvelle mise en charge, une partie des déformations plastiques étant déjà épuisée, la branche ascendante du nouveau diagramme $\sigma - \varepsilon$ se confondra avec la droite O_1K mentionnée et la nouvelle limite élastique du métal sera plus élevée et correspondra à la contrainte σ_k plus grande.

Le degré d'écrouissage de l'acier laminé à chaud est contrôlé soit par l'intensité des contraintes appliquées $\sigma_k > \sigma_{éc}$, soit par l'allongement qui doit nécessairement être supérieur à l'allongement élastique maximal. Comme résultat du traitement décrit on obtient des aciers dont la limite élastique est relevée jusqu'à σ_k. Cet effet est dû à une modification du réseau cristallin qui s'opère aux contraintes supérieures à la limite élastique.

Le vieillissement du métal contribue à un certain degré au relèvement de sa limite élastique, qui passe au bout d'un certain temps du point K au point K_1. En même temps la limite de rupture croît de D à D_1 et le diagramme $\sigma - \varepsilon$ se modifie légèrement avec apparition d'un nouveau palier immédiatement au-delà du point K_1.

Les charges répétées au grand nombre de fois peuvent provoquer la rupture de l'acier par fatigue à des contraintes réduites. Dans ce cas le métal se brise comme un corps fragile sans allongements.

La limite de fatigue de l'acier se caractérise par une courbe expérimentale (fig. 1.20,*b*) obtenue en portant en abscisses le nombre n de répétitions de la charge (en millions de fois) et en ordonnées la valeur maximale de la contrainte périodiquement variable σ_a que l'acier peut supporter. Avec augmentation du nombre de cycles de chargement-déchargement cette contrainte diminue graduellement, pour atteindre sa limite inférieure dite limite de fatigue R_F du métal après 2 à 10 millions de répétitions de chargement.

Sur la courbe de la fig. 1.20,*b* cette limite de fatigue (R_F) est donnée par sa partie horizontale.

L'expérience démontre que la limite de fatigue R_F est fonction de l'amplitude des contraintes engendrées caractérisée par le rapport

$$\rho = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}.$$

Ainsi dans le cas d'une inversion complète des contraintes (cycle symétrique caractérisé par $\rho = -1$) on a $R_F = 0{,}33\ \sigma_{éc}$, et pour $\rho = 0$ on a $R_F = 0{,}5\ \sigma_{éc}$.

En fonction du traitement subi (étirage, tréfilage, crénelage, torsion) les aciers doux écrouis se rapprochent plus ou moins par leurs propriétés des aciers durs, qui n'ont pas de limite d'élasticité bien définie et dont la rupture porte un caractère fragile avec des allongements inférieurs à 3 ou 4 %.

Le traitement thermique des aciers, consistant d'une trempe à température atteignant 800 °C suivie d'un brusque refroidissement dans l'huile et d'un recuit à 500 °C dans un bain de plomb, permet d'obtenir des aciers de propriétés analogues, ronds ou fils d'acier de haute résistance.

La résistance normalisée des aciers écrouis (durs) est prise égale au minimum garanti soit de leur limite d'élasticité (dans le cas des aciers étirés), soit de leur limite de rupture (dans le cas des aciers tréfilés ou crénelés à froid).

L'échauffement des aciers écrouis à froid à une température excédant 350 à 400 °C est équivalent à un recuit complet avec perte de tout gain dans leur limite d'élasticité. Il s'ensuit que les éléments de constructions armés avec des aciers de ce type doivent être soigneusement protégés contre des échauffements excessifs.

Il n'est pas recommandé d'employer les aciers durcis par tréfilage ou crénelés à froid dans les ouvrages soumis à des efforts répétés, ce type de sollicitation pouvant entraîner des pertes dans l'effet de l'écrouissage.

1.2.3. Types d'armatures souples employées en U.R.S.S.

Il a été reconnu en U.R.S.S. que les ronds crénelés en acier doux sont les plus avantageux pour le béton armé, et par conséquent à l'heure actuelle ils sont de loin les plus répandus. Les crénelures augmentent en effet très considérablement l'adhérence entre armature et béton en réduisant ainsi la largeur des fissures dans la zone tendue.

Les ronds lisses en acier doux s'emploient surtout comme armature secondaire — barres de répartitions, étriers, boucles de levage, etc., ainsi que pour la production des barres durcies par écrouissage.

Les normes russes en vigueur distinguent entre quatre classes de ronds lisses et crénelés obtenus par laminage à chaud, ces classes différant par leurs propriétés mécaniques ainsi que par la valeur de leur limite élastique.

Ainsi la classe A-I englobe les ronds lisses en acier doux, la classe A-II les ronds crénelés en acier doux à limite élastique quelque peu

plus élevée et les classes A-III et A-IV les ronds crénelés en aciers durs à résistance toujours croissante.

Les ronds crénelés de la classe A-II ont des crénelures transversales rapprochées suivant une spirale triple, avec en addition deux nervures longitudinales (fig. 1.21,*a*). Les barres de cette classe sont laminées avec des diamètres allant de 10 à 90 mm. Les numéros par lesquels on désigne ces barres correspondent au diamètre d'un rond

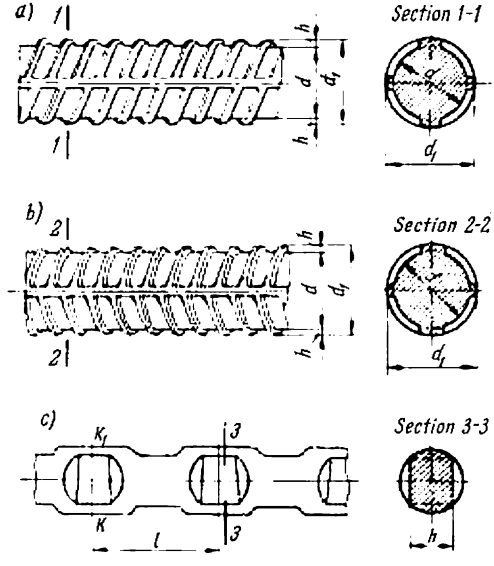


Fig. 1.21. Aciers crénelés

lisse de section équivalente. Les aciers de la classe A-II se prêtent très bien à la soudure électrique. Pour des barres de 10 à 40 mm de diamètre le minimum garanti de la limite de rupture est de 50 kg/mm² et celui de la limite d'élasticité est de 30 kg/mm².

Les crénelures des aciers de la classe A-III sont disposées en arêtes de poissons (fig. 1.21,*b*). Les aciers sont livrés soit en barres (diamètres de 6 à 40 mm), soit en rouleaux (diamètres de 6 à 9 mm). Cette classe d'acier contient de 0,6 à 0,9 % de silicium et de 1,2 à 1,6 % de manganèse pour une teneur en carbone variant de 0,20 à 0,29 %. Le minimum garanti de la contrainte de rupture pour cette classe est de 60 kg/mm² et celui de sa limite d'élasticité est de 40 kg/mm². Par conséquent, ce sont des aciers silico-manganeux faiblement alliés à propriétés mécaniques assez élevées.

Les études effectuées au TSNIPS et continuées plus tard à l'Institut du Béton et du Béton Armé (NIIJB) ont montré que l'acier

25Г2С appartenant à cette classe se soude suffisamment bien. Les armatures en acier de la classe A-III peuvent travailler aussi bien en traction qu'en compression pourvu que la résistance du béton ne soit pas inférieure à 200 kg/cm². Cet acier peut également s'employer dans les constructions précontraintes.

Les diamètres des barres en acier de la classe A-IV varient de 10 à 32 mm. L'acier 30ХГ2С caractéristique de cette classe a la composition suivante: silicium 0,6 à 0,9 %, manganèse 1,2 à 1,6 %, chrome 0,6 à 0,9 %, carbone environ 0,3 %. Le minimum garanti des contraintes de rupture de cet acier se place à 90 kg/mm², et celui de sa limite élastique à 60 kg/mm². On voit donc que c'est un acier à propriétés mécaniques assez élevées.

Cet acier s'emploie surtout dans les constructions précontraintes. Il peut s'employer également dans le béton armé ordinaire, pourvu que l'utilisation complète de sa résistance normalisée ne vienne pas en contradiction avec les exigences relatives à la rigidité des éléments et à la largeur limite des fissures dans la zone tendue.

L'acier employé comme armature dans le béton armé doit être suffisamment plastique, afin que les barres puissent être pliées à froid et également pour qu'elles puissent mieux résister aux surcharges éventuelles.

La plasticité de l'acier se caractérise par son allongement de rupture ainsi que par le résultat des tests de pliage à froid des barres autour d'un moyeu trois à cinq fois plus gros que la barre essayée. En U.R.S.S. ces allongements de rupture minimaux de toutes les classes d'armature sont normalisés et valent 25 % pour les aciers de la classe A-I, 19 % pour ceux de la classe A-II, 14 % pour les aciers de la classe A-III et 6 % pour ceux de la classe A-IV.

Les ronds crénelés écrouis par allongement doivent présenter les minimums garantis des limites élastiques valant pour les aciers de la classe A-II, tendus jusqu'à un allongement de 5,5 %, au moins 45 kg/mm² et pour les aciers de la classe A-III, tendus jusqu'à un allongement de 3,5 %, au moins 55 kg/mm². Ce relèvement de la limite élastique ne peut pas être mis à profit dans les armatures travaillant en compression, car un écrouissage, dû à une surtension d'un signe donné, devient inopérant pour les contraintes de signe opposé.

Les autres types d'acier écroui employés en U.R.S.S. comprennent les ronds crénelés à froid et des fils d'acier écrouis par tréfilage.

Les ronds laminés à froid (fig. 1.21,*c*) sont endentés des quatre côtés. Ils sont obtenus à partir des ronds lisses en acier doux de la classe A-I dont le diamètre varie de 6 à 32 mm.

Le laminage à froid à l'aide duquel ce type d'acier crénelé est obtenu provoque une déformation tridimensionnelle du métal, ce

qui entraîne une augmentation de la limite élastique du métal tant en extension qu'en compression. En outre, les endentures améliorent l'adhérence entre armature et béton et réduisent la fissuration dans les zones tendues.

Quant aux fils d'acier tréfilés, ceux-ci sont livrés de diamètres et qualités différents, y compris des fils d'acier de haute résistance.

Pendant le tréfilage les fils sont passés par des filières calibrées de diamètre inférieur, ce qui entraîne leur écrouissage. Un passage répété par des filières de diamètre toujours de plus en plus réduit conduit à une augmentation très considérable de la limite de rupture de l'acier. Pour la production des treillages soudés on emploie surtout des fils tréfilés en acier doux, dont le minimum garanti de la limite de rupture est de 55 kg/mm^2 pour les diamètres compris entre 3,0 et 5,5 mm et de 45 kg/mm^2 pour des diamètres de 6 à 10 mm.

Les fils lisses et crénelés à haute résistance et à haute adhérence sont fabriqués en diamètres de 2,5 à 10 mm et s'emploient uniquement dans les constructions précontraintes. On trouvera une description détaillée de ce type d'armature au chapitre 11. Les barres trempées de diamètre atteignant 40 mm ont une limite de rupture allant de 60 à 150 kg/mm^2 suivant les classes At-III, At-IV, At-V, At-VI et At-VII.

1.2.4. Armatures soudées

Actuellement le ferraillage des éléments en béton armé consiste, pour la plupart, de treillis ou carcasses plates soudés, réunis en assemblages tridimensionnels avant leur introduction dans les moules.

Les barres qui forment ces treillis ou carcasses se croisent généralement à angle droit, étant réunies à ces endroits par soudure électrique exécutée à l'aide de machines de soudage électrique. De cette façon on arrive à mécaniser grandement la fabrication des armatures, à simplifier leur transport et manutention, ce qui contribue en fin de compte à une réduction du prix de revient des ouvrages en béton armé.

Des études expérimentales appropriées ont montré que la soudure électrique par points peut s'appliquer aux ronds lisses et crénelés laminés à chaud des classes A-II et A-III sans restriction quant à leur diamètre, tandis que pour les aciers travaillés à froid, ce procédé ne devient possible que si l'une des deux barres à souder a un diamètre ne dépassant pas 10 mm. S'il en est autrement on risque de perdre l'effet d'écrouissage. Il est à noter que les barres doivent se toucher par leurs endroits non écrouis.

Les treillis soudés sont fabriqués en fils d'acier tréfilés de 3 à 5,5 mm de diamètre, ou en acier crénelé laminé de la classe A-III

de 6 à 10 mm de diamètre. Ils sont livrés en rouleaux de 100 à 500 kg (fig. 1.22) ou sous forme de treillis plats rigides.

Les treillis livrés en rouleaux peuvent être obtenus en trois types différents (fig. 1.23) soit avec barres principales longitudinales (jusqu'à 5,5 mm de diamètre), soit avec barres principales transversales, soit avec le même diamètre des barres dans les deux directions.

Les treillis plats sont de deux types (fig. 1.23,*a* et *c*) : avec barres principales longitudinales ou avec le même diamètre de barres dans les deux directions. Les rouleaux et treillis plats ont une largeur

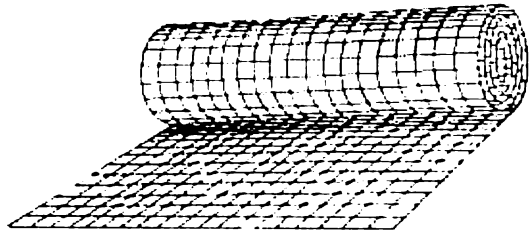


Fig. 1.22. Treillis soudé en rouleau

entre axes des barres extérieures B égale à 1 400, 1 500, 1 900, 2 300 et 2 650 mm. Des treillis de largeur plus faible peuvent s'obtenir en coupant les treillis de largeur standard.

En règle générale, les treillis doivent être soudés aux points d'intersection des barres.

Par conséquent la largeur des treillis fabriqués sur place à l'aide des machines monopoint, possédant un bras de 50 cm de portée, ne doit pas excéder un mètre.

La soudure à l'arc ne peut être tolérée qu'en l'absence de machines à souder par contact et uniquement pour des treillis en acier laminé à chaud de diamètre supérieur à 8 mm.

Les carcasses soudées sont presque toujours commandées, spécifiées et fabriquées de construction plane. Elles consistent des barres longitudinales principales et secondaires ainsi que des barres transversales formant étriers généralement disposés à angle droit (fig. 1.24). Les barres longitudinales peuvent être situées d'un seul (fig. 1.24,*c* et *d*) ou de deux côtés des étriers (fig. 1.24,*a*, *b* et *e*). Les premières sont plus faciles à fabriquer et assurent une meilleure adhérence de l'acier avec le béton. Quand les barres sont situées d'un seul côté des étriers, elles peuvent se superposer sans intervalle (fig. 1.24,*h*) et être reliées entre elles par des points de soudure. Il n'est pas recommandé d'introduire des barres relevées dans les carcasses soudées par point.

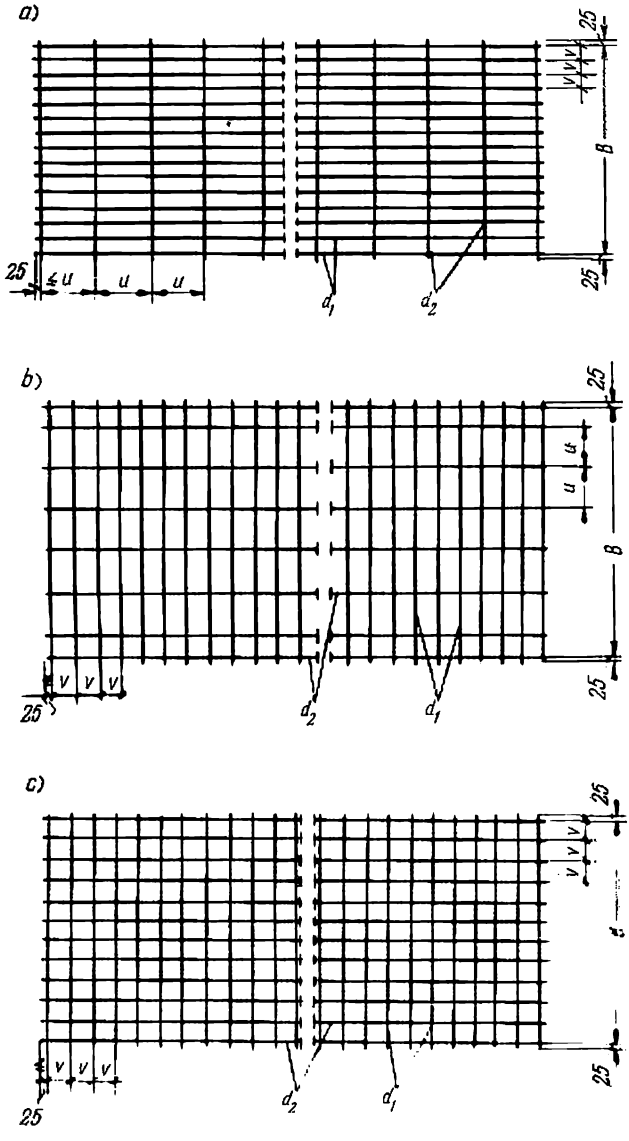


Fig. 1.23. Types de treillis soudés

La distance entre les barres transversales est généralement maintenue constante sur toute la longueur de la carcasse afin d'éviter les réajustages des machines de soudage.

L'on soude parfois deux carcasses à l'arc pour consolider l'armature et diminuer la largeur des poutres en béton armé (fig. 1.24,*f*

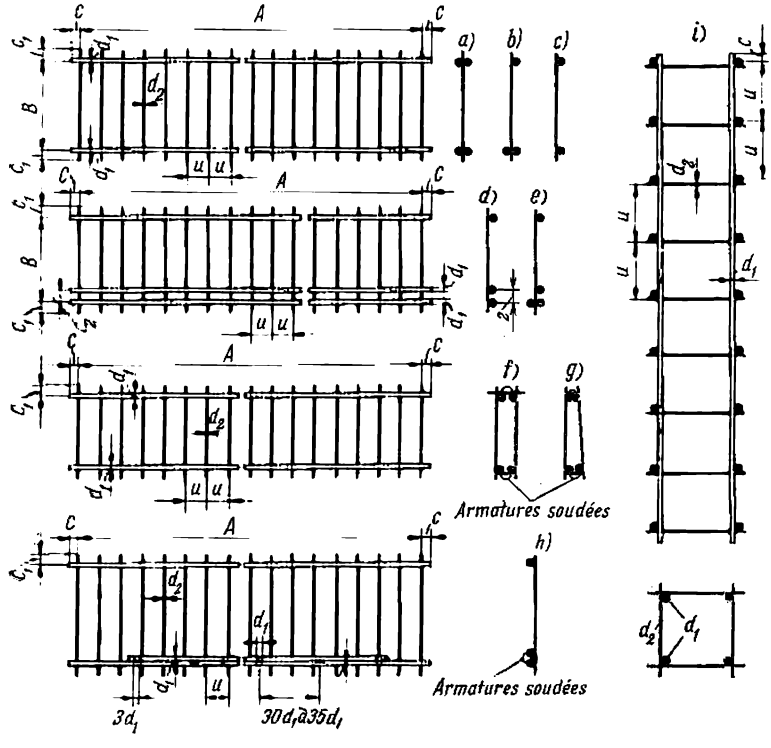


Fig. 1.24. Types de carcasses soudées

et *g*). Il ne faut pas oublier cependant que cela entraîne certaines difficultés lors du bétonnage, car l'écartement des barres longitudinales devient très réduit.

Si l'on dispose d'installations spéciales appropriées on peut mécaniser complètement la production des carcasses tridimensionnelles, en particulier des carcasses destinées aux piliers (fig. 1.24,*i*).

Les diamètres des barres longitudinales et transversales, leur écartement doivent toujours être choisis compte tenu des exigences découlant de la technologie de soudage.

1.2.5. Ancrage, joints et pliage des armatures

En vue d'éviter le glissement des barres lisses dans le béton, celles-ci sont toujours pourvues de crochets à leurs extrémités. Dans le béton lourd ordinaire le rayon de courbure de ces crochets doit être pris égal au moins à $1{,}25d$, où d est le diamètre de la barre (fig. 1.25,*a*).

Dans les bétons légers, les barres lisses de diamètre n'excédant pas 8 mm doivent être pourvues de crochets de même dimension, tandis que pour des diamètres de 8 à 20 mm le rayon de courbure des crochets doit être augmenté à $2{,}5d$ (fig. 1.25,*b*). En outre, pour

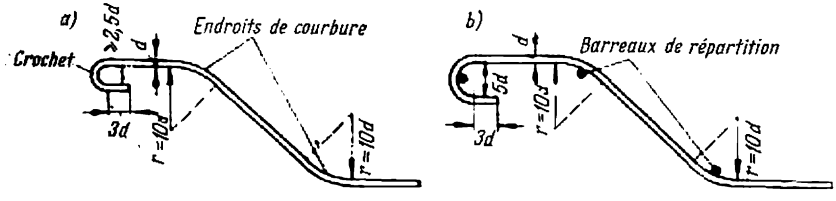


Fig. 1.25. Crochets et courbures des barres formant armature

les barres de plus de 12 mm de diamètre on dispose sous les crochets des barreaux de répartition de même diamètre et à partir de 16 mm ces barreaux doivent être soudés aux barres principales.

Les barres crénelées ne requièrent pas de crochets, ni les barres lisses employées dans les armatures (carcasses) soudées pourvues de barres transversales, les intersections soudées servant d'ancrage.

Dans le béton précontraint les armatures sont munies de dispositifs d'ancrage spéciaux, qui seront décrits au chapitre 11.

Le *rayon de courbure* des barres ne doit jamais descendre en dessous de 10 diamètres, afin que la répartition des pressions sur le béton soit suffisamment uniforme. Dans les bétons légers on introduit des barreaux de répartition aux endroits de courbure des barres dont le diamètre excède 12 mm.

Les *joints des aciers* employés comme armature sont généralement soudés. Les joints à simple recouvrement ne s'emploient plus qu'exceptionnellement, on les utilise dans les éléments armés de treillis soudés. De tels joints s'emploient pour les carcasses soudées et peuvent s'employer même avec des barres lisses, quand la soudure devient particulièrement difficile pourvu que le diamètre des barres ne dépasse pas 40 mm. Toutefois pour les gros diamètres, les joints à simple recouvrement ne sont pas recommandés et à partir de 40 mm ils sont intolérables.

Les *joints des treillis soudés* se font à simple recouvrement dans la direction des barres principales (fig. 1.26). Il faut que le recouvrement contienne au moins deux barres transversales de chaque treillis. Pour les treillis fabriqués avec des ronds lisses, le diamètre minimal de ces barres transversales (barres d'ancrage) est indiqué au tableau 1.1. La longueur du recouvrement l_r des treillis en fils d'acier tréfilés de la classe A-I ou en ronds crénelés de la classe A-III ne doit jamais tomber en dessous de 200 mm quelle que soit la quantité du béton employé. Pour des bétons de 200 kg/cm² de résistance

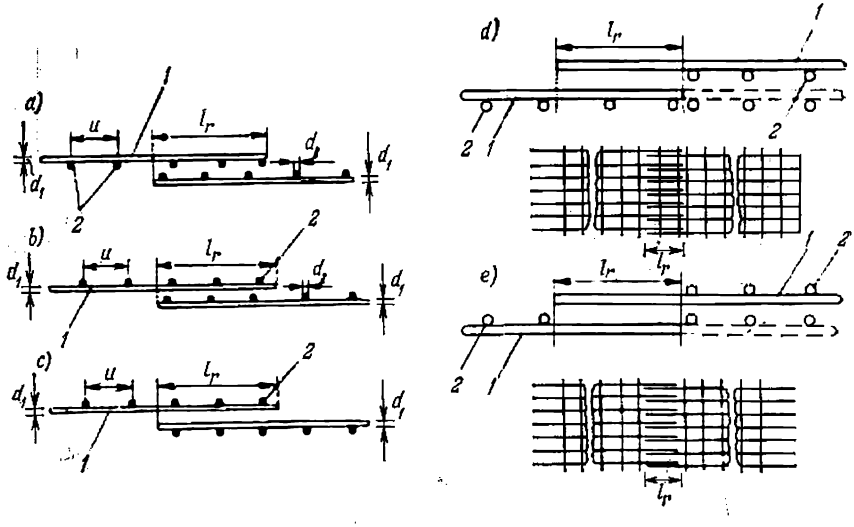


Fig. 1.26. Joints des treillis et carcasses soudés en direction des barres principales

1 — barres principales ; *2* — barres secondaires

cette longueur doit être augmentée à 35 d_1 et pour les bétons de 150 kg/cm² de résistance à 40 d_1, d_1 étant le diamètre des barres principales.

Pour les treillis soudés en barres crénelées on peut également employer des joints de recouvrement du type indiqué fig. 1.26,*d* et *e*, pourvu que les barres principales se trouvent dans un seul et même plan. Dans ce cas l'un des treillis ou même les deux peuvent être dépourvus de barres transversales sur la longueur du recouvrement l_r, mais cette dernière doit être augmentée alors de 5 d_1.

Dans la direction des barres secondaires la largeur du recouvrement est prise égale à 50 mm pour les diamètres de ces barres n'excédant pas 4 mm et à 100 mm pour des barres secondaires plus fortes (fig. 1.27,*a*). La largeur du recouvrement est mesurée entre axes des

Tableau 1.1

Diamètres minimaux des barres transversales des treillis soudés aux joints à recouvrement

Diamètre d_1 des barres longitudinales, mm	3 à 4	5 à 7	8 à 9	10	12	14	16	18	20	22	25	28	32	36	40
Diamètre d_2 des barres transversales, mm, aux joints réalisés suivant fig. 1.28,*a*	3	3,5	4	4,5	5	6	8	8	10	10	12	14	18	20	22
Idem, suivant fig. 1.28,*b*	3	3,5	4	4,5	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	25

barres principales. Quand le diamètre des barres principales atteint 16 mm ou les dépasse il est recommandé de recouvrir le joint des treillis dans la direction des barres transversales à l'aide de bandes de

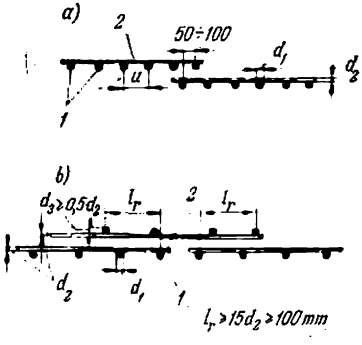


Fig. 1.27. Joints des treillis et carcasses soudés en direction des barres secondaires

1 — barres principales; *2* — barres secondaires

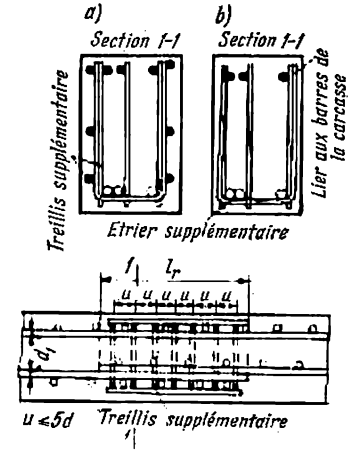


Fig. 1.28

treillis supplémentaires avec un recouvrement d'au moins 15 d_2 ou 100 mm de part et d'autre du joint (fig. 1.27,*b*).

Dans le cas des armatures soudées en carcasse et pourvu que les barres principales soient situées d'un seul côté par rapport aux bar-

res secondaires, on peut également employer des joints à recouvrement, exécutés comme pour les treillis soudés avec addition toutefois d'étriers supplémentaires, espacés de $u \leqslant 5\ d_1$, ou de treillis soudés et pliés en U comme indiqué fig. 1.28.

Si les barres principales sont disposées des deux cotés des barres secondaires, les joints à simple recouvrement ne sont plus admis.

Le nombre de joints par simple recouvrement dans une même section ne peut excéder 25 % de la section des barres lisses ou 50 % de la section des barres à haute adhérence, exception faite pour les treillis soudés.

La soudure des barres peut s'effectuer soit bout à bout en soudant par résistance, ou encore à l'arc. La soudure des fils d'acier écrouis de haute résistance (employés dans les constructions précontraintes) n'est pas tolérée.

Les divers types de joints soudés sont présentés au tableau 1.2. Le joint bout à bout *soudé par résistance* (type 1) ne s'emploie qu'avec des barres dont le diamètre est supérieur à 10 mm. Pour les aciers travaillés à froid, la soudure par résistance entraîne un affaiblissement local dû au recuit. On peut ne pas en tenir compte quand le nombre de joints dans une même section transversale de l'élément ne dépasse pas 25 % de la section totale des barres.

Le soudage électrique en bout peut s'appliquer aux barres de diamètres différents pourvu que leur rapport ne dépasse pas 1,5.

Les *joints des barres soudées à l'arc* peuvent s'effectuer avec chevauchement ou sur éclisses. La soudure à l'arc s'applique aux barres laminées à chaud non écrouies, lisses ou crénelées, de diamètre supérieur à 8 mm. La jonction des barres s'effectue en soudant par fusion, on emploie le soudage par cordon continu, à l'arc par points, en bain de fusion et sous laitier.

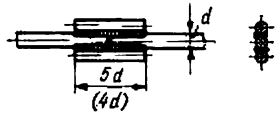
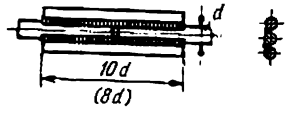
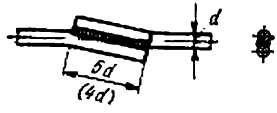
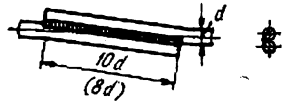
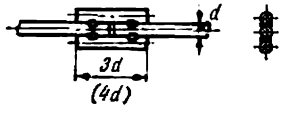
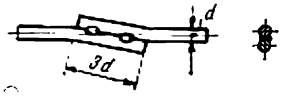
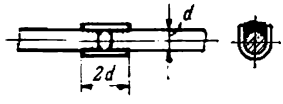
Dans les joints soudés avec recouvrement des barres (types 4, 5 et 7) il faut veiller à la coaxiabilité des barres, car autrement le joint aura tendance à s'ouvrir. La longueur des joints avec barres auxiliaires (types 2 et 3) peut être réduite en remplaçant le cordon ontinu par points de soudure (type 6).

Pour les barres de diamètre n'excédant pas 32 mm il est recommandé, en l'absence d'appareils de soudure par résistance, d'employer des joints sur éclisses soudés à l'arc (type 8) ou en bain de fusion à l'électrode unique (type 9). Pour les barres de 36 à 80 mm de diamètre, il est recommandé d'employer les joints soudés en bain de fusion ou sous laitier avec emploi de plaques en cuivre (type 12) ou bien encore soudés sur éclisses en bain de fusion (types 10 et 11).

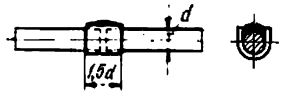
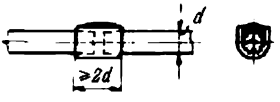
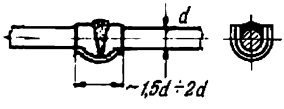
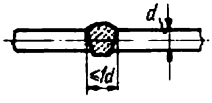
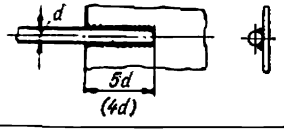
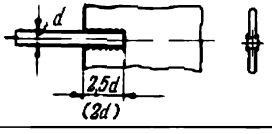
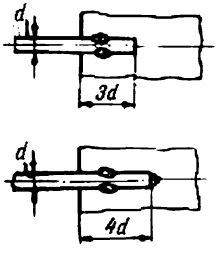
Les recherches ont montré qu'on peut employer moyennant certaines précautions la soudure à l'arc avec des barres crénelées à

Tableau 1.2

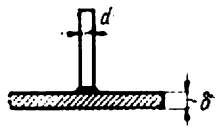
Types de joints soudés

Type de joint	Dénomination du joint	Schéma du joint	Classe d'acier
1	Soudure bout à bout par résistance		A-I, A-II, A-III, A-IV
2	Soudure à l'arc sur éclisses, avec quatre cordons latéraux		A-I, A-II, A-III
3	*Idem*, avec deux cordons latéraux		A-I, A-II, A-III, A-IV
4	Soudure à l'arc avec recouvrement, avec deux cordons latéraux		A-I
5	*Idem*, avec un seul cordon latéral		A-I, A-II, A-III
6	Soudure à l'arc par points sur éclisses		*Idem*
7	Soudure à l'arc par points avec recouvrement		A-I
8	Soudure à l'arc par cordons multiples sur éclisse en forme de *U*		A-I, A-II, A-III

Suite

Type de joint	Dénomination du joint	Schéma du joint	Classe d'acier
9	Soudure en bain de fusion à l'électrode unique sur éclisse en forme de *U*		*Idem*
10	Soudure en bain de fusion avec formation d'un cordon continu sur éclisse en forme de *U*		*Idem*
11	Soudure en bain de fusion aux électrodes multiples sur éclisse en forme de *U*		A-I, A-II
12	Soudure en bain de fusion ou sous laitier sur plaque en cuivre		A-I, A-II A-III
13	Soudure à l'arc des barres aux tôles, avec deux cordons latéraux		*Idem*
14	*Idem*, avec quatre cordons latéraux		*Idem*
15	Soudure à l'arc par points des barres aux tôles, à recouvrement		*Idem*

Suite

Type de joint	Dénomination du joint	Schéma du joint	Classe d'acier
16	Soudure sous laitier des barres aux tôles en T		*Idem*

froid (fig. 1.29). On arrive à réduire les pertes de résistance par recuit, en déplaçant les barres auxiliaires, l'une par rapport à l'autre et en ne soudant le métal d'apport que d'un seul côté.

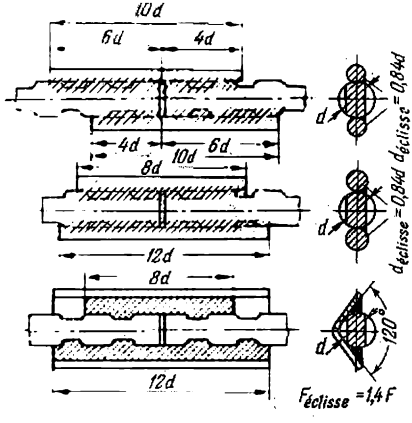


Fig. 1.29

Les joints entre barres rondes et aciers profilés ou tôles s'effectuent par soudure à l'arc avec cordon double ou quadruple (types 13 et 14). Afin de diminuer le gauchissement des tôles on réduit la longueur du cordon par dépôt localisé du métal d'apport (type 15, soudure à l'arc par points).

Les barres d'ancrage de 6 à 28 mm de diamètre sont soudées aux tôles en T sous couche protectrice (type 16).

Dans tous les joints à chevauchement de barres la longueur des cordons doit être égale à la longueur du recouvrement, sa largeur $b = 0{,}7d$, mais non inférieure à 10 mm, et son épaisseur $h = 0{,}25d$, mais non inférieure à 4 mm.

1.3. LE BÉTON ARMÉ

1.3.1. Types du béton armé

Le travail conjoint de la combinaison béton-acier qui constitue le béton armé est assuré par l'adhérence existant entre les deux, ainsi que par divers dispositifs d'ancrage reliant les armatures au béton.

On distingue le béton à armature souple ordinaire et à armature portante.

Le béton armé à armature souple occupe une place prépondérante dans la construction des bâtiments et ouvrages divers. A l'heure actuelle on emploie surtout les armatures et treillis soudés permettant ainsi de mécaniser dans une large mesure les travaux de ferraillage.

L'emploi des ferraillages porteurs est limité à un nombre réduit de constructions coulées sur place. Un tel ferraillage est constitué par des profilés ou par des carcasses tridimensionnelles soudées,

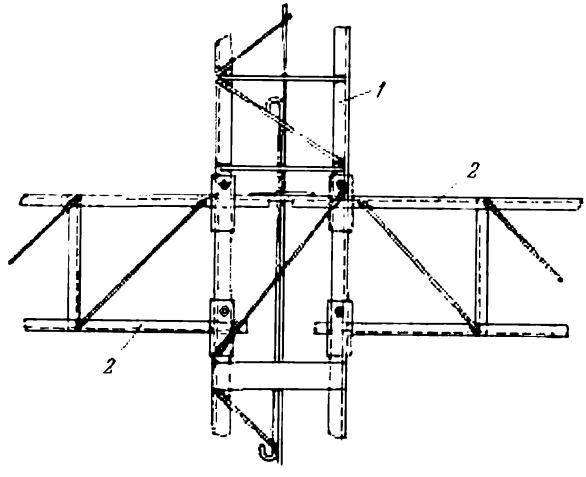


Fig. 1.30. Carcasses en profilés porteurs
1 — carcasse d'un poteau ; *2* — carcasse d'une poutre

assemblées de ronds et de cornières (fig. 1.30). L'emploi des ferraillages porteurs permet de se dispenser des échafaudages, car l'armature est calculée à reprendre le poids des coffrages et du béton frais. Il en résulte une économie des matériaux et de la main-d'œuvre, ainsi qu'une réduction dans la durée des travaux.

Ce type d'armature convient particulièrement bien pour la construction des ossatures des bâtiments à étages multiples (gratte-ciel), ainsi que des planchers disposés à une grande hauteur.

D'un autre point de vue on distingue le béton armé lourd, à densité apparente au-dessus de 1800 kg/m^3 et le béton armé léger.

C'est le béton armé ordinaire qui est surtout employé dans les éléments préfabriqués aussi bien que dans les ouvrages coulés sur place.

On fait recours aux bétons armés légers surtout afin de réduire le poids propre des constructions. Ces bétons sont d'une grande utilité dans la préfabrication et servent pour la production des pan-

neaux des murs, cloisons, planchers et couvertures. On les emploie également dans les éléments porteurs, tels que les arcs, les voiles minces, etc. Les propriétés acoustiques et isolantes des bétons armés légers ainsi que leur poids réduit sont très appréciés dans la préfabrication.

Le poids d'un mètre cube du béton armé est la somme du poids au mètre cube du béton (lui-même fonction de la nature des granulats et du compactage) et du poids des armatures. Quand le pourcentage spécifique des armatures dépasse 3 %, le poids au mètre cube du béton armé doit se déterminer par le calcul.

Le tableau 1.3 donne les densités apparentes des divers types des bétons et bétons armés à introduire dans les calculs.

Tableau 1.3

Densités apparentes du béton et du béton armé

Type de béton	Poids au m³	
	Béton	Béton armé
Ordinaire, avec graviers ou concassés en roches naturelles, non vibré	2300	2400
Même composition, mais compacté par vibration ou centrifugation	2400	2500
Ordinaire, avec granulats en briques concassées, non vibré	1800	1900
Même composition, mais compacté par vibration	2000	2100
Bétons légers	A déterminer expérimentalement	

Un type particulier du béton armé — le *ciment armé* — se distingue par une très forte teneur en armature de faible diamètre (0,5 à 2 mm) et ne contient que sable et ciment (sans cailloux).

Les éléments préfabriqués en ciment armé — tels les voiles minces, tôles en voûtes ondulées, réservoirs, tuyaux — ont une épaisseur très réduite (de 15 à 30 mm), un poids propre très faible et sont très économiques au point de vue consommation en ciment et en acier.

Comme armatures pour le ciment armé on emploie des treillis tissés à mailles serrées (10 mm au maximum) distribués uniformément sur toute l'épaisseur de l'élément. Il peut y avoir 5 ou 10 nappes et même plus. Les distances entre les nappes consécutives ne dépassent pas 2 ou 3 mm de sorte que chaque nappe n'est enrobée que d'une couche de mortier très mince.

Grâce à une surface très développée des fils d'acier constituant l'armature, leur adhérence totale au béton devient très considérable, ce qui entraîne une forte augmentation de sa résistance à la traction (les treillis à mailles serrées réduisent l'influence de l'hétérogénéité du béton sur sa résistance à la traction). L'expérience montre que les allongements de rupture du ciment armé sont environ 5 fois plus grands que ceux du béton ordinaire, et la largeur de fissures 10 à 15 fois plus faible. En outre le ciment armé est particulièrement élastique.

Les expériences de l'éminent constructeur italien Paul Nervi, ainsi que des études faites en U.R.S.S., montrent que le ciment armé n'acquiert les propriétés mentionnées que si les nappes sont distribuées uniformément à faibles intervalles sur toute l'épaisseur de la section et la consommation en acier n'est pas inférieure à 300-500 kg/m^3.

Notons que la faible épaisseur des éléments en ciment armé et le diamètre très réduit de leurs armatures, combinés avec une couche d'enrobage n'excédant pas 2 à 3 mm, requièrent des études supplémentaires approfondies relatives à la corrosion des aciers et à leur durabilité et à la réfractairité au feu des constructions.

Les contraintes existant dans les éléments en béton armé sont dues tant à l'action des sollicitations extérieures qu'à la redistribution des tensions internes provoquée par la présence des aciers qui constituent des liaisons internes et s'opposent aux déformations du béton dues au retrait et au fluage.

Les propriétés physiques et mécaniques du béton armé sont conditionnées par celles du béton et de l'acier, mais ne coïncident pas toujours avec celles-ci. Ainsi, l'apparition de fissures dans la zone tendue d'un élément non armé entraîne immédiatement sa rupture, tandis que les mêmes fissures dans la zone tendue d'une poutre en béton armé sont pratiquement inoffensives. De même, une tige en acier comprimée jusqu'à la limite d'élasticité du métal perd son pouvoir portant, tandis que dans un poteau en béton armé des contraintes atteignant la limite d'élasticité peuvent apparaître par suite du fluage du béton comprimé sans préjudicier le travail normal de l'élément. Ces deux exemples suffisent pour démontrer que les propriétés physiques et mécaniques du béton armé doivent faire l'objet d'une étude spéciale. Ces propriétés caractéristiques de son travail en charge, c'est-à-dire sa résistance à la compression, à la traction, à la flexion et ainsi de suite, seront décrites en détail dans les chapitres suivants.

Une particularité très importante du béton armé est constituée par l'apparition déjà mentionnée des fissures dans la zone tendue et cela sous des charges même inférieures à celles de service (exception faite des éléments à pourcentage d'armature très faible).

En général, les charges provoquant la fissuration N_f sont considérablement inférieures aux charges de rupture N_{rupt}, c'est-à-dire $N_f < N_{rupt}$.

L'intervalle qui sépare N_f de N_{rupt} est fonction des propriétés mécaniques du béton et de l'acier, de la géométrie de la section, ainsi que des contraintes initiales (tensions internes) existant dans l'élément.

On peut élever considérablement la résistance du béton armé à la fissuration, en créant en même temps des conditions favorables à l'emploi des aciers à haute résistance, ce qui mène à des économies non négligeables, en provoquant artificiellement des tensions internes dans l'élément. D'ordinaire, les efforts de traction engendrés dans les armatures sont équilibrés par les efforts de compression dans le béton.

Dans ce cas le béton armé devient du *béton précontraint*. Dans la majorité des cas les constructions en béton précontraint travaillent sans fissures dans la zone tendue. Ceci constitue la différence principale entre béton armé et béton précontraint d'où découlent les différences essentielles dans leurs calcul et exécution.

1.3.2. Adhérence entre béton et acier

Le glissement des armatures dans le béton est freiné par l'adhérence qui existe entre eux. Divers chercheurs ont essayé de déterminer la limite d'adhérence en arrachant des barres d'acier noyées dans le béton soit par traction, soit par compression. Le même phénomène a été étudié par des essais d'éléments armés à la flexion.

Les expériences ont montré que l'adhérence entre acier et béton peut varier très considérablement et est conditionnée essentiellement par trois facteurs: l'adhésion due aux propriétés collantes de la pâte de ciment, les forces de frottement dues au serrage des aciers dans le béton par suite de son retrait et la résistance du béton aux efforts de cisaillement qui doivent leur existence aux aspérités et autres irrégularités de la surface des aciers autour desquels le béton vient se mouler.

Le premier de ces trois facteurs n'a qu'une importance très réduite ne comptant que 25 % de l'adhérence totale.

Dans les expériences comme dans les calculs on ne sépare pas d'ordinaire ces trois facteurs les uns des autres, en se bornant à la détermination de la force d'adhérence globale rapportée à 1 cm^2 de surface de la barre, appelée contrainte d'adhérence limite ou limite d'adhérence tout court que nous désignerons par τ_{adh}.

Cette limite d'adhérence croît avec la quantité du ciment employé, le dosage en ciment du béton ainsi qu'avec la diminution du rapport E/C. L'âge du béton tend aussi à augmenter l'adhérence qui

est partiellement due à la résistance de la pâte de ciment toujours croissante et partiellement au retrait du béton. Pour les barres lisses noyées dans le béton ordinaire on adopte généralement pour τ_{adh} des valeurs variant de 25 à 40 kg/cm², ce qui est assez proche de la résistance du béton au cisaillement.

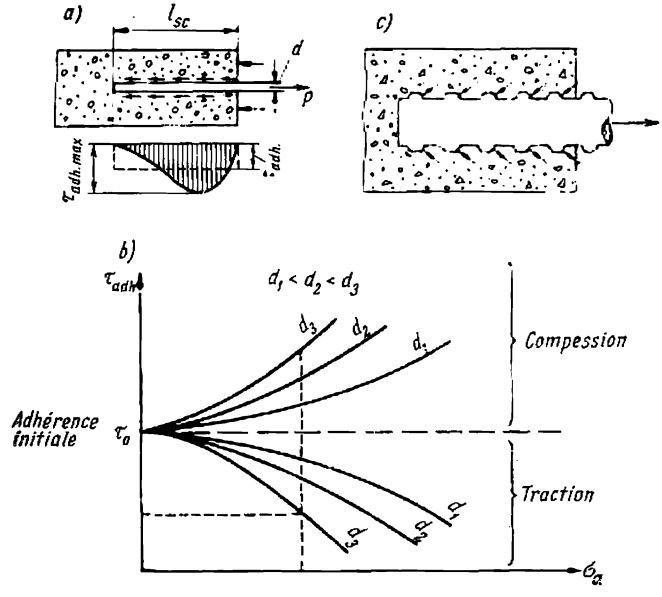


Fig. 1.31. Adhérence entre béton et acier

La répartition des contraintes d'adhérence sur la longueur de la barre noyée dans le béton n'est pas uniforme et le maximum atteint $\tau_{adh.\,max}$ ne dépend pas de la longueur du scellement l_{sc} (fig. 1.31,*a*).

Avec l'augmentation de cette longueur la valeur de l'adhérence moyenne, introduite dans les calculs $\tau_{adh} = \frac{N}{u l_{sc}}$ (u étant le périmètre de la barre), décroît, mais quand la longueur du scellement atteint 15 à 20 d, son augmentation ultérieure devient inopérante.

La résistance au glissement des aciers tendus est moindre que celle des barres comprimées, ce qui est facilement expliqué par les déformations transversales de la barre elle-même.

Un accroissement du diamètre de la barre et une augmentation de sa contrainte entraînent une diminution de l'adhérence des barres tendues et une augmentation de l'adhérence des barres comprimées (fig. 1.31,*b*).

Les barres crénelées ou à surface très rugueuse offrent une résistance au glissement plus élevée et plus sûre, car toutes les aspérités s'accrochent au béton et s'y coincent (fig. 1.31,*c*). Pour cette raison elles sont souvent appelées barres ou aciers à haute adhérence (barres HA). Par exemple les barres crénelées ont une adhérence limite 2 ou 3 fois plus grande que les ronds lisses bruts de laminage.

Un ancrage très sûr des aciers dans le béton est obtenu par des dispositifs d'ordre constructif — tels les crochets aux extrémités des barres lisses, l'emploi des treillis et armatures soudées, ainsi que l'introduction des dispositifs d'ancrage spéciaux.

1.3.3. Influence exercée par les aciers sur le retrait et le fluage du béton armé

Des expériences effectuées avec des éprouvettes en béton et en béton armé conservées à l'air et dans l'eau à des températures de 15 à 22° ont montré que leur retrait était environ deux fois moindre que

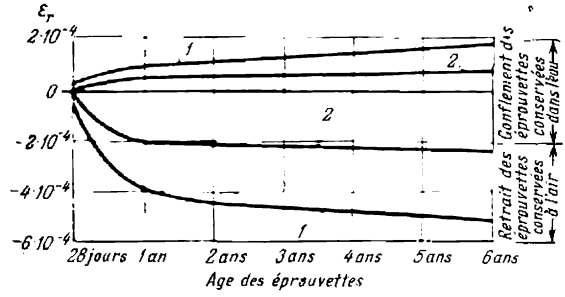


Fig. 1.32. Retrait et gonflement
1 — du béton ; *2* — du béton armé

celui des éprouvettes témoins non armées (fig. 1.32). Ces déformations se manifestent surtout pendant la première année, celles du retrait étant beaucoup plus importantes que celles du gonflement.

Vu l'adhérence qui existe entre armatures et béton, les premières jouent le rôle de liaisons internes, s'opposant au retrait libre du dernier. Ceci provoque des tensions internes, le béton devenant tendu et l'acier comprimé.

Dans ce cas les contraintes de traction dans le béton sont fonction de l'importance du retrait libre $\varepsilon_{r.b}$, de la répartition des aciers et de la qualité du béton.

Une forte armature peut faire croître ces tensions jusqu'à l'apparition des fissures de retrait. Une répartition d'aciers de sections

différentes intensifie les tensions internes dues au retrait, leurs actions étant comparables à l'effet d'une flexion combinée à un effort normal, provoquant des contraintes de traction dans le béton du côté des aciers.

Ces contraintes de traction s'ajouteront à celles engendrées dans la zone tendue sous l'effet des charges appliquées et contribueront ainsi à la formation précoce des fissures. Notons quand même que dès leur apparition, les fissures réduisent considérablement les tensions de retrait dont l'influence disparaît complètement au moment de la rupture, et que, par conséquent, la force portante limite n'en est guère affectée, tout au moins en ce qui concerne les éléments isostatiques.

Dans les constructions en béton armé hyperstatiques (arcs, portiques, etc.) les liaisons surabondantes s'opposent au retrait, provoquant des tensions internes supplémentaires. L'intensité de ces tensions peut se calculer par les méthodes développées dans la Mécanique appliquée aux constructions, en remplaçant les déformations dues au retrait par les variations thermiques équivalentes. On admet généralement que le raccourcissement unitaire dû au retrait des bétons lourds $\varepsilon_{r.a}$ est égal à 0,00015, ce qui est équivalent à un abaissement de température de 15 °C, le coefficient de dilatation thermique du béton α étant pris égal à 0,00001. Pour les bétons légers on prend $\varepsilon_{r.a} = 0{,}0002$.

Dans les ouvrages de grande étendue on doit prévoir des joints de retrait, qu'on fait coïncider généralement avec les joints de dilatation diminuant fortement l'effet de retrait.

Le fluage des éléments armés découle des propriétés plastiques du béton seul. Tout comme dans le cas de retrait, les aciers jouent le rôle des liaisons internes qui s'opposent au fluage libre du béton.

A la longue il en résulte une redistribution des efforts (voir chapitre suivant). Cette redistribution s'opère pendant une période prolongée (plusieurs années), rapidement d'abord (quelques premiers mois) et en s'atténuant ensuite de plus en plus. Ainsi, dans les poteaux en béton armé les contraintes de compression du béton dues au fluage diminuent graduellement, tandis que celles des armatures longitudinales vont en augmentant. Ce phénomène est favorable au travail des poteaux, car il en augmente la portance. Par contre, pour les éléments fléchis (poutres, dalles, etc.) le fluage est défavorable, car il n'en résulte qu'une augmentation de leurs flèches.

Très souvent le fluage et le retrait agissent simultanément de sorte que c'est leur action combinée qui doit être prise en considération. Dans les colonnes et poteaux en béton armé ils agissent dans le même sens, les contraintes de compression diminuant dans le béton et augmentant dans l'armature. Dans les poutres en béton armé leurs actions sont contraires, le retrait augmente les contrain-

tes dans la zone comprimée et diminue celles des barres tendues, tandis que le fluage fait décroître les contraintes dans le béton comprimé et les augmenter dans les aciers tendus.

1.3.4. Influence des températures élevées

Les efforts supplémentaires provoqués dans les éléments en béton armé par une augmentation de température n'excédant pas 100 °C sont relativement faibles et n'entraînent aucun abaissement du pouvoir portant des constructions.

Par contre, à des températures plus élevées la résistance du béton armé peut diminuer. Ainsi, il a été établi que sous l'effet des températures de l'ordre de 200 à 250 °C la chute de résistance est déjà appréciable et à des températures de 500 à 600 °C le béton se désagrège complètement.

Les causes principales de destruction du béton sous l'effet des hautes températures résident d'abord dans les dilatations thermiques différentes de la pâte de ciment et des granulats qui engendrent des tensions internes aboutissant à la fissuration et, deuxièmement, dans la déshydratation des produits formant la pâte de ciment durcie, avec libération de la chaux qui après refroidissement absorbe l'humidité de l'air, se gonfle et détruit le béton en se gâchant.

Lors de l'étude des constructions en béton armé, on doit distinguer entre actions des températures élevées accidentelles et de courte durée (incendies) et actions prolongées (parois des cheminées et conduits de gaz chauds, fondations des hauts fourneaux et ainsi de suite).

1.3.5. Corrosion du béton armé et mesures de protection

La nature de la corrosion tant du béton que des aciers dépend du milieu agressif, de la composition du béton et de sa perméabilité (densité).

L'eau filtrant à travers un béton suffisamment perméable dissout l'une des composantes de la pâte de ciment durcie — la chaux hydratée — et la dépose en surface sous forme de flocons blancs qui constituent l'un des symptômes d'une corrosion en progrès. Les eaux très douces, contenant peu de sels de calcium, sont les plus nocives.

Une autre forme de corrosion se produit sous l'effet des eaux et gaz acides, la majorité des acides s'attaquent à la chaux libre et détruisent ainsi le béton.

Un autre mode de destruction du béton consiste dans le dépôt des cristaux provenant des réactions entre les composantes du ciment et le milieu agressif, dans les pores et les capillaires. Ces cristaux en grandissant font éclater les parois des pores et amènent ainsi une désagrégation assez rapide du béton. Ce phénomène se produit par exemple sous l'action des sulfates.

La corrosion (rouille) des armatures se produit généralement simultanément avec celle du béton. Dans le cas des bétons peu compacts ou lors d'une ouverture excessive des fissures, la corrosion des armatures peut se produire sans que le béton soit détruit. D'autre part, dans les éléments humectés périodiquement il se produit des réactions électrochimiques créant des paires galvaniques, qui entraînent également la corrosion des armatures. Les produits de cette corrosion, qui occupent un volume beaucoup plus important que le volume de l'acier de départ, créent de très fortes pressions lesquelles font éclater le béton d'enrobage.

Les mesures de protection peuvent consister soit dans la neutralisation des agents agressifs, soit dans l'emploi des bétons étanches fabriqués avec des ciments spéciaux résistant aux sulfates (ciments fondus, ciments sursulfatés), soit dans l'application d'une protection superficielle formée d'enduits résistant aux acides, de revêtements en carreaux céramiques ou d'isolants spéciaux collés, etc.

1.3.6. Épaisseur de la couche d'enrobage

Les aciers formant l'armature du béton armé doivent être protégés par une épaisseur suffisante du béton tant contre la corrosion que contre un échauffement trop rapide en cas d'incendie. Cette couche, dite couche d'enrobage, est également indispensable pour une bonne adhérence entre aciers et béton.

L'épaisseur minimale de la couche d'enrobage exigée par les normes russes est de :

10 mm au minimum pour dalles, murs en béton ordinaire d'une épaisseur de 100 mm ; pour les bétons légers l'épaisseur minimale de la couche d'enrobage est portée à 15 mm ;

15 mm au minimum pour dalles et murs de plus de 100 mm d'épaisseur, ainsi que pour poutres et nervures dont la hauteur est inférieure à 250 mm ;

20 mm au minimum pour poutres et nervures de 250 mm de hauteur et plus, ainsi que pour les poteaux et colonnes, pourvu que le diamètre des barres ne dépasse pas 20 mm. Cette épaisseur doit être augmentée à 25 mm au minimum pour des barres de 20 à 32 mm de diamètre. Pour les diamètres supérieurs à 32 mm il est recommande de prévoir une couche d'enrobage de 30 mm au minimum et dans lé

cas des armatures en profilés de porter son épaisseur à 50 mm au minimum ;

35 mm au minimum pour les éléments des fondations préfabriquées, ainsi que pour les armatures des fondations monolithes, érigées sur couche de profilage en béton maigre. En l'absence d'une telle couche, l'épaisseur de l'enrobage ne doit pas être inférieure à 70 mm.

En présence des milieux agressifs (fumées, vapeurs acides, humidité relative excédant 60 %, etc.) les épaisseurs mentionnées doivent être majorées de 5 à 10 mm.

CHAPITRE 2 ÉTUDES EXPÉRIMENTALES ET BASES DE CALCUL DES CONSTRUCTIONS EN BÉTON ARMÉ (THÉORIES DE LA RÉSISTANCE DU BÉTON ARMÉ)

2.1. IMPORTANCE DES ÉTUDES EXPÉRIMENTALES DANS LE DOMAINE DU BÉTON ARMÉ

Dans le domaine du béton armé des études expérimentales sur le travail en commun de deux matériaux doués de propriétés bien différentes ont été entreprises dès l'apparition de ce mode de construction.

La base de tout nouveau développement de la science du béton armé et de tout nouveau développement des méthodes de calcul a été toujours fournie par les données expérimentales. Ce sont ces données qui ont démontré que le fluage et la fissuration du béton jouent un rôle tellement important qu'ils rendent injustifiable l'application au béton armé des formules classiques de la résistance des matériaux découlant d'une relation linéaire entre contraintes et déformations.

La théorie actuelle de la résistance du béton armé est basée sur les résultats des études expérimentales ainsi que sur les lois de la mécanique rationnelle et prend en considération l'état des contraintes et déformations qui en découlent dans les constructions réelles aux divers stades de la mise en charge.

Le développement de la théorie du béton armé en U.R.S.S. et l'apparition des méthodes de calcul basées sur l'état de rupture et sur l'hypothèse de coefficient de sécurité unique aboutissant à la création de la méthode actuelle, dite des états limites, caractérisée par une différenciation des coefficients de sécurité, n'ont été rendus possibles que grâce aux études expérimentales très approfondies essentiellement entreprises à l'Institut du béton et du béton armé (anciennement TSNIPS) sous la direction du prof. A. Gvozdev.

Les bases pour la solution de tous les problèmes principaux de la résistance du béton armé tels que sa résistance à la compression, à la traction, à la flexion, à l'action combinée des efforts fléchissants et normaux, ainsi qu'à la flexion combinée avec la torsion et finalement sa résistance à la fissuration et la rigidité des pièces flé-

chies (théorie du prof. V. Mourachev) ont été fournies expérimentalement.

Ci-dessous nous passerons en revue ces données tout au moins en ce qui concerne le béton armé ordinaire. Les données relatives au béton précontraint seront exposées au chapitre 11.

2.2. RELATIONS ENTRE CONTRAINTES ET DÉFORMATIONS LORS D'UNE COMPRESSION, D'UNE TRACTION ET D'UNE FLEXION

2.2.1. Contraintes et déformations lors d'une compression

Dans un prisme en béton armé par des aciers longitudinaux reliés entre eux par des étriers transversaux (fig. 2.1,*a*) la résistance à la compression est offerte par le béton et les barres longitudinales.

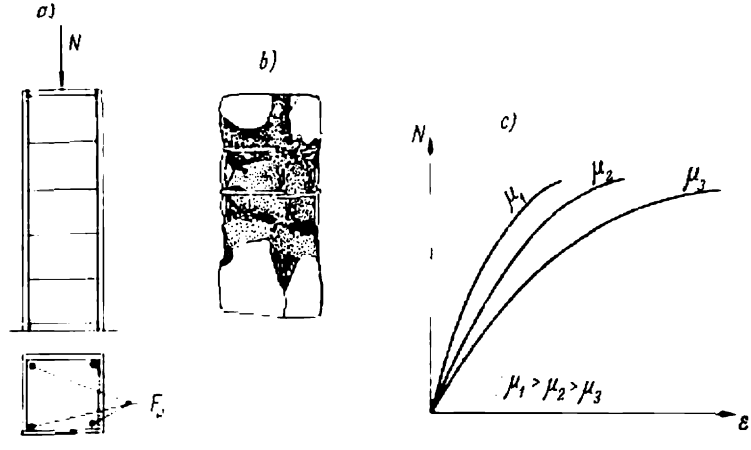


Fig. 2.1. Comportement d'un prisme en béton armé à la compression

Nous désignerons les contraintes provoquées dans le béton par σ_b et celles dans les aciers par σ_a. Quant aux étriers, leur rôle est de s'opposer au flambage des barres longitudinales quand les charges se rapprochent de celles de rupture (fig. 2.1,*b*).

L'expérience montre que grâce à l'adhérence, le béton et les aciers se raccourcissent d'une quantité identique:

$$\varepsilon_a = \varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E'_b} = \frac{\sigma_b}{\nu E_b} \qquad (2.1)$$

Il s'ensuit que les contraintes de compression dans les barres longitudinales auront pour valeur

$$\sigma_a = \varepsilon_a E_a = \sigma_b \frac{E_a}{\nu E_b} = \sigma_b \frac{n}{\nu}, \tag{2.2}$$

où $n = \frac{E_a}{E_b}$.

Etant donné que la somme des contraintes doit égaler l'effort appliqué N, on a:

$$N = \sigma_b F_b + \sigma_a F_a = \sigma_b (F_b + \frac{n}{\nu} F_a) \tag{2.3}$$

ou encore

$$N = \sigma_b F_b (1 + \frac{n}{\nu} \mu), \tag{2.4}$$

où F_b est la section transversale du béton;

F_a, celle des barres longitudinales;

$\mu = F_a/F_b$, taux (coefficient) des armatures (le pourcentage des armatures μ % = 100 μ).

La relation entre contraintes et déformations intérieures sera obtenue en remplaçant σ_b dans la formule (2.4) par

$$\sigma_b = \varepsilon_b E'_b = \varepsilon_b \nu E_b.$$

On obtient

$$N = \varepsilon_b E_b F_b (\nu + \mu n). \tag{2.5}$$

Vu le fluage, la valeur de ν varie avec les contraintes d'une façon non linéaire et par conséquent la formule (2.5), dont le second membre contient ν, fournit également une relation contraintes-déformations non linéaire. Un accroissement de pourcentage des armatures entraîne une diminution de l'influence du fluage (fig. 2.1,*c*).

Quand l'élément est maintenu sous charge pendant un temps suffisamment long, il se produit une répartition des contraintes, le béton se déchargeant au détriment des aciers. De la formule (2.4) on tire

$$\sigma_b = \frac{N}{F_b \left(1 + \frac{n}{\nu} \mu\right)}. \tag{2.6}$$

Etant donné que ν diminue avec le temps, on trouve que, N restant constant, les valeurs de σ_b diminuent également.

La fig. 2.2 représente les variations des contraintes dans le béton et dans l'armature d'un prisme en béton armé maintenu sous charge pendant une période prolongée. Au début, le fluage du béton fait décroître les contraintes qui y règnent, en augmentant celles des armatures.

Après un certain laps de temps (environ 150 jours) les contraintes tendent à se stabiliser. On y voit aussi que, pour des prismes

faits avec du béton de 500 kg/cm² et $\mu = 0{,}5$ %, les contraintes des armatures se sont accrues de deux fois et demie.

Lors d'un déchargement instantané le béton et les armatures se déforment élastiquement, leurs déformations (en cas d'un déchargement complet et compte tenu de l'influence du temps sur ε_b)

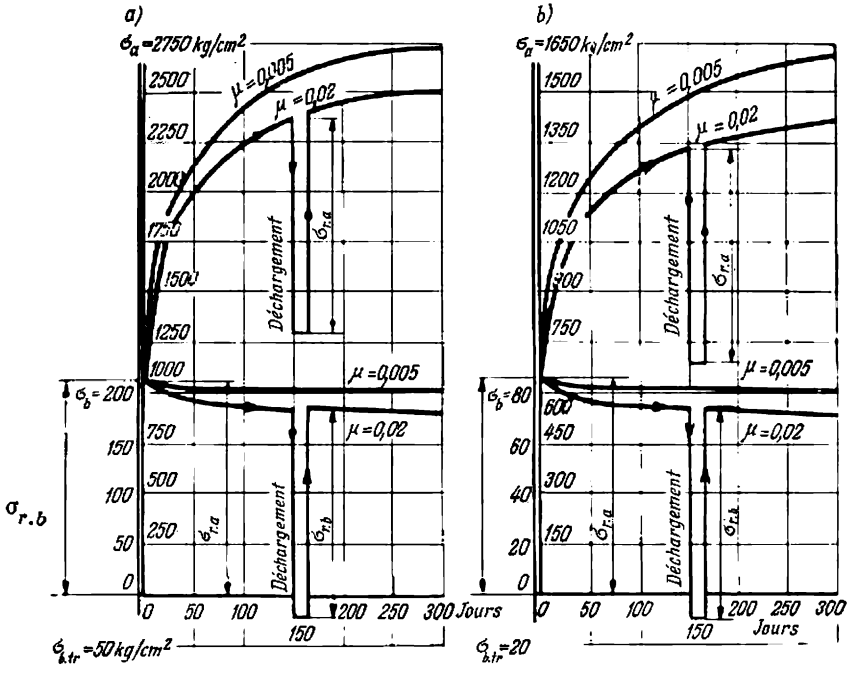


Fig. 2.2. Variation des contraintes dans l'acier et le béton d'un poteau due au fluage du béton

a — béton de qualité 500 ; *b* — béton de qualité 200

étant égales en valeurs absolues et de signe contraire à celles acquises immédiatement après la mise en charge. Par conséquent, après le déchargement (les tensions internes étant équilibrées) le prisme en béton armé reste en état de contrainte, le béton devenant tendu et l'acier comprimé. Si les contraintes de traction dans le béton $\sigma_{b.\,tr} > R_{tr}$, il y apparaît des fissures. Néanmoins, lors d'une deuxième mise en charge de même intensité les contraintes engendrées seront également les mêmes.

Si les charges continuent à croître, les contraintes dans le béton atteindront la limite de rupture $\sigma_b = R_{pr}$ et les contraintes dans

les armatures deviendront, conformément à (2.2):

$$\sigma_a = R_{pr} \frac{n}{\nu}. \tag{2.7}$$

Or, puisqu'il ressort des expériences de rupture $\nu = 0{,}33$ à $0{,}20$, on obtient:

$$\sigma_a = (3 \text{ à } 5)\, nR_{pr} \approx 4nR_{pr}. \tag{2.8}$$

Ainsi, les compressions des aciers sous charges de rupture ne dépasseront généralement pas 45 kg/mm².

Des essais appropriés ont confirmé que les contraintes dans les barres longitudinales des prismes comprimés peuvent atteindre la limite de refoulement, et ceci grâce au fluage du béton qui s'est développé soit pendant une mise en charge progressive, soit pendant un chargement suffisamment prolongé après une mise en charge rapide. Toutefois, si l'on désirait employer comme armature longitudinale un acier dont la limite d'élasticité serait supérieure à 45 kg/mm², on ne saurait mettre à profit toutes les réserves de résistance de cet acier.

La valeur de l'effort de rupture d'un prisme en béton armé soumis à une compression simple est donnée par

$$N_{rupt} = R_{pr} F_b + \sigma_f F_a. \tag{2.9}$$

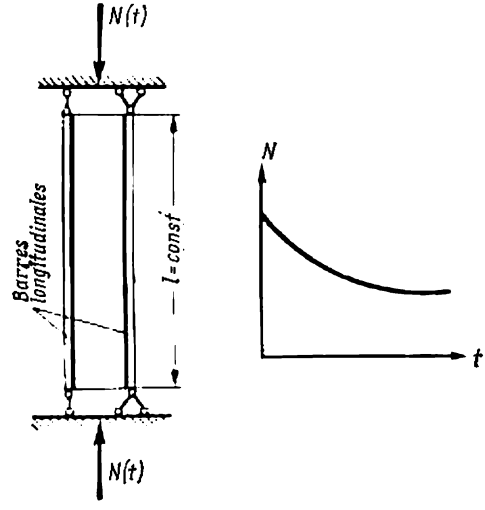


Fig. 2.3. Relaxation des tensions dans un prisme en béton armé

Si l'on comprimait le béton d'un prisme armé jusqu'à σ_b^0, ce qui entraînerait une déformation ε_b^0, et si ensuite on introduisait des liaisons s'opposant à toute déformation ultérieure (fig. 2.3), on observerait une relaxation lente du béton, les contraintes dans l'acier restant constantes (pourvu qu'au début de l'expérience elles fussent inférieures à σ_b).

Après un certain temps t les contraintes du béton deviendront

$$\sigma_b(t) = \varepsilon_b^0 E_b' = \varepsilon_b^0 \nu E_b.$$

Vu que la valeur de ν décroît avec le temps, les contraintes du béton ainsi que les réactions développées par les liaisons iront en décroissant. On aura donc :

$$\sigma_b(t) < \sigma_b^0$$

et

$$N(t) = \sigma_b(t) F_b + \sigma_a F_a < \sigma_b^0 F_b + \sigma_a F_a .$$

2.2.2. Contraintes et déformations lors d'une traction

Pour un prisme armé travaillant en traction simple (fig. 2.4) on distingue généralement trois stades de mise en charge auxquels correspondent trois états différents caractéristiques de la relation contraintes-déformations.

Fig. 2.4

Au stade I (avant la fissuration du béton) le béton tendu à $\sigma_{b.tr}$ et l'armature longitudinale s'opposent à l'effort de traction. Les déformations du béton et de l'armature, grâce à leur adhérence réciproque, sont identiques. Conséquemment dans ce cas on a

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{b.tr} = \frac{\sigma_{b.tr}}{E'_{b.tr}} = \frac{\sigma_{b.tr}}{\nu_{tr} E_b} . \qquad (2.10)$$

Par conséquent, les contraintes de l'armature deviennent :

$$\sigma_a = \varepsilon_a E_a = \frac{\sigma_{b.tr}}{\nu_{tr} E_b} E_a = \sigma_{b.tr} \frac{n}{\nu_{tr}} . \qquad (2.11)$$

Avec l'augmentation des charges les tensions dans le béton se rapprocheront de plus en plus de la limite de rupture du béton à la traction $\sigma_{b.tr} = R_{tr}$ et l'éprouvette entre dans la phase finale du stade I que l'on dénomme stade Ia.

L'expérience montre qu'au stade Ia quand les contraintes dans le béton deviennent égales à R_{tr} le coefficient ν_{tr} est égal à 0,5, les déformations du béton deviendront, conformément à la formule (2.10),

$$\varepsilon_{b.tr} = \frac{R_{tr}}{\nu_{tr} E_b} , \qquad (2.12)$$

et les contraintes des aciers deviennent

$$\sigma_a = \frac{n}{\nu_{tr}} R_{tr} = 2nR_{tr} . \qquad (2.13)$$

Ainsi la valeur de l'effort provoquant la fissuration d'un prisme travaillant en traction simple se calculera comme la somme des efforts repris par le béton et par l'armature :

$$N_f = R_{tr}F_b + 2nR_{tr}F_a = R_{tr}(F_b + 2nF_a)\,. \tag{2.14}$$

Au stade II (correspondant à un élément déjà fissuré) seul l'acier s'opposera à l'effort de traction dans la section fissurée, et dans une section non fissurée l'acier et le béton s'opposeront ensemble (fig. 2.5).

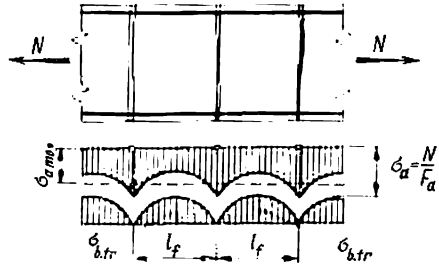


Fig. 2.5

Entre les fissures distantes de l_f l'adhérence entre les armatures et le béton reste, comme l'ont démontré les expériences, pratiquement intacte.

Dans le béton les contraintes de traction vont en croissant des lèvres de la fissure vers le centre de chaque bloc, l'inverse étant vrai pour l'acier, dont les contraintes atteignent leur maximum dans la section fissurée.

Dans une telle section on a

$$\sigma_a = \frac{N}{F_a} \tag{2.15}$$

et

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E_a}\,. \tag{2.16}$$

Quant aux déformations et contraintes moyennes des aciers sur des longueurs englobant fissures et parties non fissurées, elles seront données par

$$\sigma_{a\,moy} = \psi_a \sigma_a\,; \tag{2.17}$$

$$\varepsilon_{a\,moy} = \psi_a \varepsilon_a = \psi_a \frac{\sigma_a}{E_a} \tag{2.18}$$

avec

$$\psi_a = \frac{\sigma_{a\,moy}}{\sigma_a} = \frac{\varepsilon_{a\,moy}}{\varepsilon_a} \leqslant 1. \tag{2.19}$$

Le coefficient ψ_a tient compte ainsi du travail du béton situé entre les fissures.

La valeur du coefficient ψ_a varie d'un minimum correspondant au moment de fissuration à un maximum qui se rapproche de l'unité pour des charges très importantes et prolongées. L'application des charges répétées fait également tendre ψ_a vers son maximum.

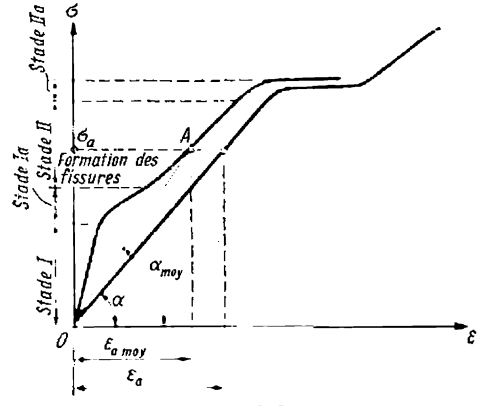


Fig. 2.6

Le diagramme contraintes-déformations pour un élément armé soumis à la traction simple est représenté fig. 2.6. Entre les fissures on a

$$\sigma_a = \varepsilon_a E_a = \frac{\varepsilon_{a\,moy}}{\psi_a} E_a = \varepsilon_{a\,moy} E_{a\,moy} \tag{2.20}$$

avec

$$E_{a\,moy} = \frac{E_a}{\psi_a}. \tag{2.21}$$

Le coefficient d'élasticité moyen $E_{a\,moy}$ des aciers tendus, compte tenu du travail du béton tendu, est donné par la tangente de l'angle de la sécante passant par le point correspondant à σ_a, c'est-à-dire

$$E_{a\,moy} = \frac{\sigma_a}{\varepsilon_{a\,moy}} = \operatorname{tg} \alpha_{moy}. \tag{2.22}$$

Dans la section fissurée où rien ne s'oppose à la déformation de l'acier, la relation contraintes-déformations reste linéaire jusqu'à la limite de proportionnalité. Dans cette section le coefficient d'élasticité du métal libre est donné par la tangente de l'angle d'une droite à inclinaison constante :

$$E_a = \frac{\sigma_a}{\varepsilon_a} = \operatorname{tg} \alpha. \tag{2.23}$$

La valeur de la charge de rupture pour un prisme en béton armé soumis à une traction simple ne dépend que de la résistance de l'acier R_a et vaut

$$N_{rupt} = R_a F_a \tag{2.24}$$

avec $R_a = \sigma_{éc}$ pour les aciers doux et $R_a = \sigma_{tr}$ pour les aciers durs.

2.2.3. Trois stades de travail des éléments fléchis

Les expériences effectuées sur poutres en béton armé fléchies chargées progressivement jusqu'à la rupture (fig. 2.7,*a*) ont permis d'établir trois stades bien distincts de travail de celles-ci (fig. 2.7,*b*).

Stade I. Sous des charges relativement faibles les contraintes du béton et des armatures sont peu importantes et leurs déformations sont pratiquement élastiques. Les relations reliant ces déformations aux contraintes portent un caractère linéaire et les épures des tensions normales tant dans la zone comprimée que dans la zone tendue ont une allure triangulaire.

Avec l'accroissement du chargement les contraintes de la zone tendue $\sigma_{b.tr}$ se rapprochent rapidement de la limite de rupture du béton R_{tr}. En même temps les déformations plastiques se produisent dans la zone tendue et l'épure des tensions s'incurve, tandis que les déformations de la zone comprimée restent encore pratiquement dans le domaine élastique. Cet état final du stade I sera appelé stade Ia.

Tout accroissement ultérieur des charges entraîne la fissuration du béton tendu, le béton situé dans le voisinage immédiat des fissures ne participe plus au travail de l'élément. On a affaire à un stade de travail qualitativement bien différent — c'est le stade II.

Stade II. Aux endroits des fissures tous les efforts existant dans la zone tendue sont repris en entier par les aciers. L'adhérence acier-béton restant intacte entre les fissures, le béton continue à travailler en traction. Tout comme dans le cas d'une traction simple, les contraintes du béton vont en croissant des lèvres des fissures vers les milieux des tronçons qu'elles délimitent et les contraintes dans les armatures diminuent.

L'intensification des contraintes de la zone comprimée, causée par l'augmentation des charges, provoque le fluage du béton et l'épure des compressions s'incurve également.

Dans les poutres armées de barres en aciers doux le stade II peut se transformer en stade IIa: les tensions dans les armatures R_a atteignent leur limite d'écoulement $\sigma_{éc}$, les contraintes de compression du béton restant encore inférieures à leur limite de rupture à la flexion R_{fl}.

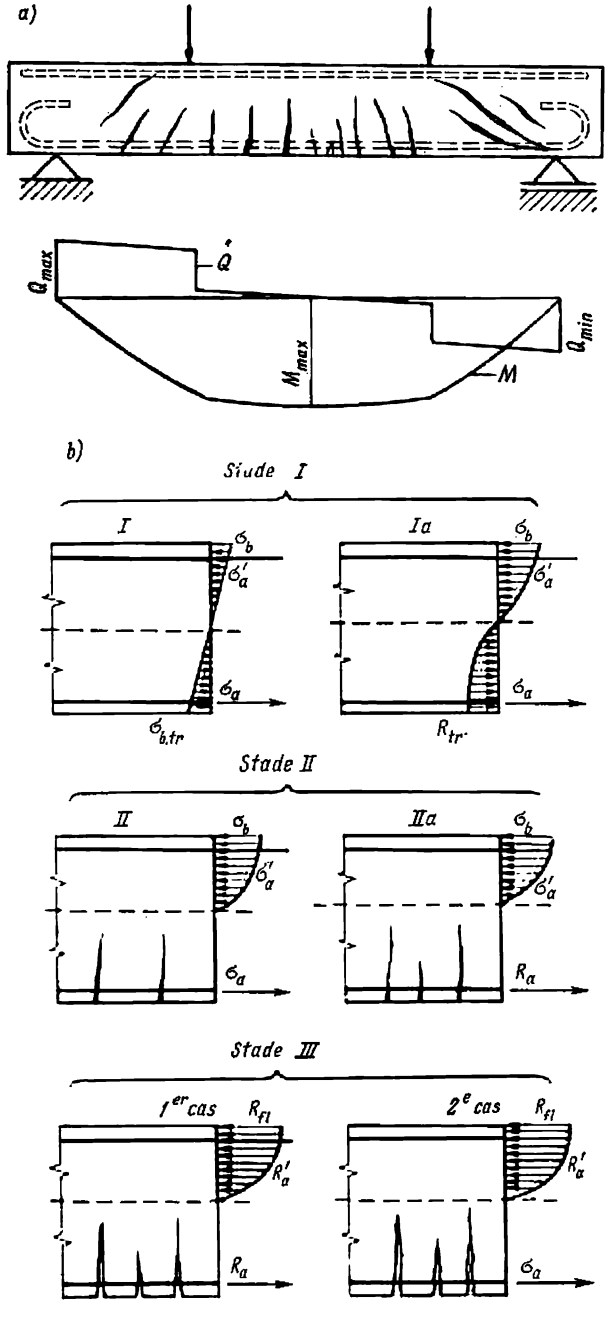


Fig. 2.7. Stades de travail des éléments fléchis

La moindre augmentation des charges entraîne l'ouverture rapide des fissures de la zone tendue, les contraintes commencent à croître sous les charges constantes et l'élément entre dans le stade de rupture, c'est-à-dire dans le stade III.

Stade III. Ce stade est caractérisé par le fluage très intense de la majeure partie du béton de la zone comprimée, la courbure de l'épure des contraintes dans cette zone devenant très marquée.

La rupture se produit quand les tensions dans les armatures atteignent leur limite d'élasticité R_a et la zone comprimée commence à se désagréger par suite des flèches excessives (cas 1) ou quand les contraintes du béton comprimé dépassent la limite de rupture R_{fl}, même si les tensions σ_a des aciers restent inférieures à R_a (cas 2). Quant aux aciers comprimés (si l'élément en est pourvu), leurs contraintes atteignent toujours la limite de refoulement.

Tous les stades mentionnés peuvent coexister simultanément dans diverses sections d'une poutre fléchie, le stade I dans les sections sollicitées par des moments fléchissants relativement faibles, les stades Ia et II caractérisant les sections de plus en plus fissurées et finalement le stade III étant atteint dans les sections à moment fléchissant maximal.

2.2.4. Contraintes et déformations des éléments fléchis au stade I

Les contraintes qui agissent sur chaque facette élémentaire d'une pièce fléchie et les déformations qui en découlent tant dans la zone tendue que dans la zone comprimée sont reliées entre elles par les mêmes relations que celles en traction et en compression simple respectivement.

Au stade Ia la forme de l'épure des contraintes dans la zone comprimée reste très proche d'un triangle, tandis que celle des tractions devient presque rectangulaire. Quant aux déformations, celles-ci varient linéairement sur toute la hauteur de la section, cette dernière restant plane.

Les allongements des fibres les plus tendues $\varepsilon_{b.tr}$ peuvent se déterminer à l'aide de la formule (2.12).

Exprimons pour un élément fléchi de section arbitraire mais symétrique (fig. 2.8) les contraintes des aciers et du béton en fonction des déformations.

Pour les aciers tendus la formule (2.13) donne, en négligeant la couche d'enrobage et en posant $\varepsilon_a = \varepsilon_{b.tr}$:

$$\sigma_a = \varepsilon_{b.\,tr} E_a = 2nR_{tr}.$$

Pour le béton de la zone comprimée si l'on admet que $\nu = 1$, on trouve :

$$\sigma_b = \varepsilon_{b.\,tr} \frac{x_f}{h - x_f} E'_b = \frac{2R}{E_b} \cdot \frac{x_f}{h - x_f} \nu E_b = 2R_{tr} \frac{x_f}{h - x_f} \qquad (2.25)$$

et pour les armatures comprimées :

$$\sigma'_a = \varepsilon_{b.\,tr} \frac{x_f - a'}{h - x_f} E_a = 2nR_{tr} \frac{x_f - a'}{h - x_f}. \qquad (2.26)$$

Ici : x_f est la hauteur de la zone comprimée au moment précédant la formation des fissures ;
h, la hauteur totale de la section ;
a', la distance du centre de gravité des barres comprimées à la fibre extérieure contractée de la section.

En comparant les formules (2.25) et (2.26), on remarque qu'au stade Ia l'armature comprimée travaille à un taux n fois plus élevé et l'armature tendue à un taux $2n$ fois plus élevé que le béton.

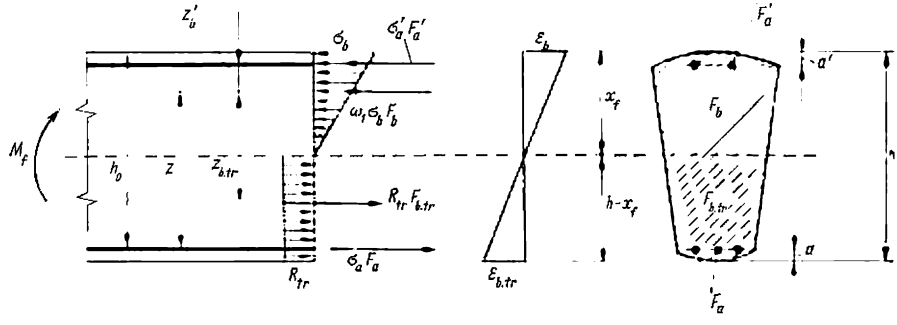


Fig. 2.8

La position de la fibre neutre et la hauteur de la zone comprimée se déduisent de l'équilibre des efforts de traction et de compression internes :

$$\sigma_a F_a + R_{tr} F_{b.\,tr} = \sigma'_a F'_a = \omega_1 \sigma_b F_b, \qquad (2.27)$$

où ω_1 est le coefficient dit « de remplissage » de l'épure triangulaire des compressions (pour les sections rectangulaires $\omega_1 = 0{,}5$) ;
$F_{b.tr}$, la section du béton de la zone tendue ;
F_a et F'_a, celles des armatures tendues et comprimées respectivement ;
F_b, celle du béton comprimé.

En substituant dans (2.27) les valeurs des contraintes qui vien nent d'être trouvées, on trouve l'équation donnant la valeur de x_f:

$$2nF_a + F_{b.\,tr} - 2n\frac{x_f - a'}{h - x_f} F'_a - 2\omega_1 \frac{x_f}{h - x_f} F_b = 0. \qquad (2.28)$$

Le moment de flexion M_f provoquant la formation des fissures peut se calculer comme le moment de l'effort résultant des tractions internes par rapport au point d'application de l'effort de compression du béton:

$$M_f = R_{tr}\left(F_{b.tr}\, z_{b.\,tr} + 2nF_a z + 2nF'_a \frac{x_f - a'}{h - x_f} z'_b\right) = R_{tr} W_f, \qquad (2.29)$$

où W_f est le moment résistant de la section armée calculé pour la zone tendue lors de la fissuration.

Toutes les autres désignations sont données à la fig. 2.8. La rigidité de l'élément avant l'apparition des fissures sera donnée par

$$B_f = E'_{b.\,tr} W_f (h - x_f). \qquad (2.29\,a)$$

Notons que pour une section non armée on a:

$$M_{b.\,f} = R_{tr} F_{b.tr}\, z_{b.\,tr} = R_{tr} W_{b.\,f}, \qquad (2.29\,b)$$

la position de la fibre neutre se déduisant de l'équation (2.28) en posant $F_a = F'_a = 0$.

2.2.5. Contraintes et déformations des éléments fléchis au stade II

Au stade II la zone tendue des éléments fléchis est séparée par les fissures en tronçons de longueur moyenne égale à l_f, et dans les sections fissurées tout l'effort de traction est repris par l'acier. L'expérience montre que la distance moyenne l_f entre les fissures est influencée par les efforts tranchants, mais dans la zone des moments maximaux ainsi que dans les cas de flexion simple les fissures sont distribuées plus ou moins régulièrement (fig. 2.9).

La variation des déformations suivant la hauteur de la section au stade II n'est plus linéaire, vu la rupture de l'équilibre interne au moment de la fissuration. Il se crée des efforts tranchants fléchissant la section.

Suivant la longueur de l'élément les déformations dans les zones comprimée et tendue, ainsi que la hauteur de la zone comprimée sont aussi variables et la fibre neutre cesse d'être rectiligne et devient ondulée.

Pour les sections transversales situées au milieu des tronçons et équidistantes des fissures, on peut admettre que l'hypothèse de Ber-

noulli reste en vigueur, ces sections étant symétriquement sollicitées de droite et de gauche. La hauteur moyenne de la zone compri-

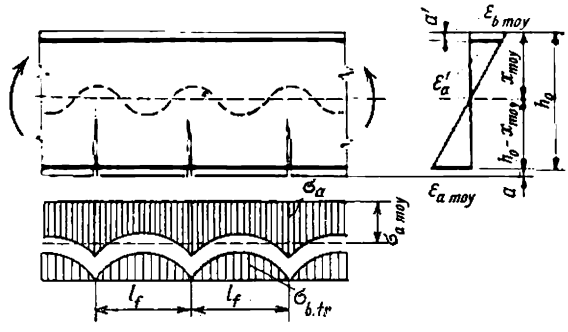


Fig. 2.9

mée peut se déterminer à partir des déformations moyennes $\varepsilon_{b\ moy}$ du béton comprimé et $\varepsilon_{a\ moy}$ des aciers tendus:

$$x_{moy} = \frac{\varepsilon_{b\,moy}}{\varepsilon_{a\,moy} + \varepsilon_{b\,moy}} h_0,$$

h_0 étant la hauteur effective de la section, c'est-à-dire la distance du centre de gravité des aciers tendus à la fibre la plus comprimée du béton.

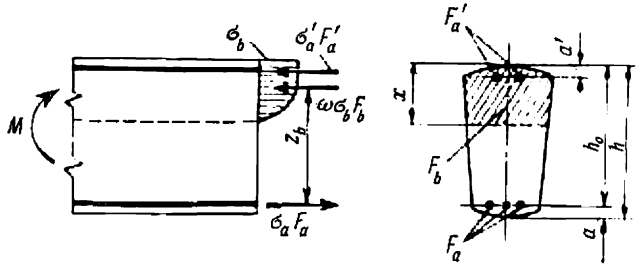


Fig. 2.10

La relation entre la hauteur moyenne de la zone comprimée x_{moy} et sa hauteur x dans une section fissurée peut se trouver à l'aide de la formule empirique

$$\varphi = \frac{x}{x_{moy}} = 1 - \frac{0{,}7}{100\mu + 1}. \qquad (2.30)$$

Avec l'augmentation du taux d'armatures $\mu = \frac{F_a}{bh_0}$ la valeur du coefficient φ tend vers l'unité.

Dans une section fissurée (fig. 2.10) les contraintes exprimées en fonction des déformations deviennent :

pour l'armature tendue — voir la formule (2.20) ;

pour la fibre la plus comprimée du béton :

$$\sigma_b = \varepsilon_{b\,moy}\frac{E'_b}{\psi_b} = \varepsilon_{b\,moy}\frac{\nu E_b}{\psi_b} = \frac{x_{moy}\varepsilon_{a\,moy}\nu E_b}{(h_0 - x_{moy})\,\psi_b} \qquad (2.31)$$

ou encore

$$\sigma_b = \frac{\psi_a \nu x_{moy}}{n\psi_b (h_0 - x_{moy})}\,\sigma_a, \qquad (2.31a)$$

où ψ_b est un coefficient tenant compte de l'inégalité de la distribution des déformations du béton dans la zone comprimée entre les fissures, égal au rapport des déformations moyennes du béton aux déformations de la section fissurée ; suivant les données expérimentales ψ_b (NIIJB) varie de 0,75 à 1 ;

pour l'armature comprimée :

$$\sigma'_a = \frac{x_{moy} - a'}{h_0 - x_{moy}}\,\varepsilon_{a\,moy} E_a \qquad (2.32)$$

ou

$$\sigma'_a = \frac{x_{moy} - a'}{h_0 - x_{moy}}\,\psi_a \sigma_a, \qquad (2.32a)$$

ou encore

$$\sigma'_a = \frac{x_{moy} - a'}{x_{moy}} \cdot \frac{n\sigma_b}{\nu}. \qquad (2.32b)$$

Pour toute section symétrique la hauteur de la zone comprimée au-dessus d'une fissure se déduit de l'équation d'équilibre interne :

$$\sigma_a F_a = \sigma'_a F'_a + \omega \sigma_b F_b, \qquad (2.33)$$

où ω est le coefficient de remplissage de volume de l'épure curviligne représentant les contraintes du béton comprimé (pour des sections rectangulaires ω varie de 0,5 pour une épure triangulaire jusqu'à 1,0 pour une épure rectangulaire) ; au fur et à mesure du développement des déformations non élastiques ce coefficient tend vers l'unité.

Après substitution dans l'équation (2.33) des contraintes par leurs valeurs données par (2.31a) et (2.32a) et transformations élémentaires on obtient :

$$F_a - \psi_a F'_a \frac{x_{moy} - a'}{h_0 - x_{moy}} - \omega F_b \frac{\psi_a \nu x_{moy}}{n\psi_b (h_0 - x_{moy})} = 0. \qquad (2.34)$$

Au stade II le moment fléchissant agissant dans une section fissurée s'exprime en tant que moment des contraintes internes par

rapport soit au centre de gravité de la section des armatures tendues :

$$M = \omega\sigma_b F_b z_b + \frac{x_{moy}-a'}{x_{moy}} \cdot \frac{n}{\nu}\sigma_b F'_a (h_0 - a') =$$

$$= \sigma_b \left[\omega F_b z_b + \frac{x_{moy}+a'}{x_{moy}} \cdot \frac{n}{\nu} F'_a (h_0 - a')\right] = \sigma_b W_c, \qquad (2.35)$$

soit au centre de gravité de l'épure des compressions du béton :

$$M = \sigma_a F_a z_b + \frac{x_{moy}-a'}{h_0 - x_{moy}} \psi_a \sigma_a F'_a z'_b =$$

$$= \sigma_a \left(F_a z_b + \frac{x_{moy}-a'}{h_0 - x_{moy}} \psi_a F'_a z'_b\right) = \sigma_a W_a, \qquad (2.36)$$

W_a et W_c étant les moments résistants de la section transversale de l'élément fléchi au IIe stade, calculés pour la zone tendue et la zone comprimée respectivement.

Les moments résistants des éléments en béton armé ne sont pas des notions purement géométriques (comme c'est le cas pour des matériaux élastiques), ils sont aussi fonction des propriétés élasto-plastiques des matériaux. Néanmoins ils s'évaluent en cm^3, c'est-à-dire que leur dimension reste uniquement géométrique.

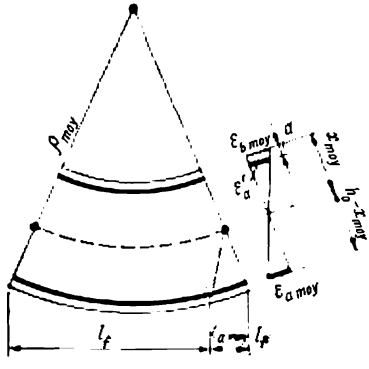


Fig. 2.11

Les contraintes des matériaux exprimées en fonction des moments fléchissants et des moments résistants élasto-plastiques deviennent dès lors

pour le béton comprimé

$$\sigma_b = \frac{M}{W_c}, \qquad (2.37)$$

pour l'armature tendue :

$$\sigma_a = \frac{M}{W_a}. \qquad (2.38)$$

Au stade II le rayon de courbure moyen de la fibre neutre aux tronçons limités par les fissures (fig. 2.11) peut être exprimé en fonction des déformations moyennes soit du béton comprimé $\varepsilon_{b\,moy}$, soit des aciers tendus $\varepsilon_{a\,moy}$:

$$\frac{l_f}{\rho_{moy}} = \frac{\varepsilon_{b\,moy} l_f}{x_{moy}} = \frac{\varepsilon_{a\,moy} l_f}{h_0 - x_{moy}} = \frac{(\varepsilon_{b\,moy} + \varepsilon_{a\,moy})\, l_f}{h_0}$$

ou encore

$$\frac{1}{\rho_{moy}} = \frac{\varepsilon_{b\,moy}}{x_{b\,moy}} = \frac{\varepsilon_{a\,moy}}{h_0 - x_{moy}} = \frac{\varepsilon_{b\,moy} + \varepsilon_{a\,moy}}{h_0}. \qquad (2.39)$$

Etant donné que

$$\varepsilon_{b\,moy} = \frac{\psi_b \sigma_b}{E'_b} \text{ et } \varepsilon_{a\,moy} = \frac{\psi_a \sigma_a}{E_a},$$

on obtient par la formule (2.39)

$$\frac{1}{\rho_{moy}} = \frac{\psi_b \sigma_b}{E'_b x_{moy}} = \frac{\psi_a \sigma_a}{E_a (h_0 - x_{moy})} = \frac{\psi_b \sigma_b}{E'_b h_0} + \frac{\psi_a \sigma_a}{E_a h_0}. \quad (2.40)$$

Substituant dans cette formule les contraintes par leurs expressions en fonction des moments (2.37) et (2.38) on trouve :

$$\frac{1}{\rho_{moy}} = \frac{M}{\frac{E_a}{\psi_a} W_a (h_0 - x_{moy})} = \frac{M}{\frac{E'_b}{\psi_b} W_c x_{moy}} = \frac{M}{h_0} \left(\frac{\psi_a}{E_a W_a} + \frac{\psi_b}{E'_b W_c} \right). \quad (2.41)$$

Le dénominateur de cette dernière expression représente la rigidité B de l'élément armé, calculée soit en partant des aciers tendus :

$$B = \frac{E_a}{\psi_a} W_a (h_0 - x_{moy}), \quad (2.42)$$

soit en partant du béton comprimé :

$$B = \frac{\nu E_b}{\psi_b} W_c x_{moy}. \quad (2.42a)$$

Cette même rigidité peut aussi s'exprimer par

$$B = \frac{h_0}{\frac{\psi_a}{E_a W_a} + \frac{\psi_b}{E'_b W_c}}. \quad (2.43)$$

Connaissant la courbure moyenne de la fibre $\frac{1}{\rho_{moy}}$, on calcule les flèches et les angles de rotation des sections par les méthodes générales de la Résistance des matériaux.

Les formules (2.42) et (2.43) montrent que la rigidité des éléments fléchis en béton armé est fonction tant de la géométrie de leurs sections transversales que des propriétés élasto-plastiques du béton et des armatures.

A l'encontre des notions usuelles basées sur l'étude des éléments travaillant dans le domaine élastique, la relation déformations-contraintes ne reste pas constante. Le fluage et la fissuration de la zone tendue font varier cette relation dans le temps en fonction de l'intensité des sollicitations, de leurs répétitions ainsi que de leur durée.

Les variations dans le temps des moments résistants élasto-plastiques W_a et W_c, ainsi que de la rigidité B peuvent s'exprimer par celles des coefficients ν, ψ_a et ψ_b.

2.3. FORMATION ET OUVERTURE DES FISSURES DANS LES ÉLÉMENTS EN BÉTON ARMÉ

2.3.1. Formation des fissures

La fissuration des éléments en béton armé peut être causée soit par le retrait pendant la période de durcissement, soit par les sollicitations extérieures (charges, température, dénivellement des appuis, etc.). Les fissures apparaissent le plus souvent dans les parties tendues et beaucoup plus rarement dans les parties comprimées.

Dans la zone tendue des pièces fléchies il se forme sous les charges de service des fissures très fines difficilement discernables à l'œil nu, même quand la fabrication de ces pièces a été impeccable. Ces fissures sont dues à l'extensibilité très faible du béton, qui ne lui permet pas de suivre les allongements assez considérables des aciers sous les contraintes de service élevées.

Toute l'histoire du béton armé démontre que ces fissures ne sont nullement dangereuses et qu'elles n'influencent aucunement le caractère général monolithique des constructions en ce matériau.

Les fissures apparaissant sous les charges dans les parties comprimées des constructions en béton armé signalent généralement l'insuffisance de leurs sections et leur incapacité de supporter les charges appliquées. Ces fissures mettent en péril la portance des ouvrages et, par conséquent, tout ce qui sera dit ci-dessous ne se rapporte pas à cette dernière catégorie des fissures.

Les fissures qui se forment dans la zone tendue des éléments fléchis réduisent leur rigidité, ce qui peut avoir une très grande importance pour les ouvrages soumis aux vibrations et autres surcharges dynamiques. D'ailleurs, comme l'ont montré les expériences, les surcharges de ce type, surtout quand elles provoquent une alternance des contraintes de traction et de compression, mènent à une apparition prématurée des fissures.

La présence des fissures facilite l'accès de l'humidité et d'autres agents agressifs jusqu'aux armatures, ce qui peut entraîner la corrosion suivie d'une diminution de la durabilité de l'ouvrage.

On peut distinguer trois étapes différentes dans la formation des fissures : 1) formation des fissures quand elles peuvent rester encore invisibles ; 2) apparition des fissures ouvertes jusqu'à une largeur qui les rend nettement visibles à l'œil nu (0,005 mm) ; 3) ouverture des fissures jusqu'à leur limite critique.

Pour les éléments à pourcentage d'armatures normal (1,5 à 2,0 %) on peut admettre que la formation et l'apparition des fissures se produisent simultanément et, par conséquent, on peut parler de deux étapes de fissuration : la formation et l'ouverture des fissures.

2.3.2. Influence du retrait sur la fissuration

Au début du chapitre 1 nous avons montré que grâce à l'adhérence l'acier noyé dans un prisme ou tout autre élément en béton constitue une liaison interne qui s'oppose aux déformations libres du retrait et provoque l'apparition des tensions internes, le béton devenant tendu. Il en découle que le retrait favorise la formation de fissures même avant la mise en charge.

Le retrait $\varepsilon_{r.a}$ d'un élément armé est forcément égal au raccourcissement des armatures et atteint une valeur moindre que celui d'un élément semblable en béton non armé $\varepsilon_{r.b}$ (fig. 2.12). La différence

$$\varepsilon_{r.\,tr} = \varepsilon_{r.\,b} - \varepsilon_{r.\,a} \qquad (2.44)$$

représente la déformation d'extension du béton.

Alors, les contraintes de traction dues au retrait s'expriment par

$$\sigma_{b.\,tr} = \varepsilon_{r.\,tr} E'_{b.\,tr} = \varepsilon_{r.\,tr} \nu_{tr} E_b, \qquad (2.45)$$

et les contraintes de compression des aciers par

$$\sigma_a = \varepsilon_{r.\,a} E_a. \qquad (2.46)$$

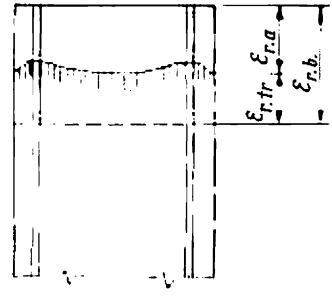


Fig. 2.12

Si l'élément est armé symétriquement, les conditions d'équilibre exigent que

$$\sigma_a F_a = \sigma_{b.\,tr} F_b, \qquad (2.47)$$

d'où

$$\sigma_a = \sigma_{b.\,tr} \frac{F_b}{F_a} = \frac{\sigma_{b.\,tr}}{\mu}. \qquad (2.48)$$

En introduisant dans la formule (2.44) les valeurs des déformations données en fonction des contraintes (voir (2.45), (2.46) et (2.47)), on obtient :

$$\frac{\sigma_{b.\,tr}}{\nu_{tr} E_b} = \varepsilon_{r.\,b} - \frac{\sigma_{b.\,tr}}{E_a \mu}, \qquad (2.49)$$

d'où

$$\sigma_{b.\,tr} = \frac{\varepsilon_{r.\,b} E_a \mu}{1 + \dfrac{n\mu}{\nu_{tr}}}. \qquad (2.50)$$

La formule (2.50) montre que les tensions du retrait du béton dépendent : 1) de la valeur du retrait libre $\varepsilon_{r.b}$; 2) du taux d'armatu-

res μ ; 3) de la qualité du béton et de ses propriétés élasto-plastiques. Si les tensions $\sigma_{b.tr} \geqslant R_{tr}$ l'élément se fissure.

Les taux d'armatures maximaux à partir desquels il peut se former des fissures avant la mise en charge seront facilement trouvés de la formule (2.50) si l'on admet que $\varepsilon_{r.b} = 0{,}0003$, $\nu_{tr} = 0{,}5$ et $\sigma_{b.tr} = R_{tr}$. On obtient :

pour le béton de 150 kg/cm² . . $\mu \geqslant 3{,}25\%$
» » » » 300 kg/cm² . . . . . $\mu \geqslant 5{,}7\%$

L'influence du retrait se fait sentir encore plus fort dans les éléments armés non symétriquement, vu l'apparition des moments fléchissants, causés par des efforts excentrés. Les contraintes du béton seront trouvées dans ce cas en égalant à zéro la somme des moments des efforts dans le béton et dans les barres comprimées par rapport au centre de gravité de la zone comprimée. Pour une section rectangulaire on obtient la formule

$$\sigma_{b.tr} = \frac{2{,}25\varepsilon_{r.b}E_a\mu}{1+2{,}25\dfrac{n\mu}{\nu_{tr}}}. \qquad (2.50a)$$

Des calculs effectués ont montré que dans ce dernier cas aussi l'influence du retrait sur la formation des fissures devient appréciable seulement pour des taux d'armatures élevés et moyens.

Le moment de fissuration M_f, compte tenu du retrait, peut être obtenu en introduisant dans l'expression (2.29) une valeur réduite de la limite de rupture à la traction

$$R_{tr} - \sigma_{b.tr} = \left(1 - \frac{\sigma_{b.tr}}{R_{tr}}\right) R_{tr} = kR_{tr}. \qquad (2.51)$$

2.3.3. Ecartement des fissures

Dans les zones soumises à l'effort d'un moment fléchissant de valeur constante les fissures se forment dans une succession bien déterminée en se disposant en fin de compte à des intervalles plus ou moins réguliers.

Vu l'hétérogénéité du béton, les premières fissures prendront toujours naissance aux sections les plus faibles causant une modification immédiate des contraintes du béton et des aciers dans leur voisinage (fig. 2.13).

Les contraintes dans l'armature passent immédiatement à une valeur $\sigma_{a.f}$ qui peut être déterminée en partant de l'égalité en cet instant des moments fléchissants exprimés par (2.29) et par (2.36).

On en tire :

$$R_{tr}W_f = \sigma_{a.f}W_a,$$

donc

$$\sigma_{a.\,f} = \frac{R_{tr} W_f}{W_a}. \qquad (2.52)$$

Les contraintes dans le béton augmentent graduellement avec l'éloignement du bord d'une fissure pour atteindre une valeur égale

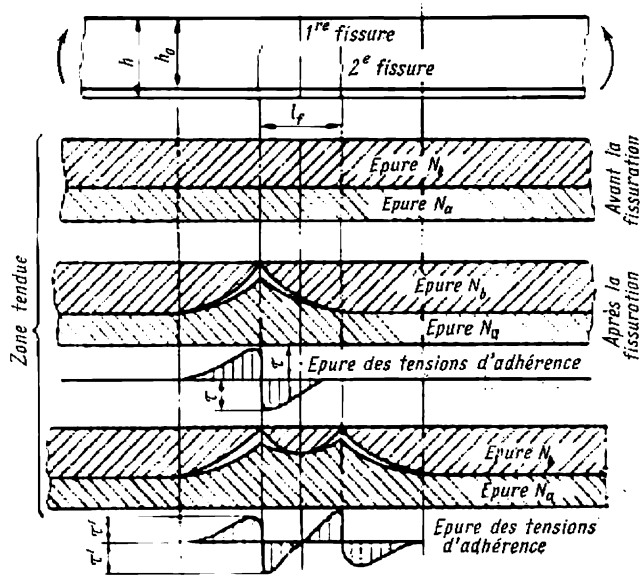


Fig. 2.13

à R_{tr}, tandis que les tensions dans les aciers décroissent pour devenir égales à

$$\sigma_a = 2nR_{tr},$$

comme l'indique la formule (2.13). C'est dans cette section qu'une nouvelle fissure devra se former. La transmission des efforts des armatures au béton s'opère comme d'habitude par adhérence.

L'espacement de fissures l_f sera déterminé en partant de la condition que la différence des efforts supportés par les aciers dans une section fissurée et dans une section médiane doit être équilibrée par les efforts d'adhérence sur la longueur l_f :

$$\sigma_{a\ f} F_a - 2nR_{tr} F_a = \omega' \tau_{adh} S l_f, \qquad (2.53)$$

ici ω' est le coefficient de remplissage de l'épure d'adhérence;

S, le périmètre de la section des armatures;

τ_{adh}, l'adhérence limite qui peut se développer entre acier et béton.

En substituant dans cette équation la valeur de $\sigma_{a.f}$ tirée de (2.52) on trouve:

$$\left(\frac{W_f}{W_a} - 2n\right) R_{tr} F_a = \omega' \tau_{adh} S l_f, \tag{2.53a}$$

d'où :

$$l_f = nul \left(\frac{W_f}{nW_a} - 2\right) \frac{R_{tr}}{\omega' \tau_{adh}}, \tag{2.54}$$

$u = \frac{F_a}{S}$ étant le rapport de la section des armatures à leur périmètre.

Posant

$$\left.\begin{aligned} k_1 &= \frac{W_f}{nW_a} - 2 \\ \text{et} \qquad \eta &= \frac{R_{tr}}{\omega' \tau_{adh}}, \end{aligned}\right\} \tag{2.55}$$

on obtient

$$l_f = k_1 nu\eta. \tag{2.56}$$

La valeur de η déterminée expérimentalement peut être adoptée égale à 0,7 pour les barres crénelées, 1,0 pour les ronds lisses laminés à chaud et 1,25 pour les fils d'acier tréfilés assemblés en treillis soudés.

On voit donc d'après la formule (2.56) que la distance moyenne entre deux fissures voisines est proportionnelle au coefficient k_1 et au diamètre des barres et inversement proportionnelle à la résistance du béton (à son module élastique).

Pour les éléments travaillant en traction simple, on obtient la longueur de l'intervalle entre deux fissures consécutives à l'aide de (2.53) comme pour les éléments fléchis. La valeur de la contrainte dans les armatures étant trouvée par (2.14) et (2.15):

$$\sigma_{a.f} = \frac{N_f}{F_a} = \frac{R_{tr} F_b + 2n R_{tr} F_a}{F_a} = \left(\frac{1}{\mu_1} + 2n\right) R_{tr}, \tag{2.57}$$

on la substituera dans (2.53), ce qui donnera :

$$\frac{R_{tr} F_a}{\mu_1} = \omega' \tau_{adh} S l_f. \tag{2.53b}$$

D'où l'écartement des fissures d'une pièce tendue

$$l_f = \frac{u}{\mu_1} \cdot \frac{R_{tr}}{\omega' \tau_{adh}} \tag{2.58}$$

ou encore

$$l_f = \frac{u}{\mu_1} \eta, \tag{2.59}$$

où

$$\mu_1 = \frac{F_a}{F_b}.$$

La formule (2.59) indique que dans le cas d'une traction simple l'écartement des fissures est proportionnel au diamètre des barres et inversement proportionnel au taux d'armatures.

Les expériences ont confirmé que les valeurs moyennes observées l_f des intervalles entre les fissures coïncident suffisamment bien avec leurs valeurs calculées à l'aide de (2.56) ou de (2.59). Cependant, sur certains tronçons l'écartement des fissures peut dépasser les valeurs calculées de 1,5 à 2 fois, tandis que sur d'autres les écartements observés seront plus réduits. Les expériences montrent aussi que l'emploi des barres crénelées assure une fréquence et une régularité des fissures plus prononcées en comparaison avec les barres lisses.

2.3.4. Ouverture des fissures

L'ouverture des fissures a_f au niveau de l'axe de l'armature se déduit de l'égalité de la somme : allongement du béton plus largeur de la fissure à l'allongement de l'acier sur la longueur du tronçon l_f, c'est-à-dire

$$\varepsilon_{b.\,tr\,moy} l_f + a_f = \varepsilon_{a\,moy} l_f, \tag{2.60}$$

d'où :

$$a_f = (\varepsilon_{a\,moy} - \varepsilon_{b.\,tr\,moy})\, l_f. \tag{2.61}$$

Or, puisque d'après (2.18)

$$\varepsilon_{a\,moy} = \psi_a \frac{\sigma_a}{E_a}$$

et puisque l'allongement du béton sur la longueur l_f est une grandeur trop petite devant $\varepsilon_{a\,moy}$ pour en tenir compte, on trouve finalement de la formule (2.61)

$$a_f = \psi_a \frac{\sigma_a}{E_a} l_f. \tag{2.62}$$

A part le pourcentage des armatures et la résistance du béton en traction, l'ouverture des fissures est influencée appréciablement par les tensions des aciers dans la section fissurée σ_a, par l'adhérence acier-béton le long du tronçon non fissuré et finalement par la valeur du coefficient ψ_a.

L'expérience montre que l'ouverture des fissures dans les éléments armés de barres crénelées est de 1,5 à 2,0 fois moindre que dans le cas des ronds lisses.

Les charges répétées provoquent des fissures plus larges, car dans ce cas le béton tendu se soustrait de plus en plus du travail de l'ensemble.

2.3.5. Détermination du coefficient ψ_a

A la fig. 2.14 nous avons représenté les épures des contraintes dans l'armature et dans le béton, ainsi que des contraintes d'adhérence existant dans la zone tendue et fissurée d'un élément fléchi.

Désignons par $\Delta\sigma_a$ l'accroissement des contraintes dans les aciers tendus lors d'une augmentation ultérieure de la charge de la section fissurée. Alors :

$$\sigma_a = \sigma_{a.f} + \Delta\sigma_a. \qquad (2.63)$$

Graphiquement le coefficient $\psi_a = \frac{\sigma_{a\,moy}}{\sigma_a}$ sera donné par le rapport de l'aire de l'épure des contraintes des aciers sur la longueur du tron-

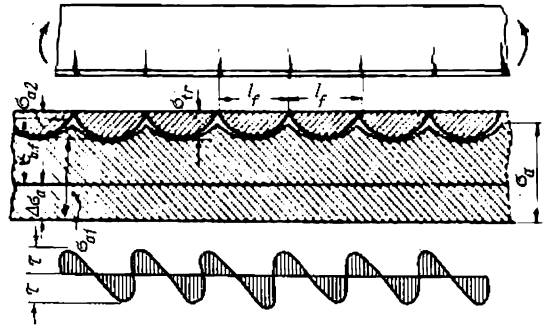


Fig. 2.14

çon l_f et de la somme de toutes les contraintes existant sur cette même longueur (fig. 2.15), c'est-à-dire que :

$$\psi_a = \frac{\sigma_a l_f - \omega\sigma_{a2} l_f}{\sigma_a l_f} = 1 - \omega_{tr}\frac{\sigma_{a2}}{\sigma_a}, \qquad (2.64)$$

où $\sigma_{a2} = \sigma_a - \sigma_{a1}$ est le surcroît de la tension de l'armature dans la section fissurée par rapport à la tension minimale σ_{a1} existant au milieu du tronçon;

ω_{tr}, le coefficient de remplissage de l'épure des contraintes de traction dans le béton sur la longueur l_f.

On trouvera la valeur de ψ_a en égalant la somme des efforts de traction dans la section fissurée à celle des mêmes efforts dans la section médiane.

Les contraintes de traction du béton dans cette dernière section seront tirées de la relation

$$\chi = \frac{\sigma_{b.tr}}{R_{tr}} = \frac{\sigma_{a.f}}{\sigma_a} = \frac{M_f}{M}. \qquad (2.65)$$

qui fut trouvée expérimentalement par J. Némirovski.

Les fluctuations de la position de la fibre neutre et, par suite, du bras du levier du couple interne le long du tronçon compris entre deux fissures voisines seront négligées.

Cela étant, égalons l'effort de traction dans la section fissurée à celui de la section médiane :

$$\sigma_a F_a = \sigma_{a1} F_a + \sigma_{b.\,tr} F_{b.\,tr}. \tag{2.66}$$

Portant $\sigma_{a1} F_a$ dans la partie de gauche de l'égalité des efforts, on a :

$$(\sigma_a - \sigma_{a1}) F_a = \sigma_{a2} F_a = \sigma_{b.\,tr} F_{b.\,tr}, \tag{2.67}$$

d'où

$$\sigma_{a2} = \sigma_{b.\,tr} \frac{F_{b.\,tr}}{F_a} = \chi R_{tr} \frac{F - F_b}{F_a} =$$

$$= \frac{\chi R_{tr}}{\mu} \left(1 - \frac{F_b}{F}\right). \tag{2.68}$$

Introduisant cette valeur de σ_{a2} dans (2.64) et adoptant $\omega = \frac{2}{3}$, on trouve :

$$\psi_a = 1 - \frac{2R_{tr}\chi}{3\sigma_a \mu} \left(1 - \frac{F_b}{F}\right). \tag{2.69}$$

Pour une section rectangulaire on peut admettre que $F_{b.\,tr} = F_b = 0{,}5F$; on aura alors

$$\psi_a = 1 - \frac{R_{tr}\chi}{3\sigma_a \mu}. \tag{2.70}$$

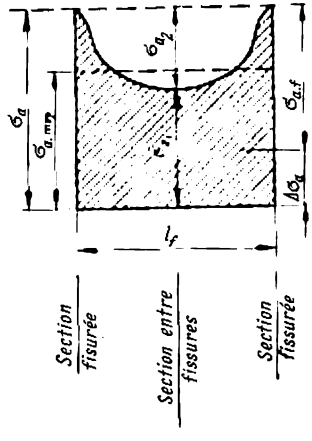


Fig. 2.15. Détermination du coefficient ψ_a

Il est souvent plus commode d'exprimer ψ_a en fonction des moments fléchissants correspondants. A cette fin introduisons dans (2.64) la valeur du rapport $\frac{\sigma_{a2}}{\sigma_a}$ exprimé en fonction de ces moments. Dans la section médiane entre les fissures le moment repris par le béton de la zone tendue, eu égard à l'égalité (2.67), sera :

$$M_b = \sigma_{a2} F_a z_{b.\,tr}. \tag{2.71}$$

Quant au moment dans la section fissurée, il est donné par

$$M = \sigma_a F_a z_b. \tag{2.72}$$

Admettant en cette instance que

$$z_{b.\,tr} \approx z_b,$$

on trouve :

$$\frac{\sigma_{a2}}{\sigma_a} = \frac{M_b}{M}. \tag{2.73}$$

Le moment M_b repris par le béton tendu à $\sigma_{b.\,tr}$ peut être exprimé comme une fraction du moment $M_{b.\,f}$ correspondant aux

contraintes limites R_{tr} :

$$M_b = \frac{\sigma_{b.tr}}{R_{tr}} M_{b.f} = \chi M_{b.f}, \tag{2.74}$$

d'où

$$\frac{\sigma_{a2}}{\sigma_a} = \chi \frac{M_{b.f}}{M}. \tag{2.75}$$

L'introduction de cette relation dans (2.64) donne :

$$\psi_a = 1 - \omega_{tr} \chi \frac{M_{b.f}}{M}. \tag{2.76}$$

Afin d'obtenir une meilleure concordance entre les valeurs de ψ_a calculées et observées, on a été amené à adopter une valeur variable du coefficient ω_{tr} donnée par

$$\omega_{tr} = \frac{M_{b.f}}{M}. \tag{2.77}$$

Dans ce cas

$$\psi_a = 1 - \frac{M_f M_{b.f}^2}{M^3}. \tag{2.78}$$

Les formules (2.69) et (2.78) expriment une seule et même idée, elles tiennent compte de la participation du béton tendu entre les fissures dans le travail des armatures. Dans la formule (2.78), contrairement à la formule (2.69), l'influence du taux de travail de l'acier, du pourcentage d'armature et des propriétés élasto-plastiques du béton sur la valeur de ψ_a est exprimée indirectement par l'intermédiaire des moments M_f, $M_{b.f}$ et M. Néanmoins, l'expression (2.78) est de loin plus commode pour les calculs pratiques.

Pour le cas des sollicitations dynamiques et en particulier des charges répétées et pulsatoires on peut adopter, comme l'expérience le démontre, $\psi_a = 1$.

Pour les éléments travaillant en traction simple le coefficient ψ_a peut être obtenu d'une façon tout à fait analogue. Sa valeur sera donnée par le rapport de l'effort $N_{a\ moy}$ supporté par les aciers dans une section passant au milieu d'un tronçon non fissuré à l'effort N_a qui leur est appliqué dans la section fissurée :

$$\psi_a = \frac{N_{a\ moy}}{N_a},$$

d'où

$$\psi_a = 1 - \omega_{tr} \chi \frac{N_{b.f}}{N} \tag{2.79}$$

ou encore

$$\psi_a = 1 - \frac{N_f N_{b.f}^2}{N^3}. \tag{2.80}$$

La valeur de N_f se déduit de la formule (2.14) ainsi que celle de $N_{b.f}$, cette dernière étant obtenue en y posant $F_a = 0$.

2.4. RUPTURE DES ÉLÉMENTS EN BÉTON ARMÉ SOUMIS À UNE FLEXION ET NOTION DE LA ROTULE PLASTIQUE

2.4.1. Rupture suivant les sections normales

La rupture des pièces fléchies peut se produire tant suivant une section normale à son axe longitudinal que suivant une section inclinée. La rupture suivant une section normale est toujours due à l'action du moment fléchissant (fig. 2.16,*a*), tandis que celle suivant une section inclinée peut être causée soit par le moment fléchissant (fig. 2.16,*b*), soit par les efforts tranchants (fig. 2.16,*c*).

La rupture suivant une section normale, autrement dit son passage du stade II au stade III de travail, dépend du taux d'armatures, des propriétés mécaniques de l'armature et des contraintes des zones tendue et comprimée. On en distingue deux cas principaux :

1er cas. La rupture débute par les armatures tendues. Si celles-ci sont en acier doux leurs allongements plastiques deviennent très importants dès que les contraintes auront atteint la limite d'écoulement et ce n'est qu'ensuite que le béton de la zone comprimée commencera à se désagréger sous l'influence des flèches trop importantes.

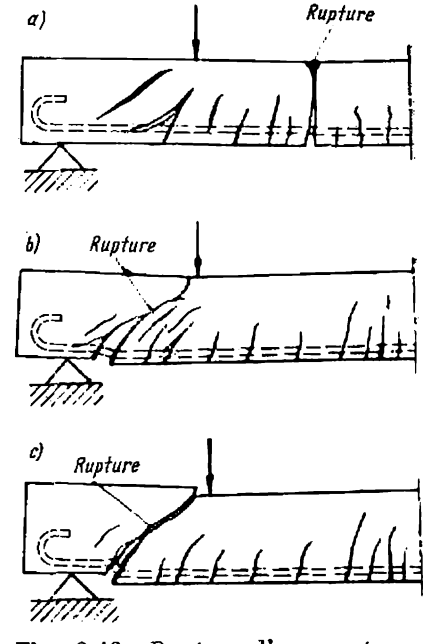


Fig. 2.16. Rupture d'une poutre en béton armé
a — suivant une section normale; *b* et *c* — suivant des sections inclinées

Le principe selon lequel un élément fléchi périt par rupture simultanée des aciers tendus et du béton comprimé porte en U.R.S.S. le nom de principe de Loleite d'après le nom de l'éminent ingénieur russe qui l'a proposé.

Ce principe a permis d'obtenir des formules pour le calcul des éléments fléchis sans avoir recours à l'hypothèse de Bernoulli (l'hy-

pothèse des sections planes), en partant des conditions d'équilibre statique seulement.

Quand l'acier employé a un allongement de rupture très faible, en dessous de 3 à 4 % (aciers durs, aciers écrouis), le béton de la zone comprimée se détruit simultanément avec la rupture des armatures. Dans ce cas on a affaire à une rupture fragile.

2e cas. Dans les sections à très fort pourcentage d'armature tendue, c'est le béton de la zone comprimée qui périt avant que les contraintes dans l'acier aient atteint la limite d'élasticité.

Dans ce cas la rupture porte toujours un caractère fragile indépendamment des propriétés de l'acier utilisé.

Quant aux armatures comprimées dans les deux cas décrits elles auront atteint leur limite de refoulement.

La limite entre les deux cas envisagés ci-dessus aurait pu se déterminer en partant de la déformabilité des matériaux compte tenu de l'hypothèse de Bernoulli. La hauteur moyenne de la zone comprimée travaillant à la limite entre les deux cas sera donnée par

$$x_{\text{moy}} = \frac{\varepsilon_b^{\text{lim}}}{\varepsilon_b^{\text{lim}} + \varepsilon_a^{\text{lim}}} h_0, \tag{2.81}$$

tandis que dans le 1er et le 2e cas on aura respectivement

$$x_{\text{moy}} \leqslant \frac{\varepsilon_b^{\text{lim}}}{\varepsilon_b^{\text{lim}} + \varepsilon_a^{\text{lim}}} h_0 \tag{2.82}$$

et

$$x_{\text{moy}} \geqslant \frac{\varepsilon_b^{\text{lim}}}{\varepsilon_b^{\text{lim}} + \varepsilon_a^{\text{lim}}} h_0. \tag{2.83}$$

Malheureusement, la compressibilité de rupture du béton étant une grandeur extrêmement difficile à déterminer, ces valeurs tirées des expériences présentent des divergences excessives. On a donc préféré d'établir cette limite empiriquement. Par cette méthode il a été déterminé que si l'on adopte une épure de distribution des contraintes rectangulaire pour la zone comprimée (en réalité cette épure est délimitée par une courbe), la section située à la limite des deux cas sera caractérisée par: $S_b = 0{,}8\ S_0$, l'écoulement ou la rupture des aciers survenant en même temps que la destruction du béton comprimé.

Dans l'expression ci-dessus

S_b est le moment statique de la section transversale de la zone comprimée par rapport au centre de gravité des armatures tendues F_a;

S_0, le moment statique de toute la section (la couche d'enrobage des barres tendues exclue) par rapport au centre de gravité des armatures tendues F_a.

On admettra donc que le 1er cas est caractérisé par

$$S_b \leqslant 0{,}8S_0 \tag{2.84}$$

et le 2e cas par

$$S_b \geqslant 0{,}8S_0. \tag{2.85}$$

Pour les sections travaillant suivant le 1er cas, le moment de rupture sera atteint quand les contraintes dans le béton comprimé $\sigma_b = R_{fl}$ et celles dans les aciers tendus $\sigma_{éc} = R_a$ (en cas d'acier

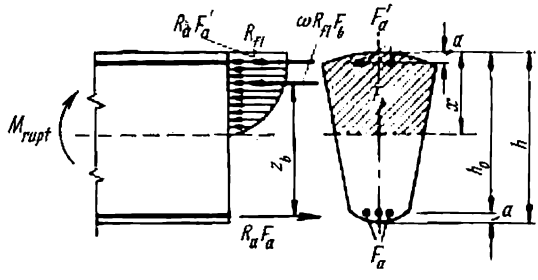


Fig. 2.17

doux) et $\sigma_{tr} = R_a$ (pour les aciers durs ou écrouis). Pour une section symétrique quelconque (fig. 2.17) le moment de rupture exprimé comme moment des efforts intérieurs de rupture par rapport au centre de gravité des aciers tendus (ou au point d'application de la résultante des contraintes de compression) sera donné par

$$M_{rupt} = \omega R_{fl} F_b z_b + R_a F'_a (h_0 - a'). \tag{2.86}$$

La hauteur moyenne x de la zone comprimée sera également déterminée en partant des conditions d'équilibre (égalité des contraintes internes dans la zone comprimée et dans les armatures tendues) :

$$\omega R_{fl} F_b = R_a F_a - R_a F'_a. \tag{2.87}$$

Le moment de rupture des pièces travaillant suivant le 2e cas ne peut être évalué à l'aide des égalités (2.86) et (2.87), car les contraintes régnant en ce moment dans les armatures restent inconnues. On sait seulement que $\sigma_a < R_a$.

Le problème a été résolu expérimentalement. En effet, l'expérience a montré que pour les sections possédant un excès d'armatures le moment de la résultante des contraintes dans la zone comprimée par rapport au centre de gravité des armatures tendues varie assez peu sous les charges de rupture et peut être pris égal à

$$M_{rupt} = 0{,}8R_{fl} S_0 + R_a F'_a (h_0 - a'). \tag{2.88}$$

2.4.2. Rupture suivant les sections inclinées

La flexion d'un élément en béton armé par des forces transversales y provoque, hormis des contraintes normales, également des efforts tranchants τ_b agissant respectivement suivant des plans verticaux et horizontaux.

Les sections inclinées peuvent travailler suivant les mêmes trois stades que les sections verticales.

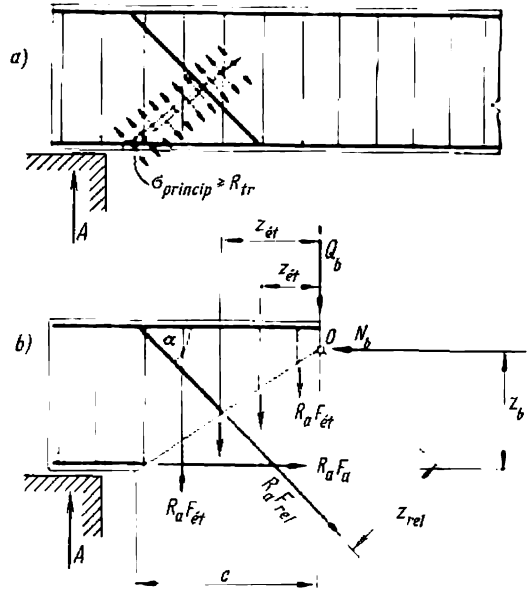


Fig. 2.18

Dans les parties de la poutre sollicitées par des efforts tranchants, les contraintes de traction principales seront :

$$\sigma_{princip} = \frac{\sigma_b}{2} - \sqrt{\frac{\sigma_b^2}{4} + \tau_b^2}.$$

L'expérience montre que si $\sigma_{princip} > R_{tr}$, il y a formation de fissures inclinées, l'intégrité de l'élément étant assurée par les barres qui traversent cette fissure et par le béton de la zone comprimée (fig. 2.18,*a*). L'augmentation des charges entraîne l'ouverture pro-

gressive des fissures, aboutissant à la rupture de la poutre, provoquée par l'une des causes suivantes.

1. La résistance offerte par les aciers est dépassée et la rotation mutuelle des deux parties de la poutre se produit autour d'un centre instantané O situé à l'intersection de la fissure inclinée avec la direction de la résultante des contraintes de compression (fig. 2.18,*b*). Il y a écoulement des aciers ou, si ceux-ci sont mal ancrés, ils peuvent tout simplement glisser dans le béton. En même temps le béton de la zone comprimée se désagrège. Tout se passe donc d'une façon tout à fait analogue à la rupture suivant une section normale.

2. Quand les armatures longitudinales sont suffisamment fortes et bien ancrées, l'action combinée des efforts normaux et de cisaillement provoque la destruction du béton comprimé.

Ainsi, le moment et l'effort transversal de rupture peuvent être exprimés en fonction des tensions internes comme suit:

$$M_{\text{rupt}} = R_a F_a z_b + \sum R_a F_{\text{rel}} z_{\text{rel}} + \sum R_a F_{\text{ét}} z_{\text{ét}}; \qquad (2.89)$$

$$Q_{\text{rupt}} = \sum R_a F_{\text{rel}} \sin\alpha + \sum R_a F_{\text{ét}} + Q_b. \qquad (2.90)$$

Il est facile de voir que la formule (2.89) n'est autre chose que la somme des moments des efforts internes par rapport au point d'application de la résultante des contraintes de compression et que la formule (2.90) est la somme des projections de tous les efforts internes sur la normale à l'axe de la poutre. Dans les deux formules F_a, F_{rel} et $F_{\text{ét}}$ servent à désigner respectivement les sections transversales des barres longitudinales, des barres relevées et des étriers, et z_b, z_{rel} et $z_{\text{ét}}$ les bras de leviers correspondants rapportés au point O.

La valeur de l'effort tranchant Q_b repris par le béton de la zone comprimée a été établie expérimentalement par M. Borichanski au TSNIPS. Elle dépend de la géométrie de la section, de la qualité du béton et de l'inclinaison de la fissure, augmentant avec l'angle de cette dernière sur l'horizontale. Elle s'évalue par la formule empirique:

$$Q_b = \frac{0{,}15 R_{fl} b h_0^2}{c}, \qquad (2.91)$$

b étant la largeur d'une section rectangulaire, la largeur de l'âme d'une section en T ou en I et le double de l'épaisseur de la paroi d'une section circulaire ou quadrilatère;

c, la longueur de la projection de la section inclinée sur l'axe de l'élément.

Toutes les autres désignations employées dans les formules (2.89) et (2.90) sont clairement indiquées à la fig. 2.18,*b*.

2.4.3. Notion de la rotule plastique (ligne de rupture)

Dans l'acier doux des contraintes atteignant $\sigma_{éc}$ provoquent des déformations plastiques dites d'écoulement. Il se forme des endroits où une pièce en béton armé subit des déformations locales très importantes (stade IIa) et auxquels on a donné le nom de rotule plastique.

Si le système est isostatique, par exemple, une poutre sur deux appuis (fig. 2.19,*a*), la formation d'une rotule plastique entraîne

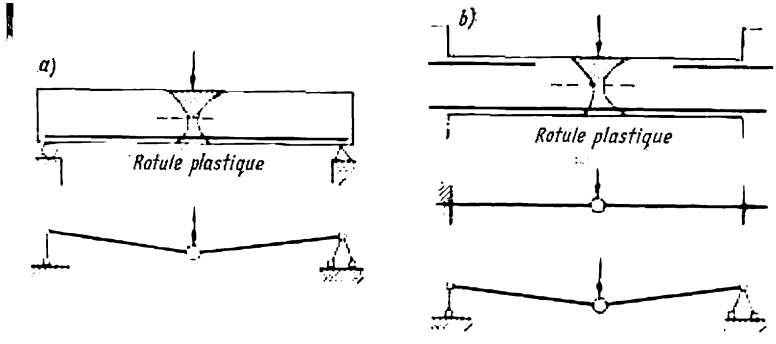


Fig. 2.19. Schéma de formation d'une rotule plastique
a — dans une poutre isostatique; *b* — dans une poutre hyperstatique

une rotation mutuelle importante des deux tronçons, la flèche grandit, la hauteur de la zone comprimée devient de plus en plus réduite et finalement on aboutit à la rupture (passage du stade IIa au stade III).

Pour un système hyperstatique, mettons une poutre encastrée (fig. 2.19,*b*), les événements prendront un cours bien différent.

Les liaisons surabondantes, les encastrements dans le cas envisagé, s'opposeront aux déformations de la poutre et, par suite, le stade IIa de travail subsistera au droit de la rotule plastique sans se transformer en stade III (stade de rupture) jusqu'à la formation de rotules supplémentaires annulant l'effet de liaisons surabondantes. Ce n'est qu'après l'élimination de ces dernières que les déformations croissantes entraîneront la rupture de la poutre.

Ainsi, pour un système isostatique la formation d'une rotule plastique signifie toujours la fin de son invariabilité géométrique avec rupture inévitable, tandis que pour un système hyperstatique une rotule plastique ne fait qu'éliminer une liaison surabondante, réduisant ainsi le degré d'hyperstaticité d'une unité.

Pour la poutre encastrée aux deux extrémités la formation d'une rotule centrale n'entraînerait que sa transformation en système hyperstatique au premier degré. La rupture de la poutre ne surviendra qu'après la formation de trois rotules: une à chacun des appuis et une en travée.

Dans le cas le plus général, l'équilibre d'un système à n liaisons surabondantes ne sera rompu qu'après formation d'au moins $n + 1$ rotules plastiques.

Grâce à ces propriétés plastiques du béton armé d'aciers doux, les constructions hyperstatiques en ce matériau sont douées d'une

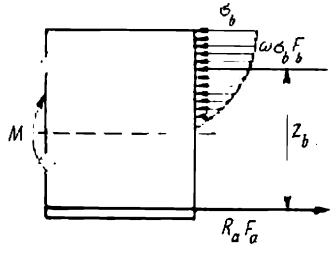


Fig. 2.20

grande adaptabilité, la formation des rotules plastiques entraînant une répartition et une égalisation des moments fléchissants dans diverses sections. Les déformations au droit de chaque rotule peuvent croître, mais la valeur du moment fléchissant correspondant au stade II restera constante et égale au produit de l'effort maximal qui peut être repris par l'armature multiplié par le bras de levier correspondant (fig. 2.20):

$$M_{\text{rupt}} = R_a F_a z_b. \tag{2.92}$$

L'expérience a montré que l'accroissement de ce moment dû au rétrécissement de la zone comprimée et à l'augmentation conséquente du bras de levier du couple interne est tout à fait insignifiant.

Les efforts internes M, N et Q correspondant au stade de la formation des rotules plastiques (dit stade de l'équilibre limite) dépassent considérablement ceux correspondant au stade élastique. Par conséquent, l'utilisation la plus rationnelle des matériaux, permettant d'obtenir les constructions les plus économiques, requiert dans un grand nombre de cas qu'elles soient calculées par la méthode des rotules plastiques, c'est-à-dire en tenant compte de la redistribution des efforts internes due aux déformations plastiques.

2.5. MÉTHODE DE CALCUL DES CONTRAINTES ADMISSIBLES DES SECTIONS

Toutes les constructions en béton armé étaient tout d'abord calculées par la méthode des contraintes admissibles. A l'étranger, dans un nombre de pays cette méthode demeure encore la méthode principale, mais en U.R.S.S. elle ne s'emploie plus du tout.

Dans l'ancienne méthode souvent appelée méthode classique, on admettait que les constructions travaillaient entièrement dans le domaine élastique (stade II), et que la loi contraintes-déformations reste linéaire (loi de Hooke).

L'épure des contraintes dans la zone comprimée conserve une forme triangulaire et tous les efforts de traction sont repris uniquement par les armatures, en négligeant complètement le travail du béton tendu.

Le module élastique du béton, quelles que soient les contraintes, est considéré constant et le coefficient d'équivalence normalisé $n = \frac{E_a}{E_b}$ ne dépend que de la qualité du béton. Ainsi, d'après les normes russes datant de 1934 pour les bétons de 110 à 140 kg/cm² de résistance, le coefficient n était pris égal à 15, pour des bétons de 170 kg/cm² $n = 12$ et ainsi de suite.

Les contraintes dans le béton et dans les armatures étaient calculées conformément aux règles classiques de la résistance des matériaux. Leurs valeurs étaient limitées par celles des contraintes admissibles normalisées, ces dernières étant obtenues en divisant les contraintes de rupture du béton et celles de l'écoulement de l'acier doux par les coefficients de sécurité correspondants. Ainsi, on adoptait en U.R.S.S. pour le béton comprimé en flexion $[\sigma_b] = 0{,}45\ R$, pour les armatures en aciers doux des nuances Ст0 et Ст3 $[\sigma_a] = 12{,}5$ kg/mm² et pour l'acier de la nuance Ст5 $[\sigma_a] = 16$ kg/mm², etc.

Toutes les formules, utilisées dans la méthode basée sur les contraintes admissibles, peuvent être déduites des postulats qui viennent d'être énoncés.

Vu l'égalité des déformations du béton et des aciers, le béton armé est considéré comme un matériau élastique et homogène

$$\varepsilon_a = \varepsilon_b = \frac{\sigma_a}{E_a} = \frac{\sigma_b}{E_b},$$

d'où

$$\sigma_a = \frac{E_a}{E_b}\sigma_b = n\sigma_b \tag{2.93}$$

Il s'ensuit que chaque section unitaire des armatures peut être remplacée conventionnellement par n unités de béton et, par con-

séquent, on peut remplacer la section F_a des aciers par une section nF_a du béton.

La section ainsi transformée est considérée comme une section homogène en matériaux élastiques ayant même module élastique.

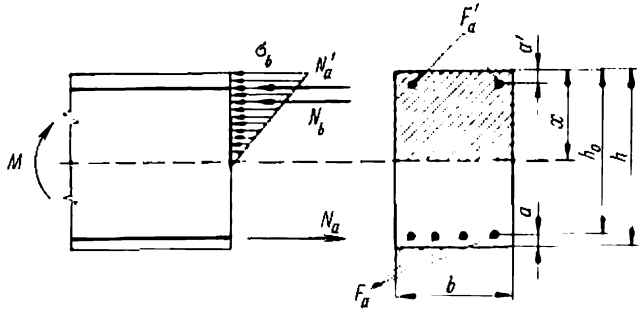


Fig. 2.21

La relation entre les contraintes des armatures tendues et celles de la fibre la plus comprimée du béton se déduit de la loi de Hooke, compte tenu de l'hypothèse de Bernoulli (fig. 2.21):

$$\sigma_a = \varepsilon_a E_a = \frac{h_0 - x}{x} \varepsilon_b E_a = \frac{h_0 - x}{x} \cdot \frac{\sigma_b}{E_b} E_a = \frac{h_0 - x}{x} n\sigma_b. \qquad (2.94)$$

Pour une section rectangulaire on obtient pour le béton comprimé:

$$\sigma_b = \frac{Mx}{J_r}. \qquad (2.95)$$

Pour les armatures tendues et comprimées respectivement:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_a &= \frac{nM(h_0 - x)}{J_r}; \\ \sigma'_a &= \frac{nM(x - a')}{J_r}. \end{aligned}\right\} \qquad (2.96)$$

La hauteur de la zone comprimée x est déduite des conditions d'équilibre qui requièrent que le moment statique de la section réduite par rapport à la fibre neutre soit égal à zéro:

$$S_r = \frac{bx^2}{2} + nF'_a(x - a') - nF_a(h_0 - x) = 0. \qquad (2.97)$$

Quant au moment d'inertie de la section réduite, il sera égal à:

$$J_r = \frac{bx^3}{3} + nF'_a(x - a')^2 + nF_a(h_0 - x)^2. \qquad (2.98)$$

Défauts de la méthode classique. Notons tout d'abord que le béton étant un matériau élasto-plastique, la répartition réelle des contraintes dans la zone comprimée correspondant au stade II n'est plus triangulaire et le coefficient d'équivalence n n'est pas une constante. En effet, ce coefficient varie en fonction des contraintes, de la durée des sollicitations, de la composition du béton et d'autres facteurs analogues. L'introduction des valeurs différenciées de n pour des bétons de différentes qualités n'améliore pas la situation.

Les expériences ont montré que les contraintes réelles dans les barres tendues sont toujours inférieures à celles calculées par la méthode classique et dépendent fort peu du coefficient n. Quant à la différence entre les contraintes réelles et calculées du béton comprimé, celle-ci est directement fonction de n.

On voit donc que la méthode envisagée ne permet pas de calculer tous les éléments d'une construction avec des coefficients de sécurité choisis à l'avance. Elle ne permet pas non plus l'évaluation même approchée des contraintes réellement existantes dans le béton et les armatures. Dans un nombre de cas cette méthode conduit à un gaspillage de matériaux et requiert l'installation d'armatures comprimées là où elles ne sont nullement nécessaires.

Tous ces défauts ont été surtout mis en évidence par l'introduction des bétons à résistance élevée et des bétons légers ainsi que des aciers à haute résistance.

2.6. CALCULS À LA RUPTURE

Les défauts de la méthode de calcul basée sur les contraintes admissibles ont poussé les savants au développement d'une méthode de calcul répondant mieux aux propriétés élasto-plastiques du béton armé.

En U.R.S.S. la revision de l'ancienne méthode débute sur la proposition de A. Loleite en 1931. Les recherches théoriques et expérimentales très approfondies ont été effectuées de 1934 à 1936 au laboratoire du béton armé de TSNIPS, sous la direction de A. Gvozdev. Ces recherches avaient pour but la vérification détaillée de la méthode de calcul des pièces fléchies jusqu'au stade de rupture proposée par A. Loleite ainsi que son extension aux pièces travaillant en flexion composée.

Il en résulte l'élaboration de nouvelles règles de calcul du béton armé qui furent approuvées et mises en rigueur dès 1938.

La méthode de calcul à la rupture est basée sur le stade III du travail des éléments fléchis. Au lieu des contraintes admissibles les formules de cette méthode contiennent la limite de rupture en compression du béton et la limite d'élasticité (ou plus exactement

la limite d'écoulement) des aciers. Pour les calculs de résistance on n'a plus besoin de connaître ni le coefficient n, ni le module élastique du béton.

Au début on a adopté une épure curviligne se rapprochant d'une parabole cubique pour les contraintes du béton comprimé, mais ensuite sur la proposition de P. Pasternak elle fut remplacée en 1944 par une épure rectangulaire ($\omega = 1$). Ce remplacement n'introduisant qu'une erreur infime dans les calculs (ne dépassant pas

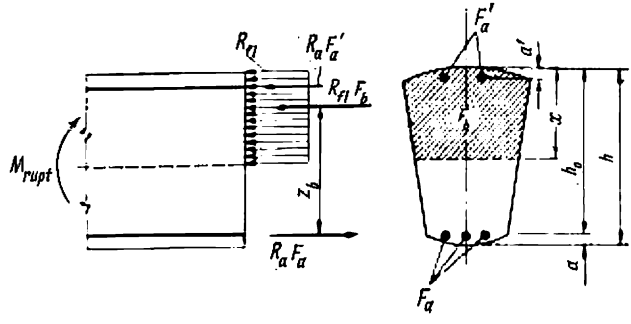


Fig. 2.22

2 %) a permis de simplifier considérablement toutes les formules et de les étendre à toutes les sections symétriques.

Les charges de service constituent une certaine fraction des efforts de rupture et s'obtiennent en divisant ceux-ci par un coefficient de sécurité commun k. On a ainsi pour les éléments fléchis:

$$M = \frac{M_{\text{rupt}}}{k}, \tag{2.99}$$

et pour les éléments comprimés:

$$N = \frac{N_{\text{rupt}}}{k}. \tag{2.99a}$$

Pour une section symétrique quelconque (fig. 2.22) on calcule, en posant $\omega = 1$ et en introduisant les résistances à la rupture normalisées des matériaux dans la formule (2.86), la valeur du moment de rupture:

$$M_{\text{rupt}} = kM = R_{\text{fl}} S_{\text{b}} + R_{\text{a}} F'_{\text{a}} (h_0 - a'). \tag{2.100}$$

Pour une pièce comprimée on obtiendra de même, en partant de la formule (2.9), la valeur de la charge de rupture:

$$N_{\text{rupt}} = kN = R_{\text{pr}} F_{\text{b}} + R_{\text{a}} F_{\text{a}}. \tag{2.101}$$

De cette façon on introduit dans toutes les formules de cette méthode un coefficient de sécurité unique k, commun pour tous parties et matériaux constituant un élément. Evidemment, la connaissance de ce coefficient de sécurité est de beaucoup plus importante que celle des taux de travail de chaque matériau pris séparément.

Les valeurs de ce coefficient de sécurité k furent établies compte tenu de la cause entraînant la rupture, des combinaisons des sollicitations envisagées et du rapport entre les surcharges de service temporaires T_t et les charges permanentes T_p. En cas d'une prépondérance des surcharges temporaires, des excès de chargement deviennent plus probables et par suite le coefficient de sécurité doit être augmenté. Ainsi, si l'on ne tient pas compte des surcharges accidentelles, le coefficient de sécurité k pour poutres et dalles devait être pris égal à 1,8 quand le rapport $T_t/T_p \leqslant 2$, ce même coefficient devenant égal à 2,0 pour $T_t/T_p > 2$.

Pour les éléments fabriqués en usine il était autorisé de réduire le coefficient de sécurité des pièces calculées à l'action des surcharges régulières et accidentelles de 0,2 sans toutefois jamais descendre au-dessous de 1,5.

Avantages et limitations de la méthode de calcul à la rupture. La méthode de calcul à la rupture tient compte des propriétés élasto-plastiques du béton armé et, par conséquent, elle permet d'apprécier à une plus juste valeur le travail de ce matériau sous charge. Ceci constitue un développement et un perfectionnement très sérieux de nos connaissances théoriques de la résistance du béton armé.

Un autre avantage très important de cette méthode consiste dans la possibilité qu'elle possède de choisir un coefficient de sécurité unique pour la section entière d'un élément armé au lieu des coefficients différents qu'on introduisait dans les contraintes de chaque matériau séparément, ces coefficients ne conduisant pas à une représentation correcte de leur travail d'ensemble.

Au point de vue économique, la méthode de calcul à la rupture procure également un nombre d'avantages consistant surtout dans une réduction de la consommation en acier. Ainsi, pour les sections travaillant en flexion composée l'économie en acier peut atteindre 30 et même 50 %, et pour les pièces fléchies on peut d'ordinaire se passer des armatures comprimées.

La limitation de cette méthode réside dans le fait que l'on ne peut pas y tenir compte explicitement des fluctuations accidentelles des charges, surcharges et propriétés caractéristiques de la résistance des matériaux employés, le tout étant confondu dans un coefficient de sécurité global.

2.7. MÉTHODE DE CALCUL BASÉE SUR LES ÉTATS LIMITES

La méthode de calcul basée sur les états limites constitue un développement du calcul à la rupture. Cette nouvelle méthode permet de serrer de plus près le pouvoir portant le plus probable des constructions et, par conséquent, d'accroître leur sécurité.

Cette méthode diffère de celle basée sur les contraintes admissibles et de celle à la rupture en ce qu'elle établit nettement les états limites qui doivent être envisagés et qu'elle introduit un nombre de coefficients différenciés qui remplacent l'ancien coefficient de sécurité global.

Tout comme dans la méthode de calcul à la rupture, on y part des charges de rupture (stade III), la sécurité se trouvant assurée par le choix des charges de service toujours inférieures à celles de rupture. Cependant, maintenant la valeur exacte de ces charges de service sera déterminée compte tenu de la variabilité de plusieurs facteurs, notamment des charges et surcharges, des propriétés mécaniques des matériaux et des conditions dans lesquelles l'ouvrage ou l'élément auront à travailler. Chacun de ces facteurs est couvert par un coefficient de sécurité approprié.

Les Règlements du béton armé, mis en vigueur en U.R.S.S. en 1955 et ensuite revisés et complétés en 1962, se basent sur cette nouvelle méthode.

2.7.1. Les trois états limites

Par *état limite* on entend un tel état d'un élément de construction ou d'une construction entière, qui, lorsqu'il est atteint, exclut leur exploitation ultérieure soit parce que l'élément ou la construction ont perdu leur portance requise, soit parce qu'ils se sont déformés d'une façon inadmissible, soit par suite de l'apparition des défauts locaux.

Les *états limites calculés* (très souvent appelés états limites tout court) sont ceux qui correspondent aux efforts, déformations ou fissures, dont la valeur calculée atteint la valeur limite normalisée.

On doit donc effectuer le calcul des constructions en béton armé compte tenu de trois états limites correspondant:

premier état — à la portance (épuisement de la résistance, manque de stabilité, rupture par fatigue);

deuxième état — aux déformations (apparition des flèches, vibrations ou oscillations excessives);

troisième état — à la formation ou ouverture excessive des fissures.

Le calcul doit garantir que pendant toute la durée de service de l'ouvrage aucun de ces trois états limites ne sera atteint par aucun de ces éléments.

Le calcul de la résistance, compte tenu de la stabilité si besoin en est, doit s'effectuer toujours. Le calcul à la fatigue ne s'effectue que pour les constructions soumises aux charges répétées ou pulsatoires (poutres supportant les ponts roulants, estacades, éléments des planchers ou fondations évidées supportant des pièces d'équipement mécanique aux efforts dynamiques, etc.).

Le calcul des déformations s'effectue dans le cas où des déformations, vibrations ou oscillations nuisibles à l'exploitation normale de l'ouvrage peuvent apparaître sous des charges de service. Ainsi, des poutres supportant des planchers tout en ayant une résistance suffisante peuvent être rendues inutilisables par suite d'une flexibilité exagérée. Les flèches de certaines constructions seront calculées compte tenu de leur fissuration, pour d'autres toute fissuration est à proscrire.

Le calcul à l'apparition des fissures s'effectue pour des constructions précontraintes, quand la fissuration rend toute possibilité d'exploitation ultérieure impossible ou quand elle provoque un abaissement marqué des qualités requises (par exemple fissuration d'une paroi précontrainte d'un réservoir). L'ouverture des fissures doit être calculée pour des constructions travaillant en milieux agressifs ou soumises à la pression des liquides, gaz ou corps pulvérulents (parois des conduites de fumée, des silos destinés à recevoir certaines matières pulvérulentes, etc.), car des fissures trop larges peuvent entraîner la corrosion des armatures avec réduction de la durabilité de l'ouvrage. Dans certains cas on doit vérifier également la stabilité générale de la construction au glissement ou au renversement (murs de soutènement).

Le calcul doit couvrir les étapes de la vie d'un élément de construction ou d'un ouvrage où les états limites mentionnés peuvent survenir (fabrication, manutention, service pour des éléments préfabriqués et exploitation pour des ouvrages coulés sur place).

2.7.2. Coefficients calculés. Charges, surcharges et propriétés des matériaux normalisées

Les charges et les surcharges ainsi que les propriétés mécaniques du béton et de l'acier sont des grandeurs variables, obéissant aux lois des grands nombres. Dans les calculs, on tient compte de cette variabilité par l'introduction de trois types de coefficients : le coefficient dit de surcharge, le coefficient d'homogénéité et le coefficient dit des conditions de travail.

Ces coefficients ainsi que les charges à adopter dans tel ou autre cas et les propriétés mécaniques des matériaux sont normalisés.

Par charges normalisées on entend les charges correspondant au cas d'exploitation normale. Dans un grand nombre de cas ces charges sont standardisées. La possibilité de dépassement de ces charges normalisées est couverte par le coefficient de surcharge n dont la valeur variera pour différents types de sollicitations. Ainsi, les charges normalisées que subissent les planchers d'un bâtiment industriel peuvent être dépassées au cours des réparations ou des remaniements des équipements, etc. Conséquemment, les valeurs des coefficients de surcharge doivent découler d'une analyse statistique des résultats d'observation de longue durée.

On a établi de cette façon les valeurs suivantes des coefficients de surcharge: pour le poids propre des éléments de construction $n = 1{,}1$; pour les matériaux thermo-isolants et granulaires $n = 1{,}2$; pour diverses catégories de surcharges $n = 1{,}2$ à $1{,}4$ et ainsi de suite.

Le produit de la sollicitation normalisée q^{norm} par le coefficient de surcharge n est la sollicitation que l'on introduira dans les calculs et, par conséquent, on a convenu de lui attribuer le nom de charge (ou surcharge, sollicitation) de calcul $q = q^{\text{norm}} n$.

En cas des sollicitations dynamiques, on doit introduire un coefficient supplémentaire qui en tiendra compte, indépendamment du coefficient de surcharge.

Nous avons déjà mentionné que la résistance propre des matériaux (du béton, des aciers) est aussi une grandeur variable. Quand on essaie des éprouvettes fabriquées avec des matériaux de même qualité (cubes en béton d'une même composition, barres en acier de même nuance), on observe des fluctuations inéluctables, certaines des éprouvettes ayant une résistance au-dessous de la moyenne et d'autres au-dessus.

La variabilité de la résistance propre des matériaux est fonction des propriétés intrinsèques du matériau considéré ainsi que des procédés de fabrication adoptés. Cette variabilité fait l'objet d'études expérimentales et se déduit d'un très grand nombre d'observations.

Si en cours d'expériences on aurait trouvé qu'un nombre n_1 d'éprouvettes présentait une résistance R_1, un nombre n_2 une résistance R_2 et ainsi de suite, la résistance moyenne, dite normalisée, de toutes ces éprouvettes sera donnée par

$$R = \frac{n_1 R_1 + n_2 R_2 + \ldots + n_k R_k}{n}$$

Les écarts de la résistance des éprouvettes individuelles de cette moyenne seront donnés par

$$\Delta_1 = R_1 - R; \quad \Delta_2 = R_2 - R; \quad \ldots \quad \Delta_k = R_k - R,$$

et l'écart quadratique moyen appelé également écart étalon par

$$\sigma = \sqrt{\frac{n_1\Delta_1^2 + n_2\Delta_2^2 + \ldots + n_k\Delta_k^2}{n}}.$$

Les résultats des essais peuvent être présentés graphiquement sous forme d'une courbe de distribution statistique (fig. 2.23). On la construit en portant en abscisses les valeurs de la résistance R et en ordonnées le nombre des cas n pour lesquels ladite résistance R

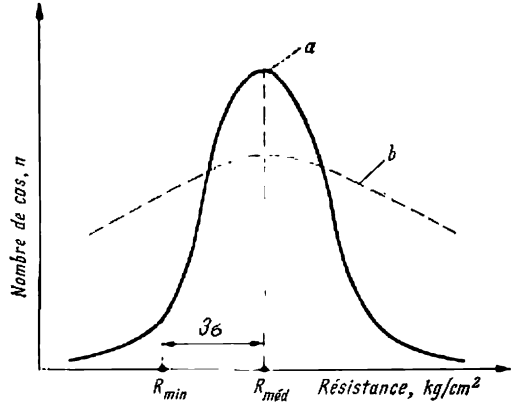


Fig. 2.23. Courbes de distribution de la résistance des matériaux

a été observée. Pour que cette courbe soit suffisamment représentative, il faut disposer d'un nombre de données expérimentales assez important.

La courbe de distribution montre que la plus grande partie des éprouvettes essayées avait une résistance correspondant au maximum de la courbe et égale à la valeur moyenne de R (sommet de la courbe *a*). Les autres valeurs de R observées s'écartent de la moyenne, certaines lui étant supérieures et d'autres inférieures, les écarts les plus importants se rencontrant le plus rarement (la fréquence des écarts diminuant avec leur importance).

Une courbe de distribution aplatie (telle la courbe *b*) témoigne que la grandeur R est très variable, ce qui signifie que les procédés de fabrication des matériaux en question sont très imparfaits.

Une courbe de distribution symétrique est caractéristique d'une même probabilité des écarts en moins et en plus par rapport à la valeur moyenne. Ordinairement, c'est le cas pour les essais des matériaux quoique dans des cas particuliers on peut avoir affaire à des courbes de distribution asymétriques.

Quand le nombre de tests effectués n'est pas très grand on peut construire une courbe de distribution symétrique donnée par l'équation de la courbe en cloche de Gauss en se servant des valeurs expérimentales de la résistance moyenne R et de l'écart étalon σ :

$$n_x = \frac{n\Delta R_x}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(R_x-R)^2}{2\sigma^2}},$$

où n_x est le nombre d'éprouvettes présentant une résistance égale à R_x ;

ΔR_x, l'intervalle entre deux valeurs consécutives de R_x.

L'espérance mathématique de rencontrer une valeur réduite de la grandeur étudiée s'évalue à l'aide de l'écart étalon σ. On peut démontrer que si l'on porte en abscisses à partir de l'ordonnée maximale de la courbe de distribution symétrique une longueur représentant 3σ, l'ordonnée de la courbe deviendra inférieure à 1/1000e de l'ordonnée médiane. Ceci veut dire que si l'on essayait 1000 éprouvettes, l'on aurait tout au plus une chance sur mille de trouver parmi elles une dont la résistance R_{min} sera égale à $R_{méd} - 3\sigma$.

Pour la méthode de calcul basée sur les états limites on a décidé d'adopter comme écart maximal possible de la résistance moyenne du béton et de l'acier un écart égal à 3σ. D'où le coefficient d'homogénéité :

$$k = \frac{R_{min}}{R} = \frac{R-3\sigma}{R} = 1 - \frac{3\sigma}{R}.$$

Le coefficient d'homogénéité caractérise donc la variabilité des propriétés mécaniques des matériaux et tient compte d'un abaissement accidentel de leur résistance normalisée.

Lors de l'établissement des valeurs de ce coefficient la considération fut donnée non seulement aux résultats des tests directs de la valeur σ/R, mais également à l'expérience acquise pendant l'exploitation des bâtiments et ouvrages divers.

La valeur de la résistance normalisée du béton à la compression est prise égale à la moyenne statistique de la résistance sur cube obtenue sur un grand nombre d'éprouvettes. On conviendra de considérer cette résistance comme caractéristique de la qualité du béton.

Les valeurs normalisées de la résistance R_b^{norm} du béton travaillant à la compression, en flexion ou en traction sont obtenues à l'aide des formules empiriques mentionnées au chapitre 1 et sont présentées au tableau 2.1.

La résistance normalisée à la traction des bétons fabriqués avec des ciments alumineux est obtenue en multipliant les valeurs données ci-dessus par un coefficient égal à 0,7. Les résistances normalisées des bétons légers de la qualité 250 sont trouvées par interpolation.

Tableau 2.1

Résistances normalisées du béton R_b^{norm} en kg/cm²

Type de contrainte	Symbole	Qualité du béton								
		50	75	100	150	200	300	400	500	600
Compression simple (essai sur prisme)	R_{pr}^{norm}	40	60	80	115	145	210	280	350	420
Compression en flexion.	R_{fl}^{norm}	50	75	100	140	180	260	350	440	520
Traction	R_{tr}^{norm}	6	8	10	13	16	21	25	28	30

Les courbes de distribution obtenues par analyse statistique d'un grand nombre d'essais sur cubes de béton fabriqués en usine pour les chantiers les plus importants de l'U.R.S.S. ainsi que les courbes théoriques sont données fig. 2.24,*a*. On y voit que les écarts de la résistance des éprouvettes de leur résistance normalisée sont compris entre —30 et +70 %.

Les valeurs normalisées des coefficients d'homogénéité figurent au tableau 2.2.

Tableau 2.2

Coefficients d'homogénéité du béton

Type de contrainte	Symbole	Qualité du béton	
		35, 50, 75, 100, 150, 200	300, 400, 500, 600
Compression simple et en flexion . . .	k_b	0,55	0,6
Traction	$k_{b.tr}$	0,45	0,5

Quand les Cahiers des charges spécifient explicitement la résistance à la traction, et à condition que l'homogénéité et la résistance du béton soient contrôlées systématiquement, le coefficient $k_{b.tr}$ peut être augmenté de 5 %.

Quant au coefficient des conditions de travail m_b on ne l'introduit que pour les bétons de haute résistance.

Ainsi, pour le béton 500 on prend $m_b = 0,95$ et pour le béton 600, $m_b = 0,90$. Lors du calcul à la fissuration des éléments précontraints on introduit un coefficient $m_b = 1,4$.

La limite inférieure probable de la résistance du béton dont on doit tenir compte dans tous les calculs s'obtient en multipliant les résistances normalisées par les coefficients de l'homogénéité et

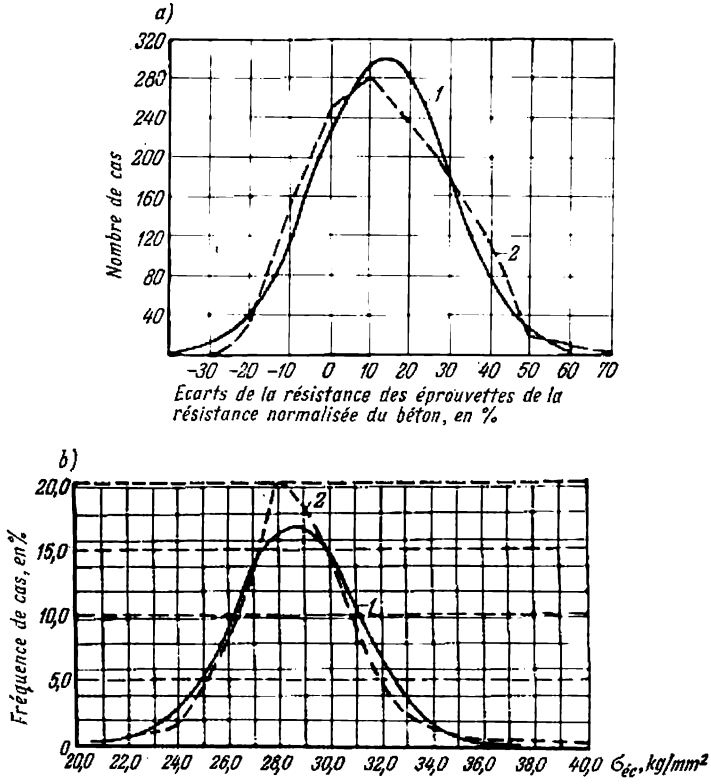


Fig. 2.24. Courbes de distribution

a — de la résistance des cubes en béton; *b* — de la limite d'écoulement des aciers; *1* — courbes théoriques; *2* — courbes obtenues par analyse statistique

des conditions de travail donnés ci-dessous. On a convenu de désigner les valeurs des résistances ainsi obtenues (v. tableau 2.3) par le terme « résistance calculée ». Ainsi:

$$R_b = R_b^{norm} k_b m_b.$$

La vérification des pièces aux contraintes développées pendant les opérations de précontrainte peut s'effectuer avec majoration de 20 % des résistances à la compression (R_{pr} et R_{fl}).

Une majoration de 10 % des résistances calculées des bétons fabriqués en usine avec dosage automatique ou semi-automatique

Tableau 2.3

Résistances calculées du béton en kg/cm² à adopter pour l'étude de la résistance et de la fissuration des constructions en béton armé

Type de contrainte	Symbole	Qualité du béton								
		50	75	100	150	200	300	400	500	600
Compression simple (essai sur prisme)	R_{pr}	20	30	44	65	80	130	170	200	230
Compression en flexion . . .	R_{fl}	25	37	55	80	100	160	210	250	280
Traction . . .	R_{tr}	2,7	3,6	4,5	5,8	7,2	10,5	12,5	14	15
Traction pour les calculs des éléments précontraints à la fissuration	R_f	3,8	5	6,3	8	10	14,5	17,5	19,5	21

est autorisée, pourvu que des contrôles systématiques de la résistance et de l'homogénéité de ces bétons en prouve le bien-fondé.

La résistance calculée à la traction des bétons fabriqués avec du ciment alumineux est diminuée de 30 % par rapport à leur résistance à la traction normalisée R_{tr}.

La résistance calculée des pièces coulées sur place travaillant en compression simple ou en flexion composée doit être diminuée de 15 % quand leur plus grand côté est inférieur à 30 cm.

On est autorisé de majorer la résistance à la traction des bétons légers fabriqués avec du sable poreux de 25 % pour les granulats concassés et de 15 % pour les granulats roulés.

Les résistances R_{pr} et R_{fl} des éléments coulés verticalement (poteaux et murs coulés sur place, dalles et panneaux préfabriqués moulés, etc.) doivent être diminuées de 15 %.

Le module élastique des divers bétons à adopter pour le calcul des éléments de construction est donné par le tableau 2.4 en tenant compte de la qualité et du type du béton.

Les modules élastiques des bétons légers fabriqués uniquement avec du sable de quartz doivent être majorés de 30 %.

Il a été également convenu d'adopter pour résistance normalisée des armatures le minimum garanti de la limite d'écoulement pour les aciers doux et le minimum garanti de leur résistance à la traction (limite de rupture) pour les aciers durs.

Tableau 2.4

Module élastique E_b du béton travaillant à la compression ou à la traction, en kg/cm²

Qualité du béton	Module élastique des bétons ordinaires	Module élastique des bétons légers			
		Granulats artificiels		Granulats naturels	
		Densité apparente de la pierraille, kg/m³			
		300 à 700	Au-dessus de 700	300 à 700	Au-dessus de 700
50		50 000	70 000	35 000	50 000
75		65 000	95 000	45 000	65 000
100	190 000	80 000	110 000	55 000	80 000
150	230 000	100 000	130 000	70 000	100 000
200	265 000	115 000	150 000		115 000
250		125 000	165 000		125 000
300	315 000	135 000	180 000		135 000
400	350 000				
500	380 000				
600	400 000				

La variabilité de la résistance des aciers fut objet, tout comme pour le béton, d'études fondées sur l'analyse statistique d'un très grand nombre d'essais en tenant compte de l'expérience acquise sur chantiers et des écarts entre les diamètres réels et théoriques des barres.

La fig. 2.24,*b* représente les courbes de distribution de la résistance des ronds lisses en acier doux. On y voit que la dispersion des résultats s'étale sur ± 25 %.

Les valeurs des coefficients d'homogénéité pour les barres en acier sont les suivantes:

1. Aciers laminés à chaud des classes A-I et A-II, ainsi que les aciers des classes A-II et A-III écrouis par étirage avec contrôle des allongements et efforts: $k_a = 0{,}9$.
2. Aciers crénelés des classes A-III et A-IV: $k_a = 0{,}85$.
3. Fils d'acier tréfilés, lisses et crénelés, ainsi que les aciers des classes A-II et A-III écrouis par étirage avec contrôle des allongements seulement: $k_a = 0{,}8$.
4. Aciers trempés crénelés: $k_a = 0{,}7$.

Les coefficients des conditions de travail sont:

1. Pour les aciers durs: $m_a = 0{,}8$.
2. Pour les fils d'acier tréfilés employés sous forme de treillis soudés: $m_a = 0{,}7$.

Tableau 2.5

Résistances calculées des armatures d'acier, en kg/mm², à adopter pour l'étude de la résistance

Type d'armature	Armature tendue		Armature comprimée
	Barres longitudinales et transversales travaillant en flexion R_a	Barres transversales reprenant les efforts tranchants $R_{a.ét}$	$R_{a.c}$
Ronds lisses en acier doux laminés à chaud de la classe A-I ($d \leqslant 40$ mm) et aciers doux profilés	21	17	21
Barres crénelées			
Aciers laminés à chaud de la classe A-II ($d \leqslant 40$ mm)	27	21,5	27
Aciers laminés à chaud de la classe A-III (aciers faiblement alliés, marqués 25Г2С ou 35ГС)	34	27	34
Aciers laminés à chaud de la classe A-IV (aciers faiblement alliés, marqués 30ХГ2С)	51	41	36
Aciers de la classe A-II écrouis par étirage:			
a) tendus à 45 kg/mm² avec allongements n'excédant pas 5,5 %	37	30	27
b) allongements de 5,5 % sans contrôle d'efforts	32,5	26	27
Aciers de la classe A-III écrouis par étirage :			
a) tendus à 55 kg/mm² avec allongements n'excédant pas 3,5 %	45	36	34
b) allongements de 3,5 % sans contrôle d'efforts	40	32	34
Aciers doux profilés par laminage à froid	25	20	25
Fils d'acier doux tréfilés employés dans des treillis soudés:			
de 3,0 à 5,5 mm de diamètre	31,5	22	31,5
de 6 à 10 mm de diamètre	25	17,5	25

3. Pour les barres tendues en aciers des classes A-II et A-III écrouis par étirage : $m_a = 0{,}9$.

4. Pour les fils d'acier tréfilés destinés à reprendre les efforts transversaux $m_{incl} = 0{,}7$, pour les aciers doux de même destination $m_{incl} = 0{,}8$.

Les résistances des aciers à introduire dans les calculs, également dites résistances calculées, sont obtenues en multipliant les résistances normalisées par les coefficients d'homogénéité et des conditions de travail :

pour les armatures destinées à reprendre les efforts transversaux :

$$R_{a,ét} = R_a^{norm} k_a m_a m_{ét} ;$$

pour toutes les autres armatures :

$$R_a = R_a^{norm} k_a m_a .$$

La résistance calculée des aciers travaillant en compression ne peut pas dépasser $R_{a.c} = 36$ kg/mm², vu la déformabilité limite du béton (voir 1.1).

Le tableau 2.5 donne les valeurs des résistances calculées des armatures.

La résistance calculée des aciers employés dans les éléments préfabriqués avec contrôle systématique de la qualité des armatures peut être majorée de 10 % (sans jamais dépasser $R_{a.c} = 36$ kg/mm² pour les armatures comprimées) à condition que la résistance de toutes les barres essayées excède toujours d'au moins 10 % leur résistance normalisée.

Les modules élastiques des aciers sont les suivants : barres des classes A-I et A-II : $E_a = 2{,}1 \cdot 10^6$ kg/cm² ; barres des classes A-III et A-IV : $E_a = 2{,}0 \cdot 10^6$ kg/cm² ; fils d'acier doux tréfilés et acier doux profilés par laminage à froid : $E_a = 1{,}8 \cdot 10^6$ kg/cm².

2.7.3. Coefficients des conditions de travail

Les coefficients des conditions de travail m pour les ouvrages et constructions usuels travaillant dans des conditions normales sont pris égaux à l'unité.

Quand les hypothèses admises dans le calcul s'écartent du travail réel de l'ouvrage ou bien si la sécurité de ce dernier doit être augmentée, on réduit les efforts de calcul en introduisant les coefficients de travail moindres que l'unité.

2.7.4. Le principe fondamental du calcul de la portance (de la résistance) d'une section en béton armé

Dans sa forme la plus générale l'expression adoptée pour le calcul de la portance des sections en béton armé peut être représentée comme suit :

$$N \leqslant P\,(m,\ S,\ R_{\mathrm{b}}^{\mathrm{norm}}, k_{\mathrm{b}},\ m_{\mathrm{b}},\ R_{\mathrm{a}}^{\mathrm{norm}},\ k_{\mathrm{a}},\ m_{\mathrm{a}}). \qquad (2.102)$$

Ici : N est l'effort intérieur (moment fléchissant par exemple) agissant dans la section calculé à partir des charges normalisées, compte tenu des coefficients de surcharge, de la portée de l'élément et de son schéma statique ;

P est la portance calculée de la section (à la compression, à la traction ou à la flexion) qui est fonction de la géométrie et des propriétés élasto-plastiques de la section S, des résistances normalisées des matériaux, de leurs coefficients d'homogénéité et des conditions de travail.

La formule (2.102) traduit en symboles mathématiques que, dans des conditions très défavorables, les efforts maximaux engendrés dans la section par des sollicitations supérieures à celles de service ne doivent pas dépasser la portance minimale de la section calculée à partir des résistances les plus basses possibles des matériaux. Cette méthode de calcul introduit donc certaines réserves tant sur la valeur des efforts agissant dans les sections que sur les valeurs des résistances des matériaux qui les constituent.

Il s'ensuit que la portance (la résistance) d'une section en béton armé restera assurée aussi longtemps que sera respectée l'inégalité (2.102).

2.7.5. Avantages de la méthode de calcul basée sur les états limites

Comparée à la méthode de calcul à la rupture, la méthode envisagée présente cet avantage que l'introduction d'un système de coefficients calculés, qui tiennent compte séparément des variabilités possibles des charges et de la résistance de chaque matériau, permet de serrer de plus près la réalité et d'obtenir des résultats plus rigoureux. En même temps tout perfectionnement dans les procédés de fabrication des matériaux qui améliorerait leur homogénéité pourra facilement être pris en considération, conduisant ainsi à des constructions plus économiques.

A l'heure actuelle les valeurs de certains des coefficients utilisés dans cette méthode requièrent des études théoriques et expérimentales supplémentaires. Ainsi, on ne peut pas justifier l'introduction d'un seul et même coefficient de surcharge $n = 1{,}1$ sur le poids

propre d'un plancher supportant des surcharges très importantes et sur celui pour lequel son poids propre constitue la sollicitation principale.

L'évolution de la méthode de calcul des états limites exige une étude systématique des coefficients calculés.

2.8. MÉTHODE GÉNÉRALE DE CALCUL DE LA PORTANCE DES SECTIONS EN BÉTON ARMÉ

2.8.1. Exposé

La méthode générale de calcul de la portance des sections soumises à de différentes sollicitations y provoquant une flexion simple ou composée s'applique à toute section symétrique et conduit à des expressions de même forme à condition que l'on adopte une épure de contraintes rectangulaire pour la zone comprimée.

Au stade de rupture l'on doit distinguer entre deux cas de travail.

1er cas. Sections partiellement tendues et partiellement comprimées, travaillant en flexion simple ou composée, la résultante des efforts extérieurs de compression passant soit à l'intérieur, soit à l'extérieur du périmètre de la section, et celle des tractions à l'extérieur seulement (cas de grandes excentricités).

2e cas. Sections comprimées ou partiellement tendues et partiellement comprimées, travaillant en flexion composée, la résultante des efforts extérieurs de compression passant nécessairement à l'intérieur de la section (cas de faibles excentricités).

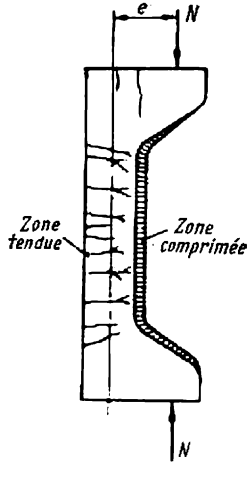


Fig. 2.25. Rupture d'un prisme en béton armé soumis à un effort de compression excentré (1er cas)

2.8.2. Calcul des sections travaillant dans le 1er cas

Pour les sections travaillant suivant le premier cas la rupture débute, comme pour les pièces simplement fléchies, par les armatures tendues se propageant graduellement au béton comprimé et porte un caractère plastique (fig. 2.25).

Au stade de travail correspondant à l'état de rupture (premier état limite), calculé en adoptant pour contraintes de rupture les résistances calculées, c'est-à-dire R_{fl} pour le béton de la zone comprimée, R_a pour les

armatures tendues et $R_{a.c}$ pour les armatures comprimées, on peut, en se basant sur le principe de Loleite, écrire deux inégalités nécessaires pour assurer la résistance requise de la section (fig. 2.26).

1. Le moment provoqué par les sollicitations extérieures calculées (c'est-à-dire multipliées par les coefficients de surcharge

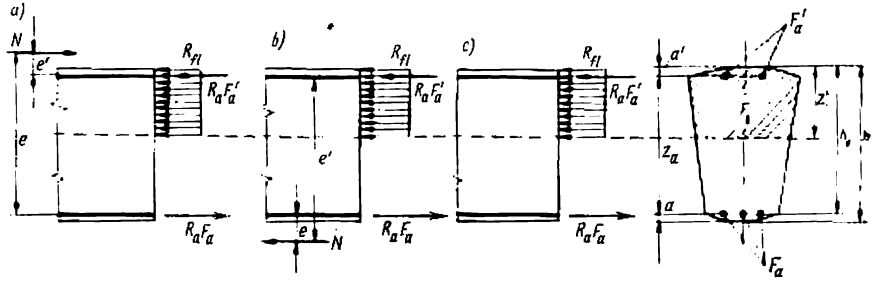


Fig. 2.26. Calcul de la portance des sections travaillant suivant le 1er cas
a — à la compression excentrée; *b* — à la traction excentrée; c — à la flexion

appropriés) ne doit pas dépasser la somme des moments des efforts intérieurs rapportés au même point:

$$Ne \leqslant R_{fl} S_b + R_{a.c} F'_a z_a, \tag{2.103}$$

où $z_a = h_0 - a'$ est la distance entre les centres de gravité des armatures tendues et comprimées F_a et F'_a;

e, la distance entre le point de l'application de la force extérieure N et le centre de gravité des armatures tendues F_a.

2. L'effort normal dû aux charges calculées ne doit pas dépasser la somme des efforts intérieurs correspondants:

$$\pm N \leqslant R_{fl} F_b + R_{a.c} F'_a - R_a F_a. \tag{2.104}$$

On conviendra d'adopter le signe *plus* devant N pour les efforts de compression et le signe *moins* pour les extensions.

Les sollicitations et résistances calculées étant connues, on peut avoir à résoudre deux problèmes: a) pour les dimensions extérieures de la section choisie a priori trouver les sections nécessaires des armatures F_a et F'_a; b) pour les sections du béton et des aciers connues vérifier si la section en béton armé possède une résistance suffisante.

Choix de la section des armatures. L'inégalité des moments (2.103) fournit la formule nécessaire pour le choix de la section des armatures comprimées:

$$F'_a = \frac{Ne - R_{fl} S_b}{R_{a.c} z_a}, \tag{2.105}$$

et l'inégalité (2.104) la formule donnant la section des barres tendues :

$$F_a = \frac{R_{a.c}}{R_a} F'_a + \frac{R_{fl} F_b \pm N}{R_a}. \qquad (2.106)$$

Dans cette dernière formule (2.106) le signe *moins* précédant N correspond aux sections comprimées et le signe *plus* aux sections tendues.

En flexion simple $M = Ne$ et $N = 0$. Dès lors les formules (2.105) et (2.106) deviennent :

$$F'_a = \frac{M - R_{fl} S_b}{R_{a.c} z_a}; \qquad (2.107)$$

$$F_a = \frac{R_{a.c}}{R_a} F'_a + \frac{R_{fl} F_b}{R_a}. \qquad (2.108)$$

Notons que si l'on ne connaît que l'effort N et le point de son application, il reste trois inconnues F'_a, F_a et x à déterminer à l'aide de deux équations. Il s'ensuit que le problème doit admettre une infinité de solutions. Effectivement, les formules (2.105) et (2.106) utilisées pour le calcul des sections des armatures fourniront différentes solutions pour F_a et F'_a correspondant à chaque paire de valeurs de F_b et S_b fonctions elles-mêmes de x. Cette indétermination peut être levée si aux conditions mentionnées on rajoute une troisième, celle d'une dépense minimale de métal :

$$(F_a + F'_a)_{min}. \qquad (2.108a)$$

En faisant somme de F_a et F'_a données par (2.105) et (2.106), on obtient, pour $R_a = R_{a.c}$:

$$\left(2\,\frac{Ne - R_{fl} S_b}{R_a z_a} + \frac{R_{fl} F_b \pm N}{R_a}\right)_{min}$$

ou

$$\left[\frac{N(2e \pm z_a) - R_{fl}(2S_b - z_a F_b)}{R_a z_a}\right]_{min}. \qquad (2.109)$$

Dans cette expression seul le facteur (entre parenthèses) de R_{fl} dépend de x. Par conséquent, la condition (2.109) sera satisfaite si

$$[R_{fl}(2S_b - z_a F_b)]_{max} \qquad (2.110)$$

ou encore

$$\left(S_b - \frac{z_a}{2} F_b\right)_{max}. \qquad (2.111)$$

Or, le moment statique S_b rapporté à l'horizontale passant par le centre de gravité des armatures tendues (v. fig. 2.27) est donné par

$$S_b = \int_{F_b} y\,dF = \int_{F_b} \left(\frac{z_a}{2} + \eta\right) dF =$$

$$= \int_{F_b} \frac{z_a}{2}\,dF + \int_{F_b} \eta\,dF = \frac{z_a}{2} F_b + \bar{S}_b, \qquad (2.112)$$

où $\bar{S}_b$ est le moment statique de l'aire de la zone comprimée par rapport à l'horizontale passant par le milieu de z_a.

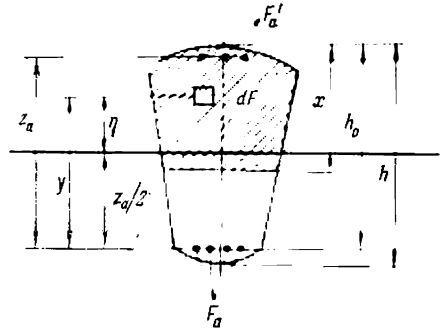


Fig. 2.27

Introduisant la valeur de S_b trouvée dans (2.111), on s'aperçoit que cette condition est équivalente à la condition que S_b acquière une valeur maximale. Or, il est clair que S_b passera par son maximum quand l'axe neutre coïncidera avec l'horizontale divisant z_a en deux:

$$x = \frac{z_a}{2} + a'. \qquad (2.113)$$

On obtient ainsi une règle exceptionnellement simple et commode: *pour une section symétrique travaillant en flexion simple ou composée, la section minimale des armatures* $F_a + F'_a$ *correspondra au cas quand l'axe neutre divisera la distance entre les centres de gravité de ces armatures en parties égales.*

Si les résistances calculées des armatures comprimées et tendues sont différentes, on déduit facilement que l'axe neutre doit diviser la même distance en parties inversement proportionnelles aux résistances R_a et $R_{a.c}$, c'est-à-dire que

$$x = z_a \frac{R_a}{R_a + R_{a.c}} + a'. \qquad (2.113a)$$

Cette règle très intéressante et très générale déterminant la position optimale (la plus économique) de l'axe neutre, établie par P. Pasternak, fut confirmée par des expériences appropriées.

Quand, lors du calcul des sections des armatures F_a, on trouve que $Ne > R_{fl}S_b$ (v. expression 2.105), cela signifie que l'armature comprimée est indispensable pour assurer une résistance suffisante de la section. Quand $Ne < R_{fl}S_b$, l'armature comprimée est superflue. Dans ce dernier cas

$$Ne - R_{fl}S_b = 0 \tag{2.114}$$

et alors

$$S_b = \frac{Ne}{R_{fl}}. \tag{2.115}$$

Pour les éléments travaillant en flexion simple cette relation devient

$$S_b = \frac{M}{R_{fl}}. \tag{2.115a}$$

Si d'autre part F'_a est connue a priori,

$$S_b = \frac{Ne - z_a R_{a.c} F'_a}{R_{fl}}, \tag{2.116}$$

et en cas de flexion simple

$$S_b = \frac{M - z_a R_{a.c} F'_a}{R_{fl}}. \tag{2.116a}$$

Ayant déterminé ainsi S_b, on calcule d'abord x, ensuite F_b et finalement on trouve la section des armatures tendues F_a. Quand la section envisagée est rectangulaire ou peut être remplacée par plusieurs rectangles, on obtient pour x une équation du deuxième degré.

Quand l'armature est symétrique $F_a = F'_a$ et $R_a = R_{a.c}$, on trouve conformément à la formule (2.106) pour le cas de flexion avec compression :

$$F_b = \frac{N}{R_{fl}}, \tag{2.117}$$

et pour le cas de flexion combinée avec traction

$$F_b = -\frac{N}{R_{fl}},$$

ce qui est physiquement impossible, car la section F_b ne peut devenir négative. Par conséquent, dans ce cas le calcul rigoureux devient impossible. En flexion simple on a

$$F_b = 0, \tag{2.118}$$

ce qui signifie que dans les pièces simplement fléchies et armées symétriquement le béton ne joue qu'un rôle tout à fait secondaire.

Les règles pratiques du calcul des sections en béton armé de différentes configurations (rectangulaires, en T, etc.), soumises à des sollicitations différentes, seront détaillées dans les chapitres suivants.

Vérification de la résistance d'une section. On admet que les sections et les résistances du béton et des armatures sont connues a priori.

En cas de flexion composée (v. fig. 2.26) la position de l'axe neutre se déduit de l'équilibre des moments par rapport au point d'application de la résultante N:

$$R_{fl}S_{b.N} \pm R_{a.c}F'_a e' - R_a F_a e = 0, \qquad (2.119)$$

où $S_{b.N}$ est le moment statique de la section du béton comprimé par rapport au point d'application de N;

e', la distance entre le centre de gravité de F'_a et N.

On met le signe *plus* devant le deuxième terme de l'expression (2.119), quand la résultante N s'applique à l'extérieur de z_a, et le signe *moins* quand elle agit à l'intérieur.

La valeur de N_{sec} obtenue par sommation de tous les termes du second membre de la formule (2.104) doit satisfaire à la condition $N < N_{sec}$.

En flexion simple la position de l'axe neutre se déduira de (2.104) en posant $N = 0$. On aura:

$$R_{fl}F_b + R_{a.c}F'_a - R_a F_a = 0. \qquad (2.104a)$$

Quant au moment appliqué il doit satisfaire à la condition

$$M \leqslant R_{fl}S_b + R_{a.c}F'_a z_a. \qquad (2.103a)$$

2.8.3. Calcul des sections travaillant dans le 2e cas

Pour les sections comprimées excentriquement et travaillant dans le 2e cas, la rupture commence dans la zone comprimée d'une manière analogue à celle d'une section fléchie armée à outrance. Les armatures F_a situées dans la zone la plus éloignée de la résultante N peuvent être soit comprimées (fig. 2.28,*a*), soit tendues (fig. 2.28,*b*), mais les contraintes qui y régneraient au moment de rupture peuvent être encore bien inférieures à leurs valeurs limites.

Quand l'excentricité est très faible on adopte comme pour une compression simple que la répartition des contraintes dans toute la section suit une épure rectangulaire. On admet de même que la

rupture surviendra quand les contraintes du béton auront atteint R_{pr} et celles des armatures $R_{a.c}$.

La condition assurant la résistance requise s'écrira:

$$N \leqslant R_{pr}F_b + R_{a.c}(F_a + F'_a). \tag{2.120}$$

Si $N > R_{pr}F_b$ les armatures comprimées sont indispensables. Les sections des armatures se détermineront en égalant le moment

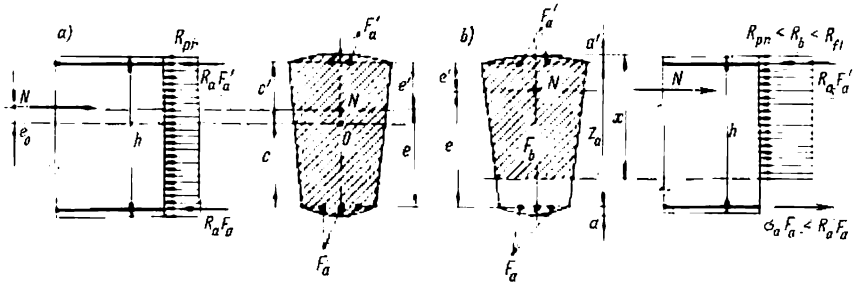


Fig. 2.28

des sollicitations extérieures par rapport au centre de gravité de l'une des armatures au moment des efforts intérieurs:

$$Ne \leqslant R_{pr}S_0 + R_{a.c}F'_a z_a; \tag{2.121}$$

$$Ne' \leqslant R_{pr}S'_0 + R_{a.c}F_a z_a, \tag{2.122}$$

ici S_0 et S'_0 sont les moments statiques de toute la section par rapport aux centres de gravité de F_a et de F'_a.

On en tire:

$$F'_a = \frac{Ne - R_{pr}S_0}{R_{a.c}z_a}; \tag{2.123}$$

$$F_a = \frac{Ne' - R_{pr}S'_0}{R_{a.c}z_a}. \tag{2.124}$$

On a besoin d'une armature bilatéralement comprimée si la somme

$$F_a + F'_a = \frac{N - R_{pr}F_b}{R_{a.c}}, \tag{2.125}$$

trouvée à l'aide des formules (2.123) et (2.124), est positive. Quand on a affaire à la compression simple, l'inégalité (2.120) donne:

$$F'_a = \frac{Nc - R_{pr}S_0}{R_{a.c}z_a}; \tag{2.123a}$$

$$F_a = \frac{Nc' - R_{pr}S'_0}{R_{a.c}z_a}, \tag{2.124a}$$

avec c et c' représentant les distances entre les centres de gravité des armatures F_a et F'_a et celui de la section du béton.

L'augmentation de l'excentricité de l'effort normal conduit au déplacement de l'axe neutre vers le centre de la section avec apparition des contraintes de traction dans les armatures F_a et avec diminution de la zone comprimée (fig. 2.28,*b*). Il en découle une diminution du moment statique S_b, mais en même temps la résistance limite du béton de la zone comprimée augmente, en passant graduellement de R_{pr} à R_{fl} ($R_{pr} < R_b < R_{fl}$).

Les expériences ont montré qu'indépendamment de l'excentricité de l'effort normal N appliqué à l'intérieur de la section, le produit $R_b S_b$ varie fort peu et peut être considéré comme constant et égal à

$$R_b S_b = R_{pr} S_0. \tag{2.126}$$

On en déduit que la limite entre le premier cas (grandes excentricités) et le deuxième cas (faibles excentricités) peut s'établir en partant de la condition que la section des armatures comprimées F'_a trouvée à l'aide des formules correspondantes dans les deux cas soit la même. En égalant donc les parties de droite des formules (2.105) et (2.123) on trouve:

$$\frac{Ne - R_{fl} S_b}{R_{a.c} z_a} = \frac{Ne - R_{pr} S_0}{R_{a.c} z_a},$$

d'où:

$$R_{fl} S_b = R_{pr} S_0,$$

et comme $R_{pr} = 0{,}8 R_{fl}$ on obtient finalement

$$S_b = 0{,}8 S_0. \tag{2.127}$$

C'est cette relation qui détermine dans le cas général la position de l'axe neutre démarquant la limite entre les deux cas envisagés: pour $S_b \leqslant \zeta S_0$ on a affaire au 1er cas (grandes excentricités) et pour $S_b > \zeta S_0$ on a affaire au 2e cas (faibles excentricités).

La valeur de ζ varie quelque peu avec la qualité du béton, diminuant avec l'augmentation de sa résistance. Les Règlements de calcul en vigueur stipulent les valeurs de ζ suivantes: $\zeta = 0{,}8$ pour les bétons à résistance sur cube au-dessous de 400 kg/cm²; $\zeta = 0{,}65$ à 0,7 pour les bétons à résistance sur cube au-dessus de 500 kg/cm².

Le calcul des armatures pour des sections travaillant suivant le 2e cas s'effectue à l'aide des formules (2.123) et (2.124); la vérification de ces sections s'opère à l'aide des inégalités (2.121) et (2.122) qui permettent la détermination de N_{sec}.

Le calcul des éléments en bétons à haute résistance (qualité 500 et au-dessus) travaillant en flexion composée avec faible excentricité (2e cas) sera exposé au chapitre 9.

CHAPITRE 3 ÉLÉMENTS SOUMIS À UNE COMPRESSION SIMPLE

3.1. GÉNÉRALITÉS

On dit qu'un élément travaille à la compression simple si la direction de l'effort normal coïncide avec son axe. C'est le cas d'un grand nombre de poteaux intérieurs supportant les toitures et les planchers des bâtiments industriels sans étages et à étages multiples,

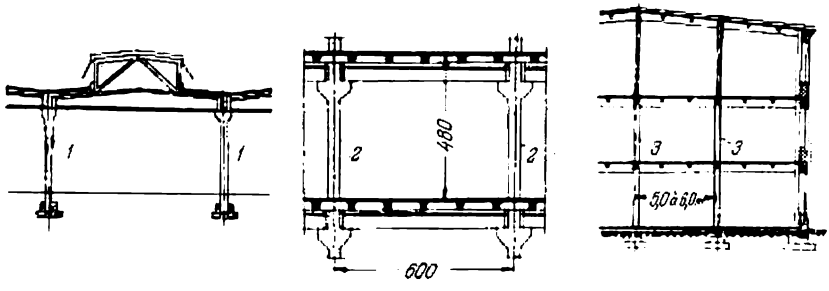


Fig. 3.1. Poteaux en béton armé
1 — potcaux préfabriqués des bâtiments sans étages ; *2* — poteaux préfabriqués des bâtiments à étages multiples ; *3* — poteaux coulés sur place des bâtiments à étages multiples

des immeubles d'habitation, etc. (fig. 3.1). Il en est de même pour les éléments des membrures supérieures des poutres en treillis, pourvu que toutes les charges soient concentrées aux nœuds, et pour les éléments comprimés des treillis (si l'on néglige les efforts secondaires).

Les poteaux et colonnes en béton armé peuvent être soit préfabriqués, soit coulés sur place. Suivant leur mode de ferraillage on peut les subdiviser en :

1. poteaux avec armatures longitudinales souples et étriers transversaux ;

2. poteaux avec armatures longitudinales souples et frettes circulaires ou en spirale (frettes hélicoïdales) ;

3. poteaux avec ferraillage porteur.

La section des poteaux est généralement de forme carrée ou rectangulaire. Afin d'en réduire le poids on emploie aussi des poteaux préfabriqués à sections tubulaires ou en double T. Les poteaux frettés en spirale sont souvent de section circulaire ou polygonale.

Les dimensions transversales des poteaux se déterminent par le calcul. Afin de réduire le nombre des types de moules et en vue d'une standardisation des armatures, les dimensions transversales inférieures à 500 mm varient de 50 en 50 mm et celles supérieures à 500 mm de 100 en 100 mm.

Vu les difficultés du bétonnage, il n'est pas recommandé de prévoir les poteaux moulés sur place de sections inférieures à 25·25 cm.

Pour les poteaux on emploie d'habitude les bétons de qualités 200, 300 ou 400. Les qualités 300 et 400 sont généralement réservées aux poteaux supportant des charges très importantes — tels les poteaux des étages inférieurs des bâtiments à étages multiples. Quand les dimensions transversales découlent non du calcul, mais des considérations constructives et technologiques, on est autorisé d'employer le béton de qualité 150.

Comme armatures longitudinales souples on emploie des ronds lisses laminés à chaud de la classe A-I et des ronds crénelés des classes A-II et A-III. Pour le ferraillage transversal (étriers et frettes) on utilise surtout des ronds lisses en acier doux de la classe A-I laminés à chaud ou des fils tréfilés.

3.2. POTEAUX À ARMATURES LONGITUDINALES SOUPLES ET ÉTRIERS

3.2.1. Particularités constructives

Les armatures longitudinales ou armatures principales des poteaux influencent sérieusement la force portante de ces derniers (fig. 3.2). En guise de cette armature on emploie ordinairement des ronds de 12 à 40 mm de diamètre. Pour les poteaux très puissants, en bétons de résistance supérieure à 200 kg/cm², on peut éventuellement employer les diamètres au-dessus de 40 mm.

La dépense d'acier s'évalue à l'aide du pourcentage d'armatures:

$$\mu\,\% = \mu \cdot 100 = \frac{F_a}{F_b}\,100\ \%.$$

Le plus souvent on emploie des coefficients d'armatures $\mu\ \% \leqslant \leqslant 3\ \%$. Quand ce pourcentage excède 3 %, des précautions supplé-

mentaires doivent être prises afin d'éviter toute possibilité de flambage des barres (étriers soudés aux barres principales ou espaces de moins de 10 diamètres de ces barres), ce qui en complique la fabrication. Par conséquent, des pourcentages d'armatures supérieurs à 3 % sont à éviter. Les règlements établissent également un pourcentage d'armatures minimal, qui doit garantir la résistance des poteaux dans les cas de déviation accidentelle de la résultante des efforts longitudinaux par rapport à leur axe géométrique (v. calcul des poteaux au paragraphe suivant).

Les barres principales doivent être rapprochées le plus possible du périmètre du poteau sans toutefois oublier les stipulations relatives à l'enrobage (voir 1.3).

L'espacement des barres principales doit tenir compte de la mise en œuvre du béton. Lors du bétonnage vertical des poteaux coulés sur place la distance nette entre les barres ne doit pas tomber au-dessous de 5 cm. Pour les poteaux préfabriqués moulés horizontalement cette distance peut être diminuée jusqu'à 25 mm pour la nappe inférieure et jusqu'à 30 mm pour la nappe supérieure.

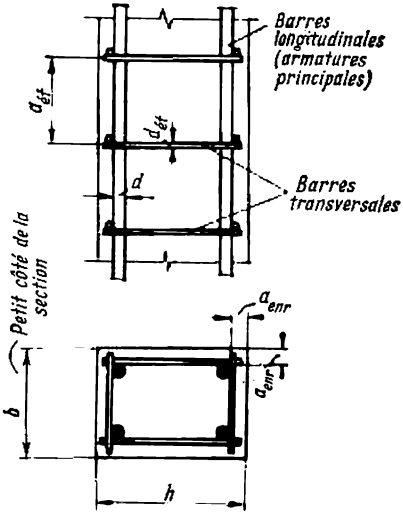


Fig. 3.2. Ferraillage d'un poteau en béton armé

La stabilité des barres principales doit être assurée dans les deux directions par des barres transversales (étriers) de 6 à 10 mm de diamètre. La couche d'enrobage de ces dernières désignée par a'_{enr} ne doit jamais descendre au-dessous de 15 mm.

Comme ferraillage des poteaux on emploie des armatures soudées en usine (fig. 3.3) ou des barres et étriers séparés (fig. 3.4). Des éléments plans préfabriqués sont soudés ensemble sur place pour former un ferraillage tridimensionnel complet, tandis que des barres et étriers séparés sont assemblés par ligatures.

Les étriers des poteaux ne se calculent ordinairement pas. Leur espacement ne doit pas dépasser $20d$ pour les armatures soudées et $15d$ pour le cas des ligatures (d désignant le diamètre minimal des barres principales), sans toutefois jamais dépasser 500 mm. En règle générale, on arrondit l'espacement des étriers à des multiples de 50 mm.

Le diamètre des étriers ligaturés ne doit pas tomber au-dessous de 5 mm et au-dessous de $0{,}2d$ s'ils sont en fils d'acier doux tréfilés de 5,0 ou de 5,5 mm de diamètre ou en acier de la classe A-III, ni au-dessous de $0{,}25d$ pour les autres classes d'acier (cette fois-ci d désignant le diamètre maximal des barres principales). Le diamètre des étriers pour les armatures soudées doit être choisi compte tenu des exigences de ce mode d'exécution.

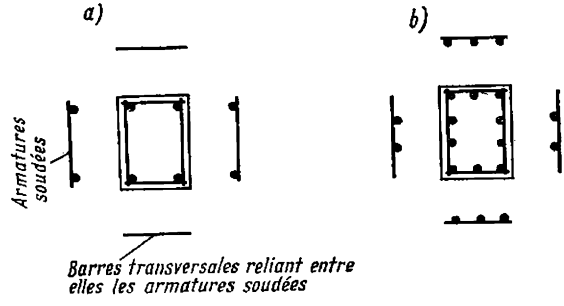


Fig. 3.3. Armatures soudées des poteaux

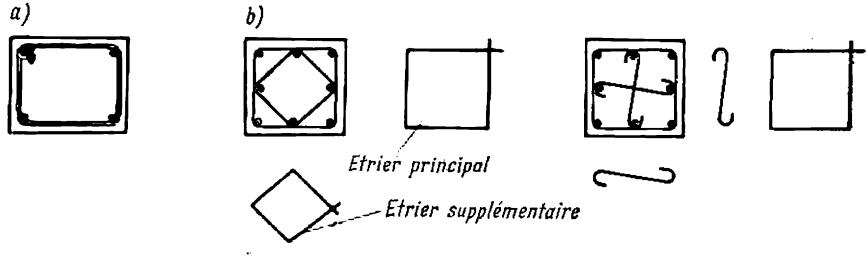


Fig. 3.4. Armatures ligaturées des poteaux

Les armatures des poteaux ne dépassant pas 40·40 cm de section peuvent ne consister que de quatre barres longitudinales (fig. 3.3,*a* et 3.4,*a*). Pour des sections plus importantes le nombre de barres longitudinales doit être augmenté (fig. 3.3,*b* et 3.4,*b*). La distance entre deux barres voisines, mesurée le long du périmètre du poteau, ne doit jamais dépasser 400 mm.

Les étriers ligaturés doivent avoir un point d'inflexion au moins au droit de chaque deuxième barre. Ce n'est que pour des sections larges de 40 cm tout au plus et pourvu que le nombre de barres le long d'une face ne dépasse pas quatre, qu'on est autorisé d'employer des étriers simples.

Dans les armatures soudées chaque étrier doit être soudé à chaque barre angulaire.

Tableau 3.1

Longueur minimale l_r d'un simple recouvrement des barres comprimées en fonction de leur diamètre d

Type de barres	Qualité du béton	
	150	200 et au-dessus
Barres crénelées en acier de la classe A-II	25d	20d
Ronds lisses en acier de la classe A-I	30d	30d
Barres crénelées en acier de la classe A-III et barres écrouies en acier de la classe A-II	35d	30d

On ne prévoit généralement pas de crochets aux extrémités des armatures comprimées.

Les joints entre barres formant armatures principales sont à éviter autant que possible. Lorsqu'ils deviennent inévitables il

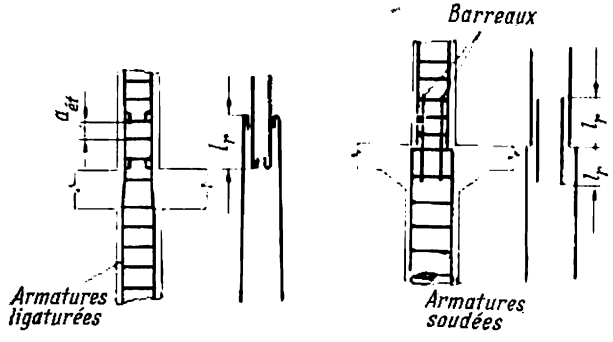


Fig. 3.5. Détail de ferraillage des poteaux coulés sur place

est préférable de les faire soudés. Les joints à simple recouvrement sont permis pour des diamètres n'excédant pas 32 mm, ils ne sont pas recommandés pour $32 < d < 40$ mm et sont absolument proscrits pour $d \geqslant 40$ mm.

Les longueurs de recouvrement requises pour les armatures comprimées sont données au tableau 3.1. En aucun cas la longueur d'un simple recouvrement ne doit être inférieure à 200 mm. L'espacement des étriers au droit d'un joint à simple recouvrement ne doit pas dépasser 10d.

La fig. 3.5 donne les détails de ferraillage des poteaux coulés sur place au droit d'un changement de section ou au niveau d'un plancher.

Les joints des poteaux préfabriqués avec leurs fondations sont généralement du type semelle à encastrement (v. fig. 3.6,*a*) avec bourrage des jeux au béton.

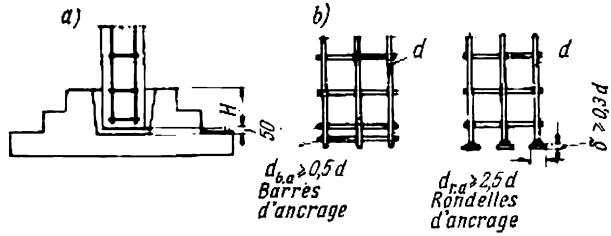


Fig. 3.6. Joint d'un poteau préfabriqué avec sa fondation

Les armatures longitudinales doivent pénétrer dans la fondation d'une longueur égale au moins à $20d$. Cette longueur peut être réduite à $15d$ si l'on fait recours aux barres d'ancrage spéciales comme indiqué fig. 3.6,*b*.

3.2.2. Calcul des poteaux

A la rupture les contraintes dans des éléments travaillant en compression simple atteignent leurs valeurs limites, c'est-à-dire le béton travaille à un taux égal à sa résistance sur prisme R_{pr} et les aciers à leur limite de refoulement ; quant à la charge de rupture

Valeurs des coefficients de flambage φ

l_0/b	10	12	14	16	18	20	22
l_0/D	8,5	10,5	12	14	15,5	17	19
$\lambda = \frac{l_0}{r}$	35,0	42	48	55	62	69	76
φ	0,98	0,96	0,93	0,89	0,85	0,81	0,77
$m_{1.d}$	1	0,96	0,93	0,89	0,85	0,81	0,78

cette dernière est donnée par la somme des efforts maximaux que peuvent supporter le béton et l'acier (v. formule (2.9)).

De même, lors du calcul des poteaux l'effort normal N provoqué par des charges calculées (sollicitations de service multipliées par les coefficients de surcharge) ne doit pas dépasser la somme des efforts internes correspondant aux contraintes calculées, c'est-à-dire que :

$$N \leqslant R_{pr} F_b + R_{a.c} F_a, \tag{3.1}$$

où N est l'effort calculé ;

R_{pr}, la résistance calculée du béton soumis à une compression simple ;

$R_{a.c}$, la résistance calculée de l'armature en compression.

Quand le pourcentage des armatures est inférieur à 3 %, F_b représente la section brute du poteau, mais quand $\mu\ \% \geqslant 3\ \%$, on prend $F_b = F - F_a$.

Les éléments comprimés peuvent flamber à des contraintes bien en dessous de celles de rupture, leur aptitude au flambement étant fortement influencée par les excentricités fortuites mais inévitables.

Les règles de calcul en vigueur stipulent qu'en l'absence d'excentricités prévisibles les éléments seront calculés à la compression simple, mais l'influence des excentricités fortuites (ne dépassant pas 1/600 de la hauteur libre) sera couverte par l'introduction du coefficient du flambage φ :

$$N_{eff} \leqslant \varphi (R_{pr} F_b + R_{a.c} F_a). \tag{3.2}$$

Quant à l'effort calculé effectif N_{eff}, celui-ci doit être pris égal à

$$N_{eff} = \frac{N_{l.d}}{m_{l.d}} + N_{c.d}, \tag{3.3}$$

Tableau 3.2

et des efforts soutenus $m_{l.d}$

24	26	28	30	32	34	36	38	40
21	22,5	24	26	28	29,5	31	33	34,5
83	90,1	97	104	111	118	125	132	139
0,73	0,68	0,64	0,59	0,54	0,49	0,44	0,4	0,35
0,74	0,70	0,67	0,63	0,59	0,55	0,52	0,48	0,45

$N_{l.d}$ indiquant les efforts provoqués par des charges de longue durée et $N_{c.d}$ par celles de courte durée ; $m_{l.d}$, un coefficient tenant compte de l'influence des efforts soutenus.

Les valeurs des coefficients φ et $m_{l.d}$ données au tableau 3.2 ont été établies expérimentalement en fonction de la flexibilité de l'élément $\lambda = \frac{l_0}{r}$, où l_0 est la longueur libre de l'élément et r est le rayon de giration minimal de la section. Pour les sections rectangulaires les coefficients φ et $m_{l.d}$ peuvent être trouvés en fonction du rapport $\frac{l_0}{b}$, b étant la dimension transversale minimale, et pour des sections circulaires en fonction du rapport $\frac{l_0}{D}$, D représentant le diamètre de la section.

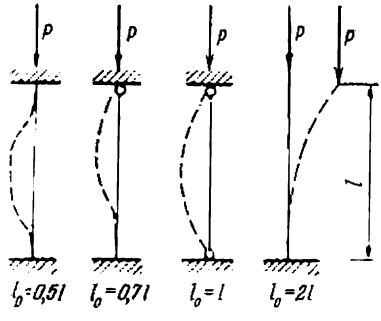


Fig. 3.7

La longueur calculée l_0 de l'élément se détermine en fonction des conditions d'appuis comme indiqué fig. 3.7.

Pour les poteaux courts dont la flexibilité $\frac{l_0}{r} < 35$ (ce qui correspond à $\frac{l_0}{b} < 10$ pour des sections rectangulaires) on n'a plus à tenir compte du flambement ($\varphi = 1$, $m_{l.d} = 1$).

Le pourcentage minimal des armatures μ % doit être pris égal à 0,3 pour $\frac{l_0}{r} \leqslant 35$, égal à 0,4 pour $35 < \frac{l_0}{r} \leqslant 83$ et égal à 0,5 pour $\frac{l_0}{r} > 83$.

L'emploi des poteaux très flexibles n'est pas économique, car on ne peut y mettre à profit entièrement toute la résistance du béton et des aciers. Dans la construction des bâtiments il est recommandé de borner la flexibilité des piliers, poteaux et colonnes par le rapport $\frac{l_0}{r} < 10$.

3.2.3. Choix des sections

Le problème à résoudre, une fois les charges de longue et courte durées déterminées, les qualités du béton et de l'acier choisies et la longueur libre de l'élément calculée, peut se présenter sous deux aspects.

Premier type de problème. Les dimensions de la section transversale étant connues, déterminer la section de l'armature.

Pour résoudre ce problème on trouve φ et $m_{l.d}$ d'après la flexibilité $\lambda = \frac{l_0}{r}$ ou le rapport $\frac{l_0}{b}$ (tableau 3.2), puis on calcule N par (3.3) en tenant compte de la durée de l'action des charges, et finalement d'après la condition (3.2) on détermine la section des armatures:

$$F_a = \frac{\frac{N}{\varphi} - R_{pr} F_b}{R_{a.c}}. \tag{3.4}$$

Si cette expression donne une valeur de F_a insuffisante pour assurer le pourcentage des armatures minimal requis ou même $F_a < 0$, on adopte une section des armatures fournie par ce pourcentage minimal. Eventuellement on peut aussi réduire la résistance du béton.

Deuxième type de problème. Déterminer les sections du béton et des armatures.

Dans ce cas on procède par approximation successive: on adopte en première approximation $m_{l.d} = \varphi = 1$, on prend un taux d'armatures $\mu\ \% = 1\ \%$ $(\mu = 0{,}01)$ et à l'aide de la formule (3.2) on trouve F_b:

$$F_b = \frac{N}{R_{pr} + \mu R_{a.c}}. \tag{3.5}$$

déterminant ainsi la section transversale du poteau. Celle-ci étant connue, on procède comme dans le problème du premier type, c'est-à-dire on détermine la flexibilité, on trouve au tableau 3.2 les coefficients φ et $m_{l.d}$ correspondants et finalement on calcule F_a à l'aide de (3.4). Si le pourcentage des armatures s'avère trop haut, on augmente les dimensions de la section transversale et on recalcule φ, $m_{l.d}$ et F_a.

Dans une section économique le pourcentage des armatures μ % doit être compris entre 1 et 2 %.

Exemple. La charge de longue durée étant de 100 t, celle de courte durée de 50 t, la longueur libre du poteau $l_0 = 6{,}4$ m, sa section transversale de 40·40 cm, la qualité du béton 200 ($R_{pr} = 80$ kg/cm²), les armatures étant en aciers crénelés de la classe A-II ($R_{a.c} = 2\,700$ kg/cm²), déterminer la section des armatures.

Solution. Déterminons $\frac{l_0}{b} = \frac{640}{40} = 16 > 10$. Cherchons les valeurs correspondantes de φ et de $m_{l.d}$ au tableau 3.2 qui donne $\varphi = 0{,}89$ et $m_{l.d} = 0{,}89$.

Suivant l'expression (3.3):

$$N_{eff} = \frac{100}{0{,}89} + 50 = 112 + 50 = 162 \text{ t}.$$

Dès lors, d'après (3.4) :

$$F_a = \frac{\frac{162\,000}{0,89} - 80 \cdot 40 \cdot 40}{2\,700} = 20 \text{ cm}^2 ;$$

$$\mu\,\% = \frac{20}{40 \cdot 40} 100 = 1,25\,\%.$$

On adopte 8 barres de 18 mm de diamètre de la classe A-II avec $F_a = 20,36$ cm^2 (+1,8 %).

3.3. POTEAUX FRETTÉS

La force portante des éléments soumis à la compression simple peut être accrue considérablement par une disposition rapprochée et une forme particulière des armatures transversales qu'on appelle frettes.

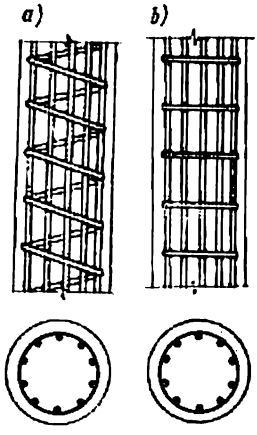


Fig. 3.8. Poteaux frettés

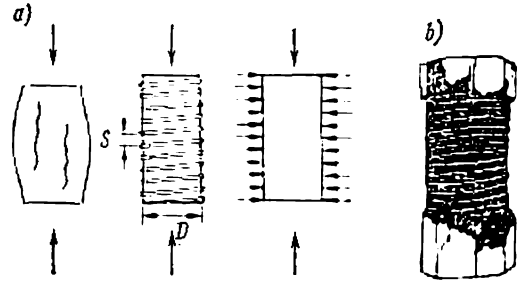


Fig. 3.9

Parmi ces dernières, les plus répandues sont les frettes en anneaux soudés (fig. 3.8,*b*) et les frettes hélicoïdales ou en spirale (fig. 3.8,*a*). Les expériences ont démontré que la résistance à la compression du béton qui se trouve à l'intérieur des frettes (ou du béton fretté tout court) se trouve considérablement augmentée. Les frettes agissent comme une gaine qui empêcherait les déformations transversales et conserverait ainsi la portance du matériau même après formation des premières fissures (fig. 3.9,*a*). Le noyau fretté continuera à travailler normalement avec la couche d'enrobage complètement décollée (fig. 3.9,*b*) jusqu'à écoulement des armatures formant frettes, qui ne pourraient plus contenir les déformations radiales du béton. La fig. 3.10 empruntée à Mörsch montre que les

déformations du béton fretté augmentent au fur et à mesure du renforcement de l'armature formant frette.

Dès lors, la condition garantissant une résistance suffisante d'un élément fretté (fig. 3.11) pourra s'écrire:

$$N \leqslant R_{pr}F_n + R_{a\cdot c}F_a + 2R_{a\cdot f}F_f \qquad (3.6)$$

avec

$$F_f = \frac{\pi D_n f_f}{S}, \qquad (3.7)$$

où F_f est la section effective des frettes en anneau ou en spirale;
F_n et D_n, la section et le diamètre du noyau respectivement;
$R_{a.f}$, la résistance calculée à la traction des frettes;
S et f_f, le pas de l'hélice ou l'espacement des anneaux et la section transversale, respectivement;
2, un coefficient obtenu expérimentalement.

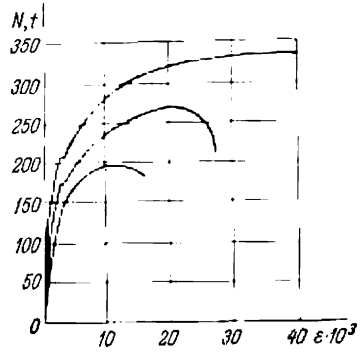


Fig. 3.10. Diagramme des contraintes de compression dans des poteaux frettés

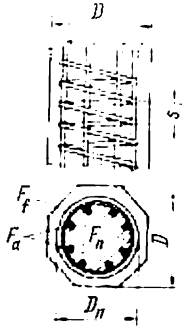


Fig. 3.11. Frettes en spirale d'un poteau

Les poteaux frettés sont à employer quand on veut réduire au minimum les sections transversales destinées à supporter des charges très importantes. Le frettage des éléments avec un pourcentage des armatures inférieur à 1,5 % n'est pas recommandé.

Afin d'éviter l'apparition des fissures à la surface des éléments sous charges de service normales, la portance calculée à l'aide de l'expression (3.6) ne doit pas dépasser celle donnée par (3.2) de plus de 50 %. La section effective des frettes F_f ne doit pas tomber au-dessous de 25 % de la section des barres longitudinales, car autrement la force portante d'un poteau calculée sans tenir compte du frettage sera plus grande.

Pour les poteaux et colonnes élancés, sujets au flambement, l'effet de frettage devient très réduit et, par conséquent, ce type de ferraillage n'est à employer que pour des éléments avec un rapport $\frac{l_0}{D} \leqslant 10$.

Le pas des frettes en spirale (ou des anneaux) ne doit pas dépasser la $^1/_5$ de D_n et être inférieur à 8 cm. Le diamètre des aciers employés pour la fabrication des frettes varie de 6 à 16 mm.

3.4. POTEAUX À FERRAILLAGE PORTEUR

On fait recours au ferraillage porteur quand autrement l'érection de l'ouvrage exigerait l'emploi d'échafaudages compliqués, comme c'est le cas pour certains bâtiments spéciaux à étages multiples. Le ferraillage joue d'abord le rôle de ces échafaudages, supportant le poids des coffrages, du béton frais et de toutes les autres surcharges de mise en œuvre. Une fois le béton durci, ce ferraillage s'intègre à la construction en béton armé.

Le ferraillage porteur peut être constitué par des profilés — fers en *I*, en *U* et cornières, ou par des armatures soudées en barres rondes et en laminés légers.

Divers types de poteaux à ferraillage porteur sont représentés fig. 3.12. Les profilés séparés sont réunis entre eux à l'aide de lattes horizontales ou d'éléments en treillis. La section transversale des armatures principales se calcule en partant des charges qu'elles auront à supporter avant le durcissement du béton. D'ordinaire, le pourcentage de ces armatures se trouve compris entre 3 et 8 %, mais ne doit jamais dépasser 15 %, car autrement le béton aura tendance à s'en détacher et ne pourra plus travailler que comme gaine de protection.

Quand des armatures souples doivent renforcer le ferraillage porteur, celles-ci sont distribuées le long du périmètre des poteaux et doivent se conformer aux exigences générales. Si au contraire le ferraillage porteur suffit, on ne prévoit suivant le pourtour de la section que des treillis soudés très légers ou des barres séparées, réunies par des étriers.

Les distances minimales entre les profilés et les épaisseurs minimales de la couche d'enrobage sont indiquées sur la fig. 3.12. Avec des dimensions inférieures une bonne mise en œuvre du béton devient impossible.

Le ferraillage porteur en barres rondes et profilés légers est généralement formé d'éléments plats préfabriqués soudés entre eux sur chantier pour former des ensembles stables et rigides (fig. 3.13). Les barres transversales ou inclinées doivent être espacées de tout au plus $20d$ et doivent être soudées sur les deux faces

(fig. 3.13,*b* et *c*). Les barres isolées supplémentaires doivent être rattachées par soudure aux treillis du ferraillage porteur tous les 15*d* ou immobilisées par des étriers supplémentaires.

Le calcul du ferraillage porteur s'effectue d'après les règles en vigueur pour les constructions métalliques, compte tenu de

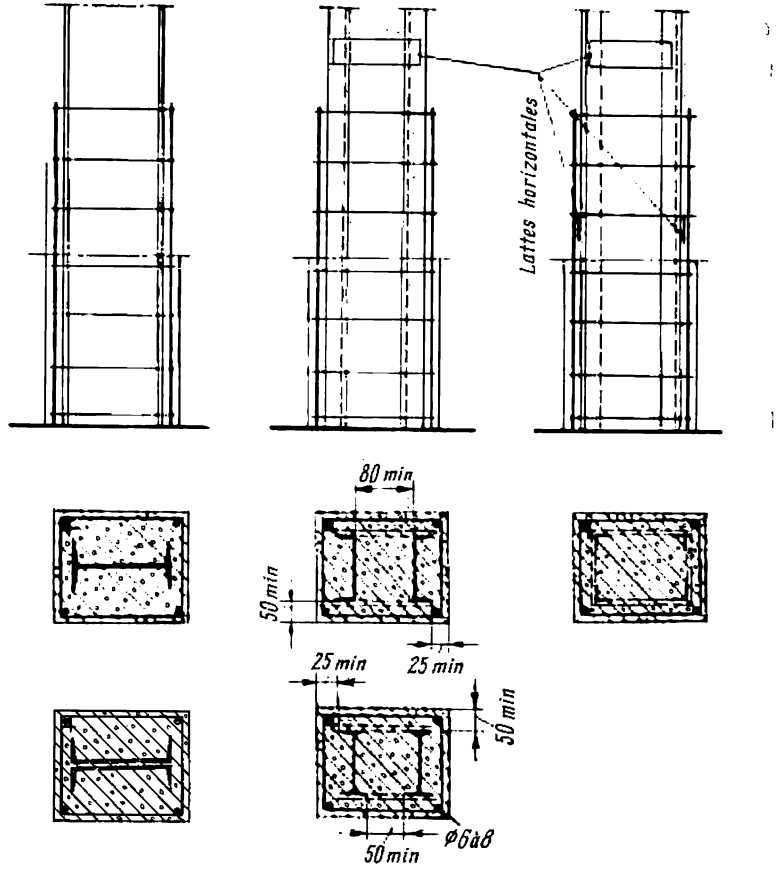


Fig. 3.12. Ferraillage porteur des poteaux en éléments plats préfabriqués

toutes les charges qui peuvent lui être appliquées avant que le béton n'acquière une résistance égale au moins à 25 kg/cm². Toutes les charges appliquées ultérieurement seront déjà reprises par l'ensemble béton-acier. Cependant, la totalité des charges de service ne pourra être transmise aux poteaux qu'après acquisition par le béton de sa résistance calculée. Le calcul de la portance des poteaux

avec le ferraillage porteur s'effectue conformément aux règles générales de calcul du béton armé, en tenant compte tant des éléments porteurs que des barres souples supplémentaires.

Les expériences effectuées tant en U.R.S.S. qu'à l'étranger ont démontré que les aciers et le béton d'un élément à ferraillage

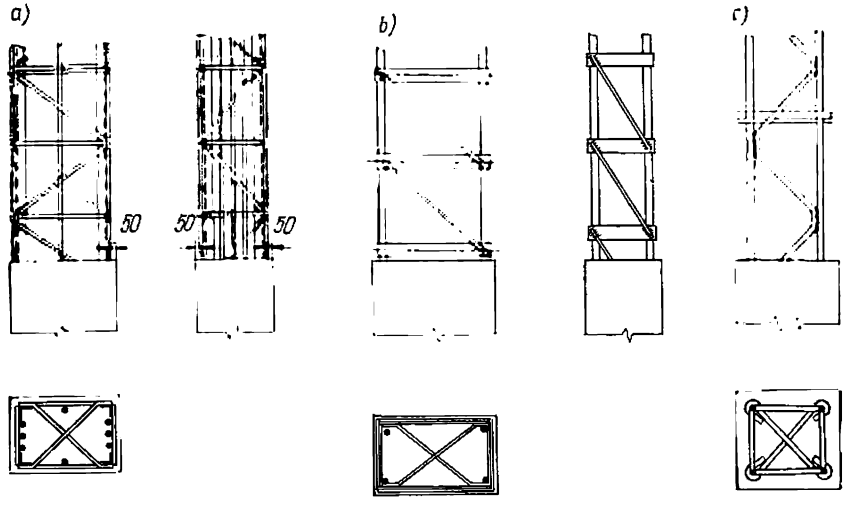


Fig. 3.13. Ferraillage porteur des poteaux en ronds lisses ou en profilés soudés en carcasses tridimensionnelles

porteur convenablement étudié travailleront conjointement jusqu'à la rupture. Les contraintes dans les aciers atteindront alors leur limite de refoulement et les contraintes initiales, développées pendant la période d'érection, ne joueront plus aucun rôle.

La vérification des éléments à ferraillage porteur s'effectue en utilisant les expressions suivantes:

1. pourcentage des armatures inférieur à 3 %

$$N \leqslant \varphi (R_{pr} F_b + R_{a.c} F_a + R_{a.p} F_{a.p}); \qquad (3.8)$$

2. pourcentage des armatures supérieur à 3 %

$$N \leqslant \varphi [R_{pr} F_b + (R_{a.c} - R_{pr}) F_a + (R_{a.p} - R_{pr}) F_{a.p}], \qquad (3.9)$$

où $F_{a.p}$ est la section transversale du ferraillage porteur;
$R_{a.p}$, sa résistance calculée.

CHAPITRE 4 ÉLÉMENTS SOUMIS À UNE TRACTION SIMPLE

4.1. CAS D'UNE TRACTION SIMPLE

En traction simple la direction de la résultante des sollicitations extérieures doit coïncider avec l'axe géométrique de l'élément. Tels sont les cas des tirants des arcs, des parois des réservoirs de forme circulaire, des éléments de la membrure inférieure des fermes, des poutres en treillis, etc. (v. fig. 4.1).

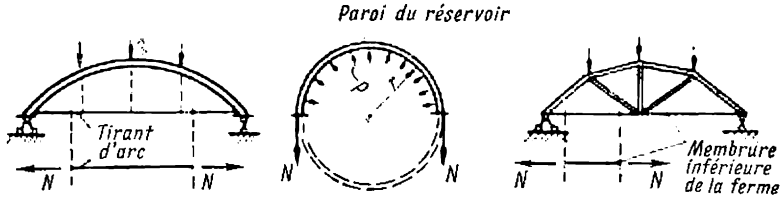


Fig. 4.1. Eléments en béton armé travaillant en traction simple

Les joints des armatures principales des éléments travaillant en traction simple doivent être généralement soudés, les joints à simple recouvrement n'étant admissibles que pour des dalles et parois.

Toutes les autres exigences constructives, énoncées au chapitre 1 et concernant la distance entre les barres des armatures principales et secondaires, l'épaisseur de la couche d'enrobage, la construction des armatures et treillis soudés, leurs joints, etc., se rapportent au même titre aux éléments simplement tendus.

Pour ces éléments le calcul de la résistance doit être toujours accompagné par un calcul de l'ouverture des fissures. La largeur en service de ces dernières est limitée par des règles appropriées, car une ouverture excessive peut entraîner la corrosion des aciers.

Des limitations de ce genre existent pour tous les éléments travaillant dans un milieu agressif ou soumis à la pression des liquides ou des corps pulvérulents (parois des réservoirs, des silos, des tuyauteries, des conduites de fumée), ainsi que pour les éléments armés avec des aciers des classes A-III ou A-IV ou des aciers des classes A-II et A-III écrouis par étirage. Pour les autres éléments tendus l'ouverture des fissures ne joue pas un rôle important.

Sous l'effet des charges de service (c'est-à-dire sans tenir compte des coefficients de surcharge) la largeur des fissures ne doit jamais dépasser: 0,1 mm pour des éléments travaillant en milieu agressif sans isolations spéciales ou sous la pression des liquides; 0,2 mm pour les réservoirs destinés aux corps pulvérulents et 0,3 mm dans tous les autres cas.

Il est inutile de calculer les éléments non précontraints à la formation des fissures, car l'expérience a montré que ces éléments tendus se fissurent même quand le calcul semble indiquer qu'il devrait être autrement.

Le moyen le plus sûr pour éviter la formation des fissures dans les éléments tendus et pour assurer leur étanchéité c'est de les précontraindre. Le béton fortement comprimé avant l'application de toute charge résiste incomparablement mieux aux efforts de traction que le béton ordinaire non comprimé (v. chapitre 11).

4.2. CALCUL DES ÉLÉMENTS TENDUS

La valeur de la charge de rupture d'un élément tendu ne dépend comme nous l'avons établi au chapitre 2 que de la limite d'écoulement (ou limite de résistance pour les aciers durs) des armatures (v. la formule (2.24)). Par conséquent, nous pouvons écrire:

$$N \leqslant R_a F_a, \tag{4.1}$$

N étant l'effort provoqué par des charges calculées;
R_a, la résistance calculée des armatures;
F_a, la section des armatures longitudinales.
Dès lors la section des armatures sera donnée par

$$F_a = \frac{N}{R_a}. \tag{4.2}$$

La largeur des fissures se calcule en partant des charges de service et correspond donc au stade II.

Pour ce calcul on estime la formule (2.62):

$$a_f = \psi_a \frac{\sigma_a}{E_a} l_f.$$

La valeur du coefficient ψ_a tenant compte du travail du béton à l'extension entre les fissures est donnée comme nous l'avons vu par (2.79):

$$\psi_a = 1 - \omega_{tr}\chi \frac{N_{b.f}}{N}.$$

Les Règlements en vigueur autorisent de prendre le produit $[\omega_{tr}\chi]$ égal à 0,7 pour des charges de courte durée et égal à 0,35 pour des charges soutenues.

Quant à l'effort qui peut être supporté sans fissurations par le béton tout seul, celui-ci est donné par

$$N_{b.f} = 0{,}8 R_{tr}^{norm} F_b, \tag{4.3}$$

R_{tr}^{norm} étant la résistance normalisée du béton à la traction et 0,8 un coefficient tenant compte de l'effet du retrait (v. la formule (2.51)).

Quand le rapport $\frac{N_{b.f}}{N} > 1$, il est recommandé de le prendre égal à l'unité lors du calcul du coefficient ψ_a.

La contrainte dans les aciers au droit d'une fissure sera donnée par

$$\sigma_a = \frac{N}{F_a}.$$

Pour la distance moyenne entre les fissures des éléments travaillant en traction simple on a conformément à (2.59):

$$l_f = \frac{u}{\mu_1}\eta$$

avec $u = \frac{F_a}{s}$,

s étant le périmètre total de toutes les barres longitudinales;

η, le coefficient dont la valeur est fonction du type des armatures. Ainsi, on prendra $\eta = 0{,}7$ pour des barres crénelées, $\eta = 1{,}0$ pour des ronds lisses et $\eta = 1{,}25$ pour des treillis soudés en fils d'acier tréfilés.

La largeur de l'ouverture des fissures, dues à des sollicitations de courte et de longue durée, sera déterminée comme suit:

$$a_f = a_{f1} - a_{f2} + a_{f3}, \tag{4.4}$$

où a_{f1} est l'ouverture correspondant à l'action simultanée mais de courte durée de toutes les charges;

a_{f2}, l'ouverture initiale due uniquement aux charges de longue durée;

a_{f3}, l'ouverture finale due aux charges de longue durée.

Exemple. Calculer la résistance et vérifier l'ouverture des fissures d'un élément tendu de section rectangulaire de 20 × 30 cm; la charge calculée étant

$N = 16{,}2$ t ; l'effort de la charge normalisée de longue durée $N = 7{,}5$ t et celui de la charge de courte durée étant $N = 5{,}5$ t ; la qualité du béton 200 ($R_{tr}^{norm} = 16$ kg/cm²) ; l'armature faite d'acier profilé de la classe A-II ($R_a = 2\,700$ kg/cm²) ; l'ouverture limite des fissures étant $a_f = 0{,}2$ mm.

Solution. La section des armatures sera trouvée en partant de la résistance requise de l'élément :

$$F_a = \frac{N}{R_a} = \frac{16\,200}{2\,700} = 6 \text{ cm}^2.$$

On adoptera 4 barres de 14 mm de diamètre de la classe A-II avec $F_a = 6{,}16$ cm² (surplus de 2,6 %).

Calculons la largeur initiale des fissures dues à l'application simultanée de toutes les charges de service.

Utilisant la formule (4.3) nous trouvons :

$$N_{b.f} = 0{,}8 \cdot 16 \cdot 20 \cdot 30 = 7\,700 \text{ kg}.$$

Dès lors la formule (2.79) donne

$$\psi_a = 1 - 0{,}7 \frac{7\,700}{7\,500 + 5\,500} = 0{,}59 ;$$

et la formule (2.15) :

$$\sigma_a = \frac{7\,500 + 5\,500}{6{,}16} = 2\,100 \text{ kg/cm}^2.$$

On a aussi d'après la formule (2.59)

$$u = \frac{F_a}{S} = \frac{\pi d^2}{4\pi d} = \frac{d}{4} = \frac{1{,}4}{4} = 0{,}35 \text{ cm} ;$$

$$\mu_1 = \frac{6{,}16}{20 \cdot 30} = 0{,}01 ;$$

$$\eta = 0{,}7,$$

$$\text{d'où } l_f = \frac{0{,}35}{0{,}01} \cdot 0{,}7 = 25 \text{ cm};$$

donc, d'après (2.62),

$$a_{f1} = 0{,}59 \frac{2\,100}{2{,}1 \cdot 10^6} \cdot 25 = 0{,}015 \text{ cm} = 0{,}15 \text{ mm}.$$

Calculons maintenant la largeur initiale des fissures dues aux charges de longue durée seulement. Estimons le rapport :

$$\frac{N_{b.f}}{N} = \frac{7\,700}{7\,500} = 1{,}03.$$

On prend donc $\frac{N_{b.f}}{N} = 1$, d'où d'après (2.79)

$$\psi_a = 1 - 0{,}7 = 0{,}3.$$

D'après (2.15) :

$$\sigma_a = \frac{7\,500}{6{,}16} = 1\,200 \text{ kg/cm}^2,$$

et finalement, d'après (2.62) :

$$a_{f2} = 0{,}3 \frac{1\,200}{2{,}1 \cdot 10^6} 25 = 0{,}005 \text{ cm} = 0{,}05 \text{ mm}.$$

Calculons l'ouverture finale des fissures dues aux charges de longue durée.

D'après (2.79) :

$$\psi_a = 1 - 0{,}35 = 0{,}65$$

et d'après (2.62) :

$$a_{f3} = 0{,}65 \frac{1\,200}{2{,}1 \cdot 10^6} 25 = 0{,}009 \text{ cm} = 0{,}09 \text{ mm}.$$

Dès lors la largeur définitive des fissures dues aux charges de courte et de longue durée sera d'après (4.4) :

$$a_f = 0{,}15 - 0{,}05 + 0{,}09 = 0{,}19 \text{ mm} < 0{,}2 \text{ mm}.$$

CHAPITRE 5 ÉLÉMENTS FLÉCHIS. CALCUL DES SECTIONS DROITES

5.1. PARTICULARITÉS CONSTRUCTIVES DES ÉLÉMENTS FLÉCHIS

Les éléments fléchis se présentent généralement sous forme de poutres ou de dalles. Nous appliquerons le terme dalles à des constructions étendues dont l'épaisseur est faible par rapport à leurs

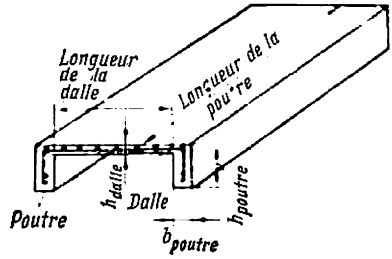


Fig. 5.1. Géométrie des dalles et poutres en béton armé

deux autres dimensions et nous appellerons poutres (nervures) des éléments dont les dimensions transversales sont beaucoup plus faibles que leur longueur.

Les poutres et les dalles peuvent constituer des constructions indépendantes, mais elles peuvent aussi s'intégrer à des constructions plus compliquées telles que les panneaux nervurés (fig. 5.1).

Les poutres et les dalles peuvent n'avoir que deux appuis ou bien reposer sur plusieurs appuis. Elles peuvent être préfabriquées ou coulées sur place.

5.1.1. Dalles et panneaux

Les dalles coulées sur place ont généralement une épaisseur allant de 60 à 100 mm. Leur ferraillage consiste en treillis, formés de barres principales disposées le long de la travée et de barres secondaires qui leur sont perpendiculaires.

Les armatures principales se trouvent toujours du côté tendu afin de pouvoir reprendre les efforts de traction dus à la flexion. Ces armatures doivent suivre ainsi l'épure des moments fléchissants. Conséquemment, dans les dalles simplement appuyées (fig. 5.2) elles seront toujours du côté inférieur, et dans les dalles continues (fig. 5.3) elles changeront de côté, se situant au-dessus des appuis du côté supérieur et en travée, du côté inférieur.

Les barres secondaires sont destinées à répartir les charges concentrées, d'où leur nom : barres de répartition. Elles servent également à maintenir les barres principales en position pendant la coulée et sont très utiles au point de vue déformations thermiques et celles du retrait.

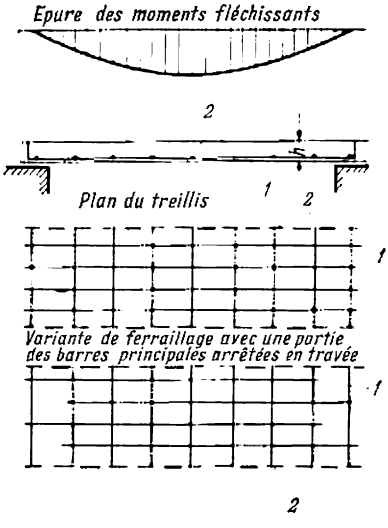


Fig. 5.2. Ferraillage des dalles à travée unique

Le diamètre des barres principales varie généralement entre 5 et 12 mm. A mi-portée leur écartement ne doit pas excéder 200 mm. Au-dessus des appuis elles ne doivent pas être rapprochées de moins de 100 mm, ni écartées de plus de 200 mm. Ailleurs leur écartement peut être porté à 350 mm. Le diamètre des barres de répartition est généralement compris entre 4 et 8 mm, et leur section totale ne doit pas être inférieure à 10 % de celle des barres principales au droit du moment fléchissant maximal. Quant à leur écartement celui-ci varie entre 200 et 300 mm, mais ne doit pas excéder 350 mm. Les écartements tant des barres principales que des barres de répartition doivent être multiples de 50 mm.

Comme armature des dalles on emploie le plus souvent des treillis soudés fabriqués en série. Quelquefois on est contraint d'avoir recours aux treillis individuels soudés ou ligaturés.

En U.R.S.S., les barres principales des treillis soudés en série sont en acier doux tréfilé pour les diamètres de 3 à 5,5 mm et en ronds crénelés de la classe A-III pour les diamètres de 6 à 10 mm. Pour des treillis ligaturés on emploie également des ronds lisses de la classe A-I et des barres crénelées de la classe A-II.

Le ferraillage d'une dalle sur deux appuis est représenté fig. 5.2. La fig. 5.3,*a* montre celui d'une dalle continue effectué à l'aide d'un seul treillis, la fig. 5.3,*b*, celui de la même dalle mais en utilisant les treillis séparés soudés au-dessus des appuis, les fig. 5.3,*c* et *d*,

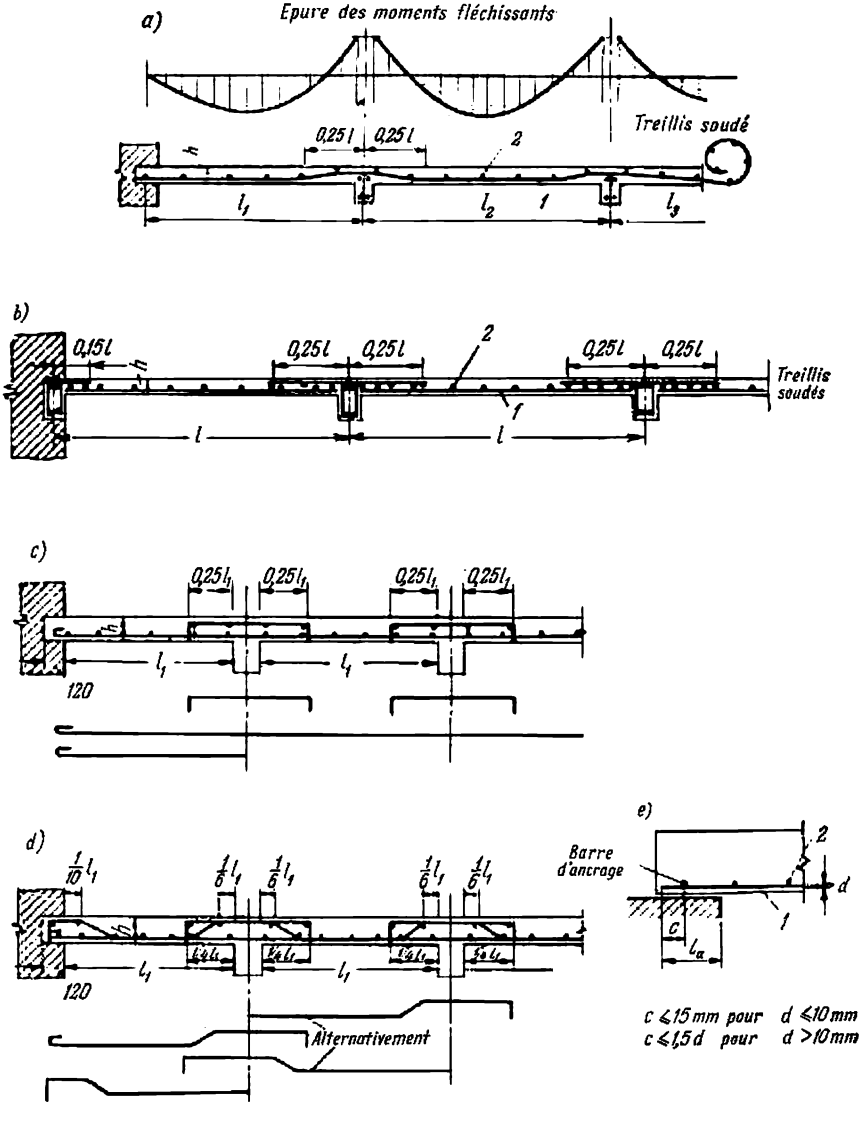


Fig. 5.3. Ferraillage des dalles continues

le ferraillage toujours de la même dalle fait en barres isolées sans relèvement et en barres relevées respectivement.

En vue d'économiser l'acier on peut arrêter une partie des barres principales en travée. Toutefois la section des barres prolongées jusqu'aux appuis ne doit jamais tomber au-dessous du $^1/_3$ de la section nécessaire pour reprendre le moment maximum.

On doit veiller tout particulièrement à l'ancrage des barres principales au-dessus des appuis d'extrémité libres. La profondeur de la zone (bande) d'appui doit être suffisante pour que la longueur

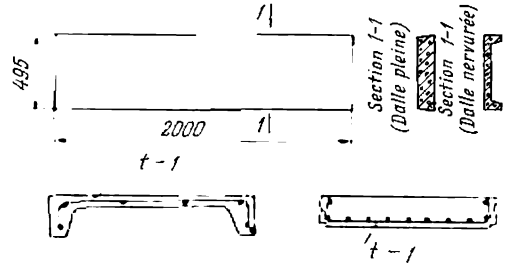


Fig. 5.4. Ferraillage des dalles préfabriquées nervurées et pleines

de scellement de ces barres l_a (comptée à partir du nu de l'appui) soit égale au moins à $5d$ (fig. 5.3,*e*) et, si possible, à $10d$. Les treillis soudés en barres lisses doivent être munis sur la longueur de scellement l_a d'au moins une barre transversale d'ancrage soudée à toutes les barres principales. Si le ferraillage est constitué de ronds lisses de la classe A-I, des barres principales doivent être pourvues aux appuis d'extrémité de crochets standard.

Sur toute l'étendue de la dalle les barres principales doivent être protégées par une couche d'enrobage d'épaisseur suffisante.

Les dalles préfabriquées sont souvent pleines, nervurées (fig. 5.4) ou évidées. Elles peuvent être moulées en béton lourd ordinaire, en béton léger ou en béton cellulaire. Leur ferraillage consiste en treillis soudés disposés horizontalement dans la table et verticalement dans les nervures.

L'épaisseur minimale de la table peut descendre jusqu'à 25 mm, mais pour des raisons de fabrication, il est préférable de la maintenir aux alentours de 30 à 35 mm. Cette épaisseur doit être choisie eu égard à la position des armatures et à la nécessité de pourvoir une couche d'enrobage suffisante, dont l'épaisseur doit être la même que pour les dalles coulées sur place. La couche d'enrobage des barres principales dans les nervures de hauteur inférieure à 250 mm ne doit pas descendre au-dessous de 15 mm.

Pour les nervures hautes de 250 mm ou plus l'épaisseur de cette couche sera prise égale à 20 mm pour des diamètres des barres $d \leqslant 20$ mm et elle sera portée à 25 mm pour $20 < d \leqslant 32$ mm. Il est permis de réduire l'épaisseur d'enrobage de 5 mm pour les bétons ordinaires de qualité 200 et plus, sans toutefois descendre au-dessous de 10 mm pour des hauteurs des nervures allant jusqu'à 250 mm, ni en dessous de 20 mm pour des hauteurs des nervures supérieures à 250 mm.

Les extrémités des barres longitudinales doivent se trouver à une distance maximale de 5 mm du pan de l'élément en béton armé.

5.1.2. Poutres

On emploie des poutres en béton armé de section rectangulaire (fig. 5.5,*a*), en *T* (fig. 5.5,*b*), en *I* (fig. 5.5,*c*), trapézoïdale (fig. 5.5,*d*) ou creuse (fig. 5.5,*e*). Les plus répandues sont les poutres à sections rectangulaires et en *T*.

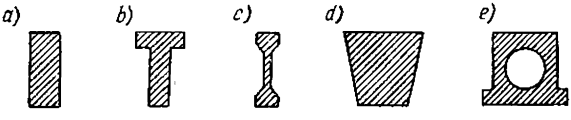


Fig. 5.5. Formes des sections des poutres préfabriquées en béton armé

La hauteur des poutres *h* peut varier dans des limites très larges, constituant généralement de $^1/_8$ à $^1/_{20}$ de la portée, ce rapport augmentant avec l'importance des charges. Cette hauteur doit être multiple de 50 mm pour des poutres mesurant moins de 500 à 600 mm de haut et multiple de 100 mm pour des hauteurs plus importantes. La largeur de la section *b* varie normalement de 0,25 à 0,50 *h*, étant choisie égale à 100, 120, 150, 180, 200, 220, 250 mm ; au-dessus de 250 mm on la fera augmenter de 50 en 50 mm. La largeur des poutres préfabriquées doit être réduite autant que possible, afin d'en diminuer le poids en respectant toutefois les écartements minimaux des barres et les épaisseurs requises des couches d'enrobage.

Les armatures des poutres peuvent être réunies entre elles par soudure élastique ou par des ligatures. Les fig. 5.6 et 5.7 montrent divers types de ferraillage des poutres et des nervures importantes. Ces ferraillages se forment de barres longitudinales principales et secondaires, de barres transversales droites (plus rarement inclinées) dans les armatures soudées, d'étriers et aussi de barres relevées, qui ne s'emploient pourtant que dans les armatures réunies par ligatures.

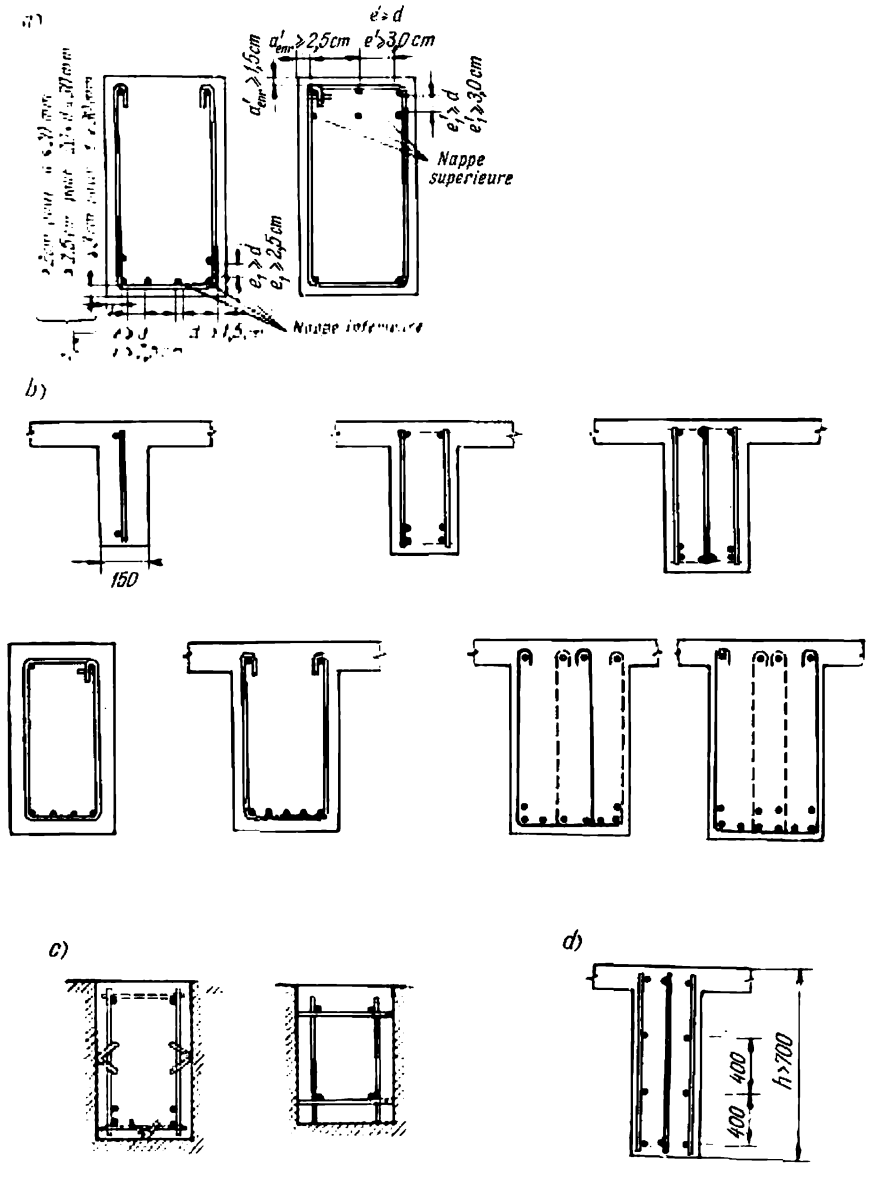


Fig. 5.6. Ferraillage des poutres (sections)

a_{enr} — couche d'enrobage des barres longitudinales; a'_{enr} — couche d'enrobage des barres transversales; e et e_1 — distances entre les barres de la nappe inférieure; e' et e'_1 — *idem*, de la nappe supérieure; d — diamètre des barres longitudinales

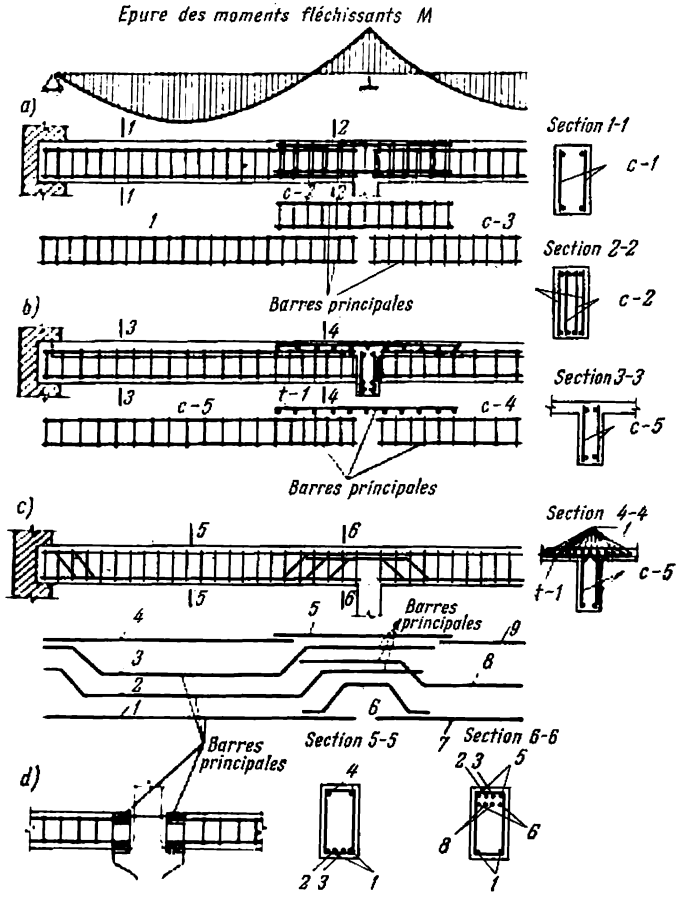


Fig. 5.7. Ferraillage des poutres continues

Comme toujours, les barres principales doivent se trouver dans la zone tendue où elles doivent reprendre tous les efforts de traction provoqués par l'application des charges.

Les armatures principales sont faites généralement en ronds lisses ou crénelés de 10 à 40 mm de diamètre. Si l'on n'arrive pas à placer toutes les barres nécessaires dans un seul et même plan on peut les disposer par nappes superposées. Les épaisseurs des couches d'enrobage minimales et les distances verticales entre nappes consécutives sont indiquées à la fig. 5.6,*a* (ces données sont valables pour les armatures soudées ou ligaturées indifféremment).

Les efforts tranchants sollicitant presque toujours les poutres fléchies, on doit pourvoir ces dernières d'armatures transversales, soudées aux barres principales, ou d'étriers.

La quantité des armatures transversales, c'est-à-dire leur diamètre, le nombre de barres par section de la poutre et leur pas se déterminent par le calcul. Quand on emploie les armatures soudées, on doit choisir des barres transversales dont le diamètre reste soudable.

La fig. 5.6,*b* montre les sections des poutres dont le ferraillage comprend un, deux ou trois treillis soudés.

Le nombre de barres principales prolongées jusqu'aux appuis dans les poutres de 150 mm de largeur et plus ne doit pas être inférieur à deux. Dans les poutres dont la largeur est inférieure à 150 mm on peut se borner à une barre.

Les treillis soudés plans se réunissent pour former un ferraillage tridimensionnel à l'aide de chutes d'armatures disposées horizontalement dans les sections transversales distantes de 1,0 à 1,5 m (indiquées en pointillé sur la fig. 5.6,*b*). Les armatures sont maintenues dans des moules (coffrages) pendant le bétonnage à l'aide de dispositifs appropriés sous forme de supports et butées (barres pliées, chutes d'armatures, etc., fig. 5.6,*d*).

La fig. 5.6,*c* montre les sections transversales des poutres à armatures en barres individuelles réunies par ligatures, avec des étriers à 2 et à 4 branches. Pour les poutres de plus de 350 mm de largeur il est recommandé d'employer des étriers à 4 branches. L'on prévoit des étriers fermés pour des poutres de section rectangulaire et des étriers ouverts pour des poutres de section en *T*. Le diamètre des barres transversales et des étriers des poutres et nervures d'une hauteur inférieure à 800 mm est généralement pris égal à, au moins, 6 mm. Pour des hauteurs supérieures, ce diamètre doit être porté à 8 mm au moins.

Le ferraillage des poutres et nervures doit être toujours pourvu de barres transversales ou étriers, même quand le calcul n'en requiert pas ; dans ce cas si la poutre ou la nervure a 300 mm de haut ou plus, il faut les prévoir sur toute la longueur de celles-ci, et si leur hauteur est comprise entre 150 et 300 mm on peut n'en disposer que dans le $^1/_4$ de la portée, adjacent aux appuis. Et ce n'est que quand la hauteur de la nervure n'excède pas 150 mm qu'on peut se dispenser complètement d'armatures transversales.

Sur le $^1/_4$ de la portée adjacent à un appui d'une poutre uniformément chargée ou sur le tronçon compris entre l'appui et la charge concentrée la plus proche, le pas des étriers ne doit pas excéder $h/2$ ni 150 mm pour les éléments dont la hauteur n'excède pas 450 mm ; pour des hauteurs plus importantes le pas ne doit pas excéder $h/3$ ni 300 mm. Ailleurs, le pas des étriers est limité à $^3/_4 h$ ou à 500 mm si $^3/_4 h > 500$ mm.

Si la hauteur des poutres excède 700 mm on doit les munir de barres longitudinales supplémentaires disposées près des faces latérales et distantes suivant la verticale de 400 mm tout au plus (fig. 5.6,*e*). La section totale de ces barres doit s'élever à 0,1 % de la section transversale de la nervure. Ces barres supplémentaires servent avec les étriers à limiter l'ouverture des fissures inclinées.

Le diamètre des armatures secondaires longitudinales des poutres est généralement pris égal à 10 ou 12 mm. Ces armatures sont nécessaires pour permettre de réunir toutes les barres en un ensemble stable et suffisamment rigide afin de conserver sa forme pendant la coulée et le compactage du béton. Ces barres peuvent aussi jouer le rôle d'armatures principales pendant le transport et la manutention des pièces préfabriquées.

Parfois on prévoit dans la zone comprimée des poutres des armatures destinées à reprendre une partie de l'effort de compression. Les expériences ayant démontré que l'efficacité de ces barres est fort réduite, il faut en limiter l'emploi aux cas quand, par manque de hauteur libre, la zone comprimée ne peut offrir une résistance suffisante sans être renforcée par de l'acier. Les armatures comprimées des poutres travaillent tout comme les barres longitudinales des poteaux et, par conséquent, elles seront semblables à ces dernières à tous les points de vue (voir chapitre 3).

Outre les armatures transversales on emploie aussi des barres inclinées et parfois on relève les barres principales. Les barres inclinées sont plus efficaces que les étriers droits, car leur direction se rapproche plus de la direction des tensions principales. Néanmoins, les étriers et barres droits étant plus commodes au point de vue fabrication, on leur donne souvent préférence.

L'angle formé par les barres inclinées ou relevées sur l'axe de l'élément est généralement pris égal à 45°. Dans les poutres de hauteur suffisamment importante (au-dessus de 800 mm) cet angle peut être augmenté à 60° et dans les poutres basses, ainsi que dans les dalles supportant les charges concentrées, on peut le prendre égal à 30°.

Les barres relevées s'emploient le plus souvent avec les armatures ligaturées. Il est recommandé d'arrêter ces barres dans la zone comprimée. Le rayon de courbure des barres au droit des inflexions ne doit pas être inférieur à $10d$ et la longueur de scellement doit atteindre $20d$, si la barre est arrêtée dans la zone tendue, et peut être réduite à $10d$ si l'on l'arrête dans la zone comprimée. Les barres lisses doivent être terminées par un crochet, ce qui en assure un ancrage très sûr et garantit ainsi un travail efficace. On ne doit jamais employer des barres inclinées ne faisant le prolongement des barres principales et n'étant pas soudées à ces dernières. Il n'est pas recommandé de placer les barres relevées quand la dis-

tance entre les faces latérales de la poutre est inférieure à $2d$. Les points de relèvement des barres se déterminent par le calcul.

La fig. 5.7,*a* et *b* donne des exemples de ferraillage soudé des poutres continues. Le ferraillage des poutres simplement appuyées est tout à fait analogue. La position des barres principales suivant la hauteur de la poutre, ainsi que leur longueur, dépend de l'épure des moments fléchissants. Pour les poutres en T ainsi que pour les nervures des hourdis les armatures tridimensionnelles destinées à reprendre les moments d'appui sont souvent remplacées par des treillis supplémentaires placés dans la table (fig. 5.7,*b*).

Quand le ferraillage des poutres se compose de barres séparées et d'étriers reliés par ligatures (fig. 5.7,*c*), une partie des barres principales inférieures, inutiles dans la zone tendue, doit être relevée au voisinage des appuis au-dessus desquels on peut s'attendre à l'apparition des moments négatifs. Ces barres relevées travaillent aussi de pair avec les étriers aux efforts tranchants.

Quand des poutres continues doivent être formées d'éléments préfabriqués, on soude aux extrémités des armatures supérieures des pièces d'acier (cornières ou plats) auxquelles, lors de l'installation des poutrelles, on soude sur place des tronçons de barres de section suffisante qui assurent la continuité des armatures au-dessus des appuis (fig. 5.7,*d*).

Dans les poutres préfabriquées simplement appuyées les barres longitudinales ne doivent pas s'arrêter à des distances supérieures à 10 mm des faces d'extrémité.

Comme armatures principales des poutres et nervures on emploie surtout des aciers de la classe A-II et A-III, ainsi que des barres de la classe A-II écrouies. Pour les étriers et barres transversales des treillis soudés on utilise du fil d'acier doux tréfilé et des ronds lisses ou crénelés laminés à chaud des classes A-I et A-II.

Au chapitre 1 nous avons déjà exposé les conditions qui rendent rationnel le recours aux ferraillages porteurs. Comme tels on peut employer des profilés rigides laminés (fers en I ou en U) ou des assemblages en profilés légers ou en ronds de diamètres suffisants convenablement soudés ensemble.

Les ferraillages porteurs en profilés peuvent être de deux types: dans le premier cas (fig. 5.8,*a*) une poutrelle en I (ou deux fers en U) s'étend sur toute la hauteur de la section du béton, et dans le deuxième (fig. 5.8,*b*) des profilés plus légers se trouvent uniquement dans la zone tendue. Dans les deux cas les poutres doivent être munies d'armatures supplémentaires soit sous forme de treillis soudés, soit constituées de barres et d'étriers séparés, les barres longitudinales ayant ordinairement dans ce cas un diamètre de 8 à 10 mm. Ces armatures supplémentaires améliorent la liaison du

béton avec des profilés et s'opposent à une ouverture excessive des fissures. Les armatures secondaires des poutres du premier type sont choisies en partant des considérations purement constructives, les étriers ayant des diamètres de 6 à 8 mm.

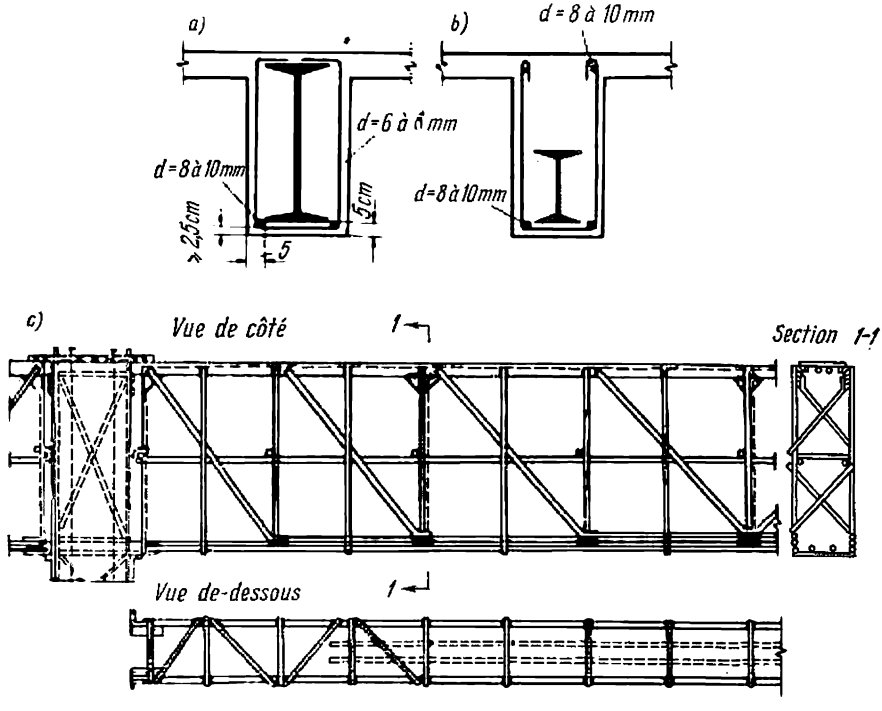


Fig. 5.8. Ferraillages porteurs
a, *b* — rigide; *c* — souple (assemblage soudé)

Les barres transversales des poutres du deuxième type doivent être calculées; les étriers et treillis soudés peuvent être supplémentés par des barres inclinées soudées à la planche supérieure.

La couche d'enrobage des profilés ne doit jamais tomber au-dessous de 50 mm.

Les assemblages porteurs en ronds ou en profilés légers se présentent sous forme de poutres en treillis tridimensionnels (fig. 5.8,*c*). Ces derniers sont calculés comme les fermes d'acier suivant les règles appropriées aux sollicitations qu'ils auront à supporter avant le durcissement du béton. Une fois le béton durci, ces assemblages joueront le rôle d'armatures, les membrures travaillant comme barres longitudinales et les treillis comme étriers ou barres inclinées.

5.2. CALCUL DES ÉLÉMENTS À SECTION SYMÉTRIQUE

Vu la possibilité de fissuration des éléments fléchis suivant des sections normales et inclinées sur l'axe, la vérification de la résistance s'effectuera suivant ces deux types de sections (fig. 5.9).

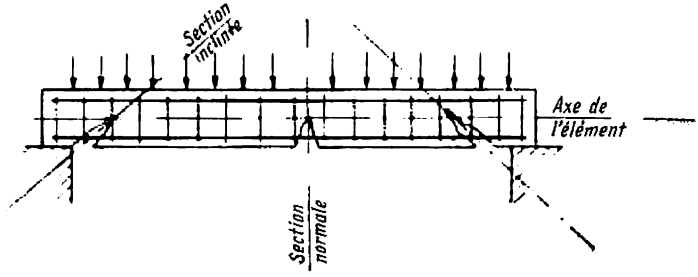


Fig. 5.9. Sections suivant lesquelles est calculée la résistance d'un élément en béton armé

La valeur des moments fléchissants agissant dans les sections normales à l'axe d'un élément à section symétrique se calculera comme indiqué au chapitre 2.

A l'état limite de la rupture des armatures tendues (1er cas) la force portante calculée d'une section normale de cet élément,

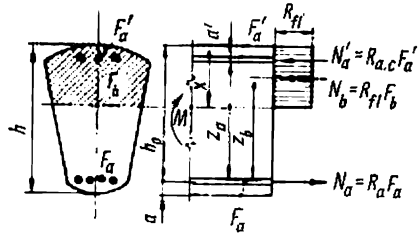


Fig. 5.10

correspondant à une répartition des contraintes dans la zone comprimée suivant une épure rectangulaire (fig. 5.10), sera obtenue à l'aide des formules (2.86) et (2.87), en y posant $\omega = 1$ et en y introduisant les valeurs des résistances calculées des matériaux R_{fl}, R_a et $R_{a.c}$.

La condition exprimant que le moment fléchissant dû aux charges calculées ne doit pas dépasser le moment des efforts internes

maximal calculé prend la forme :

$$M \leqslant M_{sec} \tag{5.1}$$

ou encore

$$M \leqslant R_{fl} S_b + R_{a.c} S_a, \tag{5.1a}$$

$$M \leqslant R_a F_a z_b + R_{a.c} F'_a z'_b, \tag{5.1b}$$

où $S_a = F'_a (h_0 - a') = F'_a z_a$ est le moment statique de la section F'_a des armatures comprimées par rapport au point d'application de la résultante des efforts de traction agissant dans les barres tendues de section F_a ;

z'_b, la distance entre le centre de gravité des armatures comprimées et le point d'application de la résultante des compressions dans le béton.

La position de l'axe neutre, ainsi que les dimensions et la forme de la zone comprimée qui en découlent seront données par l'équation :

$$R_{fl} F_b = R_a F_a - R_{a.c} F'_a. \tag{5.2}$$

Les formules (5.1) et (5.2) resteront applicables aussi longtemps que la condition suivante est satisfaite :

$$S_b \leqslant \zeta S_0, \tag{5.3}$$

dans laquelle ζ est un coefficient empirique déterminant la limite entre le premier cas quand la rupture débute par les aciers tendus et le deuxième cas caractérisé par une rupture commençant dans la zone comprimée. Les valeurs de ce coefficient, obtenues expérimentalement, sont données au tableau 5.1.

Tableau 5.1

Valeurs du coefficient ζ

Qualité du béton	Jusqu'à 400	500	600
Valeur du coefficient ζ	0,8	0,7	0,65

En présence d'armatures comprimées on doit également avoir :

$$z_a \geqslant z_b, \tag{5.4}$$

qui exprime que la résistance limite de ces armatures ne pourra être atteinte que si elles sont situées au-dessus de la résistante des compressions.

Si la condition (5.4) n'est pas satisfaite, ce qui peut avoir lieu quand la section des armatures comprimées est trop forte, on se

sert de la formule :

$$M \leqslant R_a F_a z_a . \tag{5.5}$$

Si cette formule conduit à une diminution de la force portante (ce qui peut se produire pour les éléments de faible hauteur) on est autorisé d'effectuer tous les calculs à l'aide des formules (5.1) et (5.2) en y posant $F'_a = 0$.

La résistance des sections comprenant des bétons et des aciers de différentes qualités se calcule à partir des résistances propres à chaque matériau. Quant aux moments statiques S_0, S_b et S_a, ceux-ci se calculeront en ramenant les différents bétons et aciers à une seule qualité.

Quand les armatures tendues disposées en plusieurs nappes occupent plus d'une moitié de la hauteur de la zone tendue, les Règlements prescrivent l'introduction d'un coefficient de réduction égal à 0,8 sur la résistance R_a de toutes les barres situées à une distance $0{,}5\,(h - x)$ ou au-dessus de la face tendue de la section. Cette stipulation ne s'applique pas aux sections annulaires.

Quand

$$S_b > \zeta S_0 , \tag{5.6}$$

la section devient armée à l'excès et la résistance des armatures tendues ne pourra jamais être utilisée pleinement (2e cas).

La résistance de telles sections compte tenu de la formule (2.88) se déterminera de la condition

$$M \leqslant \zeta R_{f1} S_0 . \tag{5.7}$$

En règle générale, l'utilisation des armatures comprimées dans les éléments fléchis n'est pas économique ; on ne doit en avoir recours qu'en circonstances spéciales, par exemple, quand la hauteur de l'élément ne peut pas être développée suffisamment ou quand les moments fléchissants peuvent changer de signe. De la formule (5.7) il suit que l'introduction des armatures comprimées devient nécessaire quand

$$M > \zeta R_{f1} S_0 . \tag{5.8}$$

Pour des raisons économiques les Règlements recommandent qu'en cas d'armatures doubles on ait :

$$M < R_{f1} S_0 . \tag{5.9}$$

Les pourcentages d'armatures minimaux prescrits par ces Règlements ont été établis en égalant la résistance d'une section non armée à celle d'une section armée et fissurée. Ces pourcentages sont les suivants :

Bétons de qualité	200 et au-dessous .	0,10%
» » »	300 et 400	0,15%
» » »	500 et 600	0,20%

5.3. CALCUL DES ÉLÉMENTS À SECTION RECTANGULAIRE

5.3.1. Eléments à armature simple

Formules essentielles. Les paramètres géométriques indispensables pour le calcul des sections rectangulaires (fig. 5.11) se déduisent des expressions suivantes:

$$F_b = bx; \tag{5.10}$$

$$z_b = h_0 - 0{,}5x; \tag{5.10a}$$

$$S_b = F_b z_b = bx\,(h_0 - 0{,}5x); \tag{5.10b}$$

$$S_0 = 0{,}5bh_0^2 \tag{5.10c}$$

Introduisant les valeurs de F_b et S_b tirées de (5.10) dans (5.1) et posant $F'_a = 0$, on obtient la condition assurant une résistance

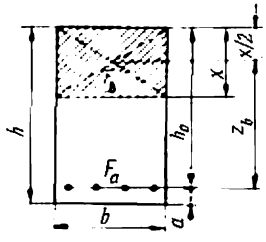


Fig. 5.11

suffisante d'une section rectangulaire à armature simple:

$$M \leqslant R_{fl} bx\,(h_0 - 0{,}5x); \tag{5.11}$$

$$M \leqslant R_a F_a\,(h_0 - 0{,}5x). \tag{5.12}$$

La position de l'axe neutre se déduira de (5.2) qui s'écrit comme suit:

$$R_{fl} bx = R_a F_a. \tag{5.13}$$

Quant à la condition $S_b \leqslant \zeta S_0$ limitant l'aire de la zone comprimée des éléments fabriqués avec des bétons des qualités au-dessus de 400, elle devient, pour les sections rectangulaires et compte tenu de (5.10):

$$bx\,(h_0 - 0{,}5x) \leqslant 0{,}5\,\zeta\, bh_0^2.$$

Désignant par α le rapport x/h_0 et résolvant l'équation du 2e degré $2\alpha - \alpha^2 = \zeta$, on obtient pour chaque valeur de ζ donnée au tableau 5.1 les valeurs de α_{max} figurant au tableau 5.2.

Tableau 5.2

Valeurs du coefficient α_{max}

Qualité du béton	Jusqu'à 400	500	600
Valeur du coefficient α_{max}	0,55	0,45	0,41

Ainsi, pour une section rectangulaire la condition qui limite la surface de la zone comprimée prend la forme:

$$\left.\begin{aligned} &\alpha \leqslant \alpha_{max} \\ \text{ou encore} \quad &x \leqslant \alpha_{max} h_0. \end{aligned}\right\} \tag{5.14}$$

En divisant les deux membres de l'équation (5.13) par bh_0 et en introduisant $\mu = \frac{F_a}{bh_0}$ et $\alpha = \frac{x}{h_0}$, on a:

$$\alpha = \mu \frac{R_a}{R_{fl}}, \tag{5.15}$$

d'où le pourcentage maximum d'armatures d'une section rectangulaire:

$$\left.\begin{aligned} &\mu_{max} = \alpha_{max} \frac{R_{fl}}{R_a} \\ \text{ou encore} \quad &\mu_{max}\% = 100 \alpha_{max} \frac{R_{fl}}{R_a}. \end{aligned}\right\} \tag{5.16}$$

Pour des sections rectangulaires avec un pourcentage d'armatures supérieur à μ_{max}, la condition garantissant une résistance suffisante devient:

$$M < 0{,}5\zeta R_{fl} b h_0^2 . \tag{5.17}$$

La vérification des sections dont on connaît b, h et F_a, ainsi que les résistances propres des matériaux, s'effectuera comme suit: à l'aide de (5.13) on trouve en premier lieu la hauteur de la zone comprimée x, on vérifie qu'elle satisfait la condition (5.14) et ensuite on procède à la vérification de la résistance de la section en se servant de (5.11) ou de (5.12).

La section sera considérée comme choisie convenablement si le second membre de (5.11) ou de (5.12) dépasse le premier membre de 3 à 5 %.

Exemple 5.1. Le moment fléchissant engendré par les charges calculées s'élève à $M = 6{,}6$ t·m. La poutre a une hauteur $h = 40$ cm et une largeur $b = 20$ cm. Les armatures principales consistent en 4 barres de 16 mm

de diamètre de la classe A-II ($F_a = 8{,}04$ cm², $R_a = 2\,700$ kg/cm²). Le béton est de qualité 200 ($R_{fl} = 100$ kg/cm²). On demande de vérifier la force portante de l'élément.

Solution. La hauteur utile de la poutre se détermine comme

$$h_0 = h - a = 40 - 3{,}5 = 36{,}5 \text{ cm},$$

en prenant $a = 3{,}5$ cm. La hauteur de la zone comprimée devient dès lors, à l'aide de l'équation (5.13) :

$$x = \frac{R_a F_a}{R_{fl} b} = \frac{2\,700 \cdot 8{,}04}{100 \cdot 20} = 10{,}8 \text{ cm}.$$

Vérifions la condition (5.14). D'après le tableau 5.2 pour un béton de la qualité 200 on a :

$$\alpha_{max} = 0{,}55 ; \; x \leqslant 0{,}55 h_0 ;$$

$$x = 10{,}8 \text{ cm} < 0{,}55 \cdot 36{,}5 = 20{,}1 \text{ cm}.$$

La condition (5.14) est donc satisfaite.

Vérifions la résistance de cette section en utilisant (5.11) :

$$M_{sec} = 100 \cdot 20 \cdot 10{,}8 \; (36{,}5 - 0{,}5 \cdot 10{,}8) = 672\,000 \text{ kgcm} = 6{,}72 \text{ t·m} > M = 6{,}6 \text{ t·m}.$$

La force portante de l'élément est donc de 1,2 % supérieure au moment calculé.

Etablissement des tables pour le calcul des sections rectangulaires. La formule (5.11) se transforme aisément en

$$M \leqslant A_0 b h_0^2 R_{fl}, \tag{5.18}$$

si l'on pose $A_0 = \frac{x}{h_0}\left(1 - 0{,}5 \frac{x}{h_0}\right) = \alpha(1 - 0{,}5\alpha)$. (5.19)

A partir de (5.12) représentons la valeur de la section des armatures principales par

$$F_a = \frac{M}{\gamma_0 h_0 R_a}, \tag{5.20}$$

en désignant par γ_0 le rapport

$$\frac{z_b}{h_0} = 1 - 0{,}5 \frac{x}{h_0} = 1 - 0{,}5\alpha. \tag{5.21}$$

De la condition (5.18) on peut aussi trouver la hauteur utile de la section :

$$h_0 = r_0 \sqrt{\frac{M}{b R_{fl}}} \tag{5.22}$$

où

$$r_0 = \frac{1}{\sqrt{A_0}} = \frac{1}{\sqrt{\alpha(1 - 0{,}5\alpha)}}. \tag{5.23}$$

On peut maintenant calculer aisément les valeurs de A_0, de γ_0 et de r_0 en fonction de α (formules 5.19, 5.21, 5.23) en les mettant sous forme tabulaire (tableau 5.3). Ce tableau conduit à une simplification très considérable de tous les calculs.

Tableau 5.3

Tableau pour le calcul des éléments fléchis de section rectangulaire à armature simple

$\alpha = \frac{x}{h_0}$	r_0	$\gamma_0 = \frac{z_b}{h_0}$	A_0	$\alpha = \frac{x}{h_0}$	r_0	$\gamma_0 = \frac{z_b}{h_0}$	A_0
0,01	10	0,995	0,01	0,29	2,01	0,855	0,248
0,02	7,12	0,99	0,02	0,3	1,98	0,85	0,255
0,03	5,82	0,985	0,03	0,31	1,95	0,845	0,262
0,04	5,05	0,98	0,039	0,32	1,93	0,84	0,269
0,05	4,53	0,975	0,048	0,33	1,9	0,835	0,275
0,06	4,15	0,97	0,058	0,34	1,88	0,83	0,282
0,07	3,85	0,965	0,067	0,35	1,86	0,825	0,289
0,08	3,61	0,96	0,077	0,36	1,84	0,82	0,295
0,09	3,41	0,955	0,085	0,37	1,82	0,815	0,301
0,1	3,24	0,95	0,095	—	—	—	—
0,11	3,11	0,945	0,104	0,38	1,8	0,81	0,309
0,12	2,98	0,94	0,113	0,39	1,78	0,805	0,314
0,13	2,88	0,935	0,121	0,4	1,77	0,8	0,32
0,14	2,77	0,93	0,13	0,41	1,75	0,795	0,326
0,15	2,68	0,925	0,139	0,42	1,74	0,79	0,332
0,16	2,61	0,92	0,147	0,43	1,72	0,785	0,337
0,17	2,53	0,915	0,155	0,44	1,71	0,78	0,343
0,18	2,47	0,91	0,164	0,45	1,69	0,775	0,349
0,19	2,41	0,905	0,172	0,46	1,68	0,77	0,354
0,2	2,36	0,9	0,18	0,47	1,67	0,765	0,359
0,21	2,21	0,895	0,188	0,48	1,66	0,76	0,365
0,22	2,26	0,89	0,196	0,49	1,64	0,755	0,37
0,23	2,22	0,885	0,203	0,5	1,63	0,75	0,375
0,24	2,18	0,88	0,211	0,51	1,62	0,745	0,38
0,25	2,14	0,875	0,219	0,52	1,61	0,74	0,385
0,26	2,1	0,87	0,226	0,53	1,6	0,735	0,39
0,27	2,07	0,865	0,236	0,54	1,59	0,73	0,394
0,28	2,04	0,86	0,241	0,55	1,58	0,724	0,4

La formule (5.12) montre que pour une même force portante de la section, on aura besoin d'une section d'armatures principales F_a d'autant moindre que la hauteur utile de la section considérée

sera plus grande. On peut donc faire varier à volonté le pourcentage d'armatures en faisant augmenter ou diminuer la hauteur utile de la section. De même on fera varier le coût de l'élément.

Des recherches économiques ont montré que les prix de revient les plus avantageux des éléments fléchis correspondent aux valeurs de α comprises entre 0,3 et 0,4 pour les poutres fléchies et entre 0,1 et 0,25 pour les dalles.

Le tableau ci-dessus peut être utilisé pour la solution des problèmes de deux types (la qualité des matériaux étant connue).

Problème du 1er type. Les dimensions b et h de la section étant connues, trouver la section des armatures F_a.

En résolvant le problème il faut d'abord déterminer A_0 de la formule (5.18), puis pour la valeur A_0 trouver au tableau 5.3 les coefficients γ_0 et α et calculer F_a d'après la formule (5.20) tout en vérifiant la condition (5.14).

Problème du 2e type. Les dimensions b et h étant inconnues, déterminer les valeurs b et h ainsi que la section de l'armature F_a.

En résolvant ce problème il faut d'abord opter pour la largeur de la section b et le coefficient α pour lequel on trouve r_0 au tableau 5.3, déterminer ensuite, d'après la formule 5.22, la hauteur utile de la section h_0, après quoi calculer la hauteur totale de la section $h = h_0 + a$ et arrondir la valeur trouvée. Si les dimensions obtenues b et h ne correspondent pas aux exigences technologiques (rapport, mise en place des armatures, qualité du bétonnage, etc.), on recommence l'opération en choisissant de nouvelles valeurs b et h. On détermine la valeur de F_a comme pour un problème du 1er type.

S'il s'agit de la vérification d'une section, on commence toujours par la détermination du taux des armatures $\mu = \frac{F_a}{bh_0}$, ensuite on cherche α en se servant de la formule (5.15) et on s'assure que sa valeur satisfasse la condition (5.14). Ceci fait, on trouve au tableau 5.3 la valeur correspondante de A_0 et on l'introduit dans (5.18).

Exemple 5.2. Soit une poutre de section rectangulaire soumise à un moment fléchissant calculé $M = 17{,}2$ t·m; $b = 25$ cm; $h = 50$ cm; $a = 4$ cm. Le béton est de qualité 200 ($R_{fl} = 100$ kg/cm²) et les armatures principales en acier de la classe A-III ($R_a = 3\,400$ kg/cm²). On demande de déterminer F_a.

Solution. Le problème appartient au 1er type. La hauteur utile de la section $h_0 = 50 - 4 = 46$ cm. Dès lors, d'après (5.18), on a:

$$A_0 = \frac{M}{R_{fl} b h_0^2} = \frac{1\,720\,000}{25 \cdot 46^2 \cdot 100} = 0{,}32.$$

Au tableau 5.3 il y correspond une valeur $\alpha = 0{,}40 < \alpha_{max} = 0{,}55$ (voir tableau 5.2) et $\gamma_0 = 0{,}8$. La formule (5.20) donne alors:

$$F_a = \frac{M}{\gamma_0 h_0 R_a} = \frac{17\,200\,000}{0{,}8 \cdot 46 \cdot 3\,400} = 13{,}8 \text{ cm}^2.$$

On adopte 2 barres de 22 mm et 2 barres de 20 mm de diamètre en acier de la classe A-III, ce qui conduit à $F_a = 13{,}9$ cm² (+0,7 %).

Exemple 5.3. Soit une poutre simplement appuyée de section rectangulaire soumise à un moment fléchissant calculé $M = 9{,}0$ t·m. Le béton est de qualité 200 ($R_{fl} = 100$ kg/cm²) et l'acier de la classe A-II écroui par allongement de 5,5 % sans contrôle d'effort ($R_a = 3\,250$ kg/cm²).

On demande de déterminer b, h et F_a.

Solution. Ce problème est du 2e type. Adoptons $b = 20$ cm et $\alpha = 0{,}35$. Le tableau 5.3 donne alors $r_0 = 1{,}86$, d'où, d'après (5.22):

$$h_0 = r_0 \sqrt{\frac{M}{bR_{fl}}} = 1{,}86 \sqrt{\frac{900\,000}{20 \cdot 100}} = 39{,}5 \text{ cm}.$$

La hauteur totale de la section $h = h_0 + a = 39{,}6 + 3{,}5 = 43$ cm que nous arrondirons jusqu'au multiple de 5 cm le plus proche, soit à 45 cm. La valeur du rapport $b/h = \frac{20}{45} = 0{,}44$ est tout à fait satisfaisante, ce rapport pouvant varier entre 0,25 et 0,50. On peut procéder donc au calcul des armatures.

La valeur définitive de la hauteur utile $h_0 = 45 - 3{,}5 = 41{,}5$ cm.

A l'aide de (5.18) nous trouvons A_0:

$$A_0 = \frac{M}{bh_0^2 R_{fl}} = \frac{900\,000}{20 \cdot 41{,}5^2 \cdot 100} = 0{,}261.$$

Au tableau 5.3 il y correspond $\gamma_0 = 0{,}846$ et $\alpha = 0{,}31$. Donc la formule (5.20) donnera :

$$F_a = \frac{M}{\gamma_0 h_0 R_a} = \frac{900\,000}{0{,}846 \cdot 41{,}5 \cdot 3\,250} = 7{,}88 \text{ cm}^2.$$

La condition (5.14) reste satisfaite, car $\alpha = 0{,}31 < \alpha_{max} = 0{,}55$ (tableau 5.2).

On adopte finalement 4 barres de 16 mm de diamètre, classe A-II, ce qui donne $F_a = 8{,}04$ cm² (+2 %).

Exemple 5.4. Soit une dalle de 8 cm d'épaisseur soumise à un moment fléchissant $M = 300$ kgm par 1 m de largeur. Le béton est de qualité 150 ($R_{fl} = 80$ kg/cm²) et le ferraillage est en treillis soudés avec barres principales de 5,5 mm de diamètre en fil d'acier tréfilé doux ($R_a = 3\,150$ kg/cm²). On demande de calculer F_a.

Solution. C'est un problème du 1er type. Déterminons en premier lieu la hauteur utile h_0:

$$h_0 = h - a = 8 - 1{,}5 = 6{,}5 \text{ cm}.$$

De (5.18) on déduit :

$$A_0 = \frac{M}{bh_0^2 R_{fl}} = \frac{30\,000}{100 \cdot 6{,}5^2 \cdot 80} = 0{,}089.$$

Au tableau 5.3 nous trouvons les valeurs correspondantes de $\gamma_0 = 0{,}953$ et de $\alpha = 0{,}095$. D'où, d'après (5.20), on a :

$$F_a = \frac{M}{\gamma_0 h_0 R_a} = \frac{30\,000}{0{,}953 \cdot 6{,}5 \cdot 3\,150} = 1{,}54 \text{ cm}^2.$$

La condition (5.14) reste évidemment satisfaite, car $\alpha = 0{,}095 < \alpha_{max} = 0{,}37$ (voir tableau 5.2). On adopte un treillis standard 5,5—15/4 (barres principales de 5,5 mm de diamètre écartées de 15 cm avec barres secondaires de 4 mm de diamètre) avec $F_a = 1{,}58$ cm² (+1,3 %).

5.3.2. Eléments à armature double

En introduisant les valeurs de F_b et z_b données par (5.10) dans (5.1a), on obtient la condition de la résistance satisfaisante d'un élément fléchi de section rectangulaire à armature double (fig. 5.12):

$$M \leqslant R_{fl} bx (h_0 - 0{,}5x) + R_{a.c} F'_a (h_0 - a'). \qquad (5.24)$$

En introduisant la même valeur de F_b dans (5.2) on obtient l'équation déterminant la position de l'axe neutre:

$$R_{fl} xb = R_a F_a - R_{a.c} F'_a. \qquad (5.25)$$

Notons que pour chaque qualité du béton définie par la valeur de α_{max} au tableau 5.2 on trouve une valeur maximale de $A_{0\,max}$

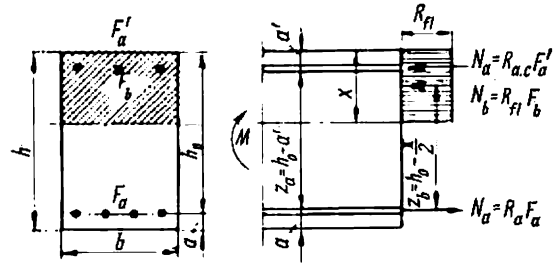


Fig. 5.12

au tableau 5.3. Ainsi, pour des bétons de qualité allant jusqu'à 400:

$$A_{0\,max} \leqslant 0{,}4. \qquad (5.26)$$

L'armature comprimée devient nécessaire quand le béton seul ne peut pas offrir une résistance suffisante aux efforts de compression, ce qui est indiqué par:

$$A_0 = \frac{M}{R_{fl} b h_0^2} > A_{0\,max}. \qquad (5.27)$$

Les problèmes relatifs aux choix des sections des éléments à armature double peuvent être posés de deux façons.

Problème du 1er type. On connaît seules les dimensions b et h. Il s'agit de trouver les sections des armatures F_a et F'_a.

Solution. La condition (5.24) conduit pour les bétons de qualité 400 et en dessous ($x = 0{,}55h_0$) à :

$$F'_a = \frac{M - 0{,}4R_{fl}bh_0^2}{R_{a.c}z_a} \tag{5.28}$$

et l'équation (5.25) à :

$$F_a = \frac{R_{a.c}}{R_a}F'_a + \frac{0{,}55R_{fl}bh_0}{R_a}. \tag{5.29}$$

Si l'on avait affaire aux bétons de qualité supérieure à 400, on devrait écrire :

$$F'_a = \frac{M - A_{0\,max}R_{fl}bh_0^2}{R_{a.c}z_a} \tag{5.30}$$

et

$$F_a = \frac{R_{a.c}}{R_a}F'_a + \frac{\alpha_{max}R_{fl}bh_0}{R_a}. \tag{5.31}$$

Problème du 2e type. On connaît les dimensions b et h de la section ainsi que la section F'_a des armatures comprimées. Il s'agit de trouver la section F_a des armatures tendues.

Solution. De (5.24) on tire :

$$A_0 = \frac{M - R_{a.c}F'_a z_a}{R_{fl}bh_0^2}. \tag{5.32}$$

Si $A_0 \leqslant A_{0\,max}$, on trouve au tableau 5.3 la valeur correspondante de α et on calcule F_a à l'aide de (5.25) :

$$F_a = \frac{R_{a.c}}{R_a}F'_a + \frac{\alpha R_{fl}bh_0}{R_a}. \tag{5.33}$$

Si $A_0 > A_{0\,max}$, la section des armatures comprimées F'_a est insuffisante et doit être augmentée.

Quand il s'agit de vérifier une section dont toutes les dimensions et pourcentage d'armatures sont connus, on détermine d'abord la hauteur de la zone comprimée à l'aide de (5.25) et on s'assure que la condition (5.24) est satisfaite.

Pour une section rectangulaire à armature double la condition $z_b \leqslant z_a$ ou, ce qui revient au même, $h_0 - 0{,}5x \leqslant h_0 - a'$ doit être remplacée par

$$x \geqslant 2a'. \tag{5.34}$$

Si les calculs donnent $x < 2a'$, on pose $x = 2a'$ afin d'utiliser complètement la résistance des armatures comprimées. Si toutefois on trouve que la force portante de l'élément à armature double est inférieure à celle d'un élément de mêmes dimensions, mais à armature simple, on négligera les armatures comprimées.

En outre on doit toujours avoir $M < R_{fl} S_0$, ce qui, pour des bétons de qualité 400 ou inférieure, conduit à

$$A_0 = \frac{M}{R_{fl} b h_0^2} < 0{,}5. \tag{5.35}$$

Exemple 5.5. Soit une poutre en béton 200 ($R_{fl} = 100$ kg/cm²) armée d'acier de la classe A-II ($R_a = R_{a.c} = 2\,700$ kg/cm²); $b = 25$ cm, $h = 50$ cm, $a = 4$ cm, $a' = 3$ cm; $M = 26$ t·m. Déterminer F_a et F'_a.

Solution. Le problème est du 1er type. A l'aide de (5.18) on calcule:

$$A_0 = \frac{2\,600\,000}{100 \cdot 25 \cdot 46^2} = 0{,}49 > 0{,}40.$$

Il faut donc faire recours aux armatures comprimées. La condition (5.35)

$$A_0 = 0{,}49 < 0{,}5$$

reste satisfaite.

Vérifier s'il en est de même pour la condition (5.34):

$$x = \alpha \cdot h_0 = 0{,}55 \cdot 46 = 25{,}5 \text{ cm} > 2 \cdot 3 = 6 \text{ cm}.$$

A l'aide de (5.28) on peut maintenant calculer F'_a:

$$F'_a = \frac{2\,600\,000 - 0{,}4 \cdot 100 \cdot 25 \cdot 46^2}{2\,700 \cdot 43} = 4{,}15 \text{ cm}^2.$$

On adopte 2 barres de 16 mm de diamètre de la classe A-II avec $F'_a = 4{,}02$ cm² (−3 %).

De (5.29) on déduit finalement:

$$F_a = 4{,}15 + \frac{0{,}55 \cdot 100 \cdot 25 \cdot 46^2}{2\,700 \cdot 43} = 27{,}65 \text{ cm}^2.$$

On adopte 4 barres de 25 mm et 2 barres de 16 mm de diamètre de la classe A-III, ce qui donne $F_a = 27{,}25$ cm² (−1,5 %).

Exemple 5.6. Conservons toutes les données de l'exemple précédent, en remplaçant seulement l'acier de la classe A-II par de l'acier de la classe A-III ($R_a = R_{a.c} = 3\,400$ kg/cm²), et adoptons comme armature 2 barres comprimées de 16 mm de diamètre avec $F'_a = 4{,}02$ cm². Il s'agit donc de trouver F_a.

Solution. Le problème est du 2e type. A l'aide de (5.32) calculons d'abord A_0:

$$A_0 = \frac{2\,600\,000 - 3\,400 \cdot 4{,}02 \cdot 43}{100 \cdot 25 \cdot 46^2} = 0{,}38 < 0{,}40.$$

Donc F'_a a une valeur satisfaisante. Au tableau 5.3 nous trouvons maintenant $\alpha = 0{,}51$ et nous vérifions la condition (5.34):

$$x = 0{,}51 \cdot 46 = 23{,}5 \text{ cm} < 2 \cdot 3 = 6 \text{ cm}.$$

La formule (5.33) donne alors:

$$F_a = 4{,}02 + \frac{0{,}51 \cdot 100 \cdot 25 \cdot 46}{3\,400} = 21{,}22 \text{ cm}^2.$$

On adopte 4 barres de 22 mm de diamètre de la classe A-III avec $F_a = 21{,}48$ cm² (+2 %).

5.4. CALCUL DES SECTIONS EN T

5.4.1. Notions générales et formules de calcul

En béton armé les sections en T se rencontrent très fréquemment comme éléments individuels, telles les poutres principales des planchers préfabriqués, les poutres de roulement des ponts roulants (fig. 5.13,*a* et *b*), etc., mais aussi comme parties intégrantes des constructions entières, par exemple des hourdis nervurés (fig. 5.13,*c*).

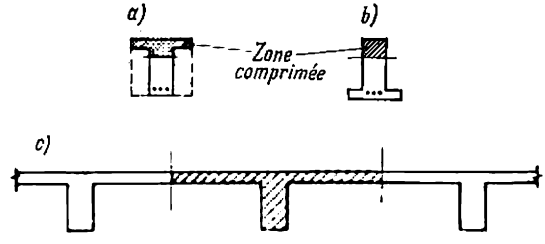


Fig. 5.13

Une section en T se compose d'une table et d'une nervure, la table se trouvant, en général, dans la zone comprimée (fig. 5.13,*a*), sa disposition dans la zone tendue n'augmentant point la portance de l'élément.

Une section en T est notablement plus économique qu'une section rectangulaire correspondante (indiquée en pointillé à la fig. 5.13,*a*), car pour une même force portante la consommation en béton est considérablement moindre grâce à la réduction de la largeur de la zone tendue.

En règle générale, les sections en T possèdent une armature simple.

Quand la table devient très large, le taux de travail des bandes les plus éloignées de la nervure tombe considérablement comparé à celui des bandes plus rapprochées. C'est là la raison des limitations imposées par les Règlements sur la largeur de la table de part et d'autre de la nervure qui peut être prise en considération. Celle-ci ne doit dépasser ni la moitié de l'interdi tance de deux nervures consécutives, ni le $^1/_6$ de la portée libre de l'élément calculé. Si l'épaisseur de la table est faible ($h'_t < 0{,}1h$) et si les nervures transversales sont inexistantes ou situées à des distances dépassant l'écartement des nervures principales, la largeur de la table de part et d'autre de celles-ci ne devra pas excéder $6h'_t$. Pour certaines poutres en T, la largeur de l'encorbellement de chaque côté de la nervure

que l'on introduira dans le calcul sera :

pour $h'_t \geqslant 0{,}1h$ — au-dessous ou égale à $6h'_t$;
pour $0{,}05h \leqslant h'_t < 0{,}1h$ — au-dessous ou égale à $3h'_t$;
pour $h'_t < 0{,}05h$ — les encorbellements ne sont pas pris en considération lors des calculs.

Quand on a affaire aux sections en T deux cas différents de la position de l'axe neutre peuvent se présenter : l'axe neutre peut être situé à l'intérieur de la table (fig. 5.14,*a*) ou bien passer par la nervure (fig. 5.14,*b*).

L'*axe neutre passe par la table*, c'est-à-dire $x \leqslant h'_t$ (fig. 5.14,*a*). Ce cas correspond à des sections à tables fortement développées.

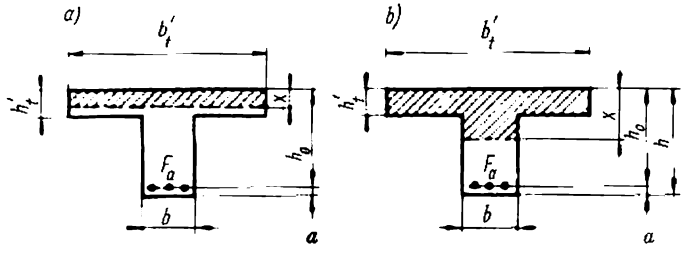


Fig. 5.14

Les calculs s'effectueront tout comme pour une section rectangulaire aux dimensions b'_t et h_0, car le béton de la zone tendue ne contribue rien à la force portante de l'élément.

On utilisera les formules :

$$\left.\begin{aligned} M &\leqslant R_{fl} b'_t x (h_0 - 0{,}5x) ; \\ R_{fl} b'_t x &= R_a F_a, \end{aligned}\right\} \tag{5.36}$$

ou alternativement

$$M \leqslant A_0 R_{fl} b'_t h_0^2, \tag{5.37}$$

le coefficient A_0 étant pris au tableau 5.3.

L'*axe neutre passe par la nervure*, c'est-à-dire $x > h'_t$ (fig. 5.14,*b*). Ce deuxième cas se rencontre pour des sections à largeur de table réduite. La zone comprimée se compose alors de la partie comprimée de la nervure et des deux parties de la table de part et d'autre de cette dernière. On admet que le béton de la nervure peut travailler à un taux normal, sa résistance étant égale à R_{fl}, tandis que le béton de la table de part et d'autre de la nervure travaillera à un taux réduit de sorte que $R_{pr} = 0{,}8R_{fl}$. La condition assurant une résistance suffisante pourra être déduite de l'égalité des moments

rapportés au centre de gravité des armatures tendues et aura la forme :

$$M \leqslant R_{fl} b x (h_0 - 0{,}5x) + 0{,}8 R_{fl} (b'_t - b) (h_0 - 0{,}5h'_t) h'_t, \quad (5.38)$$

le premier terme de la partie de droite se rapportant à la zone comprimée de la nervure et le deuxième, aux deux parties de la table situées de part et d'autre de celle-ci.

La position de la fibre neutre se déduira de l'équation :

$$R_a F_a = F_{fl} b x + 0{,}8 R_{fl} (b'_t - b) h'_t. \quad (5.39)$$

Si l'axe neutre passe par la nervure, la condition $S_b \leqslant \zeta S_0$ peut être vérifiée sans tenir compte de la largeur des deux parties de la table de part et d'autre de la nervure, car les termes qui leur correspondraient s'annulent mutuellement.

La distinction entre les deux cas mentionnés se basera sur les données suivantes :

1. On connaît toutes les dimensions, y compris la valeur de la section F_a. Alors, l'axe neutre passe dans la table quand :

$$R_a F_a \leqslant R_{fl} h'_t [b + 0{,}8 (b'_t - b)], \quad (5.40)$$

et il passe dans la nervure quand :

$$R_a F_a > R_{fl} h'_t [b + 0{,}8 (b'_t - b)]. \quad (5.40a)$$

2. On connaît les dimensions extérieures h, h'_t, b, b'_t et le moment fléchissant calculé, mais on ne connaît pas la section des armatures F_a. Dans ce cas l'axe neutre passe dans la table si

$$M \leqslant R_{fl} h'_t (h_0 - 0{,}5h'_t) [b + 0{,}8 (b'_t - b)], \quad (5.41)$$

il passe dans la nervure lorsque

$$M > R_{fl} h'_t (h_0 - 0{,}5h'_t) [b + 0{,}8 (b'_t - b)]. \quad (5.41a)$$

5.4.2. Calcul et vérification des sections

En première approximation la hauteur totale de la poutre peut être prise égale à :

$$h = (15 \text{ à } 20) \sqrt[3]{M}, \quad (5.42)$$

h étant exprimé en cm et le moment fléchissant en t·m. La largeur de la nervure peut être adoptée égale à $b = (0{,}4 \text{ à } 0{,}5)\, h$. Quant aux dimensions b'_t et h'_t de la table, celles-ci découlent généralement des considérations relatives à l'ensemble de l'ouvrage. La section

des armatures principales F_a se détermine ensuite eu égard à la position de la fibre neutre. Si celle-ci passe dans la table, on calculera F_a comme pour une poutre rectangulaire à armature unique de largeur b'_t et de hauteur utile h_0.

Si, par contre, l'axe neutre passe dans la nervure (fig. 5.15,*a*), on considérera la poutre comme comportant deux parties distinctes: la première constituée par la nervure de hauteur h pourvue d'armatures tendues de section F_{a1} formant une part de l'armature totale F_a (fig. 5.15,*b*), et la deuxième, par les encorbellements de la table

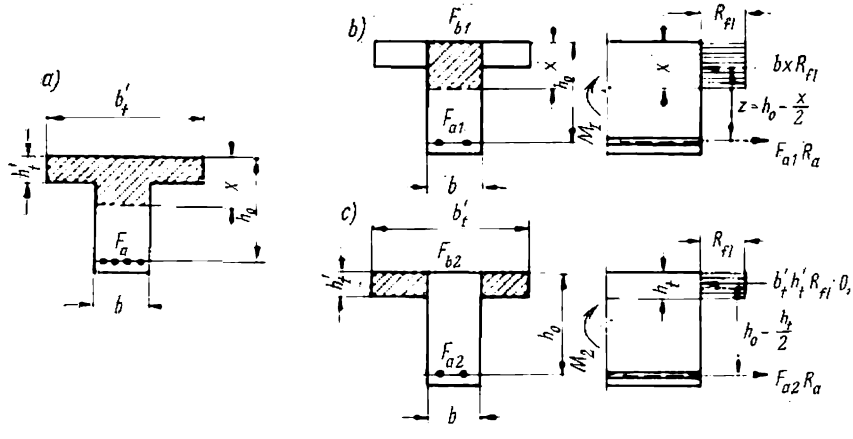


Fig. 5.15

et le reste de l'armature de section F_{a2} (fig. 5.15,*c*). Le moment qui pourra être repris par la section entière se déterminera comme la somme de deux moments:

$$M = M_1 + M_2, \tag{5.43}$$

où M_1 est le moment correspondant à la section de la fig. 5.15,*b* et M_2, celui correspondant à la section de la fig. 5.15,*c*.

Pour le schéma de la fig. 5.15,*c*, on a:

$$0{,}8R_{fl}F_{b2} = R_a F_{a2},$$

avec

$$F_{b2} = (b'_t - b) = h'_t, \tag{5.44}$$

d'où

$$F_{a2} = \frac{0{,}8R_{fl}F_{b2}}{R_a} = 0{,}8\,\frac{R_{fl}}{R_a}\,(b'_t - b)\,h'_t \tag{5.45}$$

et

$$M_2 = 0{,}8 R_{fl} F_{b2} (h_0 - 0{,}5 h'_t)$$

ou encore

$$M_2 = R_a F_{a2} (h_0 - 0{,}5 h'_t). \qquad (5.46)$$

Le reste du moment $M_1 = M - M_2$ devra être repris par la nervure (fig. 5.15,*b*). On calculera sa section comme une section rectangulaire à armature simple, c'est-à-dire on trouvera d'abord $A_0 = \frac{M_1}{R_{fl} b h_0^2}$, on tirera du tableau 5.3 la valeur correspondante de γ_0 et on déterminera la section $F_{a1} = \frac{M_1}{R_{fl} \gamma_0 h_0}$.

La section totale requise sera égale à la somme des deux sections déterminées ci-dessus :

$$F_a = F_{a1} + F_{a2}. \qquad (5.47)$$

Exemple 5.7. Soit une poutre en T qui doit résister à un moment fléchissant calculé $M = 16$ t·m. Les dimensions de cette poutre sont : $h = 50$ cm ($h_0 = 46$ cm) ; $b = 25$ cm ; $h'_t = 6$ cm (la largeur totale de la table qui peut être prise en considération $b'_t = 200$ cm). Le béton est de qualité 150 ($R_{fl} = 80$ kg/cm²) et les armatures principales en acier de la classe A-II ($R_a = 2\,700$ kg/cm²). On demande de déterminer F_a.

Solution. En premier abord déterminons la position de la fibre neutre à l'aide de l'expression (5.41) :

$$80 \cdot 6\,(46 - 0{,}5 \cdot 6)\,[25 + 0{,}8\,(200 - 25)] = 3\,400\,000 \text{ kgcm} = 34 \text{ t·m} > M = 16 \text{ t·m}.$$

Par conséquent, $x < h'_t$ et la section peut être calculée comme une section rectangulaire de largeur $b'_t = 200$ cm et de hauteur utile $h_0 = 46$ cm.

De (5.37) on tire :

$$A_0 = \frac{M}{R_{fl} b'_t h_0^2} = \frac{1\,600\,000}{80 \cdot 200 \cdot 46^2} = 0{,}048.$$

Au tableau 5.3 on trouve $\gamma_0 = 0{,}976$ et $\alpha = 0{,}048$.

Dès lors la section de l'armature tendue sera :

$$F_a = \frac{M}{R_a \gamma_0 h_0} = \frac{1\,600\,000}{2\,700 \cdot 0{,}976 \cdot 46} = 13{,}2 \text{ cm}^2.$$

La valeur de α étant très basse on voit sans calculs que la condition $S_b \leqslant 0{,}8\, S_0$ doit être satisfaite.

Exemple 5.8. Soit une poutre en T appelée à supporter un moment fléchissant calculé $M = 45$ t·m. La hauteur de la poutre $h = 70$ cm ($h_0 = 66$ cm), $b = 25$ cm, la largeur de la table $b'_t = 60$ cm, son épaisseur $h'_t = 8$ cm. Le béton est de qualité 200 ($R_{fl} = 100$ kg/cm²) et les armatures en acier de la classe A-III ($R_a = 3\,400$ kg/cm²). On demande de déterminer F_a.

Solution. Déterminons la position de l'axe neutre à l'aide de (5.41) :

$$100 \cdot 8\,(66 - 0{,}5 \cdot 8)\,[25 + 0{,}8\,(60 - 25)] = 2\,620\,000 \text{ kgcm} = 26{,}2 \text{ t·m} < M = 45 \text{ t·m}.$$

Par conséquent, $x > h'_t$. On aura donc recours aux formules (5.45) et (5.46) qui donnent :

$$F_{a2} = 0{,}8\,\frac{R_{fl}}{R_a}\,(b'_t - b)\,h'_t = 0{,}8\,\frac{100}{3\,400}\,(60-25)\,8 = 6{,}6 \text{ cm}^2.$$

$$M_2 = R_a F_{a2}\,(h_0 - 0{,}5h'_t) = 3\,400 \cdot 6{,}6\,(66 - 0{,}5 \cdot 8) =$$

$$= 1\,390\,000 \text{ kgcm} = 13{,}9 \text{ t} \cdot \text{m} ;$$

$$M_1 = M - M_2 = 45 - 13{,}9 = 31{,}1 \text{ t} \cdot \text{m}.$$

Calculons A_0 :

$$A_0 = \frac{M_1}{R_{fl} b h_0^2} = \frac{31{,}1 \cdot 10^5}{100 \cdot 25 \cdot 66^2} = 0{,}286.$$

Au tableau 5.3 on trouvera $\gamma_0 = 0{,}822$ et $\alpha = 0{,}211$ se souvenant que $\alpha_{max} = 0{,}55$.

Dès lors :

$$F_a = \frac{M_1}{R_a \gamma_0 h_0} = \frac{31{,}1 \cdot 10^5}{3\,400 \cdot 0{,}822 \cdot 66} = 16{,}9 \text{ cm}^2,$$

d'où la section totale des armatures :

$$F_a = F_{a1} + F_{a2} = 16{,}9 + 6{,}6 = 23{,}5 \text{ cm}^2.$$

Comme dans l'exemple précédent la condition $S_b \leqslant \zeta S_0$ est satisfaite du fait que $\alpha < \alpha_{max} = 0{,}55$.

Quand il s'agit de vérifier une section dont les dimensions, sections des armatures et qualités des matériaux sont connues, on détermine d'abord la section de l'armature F_{a2} qui équilibre les efforts de compression dans les parties de la table de part et d'autre de la nervure à l'aide de (5.45) et on calcule le moment M_2 correspondant à l'aide de (5.46). Ensuite on trouve $F_{a1} = F_a - F_{a2}$ et on calcule le moment M_1 repris par la zone comprimée de la nervure et les armatures F_{a1}. Le moment total qui pourra être appliqué à une poutre en T sera égal à la somme des moments $M_1 + M_2$. La section sera considérée suffisante si $M \leqslant M_{sec} = M_1 + M_2$. On ne doit jamais perdre de vue la nécessité de s'assurer que la condition $S_b \leqslant \zeta S_0$ est satisfaite.

5.5. CALCUL DES SECTIONS TRAPÉZOÏDALES, TRIANGULAIRES ET TUBULAIRES (ANNULAIRES ET EN CAISSON)

En pratique on rencontre éventuellement des sections plus compliquées que les sections rectangulaires pleines et en T, notamment des sections trapézoïdales, triangulaires et tubulaires (annulaires et en caisson) (fig. 5.16).

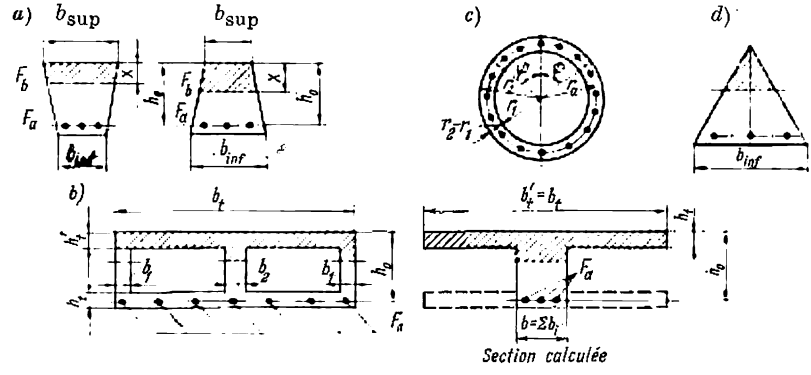


Fig. 5.16

5.5.1. Eléments à sections trapézoïdales et triangulaires

Dans une section trapézoïdale la zone comprimée a, elle aussi, une forme trapézoïdale (fig. 5.16,*a*). On obtient l'expression assurant une résistance adéquate de cette section en introduisant les paramètres géométriques de la section F_b, z_b, S_b et S_0 dans la formule (5.1a), ce qui donne définitivement à condition que $F'_a = 0$:

$$M \leqslant A_0 b_{inf} h_0^2 R_{fl}, \tag{5.48}$$

où

$$\left.\begin{aligned} A_0 &= \frac{n-1}{3}\alpha_1^3 - \frac{2n-1}{2}\alpha_1^2 + n\alpha_1 ; \\ n &= \frac{b_{sup}}{b_{inf}} \quad \text{et} \quad \alpha_1 = \frac{x}{h_0}. \end{aligned}\right\} \tag{5.49}$$

La position de l'axe neutre se déduira de l'équation:

$$F_a = b_{inf} h_0 \left(n\alpha_1 - \frac{n-1}{2}\alpha_1^2\right) \frac{R_{fl}}{R_a}. \tag{5.50}$$

La condition $S_b \leqslant \zeta S_0$ reste en vigueur. Quand $\zeta = 0{,}8$, elle peut être représentée sous la forme suivante:

$$A_0 \leqslant \frac{2n+1}{7{,}5}. \tag{5.51}$$

Les éléments à section triangulaire (fig. 5.16,*d*) se calculent à l'aide de ces mêmes formules en y posant $n = 0$, car $b_{sup} = 0$.

La détermination de la section F_a des barres principales s'obtient en calculant en premier abord A_0 à l'aide de (5.48) et en dé-

terminant ensuite α_1 qui se déduit de l'équation de 3e degré (5.49). Comme cette grandeur varie peu, on peut la trouver assez facilement par approximations successives. Finalement on calcule F_a à l'aide de (5.50).

S'il s'agit de vérifier une section donnée on obtient d'abord α_1 de l'équation (5.50) et on l'introduit ensuite dans les formules (5.49) et (5.48).

Exemple 5.9. Soit un élément à section trapézoïdale avec $b_{sup} = 30$ cm, $b_{inf} = 15$ cm, $h = 45$ cm ($h_0 = 41$ cm) destiné à supporter un moment fléchissant dont la valeur calculée atteint $M = 8$ t·m. Le béton est de qualité 150 ($R_{fl} = 80$ kg/cm²) et les armatures en acier de la classe A-I ($R_a = 2\,100$ kg/cm²). On demande de déterminer F_a.

Solution. Calculons d'abord $n = \dfrac{b_{sup}}{b_{inf}} = \dfrac{30}{15} = 2$. Ensuite de (5.48) nous trouvons:

$$A_0 = \frac{M}{b_{inf} h_0^2 R_{fl}} = \frac{8 \cdot 10^5}{15 \cdot 41^2 \cdot 80} = 0{,}396.$$

Le tableau 5.1 fournit $\zeta = 0{,}8$, par conséquent, on a le droit de faire recours à l'expression simplifiée (5.51):

$$A_0 = 0{,}396 < \frac{2n+1}{7{,}5} = \frac{2 \cdot 2 + 1}{7{,}5} = 0{,}662.$$

Donc, la condition (5.51) se trouve satisfaite. La valeur de α_1 peut être trouvée en première approximation en réduisant (5.49) à:

$$A_0 \approx -\frac{2n-1}{2} \alpha_1^2 + n\alpha_1,$$

d'où: $\alpha_1 = 0{,}244$. L'introduction de cette valeur dans (5.49) montre qu'elle est juste à 2 % près, et par conséquent, on adoptera α_1 sans calculs supplémentaires.

La formule (5.50) donnera alors la section des armatures cherchée:

$$F_a = 15 \cdot 41 \left(2 \cdot 0{,}244 - \frac{2-1}{2} 0{,}244^2\right) \frac{80}{2\,100} = 10{,}7 \text{ cm}^2.$$

5.5.2. Eléments à section en caisson

Le calcul des éléments à section en caisson (fig. 5.16,*b*) se ramène à celui d'une section équivalente en T, dans laquelle la largeur de la nervure est égale à la somme des épaisseurs des parois et des cloisons verticales $b = \sum b_i$ et les dimensions de la table comprimée b'_t et h'_t demeurent inchangées. Le calcul de la résistance s'effectue en négligeant complètement la table tendue inférieure. Toutes les barres longitudinales, distribuées sur la largeur de cette dernière, doivent être prises en considération.

5.5.3. Eléments à section annulaire

L'expression assurant une résistance adéquate d'une section annulaire à armatures distribuées uniformément sur tout le pourtour (fig. 5.16,*c*) se déduit, comme toujours, en stipulant que le moment extérieur ne doit pas excéder le moment pouvant être développé par les efforts intérieurs. La limite inférieure de la zone comprimée s'obtiendra en égalant à zéro la somme des projections sur l'axe de l'élément de tous les efforts intérieurs y agissant. Afin de simplifier les calculs, on admet que cette limite n'est pas formée par une normale au plan d'action du moment mais par deux rayons, formant avec ce plan un angle φ.

Omettant tous les calculs intermédiaires nous donnons ci-dessous cette expression sous la forme la plus commode pour les calculs pratiques:

$$M \leqslant \frac{1}{\pi}[0{,}5R_{f1}F(r_1+r_2)+(R_a+R_{a.\,c})F_a r_a]\sin\pi\alpha_{an}, \quad (5.52)$$

où

$$\alpha_{an}=\frac{R_a F_a}{R_{f1}F+(R_a+R_{a.\,c})F_a}\leqslant 0{,}37\zeta, \quad (5.53)$$

F étant la section totale du béton;
F_a, la section totale des armatures longitudinales;
r_1 et r_2, les rayons intérieur et extérieur respectivement (fig. 5.16,*c*);
$r_a = r_2 - a$, a étant la couche d'enrobage.

La limitation de α_{an} à $0{,}37\zeta$ correspond à celle introduite par l'expression (5.3) sur la hauteur de la zone comprimée. On choisit ζ au tableau 5.1.

La détermination de la section F_a des armatures à l'aide de (5.52) et (5.53) s'effectue généralement par approximations successives.

Exemple 5.10. Soit un élément à section annulaire soumis à un moment calculé $M = 4{,}5$ t·m. Les rayons $r_1 = 14$ cm, $r_2 = 20$ cm, $r_a = 17$ cm. Le béton est de qualité 200 ($R_{f1} = 100$ kg/cm²), les armatures en acier de la classe A-III ($R_a = R_{a.\,c} = 3400$ kg/cm²). On demande de déterminer la section totale des barres longitudinales à distribuer sur tout le pourtour.

Solution. La section totale du béton $F = \pi(20^2-14^2) = 640$ cm². Le coefficient α_{an} se détermine par approximations successives. Adoptons en première approximation $\alpha_{an1} = 0{,}2$. Alors d'après (5.52):

$$F_{a1}=\frac{\pi M-0{,}5R_{f1}F(r_1+r_2)\sin\pi\alpha_{an\,1}}{(R_a+R_{a.\,c})r_a\sin\pi\alpha_{an\,1}}=$$

$$=\frac{3{,}14\cdot 450\,000-0{,}5\cdot 100\cdot 640(14+20)\cdot 0{,}587}{(3\,400+3\,400)17\cdot 0{,}587}=11{,}3\text{ cm}^2$$

avec

$$\sin \pi\alpha_{an1} = \sin (3{,}14 \cdot 0{,}2) = 0{,}587.$$

En introduisant la valeur de $F_{a1} = 11{,}3$ cm² dans (5.53) on trouve :

$$\alpha_{an\,1} = \frac{3\,400 \cdot 11{,}3}{100 \cdot 640 + (3\,400 + 3\,400)\,11{,}3} = 0{,}27.$$

En deuxième approximation on prendra pour α_{an2} une valeur intermédiaire $\alpha_{an2} = 0{,}5\ (0{,}20 + 0{,}27) = 0{,}235$. En répétant les calculs d'après les formules (5.52) et (5.53) on trouve la valeur de $\alpha_{an2} = 0{,}225$. On adoptera finalement $\alpha_{an} = 0{,}5\ (0{,}235 + 0{,}225) = 0{,}23$, ce qui est inférieur à $\alpha_{an\,max} = 0{,}37\zeta = 0{,}37 \cdot 0{,}8 = 0{,}296$, car pour un béton de qualité 200 $\zeta = 0{,}8$ (d'après le tableau 5.1).

L'expression (5.53) donnera maintenant la valeur définitive de F_a :

$$F_a = \frac{\alpha_{an} R_{fl} F}{(1 - \alpha_{an}) R_a - \alpha_{an} R_{a.c}} = \frac{0{,}23 \cdot 100 \cdot 640}{(1 - 0{,}23)\,3\,400 - 0{,}23 \cdot 3\,400} = 7{,}9 \text{ cm}^2.$$

5.6. CALCUL DES ÉLÉMENTS SOUMIS À UNE FLEXION DÉVIÉE

En général, on a affaire aux éléments dont les sections possèdent au moins un axe de symétrie. Si pour un élément de ce type le plan d'action du moment extérieur ne coïncide pas avec cet axe de symétrie (fig. 5.17,*a*), on est en présence d'une flexion déviée. La résistance est vérifiée dans ce cas à l'aide de l'expression (5.1) et la position de l'axe neutre se détermine en utilisant l'équation (5.2) et en déterminant simultanément la direction du plan d'action du moment extérieur (qui coïncide nécessairement avec celui des efforts intérieurs) :

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{M_y}{M_x}, \tag{5.54}$$

l'angle β représentant l'inclinaison du plan d'action du moment des efforts intérieurs sur l'axe de symétrie Ox, et M_x et M_y, les valeurs des moments agissant dans le plan de symétrie Ox et dans le plan normal Oy.

Sur la fig. 5.17,*a* le point D correspond au point d'application de la résultante des compressions, y compris les barres comprimées, et le point A, à celui de la résultante des efforts de traction dans les barres tendues.

En outre, tout comme dans le cas d'une flexion ordinaire, il faut que la condition (5.3) reste satisfaite, ainsi que la condition (5.4), si la section contient des armatures comprimées. Si la section possède deux axes de symétrie (sections rectangulaires) la condition (5.3) prend la forme

$$\frac{\frac{S_{b\,x}}{S_{0\,x}} + \frac{S_{b\,y}}{S_{0\,y}} \sqrt{\operatorname{tg} \beta}}{\sqrt{1 + \operatorname{tg} \beta}} \leqslant \zeta, \tag{5.55}$$

où S_{bx} et S_{0x} sont respectivement les moments statiques de la zone comprimée et de la section entière de hauteur utile h_{0x} par rapport à un axe normal à l'axe Ox, passant par le centre de gravité des armatures tendues sous l'effet du moment M_x et situées le long de la face normale à Ox;

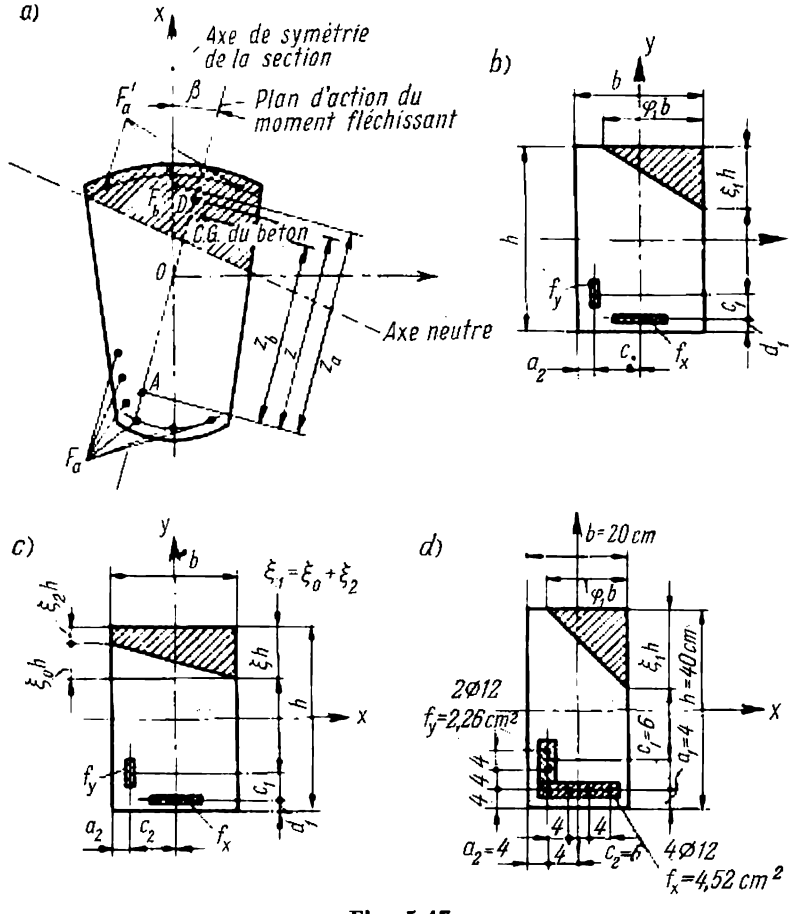


Fig. 5.17

S_{by} et S_{0y}, ceux rapportés à un axe normal à Oy et passant par le centre de gravité des armatures tendues sous l'effet du moment M et situées le long de la face normale à Oy.

Considérons le cas le plus fréquent d'une section rectangulaire à armature simple. Deux cas sont possibles:

a) *La zone comprimée est de forme triangulaire* (fig. 5.17,*b*). Des conditions assurant une résistance adéquate se déduiront des considérations générales relatives aux éléments en béton armé fléchis. Ces conditions peuvent se mettre sous la forme suivante:

$$M_x \leqslant 0{,}5R_{f1}\xi_1 h\varphi_1 b\left(h-a_1-\frac{1}{3}\xi_1 h\right)-R_a f_y c_1; \qquad (5.56)$$

$$M_y \leqslant 0{,}5R_{f1}\xi_1 h\varphi_1 b\left(b-a_2-\frac{1}{3}\varphi_1 b\right)-R_a f_x c_2. \qquad (5.57)$$

Dans la formule (5.56) le moment des efforts intérieurs est rapporté au centre de gravité des armatures f_x et dans la formule (5.57) à celui des armatures f_y (fig. 5.17,*b*).

Egalant à zéro la somme des projections des efforts intérieurs sur l'axe de l'élément, on a:

$$0{,}5R_{f1}\xi_1 h\varphi_1 b = R_a(f_x+f_y). \qquad (5.58)$$

Les équations (5.56) et (5.57) permettent de trouver le rapport:

$$\frac{M_x+R_a f_y c_1}{M_y+R_a f_x c_2}=\frac{h-a_1-\frac{1}{3}\xi_1 h}{b-a_2-\frac{1}{3}\varphi_1 b}. \qquad (5.59)$$

La solution simultanée des équations (5.58) et (5.59) fournit les valeurs de ξ_1 et de φ_1 qui déterminent la position de l'axe neutre. On vérifie ensuite si l'expression (5.56) est satisfaite.

b) *La zone comprimée a une forme trapézoïdale* (fig. 5.17,*c*). La condition d'une résistance adéquate s'exprimera par les deux relations suivantes:

$$M_x \leqslant R_{f1}\xi_1 bh(h-a_1-0{,}5\xi_1 h)-$$
$$-0{,}5R_{f1}\xi_0 bh\left(h-a_1-\xi_1 h+\frac{1}{3}\xi_0 h\right)-R_a f_a c_1 \qquad (5.60)$$

et

$$M_y \leqslant R_{f1}\xi_1 bh(0{,}5b-a_2)-0{,}5R_{f1}\xi_0 bh\left(\frac{1}{3}b-a_2\right)-R_a f_x c_2. \qquad (5.61)$$

Comme pour (5.58) et (5.59) on trouvera

$$R_{f1}\xi_1 bh-0{,}5R_{f1}\xi_0 bh = R_a(f_x+f_y); \qquad (5.62)$$

$$\frac{M_x+R_a f_y c_1}{M_y+R_a f_x c_2}=$$

$$=\frac{R_{f1}\xi_1 bh(h-a_1-0{,}5\xi_1 h)-0{,}5R_{f1}\xi_0 bh\left(h-a_1-\xi_1 h+\frac{1}{3}\xi_0 h\right)}{R_{f1}\xi_1 bh(0{,}5b-a_2)-0{,}5R_{f1}\xi_0 bh\left(\frac{1}{3}b-a_2\right)}. \qquad (5.63)$$

Des expériences appropriées ont montré que la zone comprimée a la forme triangulaire quand :

$$\frac{M_y}{M_x} \cdot \frac{h}{b} \geqslant 0{,}365. \tag{5.64}$$

Le calcul des sections plus compliquées, notamment en T et en L, à la flexion déviée peut s'effectuer en se basant sur les mêmes principes ou en faisant recours aux formules et tables élaborées spécialement pour les éléments envisagés.

Exemple 5.11. Un élément à section rectangulaire dont les dimensions sont indiquées fig. 5.17,*d* est soumis à une flexion déviée avec $M_x = 3{,}5$ t·m et $M_y = 0{,}7$ t·m. Le béton est de qualité 200 ($R_{fl} = 100$ kg/cm²) et les armatures en acier de la classe A-I ($R_a = 2\,100$ kg/cm²). On demande de vérifier la section.

Solution. La forme de la zone comprimée se détermine à l'aide de (5.64) :

$$\frac{0{,}7}{3{,}5} \cdot \frac{40}{20} = 0{,}4 > 0{,}365,$$

donc cette zone a la forme d'un triangle.

Des équations (5.58) et (5 59) on déduit :

$$0{,}5 \cdot 100\xi_1 \cdot 40\varphi \cdot 20 = 2\,100\,(4{,}52 + 2{,}26) \quad \text{ou} \quad \xi_1\varphi_1 = 0{,}356\,; \tag{I}$$

$$\frac{350\,000 + 2\,100 \cdot 2{,}26 \cdot 6}{70\,000 + 2\,100 \cdot 4{,}52 \cdot 6} = \frac{40 - 4 - 0{,}33\xi_1 \cdot 40}{20 - 4 - 0{,}33\varphi_1 \cdot 20} \quad \text{ou} \quad 19{,}8\varphi_1 - 13{,}3\xi_1 - 11{,}6 = 0. \tag{II}$$

La solution simultanée des équations (I) et (II) fournit

$$\varphi_1 = 0{,}86 \text{ et } \xi_1 = 0{,}41,$$

ce qui confirme que la zone comprimée est bien de forme triangulaire.

La condition (5.56) assurant une résistance suffisante se trouve satisfaite. En effet :

$$0{,}5 \cdot 100 \cdot 0{,}41 \cdot 40 \cdot 0{,}86 \cdot 20 \left(40 - 4 - \frac{1}{3} \cdot 0{,}41 \cdot 40\right) -$$

$$-2\,100 \cdot 2{,}26 \cdot 6 = 405\,000 \text{ kgcm} = 4{,}05 \text{ t·m} > M_x = 3{,}5 \text{ t·m}.$$

On voit facilement que la condition (5.55) est aussi satisfaite (les calculs correspondants sont omis).

5.7. ÉLÉMENTS FLÉCHIS À ARMATURES RIGIDES

5.7.1. Particularités des éléments à armatures rigides

Pendant la mise en œuvre et jusqu'au moment où le béton aura suffisamment durci les armatures rigides travaillent comme constructions métalliques. Il s'ensuit que le calcul d'un ferraillage porteur à sollicitations propres pendant la période de construction

(poids des coffrages, du béton frais, des matériaux transportés, pression du vent, etc.) s'effectuera conformément aux Règlements relatifs aux constructions métalliques.

Après le durcissement du béton et pendant toute la période d'exploitation normale les armatures rigides joueront le rôle que leur nom implique formant partie intégrale de la construction en béton armé.

Effectivement, les expériences ont démontré que les armatures rigides et le béton continuent à travailler ensemble jusqu'au moment de rupture, leurs résistances inhérentes (intrinsèques) étant utilisées pleinement dans une construction bien conçue. Ainsi la force portante des éléments à armatures rigides est complètement indépendante des contraintes provoquées dans celles-ci par des sollicitations de la période de mise en œuvre.

On réduit généralement les sections des armatures rigides au minimum compatible avec les charges qu'elles auront à supporter pendant la période de construction en y ajoutant des armatures souples, si la vérification de la section en béton armé l'exige. Le calcul de la force portante des éléments s'effectue sans tenir compte des contraintes initiales dans le métal.

Quand le ferraillage porteur est constitué par des treillis soudés formés de barres rondes, le calcul ne diffère en rien de celui des éléments à armatures souples.

5.7.2. Calcul des éléments à section rectangulaire

Deux cas peuvent se présenter selon la position de l'axe neutre:

a) *L'axe neutre se trouve au-dessus du profilé formant armature rigide* (fig. 5.18,*a*). On admettra que les épures des contraintes tant dans la zone comprimée que dans la zone tendue sont de forme rectangulaire. La vérification de la section s'effectuera à l'aide de la condition suivante:

$$M \leqslant 0{,}5R_{fl}bx^2 + R_{a.\,p}F_{a.\,p}(r-x) + R_aF_a(h_1-x). \qquad (5.65)$$

Cette expression découle de l'équilibre des moments rapportés à l'axe neutre. Les notations employées sont indiquées fig. 5.18,*a*. Le symbole $F_{a.p}$ représente l'aire de la section du profilé et $R_{a.p}$, sa résistance calculée.

La position de l'axe neutre s'obtient à l'aide de l'équation:

$$bxR_{fl} = R_{a.\,p}F_{a.\,p} + R_aF_a. \qquad (5.66)$$

b) *L'axe neutre coupe l'âme du profilé formant l'armature rigide* (fig. 5.18,*b*). Le calcul de la section s'opère dans ces con-

ditions par vérification de la condition:

$$M \leqslant 0{,}5R_{fl}bx^2 + R_{a.\,p}[T + (r-x)^2\delta] + R_aF_a(h'-x), \quad (5.67)$$

où T représente le moment de résistance élasto-plastique du profilé lui-même;
le terme $(r-x)^2\,\delta$ est la correction à introduire compte tenu du fait que T est donné par rapport à l'axe neutre du profilé lui-même et non par rapport à l'axe neutre de la section entière.

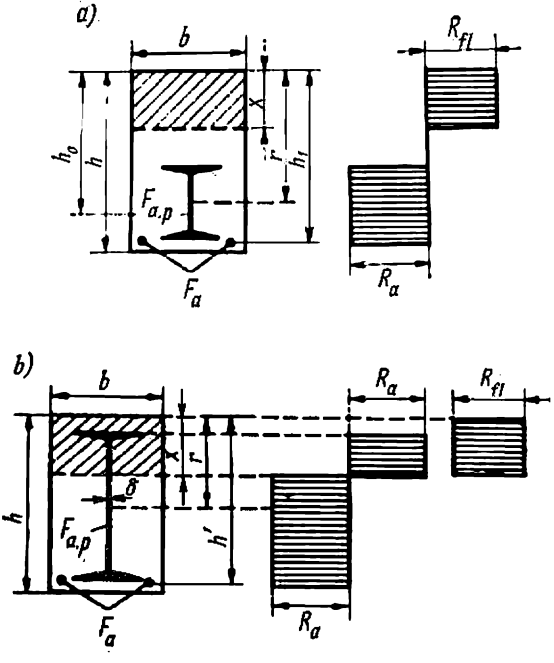


Fig. 5.18

Pour les fers en U, en I ou en H on peut prendre $T = 1{,}17W$, W étant le moment de résistance élastique figurant dans tous les manuels. Pour les autres notations voir fig. 5.18,*b*.

La position de l'axe neutre se déduira de l'équation:

$$bxR_{fl} = 2R_{a.\,p}(r-x)\,\delta + R_aF_a. \quad (5.68)$$

Quelle que soit la position de la fibre neutre, la condition $x \leqslant \leqslant \alpha_{max}h_0$ doit rester satisfaite, h_0 représentant la distance entre la résultante des efforts de traction dans les armatures et la fibre la plus comprimée et α_{max} étant donné au tableau 5.2.

5.7.3. Calcul des sections en T

Lorsque $x \leqslant h'_t$ et l'axe neutre ne passe pas dans le profilé (fig. 5.19,*a*), la section sera calculée comme une section rectangulaire aux dimensions b'_t et h; l'armature rigide sera calculée comme une armature souple.

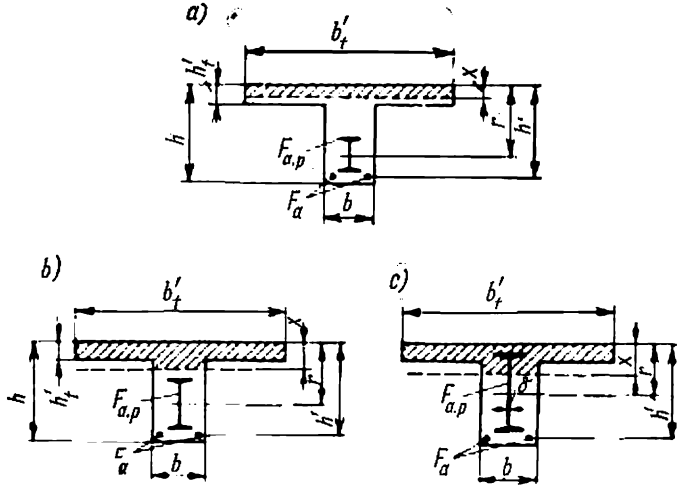


Fig. 5.19

Si $x > h'_t$ mais l'axe neutre ne passe pas par le profilé (fig. 5.19,*b*), on se servira de l'expression suivante obtenue de l'équilibre des moments par rapport à l'axe neutre:

$$M \leqslant [0{,}8\,(b'_t - b)\,h'_t\,(x - 0{,}5h'_t) + 0{,}5bx^2]\,R_{fl} + \\ + R_{a.\,p}F_{a.\,p}(r - x) + R_aF_a\,(h' - x); \qquad (5.69)$$

et la position de l'axe neutre lui-même se déterminera à l'aide de l'équation:

$$[0{,}8\,(b'_t - b)\,h'_t + bx]\,R_{fl} = R_{a.\,p}F_{a.\,p} + R_aF_a. \qquad (5.70)$$

Enfin si $x > h'_t$ et l'axe neutre coupe le profilé (fig. 5.19,*c*), la vérification de la section et la détermination de la position de l'axe neutre s'effectueront à l'aide des expressions:

$$M \leqslant [0{,}8\,(b'_t - b)\,h'_t\,(x - 0{,}5h'_t) + 0{,}5bx^2]\,R_{fl} + \\ + R_{a.\,p}[T + (r - x)^2\,\delta] + R_aF_a\,(h' - x); \qquad (5.71)$$

$$[0{,}8\,(b'_t - b)\,h'_t + bx]\,R_{fl} = R_{a.\,p}2\,(r - x)\,\delta + R_aF_a. \qquad (5.72)$$

Quelle que soit la position de l'axe neutre la condition $S_b \leqslant \zeta S_0$ doit toujours être conservée lors du calcul à l'aide des formules (5.69)-(5.72).

CHAPITRE 6 ÉLÉMENTS FLÉCHIS. RÉSISTANCE DES SECTIONS INCLINÉES

6.1. CALCUL DES SECTIONS INCLINÉES SOUMISES À UN EFFORT TRANCHANT

6.1.1. Formules fondamentales

Au chapitre 2 nous avons trouvé déjà les expressions du moment fléchissant et de l'effort tranchant agissant dans une section inclinée au moment de rupture.

La force portante des sections inclinées, correspondant aux résistances limites calculées, sera obtenue en introduisant dans les formules (2.89), (2.90) et (2.91) les valeurs de ces dernières (fig. 6.1).

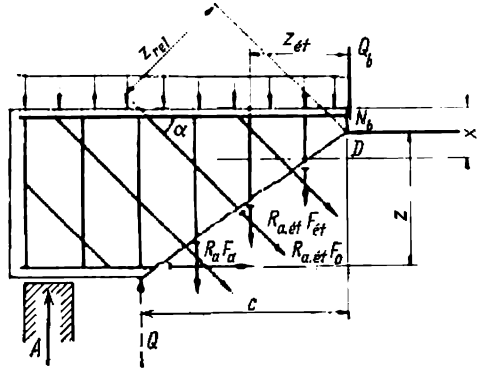


Fig. 6.1. Efforts dans une section inclinée

Dès lors la première condition pourrait être formulée comme suit : la résistance d'une section inclinée est suffisante si le moment fléchissant M, provoqué par des charges calculées et pris par rapport au point d'intersection de la résultante des contraintes de compression avec le plan de la section, n'excède pas la somme des moments des efforts limites internes calculés qui peuvent être développés par les barres longitudinales, inclinées et transversales par rapport

au même point:

$$M_D \leqslant R_a F_a z + \sum R_a F_{rel} z_{rel} + \sum R_a F_{ét} z_{ét}. \qquad (6.1)$$

La deuxième des conditions s'énoncera comme suit: la résistance d'une section inclinée sera suffisante si l'effort tranchant Q provoqué dans cette même section par les charges calculées ne dépassera pas la somme des projections sur la normale à l'axe de l'élément des efforts internes, qui peuvent être développés dans les aciers traversés par la section envisagée ainsi que dans le béton comprimé:

$$Q_D \leqslant \sum R_{a.ét} F_{rel} \sin\alpha + \sum R_{a.ét} F_{ét} + Q_b. \qquad (6.2)$$

L'effort tranchant Q_b repris par le béton de la zone comprimée sera pris égal à

$$Q_b = \frac{0{,}15 R_{fl} b h_0^2}{c} = \frac{B}{c}. \qquad (6.3)$$

Les inégalités (6.1) et (6.2) prévoient l'utilisation complète de la résistance de toutes les armatures. En réalité une partie de celles-ci située au voisinage immédiat de la zone comprimée travaillera à un taux inférieur vu la faible ouverture de la fissure en cet endroit. On en tient compte par l'introduction d'un coefficient approprié sur la résistance des étriers et barres relevées. $R_{a.ét} = m_i R_a$. On omet ce coefficient dans l'expression (6.1), car les moments dus aux efforts dans les barres rapprochées du point d'origine sont faibles et n'influencent que peu le résultat final.

Des études spéciales ont prouvé que pour des éléments de hauteur constante ou graduellement variable, la résistance des sections inclinées donnée par la condition (6.1) peut être assurée par des mesures purement constructives.

Quant à la résistance à l'effort tranchant, celle-ci doit être toujours vérifiée par le calcul d'après (6.2).

L'expérience a montré que si

$$Q \leqslant R_{tr} b h_0, \qquad (6.4)$$

les fissures inclinées ne se forment pas. S'il en est ainsi les sections et espacements des barres transversales seront adoptés constructivement sans calculs. Si la condition (6.4) n'est pas satisfaite, la résistance à l'effort tranchant dans la section doit être assurée par l'installation d'armatures calculées.

Il faut en outre que la condition

$$Q \leqslant 0{,}25 R_{fl} b h_0 \qquad (6.5)$$

soit satisfaite afin de limiter l'ouverture des fissures.

6.1.2. Détermination de l'inclinaison limite d'une section

Examinons le cas général d'un élément dont le ferraillage consiste de barres longitudinales, d'étriers droits et inclinés à écartement uniforme et suffisamment rapprochés (fig. 6.2,*a*). Soit Q l'effort tranchant au début de la section inclinée (point B), p et p_{inf}

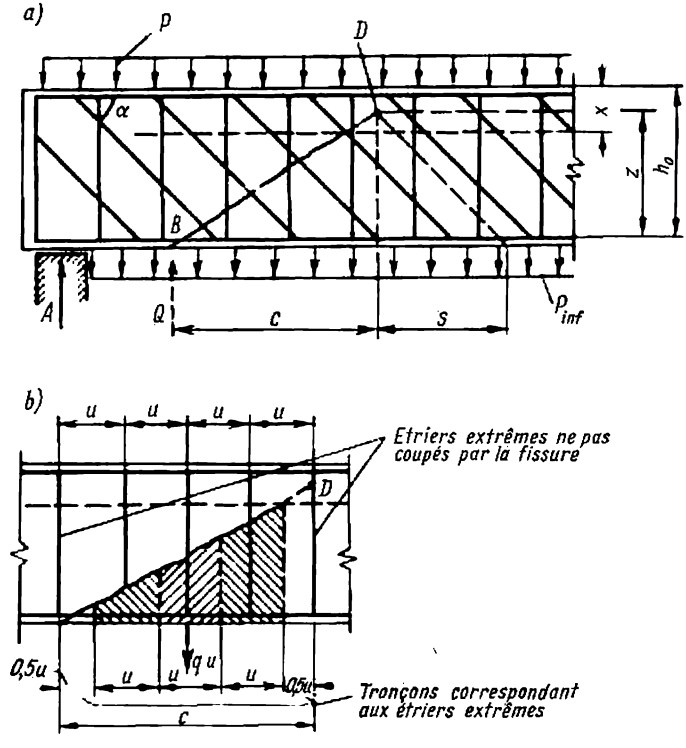


Fig. 6.2

les charges uniformément réparties le long des surfaces supérieure et inférieure de l'élément, et $s = z \operatorname{cotg} \alpha$ le tronçon dépassant la projection horizontale de la section inclinée sur lequel s'étendent les barres inclinées, coupées par ladite section.

Le problème réside dans la recherche d'une section, passant par le point B, dont la résistance à l'effort tranchant est minimale, ou en d'autres termes de la section critique qui sera ensuite vérifiée par le calcul.

Pour une section inclinée quelconque l'effort dans les barres transversales peut être exprimé par

$$\sum R_{\text{a. ét}} F_{\text{ét}} = q_{\text{ét}} c, \tag{6.6}$$

où $q_{\text{ét}}$ est l'effort repris par les barres transversales rapporté à l'unité de longueur de l'élément.

De même l'effort dans les barres relevées (ou étriers inclinés) peut être représenté par

$$\sum R_{\text{a. ét}} F_{\text{rel}} \sin \alpha = q_{\text{rel}} c + q_{\text{rel}} s, \tag{6.7}$$

où q_{rel} est la projection verticale des efforts repris par les barres relevées rapportés également à l'unité de longueur de la poutre.

Introduisant dans (6.2) les valeurs données par (6.6) et (6.7) et tenant compte du fait que l'effort tranchant au point où la fissure se termine (partie gauche de la poutre, fig. 6.2,*a*) est donné par $Q_D = Q - pc$, on obtient:

$$\left.\begin{aligned} Q - pc &\leqslant q_{\text{rel}}(c+s) + q_{\text{ét}} c + \frac{B}{c} \\ \text{ou} \qquad Q &\leqslant (q_{\text{rel}} + q_{\text{ét}} + p)\, c + q_{\text{rel}} s + \frac{B}{c}. \end{aligned}\right\} \tag{6.8}$$

Il est évident, d'après les calculs, que la section inclinée la plus dangereuse sera celle où la valeur de la force portante sera minimale, celle-ci étant déterminée par la condition:

$$\frac{d}{dc}\left[(q_{\text{rel}} + q_{\text{ét}} + p)\, c + q_{\text{rel}} s + \frac{B}{c}\right] = 0,$$

d'où

$$(q_{\text{rel}} + q_{\text{ét}} + p) - \frac{B}{c^2} = 0.$$

Alors la projection de la section possédant une force portante désavantageuse sera:

$$c_0 = \sqrt{\frac{B}{q_{\text{rel}} + q_{\text{ét}} + p}} = \sqrt{\frac{0{,}15 b h_0^2 R_{\text{fl}}}{q_{\text{rel}} + q_{\text{ét}} + p}}. \tag{6.9}$$

Introduisant cette valeur dans (6.8) nous obtenons après transformations élémentaires:

$$Q \leqslant \sqrt{0{,}6 b h_0^2 R_{\text{fl}} (q_{\text{rel}} + q_{\text{ét}} + p)} + q_{\text{rel}} s. \tag{6.10}$$

Dans le raisonnement qui a servi à l'établissement de l'expression (6.10) l'on avait admis que les efforts q_{rel} et $q_{\text{ét}}$ dans les barres relevées et les étriers sont répartis uniformément sur toute la longueur de la section inclinée, tandis qu'en réalité ces efforts sont

concentrés dans les plans contenant les armatures mentionnées. De plus, la fissure peut ne pas passer par les deux étriers ou les deux barres relevées extrêmes (voir fig. 6.2,*b*) qui dans ce cas ne participeraient pas au travail. On tient compte de cette éventualité en diminuant la résistance totale de la section d'une quantité égale à l'effort développé par les étriers et les barres relevées contenus dans un plan.

La formule (6.10) prend ainsi la forme:

$$Q \leqslant \sqrt{0{,}6bh_0^2 R_{fl}(q_{rel} + q_{ét} + p)} + q_{rel}s - R_{a.ét}F_{rel}\sin\alpha - R_{a.ét}F_{ét}. \tag{6.11}$$

En pratique, les charges p réparties uniformément au-dessus de la fissure inclinée peuvent être absentes. De ce fait les Règlements n'autorisent d'en tenir compte que si leur présence est absolument indubitable, comme par exemple dans le cas d'une pression hydrostatique ou de la pression des terres. On peut éventuellement tenir compte du poids propre des éléments mais en l'affectant d'un coefficient égal à 0,5. Les cas qui viennent d'être mentionnés pris à part, on effectue généralement les calculs sans tenir compte de p, les formules appropriées devenant alors:

$$c_0 = \sqrt{\frac{B}{q_{rel} + q_{ét}}} = \sqrt{\frac{0{,}15bh_0^2 R_{fl}}{q_{rel} + q_{ét}}}\ ; \tag{6.12}$$

$$Q \leqslant \sqrt{0{,}6bh_0^2 R_{fl}(q_{rel} + q_{ét})} + q_{rel}s - R_{a.ét}F_{rel}\sin\alpha - R_{a.ét}F_{ét}. \tag{6.13}$$

6.1.3. Calcul des étriers droits (barres transversales)

En pratique, les efforts tranchants sont repris le plus souvent par des étriers droits sans relèvement d'armatures longitudinales. Le pas et le diamètre de ces étriers peuvent varier de tronçons en tronçons en fonction de l'intensité des efforts tranchants. On vérifie par le calcul les sections inclinées aux appuis et aussi aux endroits où l'on diminue la section des étriers par unité de longueur de la poutre (fig. 6.3,*a*). Pour chaque tronçon on détermine la valeur maximale de l'effort tranchant. Posant dans (6.13) $q_{rel} = 0$ et $F_{rel} = 0$ on obtient

$$Q \leqslant \sqrt{0{,}6bh_0^2 R_{fl} q_{ét}} - R_{a.ét}F_{ét}. \tag{6.14}$$

On en déduit immédiatement l'effort par unité de longueur de la poutre qui doit être repris par les étriers:

$$q_{ét} = \frac{(Q + R_{a.ét}F_{ét})^2}{0{,}6bh_0^2 R_{fl}}\ . \tag{6.15}$$

D'autre part, il doit correspondre à cet effort la construction des barres transversales (étriers):

$$q_{\text{ét}} = \frac{R_{\text{a. ét}} f_{\text{ét}} n}{u}, \tag{6.16}$$

où $f_{\text{ét}}$ est la section transversale d'une branche de l'étrier (ou d'une barre transversale);

n, le nombre de barres transversales dans une section;

u, le pas des étriers, c'est-à-dire leur écartement le long de l'élément.

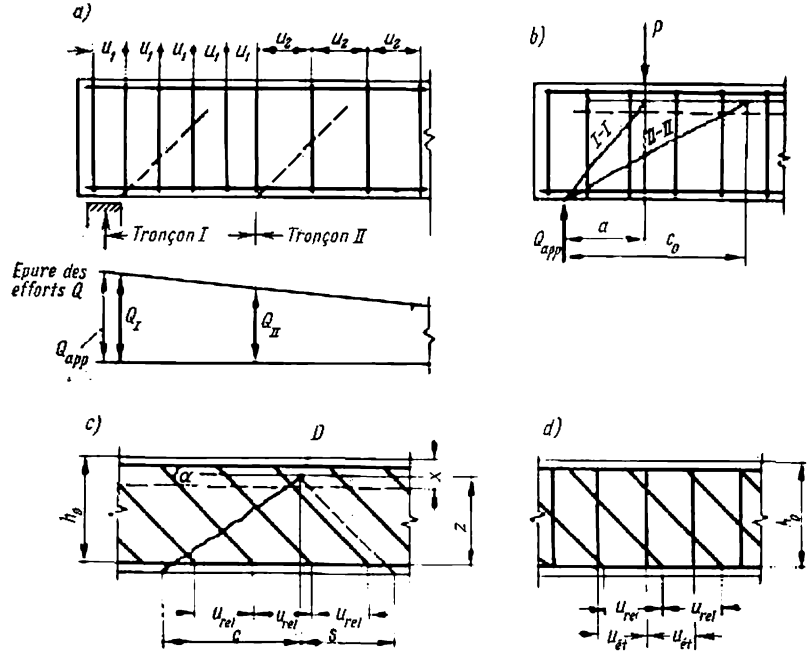


Fig. 6.3

On a donc dans la formule (6.15) $F_{\text{ét}} = f_{\text{ét}} n$ qui est la section des barres transversales d'un même plan.

Généralement on adopte le diamètre des barres transversales et leur nombre par section. Dès lors, en se servant de (6.16), on trouve facilement le pas des étriers:

$$u = \frac{R_{\text{a. ét}} f_{\text{ét}} n}{q_{\text{ét}}}. \tag{6.17}$$

L'écartement des étriers doit être tel qu'une fissure inclinée ne puisse se former entre deux étriers consécutifs lorsque tout l'effort tranchant est repris par le béton de la zone comprimée, c'est-à-dire quand $Q \leqslant Q_b$. Se basant sur l'expression (6.3) on a:

$$Q \leqslant \frac{0{,}15 R_{fl} b h_0^2}{u_{max}}, \tag{6.18}$$

où u_{max} est la projection horizontale maximale d'une fissure inclinée passant entre deux étriers voisins, le béton reprenant à lui seul tout l'effort tranchant.

On en déduit la valeur de u_{max}, en prenant soins de remplacer le coefficient 0,15 par 0,1 pour tenir compte des inexactitudes possibles dans l'emplacement (la répartition) des étriers et des fluctuations dans l'inclinaison des fissures. On prend donc:

$$u_{max} = \frac{0{,}1 R_{fl} b h_0^2}{Q}. \tag{6.19}$$

En choisissant le pas des étriers on doit se conformer en outre à certaines exigences, d'ordre purement constructif, exposées au chapitre 5.

Exemple 6.1. On demande de calculer les étriers d'une poutre dont $b = 20$ cm, $h = 50$ cm ($h_0 = 46{,}5$ cm); $Q = 8$ t. Le béton est de qualité 150 ($R_{fl} = 80$ kg/cm², $R_{tr} = 5{,}8$ kg/cm²); les étriers sont en acier de la classe A-I ($R_{a.\,ét} = 1\,700$ kg/cm²).

Solution. Voyons d'abord si les conditions (6.4) et (6.5) sont satisfaites:

$$5{,}8 \cdot 20 \cdot 46{,}5 = 5\,400 \text{ kg} < 8\,000 \text{ kg} < 0{,}25 \cdot 80 \cdot 20 \cdot 46{,}5 = 18\,600 \text{ kg}.$$

Adoptons pour les étriers $d = 6$ mm ($f_{ét} = 0{,}283$ cm²) et $n = 2$. D'après (6.15) l'effort à reprendre par les étriers par unité de longueur de la poutre sera:

$$q_{ét} = \frac{(Q + R_{a.\,ét} F_{ét})^2}{0{,}6 b h_0^2 R_{fl}} = \frac{(8\,000 + 1\,700 \cdot 2 \cdot 0{,}283)^2}{0{,}6 \cdot 20 \cdot 46{,}5^2 \cdot 80} = 38{,}7 \text{ kg/cm},$$

d'où le pas des étriers, d'après (6.17):

$$u = \frac{R_{a.\,ét} f_{ét} n}{q_{ét}} = \frac{1\,700 \cdot 0{,}283 \cdot 2}{38{,}7} = 25 \text{ cm}.$$

En même temps d'après (6.19):

$$u_{max} = \frac{0{,}1 R_{fl} b h_0^2}{Q} = \frac{0{,}1 \cdot 80 \cdot 20 \cdot 46{,}5^2}{8\,000} = 43{,}2 \text{ cm}.$$

Quant aux exigences d'ordre constructif, (v. 5.1) elles stipulent:

$$u \leqslant \frac{h}{3} = \frac{50}{3} = 16{,}7 \text{ cm}.$$

On adoptera la moindre des trois valeurs ainsi obtenues, en l'arrondissant au multiple le plus proche de 5 cm, soit :

$$u = 15 \text{ cm}$$

Quand une charge concentrée P se trouve au voisinage d'un appui à une distance $a < c_0$, la rupture peut s'effectuer suivant une section inclinée allant de l'appui au point d'application de la charge (fig. 6.3,*b*, section $I - I$). En posant dans l'expression (6.8) $c = a$, on obtient :

$$Q_{app} \leqslant q_{ét} a + \frac{B}{a}. \tag{6.20}$$

L'effort dans les étriers traversant la section $I-I$ par unité de longueur de la poutre sera, compte tenu de (6.3) :

$$q_{ét}^{I-I} = \frac{Q_{app}}{a} - \frac{0{,}15 R_{fl} b h_0^2}{a^2}. \tag{6.21}$$

Pour la section $II-II$ l'effort dans les barres transversales sera, d'après (6.14) :

$$q_{ét}^{II-II} = \frac{(Q_{app} - P + R_{a.ét} F_{ét})^2}{0{,}6 b h_0^2 R_{fl}}. \tag{6.22}$$

Les étriers seront calculés d'après le plus grand des deux efforts $q_{ét}^{I-I}$ ou $q_{ét}^{II-II}$

6.1.4. Calcul des barres inclinées

Dans certains cas tout l'effort tranchant peut être repris par des barres inclinées sans avoir recours aux étriers droits (fig. 6.3,*c*). Ces barres sont généralement inclinées à 45° sur l'axe de l'élément et on les place à des intervalles $u_{rel} \leqslant \frac{h_0}{2}$.

Posant dans l'expression (6.13) $q_{ét} = 0$ et $F_{ét} = 0$ on obtient :

$$Q \leqslant \sqrt{0{,}6 R_{fl} b h_0^2 q_{rel}} + q_{rel} s - R_{a.ét} F_{rel} \sin\alpha.$$

Si $\alpha = 45°$, $s \approx h_0$ et $\sin\alpha = 0{,}707$, on a :

$$Q \leqslant \sqrt{0{,}6 R_{fl} b h_0^2 q_{rel}} + q_{rel} h_0 - 0{,}707 R_{a.ét} F_{rel}. \tag{6.23}$$

D'autre part, la section, l'inclinaison, l'écartement et le nombre de barres relevées dans un même plan seront reliés à l'effort q_{rel} par

$$q_{rel} = \frac{R_{a.ét} f_{rel} n}{u_{rel}} \sin\alpha, \tag{6.24}$$

où α est l'angle entre les barres relevées et l'axe de l'élément ;

f_{rel}, la section d'une barre relevée ;

n, le nombre de barres relevées dans un même plan.

Donc, d'après la formule (6.23),

$$F_{rel} = f_{rel} n.$$

Exemple 6.2. Calculer la force portante Q_{sec} d'une poutre soumise à un effort tranchant ; le diamètre des barres relevées est $d = 8$ mm ($f_{rel} = 0{,}503$ cm^2). Les barres sont disposées en deux rangées ($n = 2$) sous un angle de 45° ($\sin \alpha = 0{,}707$) et $u_{rel} = 25$ cm ; les dimensions de la section transversale de la poutre sont $b = 20$ cm ; $h = 60$ cm ($h_0 = 56$ cm) ; le béton est de qualité 200 ($R_{tl} = 100$ kg/cm^2, $R_{tr} = 7{,}2$ kg/cm^2) ; l'armature est en acier de la classe A-II ($R_{a.\,ét} = 2\,150$ kg/cm^2).

Solution. D'après (6.24) :

$$q_{rel} = \frac{2\,150 \cdot 0{,}503 \cdot 2}{25} 0{,}707 = 61{,}2 \text{ kg/cm},$$

et d'après (6.23) :

$$Q_{sec} = \sqrt{0{,}6 \cdot 100 \cdot 20 \cdot 56^2 \cdot 61{,}2} + 61{,}2 \cdot 56 - 2\,150 \cdot 0{,}503 \cdot 2 \cdot 0{,}707 = 17\,070 \text{ kg}.$$

Vérifions si les conditions (6.4) et (6.5) sont satisfaites :

$$7{,}2 \cdot 20 \cdot 56 = 8\,050 \text{ kg} < 17\,070 \text{ kg} < 0{,}25 \cdot 100 \cdot 20 \cdot 56 = 28\,000 \text{ kg}.$$

6.1.5. Calcul des barres relevées et des barres transversales d'une armature mixte

On peut avoir besoin d'utiliser simultanément les étriers droits et barres relevées comme par exemple sur les tronçons d'une poutre supportant des surcharges concentrées très importantes (fig. 6.3,*d*). Dans le cas envisagé on a :

$$Q \leqslant \sqrt{0{,}6 b h_0^2 R_{tl} (q_{rel} + q_{ét})} + q_{rel} h_0 - F_{ét} R_{a.\,ét} - 0{,}707 R_{a.\,ét} F_{rel}. \quad (6.25)$$

On peut trouver les sections et le pas des barres relevées et des étriers soit en adoptant arbitrairement le rapport $q_{rel}/q_{ét}$, soit en calculant d'abord q_{rel} en se servant de la formule (6.24), ce qui permettra de déterminer ensuite $q_{ét}$ à l'aide de (6.25). La section et le pas des étriers seront choisis à l'aide de (6.16).

6.1.6. Calcul des barres relevées isolées

Dans les tronçons des poutres sollicitées par des efforts tranchants importants on fait également recours au relèvement des barres, en faisant passer une certaine partie des armatures longitudinales de la zone tendue vers la zone comprimée. La position des relèvements se détermine compte tenu tant des efforts agissant suivant les sections inclinées que suivant celles normales, et les emplacements

ainsi trouvés peuvent se situer à des intervalles $u_0 > \frac{h_0}{2}$ (fig. 6.4).

La résistance offerte aux efforts tranchants par des barres relevées isolées ne peut plus être évaluée à l'aide de (6.7). On doit

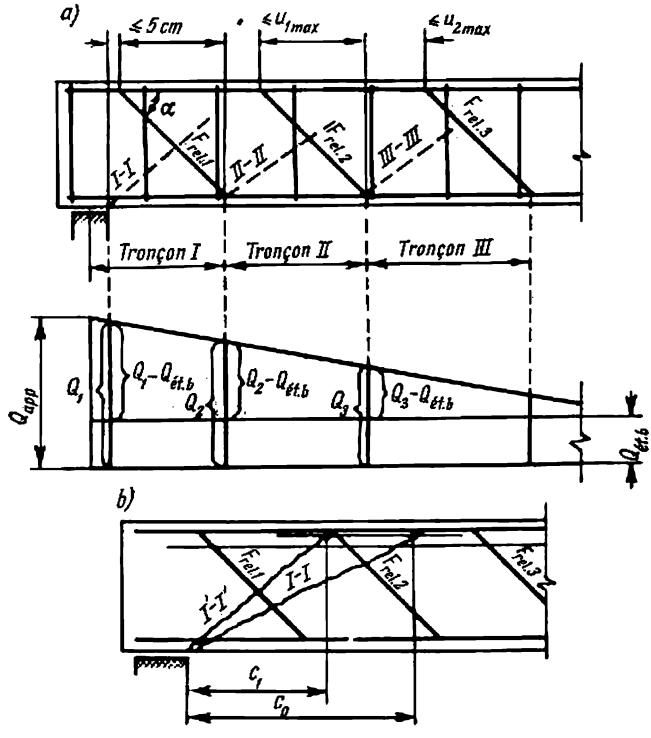


Fig. 6.4

reprendre l'expression générale qui s'écrira dans ce cas:

$$\left.\begin{aligned} Q - pc &\leqslant R_{\text{a. ét}} F_{\text{rel}} \sin\alpha + q_{\text{ét}} c + \frac{B}{c} \\ \text{ou} \qquad Q &\leqslant R_{\text{a. ét}} F_{\text{rel}} \sin\alpha + (q_{\text{ét}} + p)\, c + \frac{B}{c}\ . \end{aligned}\right\} \qquad (6.26)$$

On utilisera de nouveau la condition de la force portante minimale

$$\frac{d}{dc}\left[R_{\text{a. ét}} F_{\text{rel}} \sin\alpha + (q_{\text{ét}} + p)\, c + \frac{B}{c}\right] = 0,$$

d'où l'on peut trouver la projection de la section inclinée dans laquelle la force portante soit minimale :

$$c_0 = \sqrt{\frac{B}{q_{\text{ét}} + p}} = \sqrt{\frac{0{,}15bh_0^2 R_{\text{fl}}}{q_{\text{ét}} + p}}. \qquad (6.27)$$

Introduisant la valeur $c = c_0$ dans (6.26) et se souvenant que les étriers situés aux bords de la fissure peuvent ne pas participer au travail, on obtient finalement :

$$Q \leqslant R_{\text{a. ét}} F_{\text{rel}} \sin\alpha + \sqrt{0{,}6bh_0^2 R_{\text{fl}} (q_{\text{ét}} + p)} - R_{\text{a. ét}} F_{\text{ét}} \qquad (6.28)$$

ou, si l'on peut négliger les charges p distribuées uniformément au-dessus de la fissure :

$$Q \leqslant R_{\text{a. ét}} F_{\text{rel}} \sin\alpha + \sqrt{0{,}6bh_0^2 R_{\text{fl}} q_{\text{ét}}} - R_{\text{a. ét}} F_{\text{ét}}. \qquad (6.28a)$$

La condition (6.28a) montre que la section requise des barres relevées est donnée par la différence de l'effort tranchant extérieur Q et de l'effort qui peut être repris par les étriers droits et le béton de la zone comprimée :

$$Q_{\text{ét. b}} = \sqrt{0{,}6bh_0^2 R_{\text{fl}} q_{\text{ét}}} - R_{\text{a. ét}} F_{\text{ét}} ; \qquad (6.29)$$

$$Q \leqslant R_{\text{a. ét}} F_{\text{rel}} \sin\alpha + Q_{\text{ét. b}}, \qquad (6.30)$$

d'où la section des barres relevées :

$$F_{\text{rel}} = \frac{Q - Q_{\text{ét. b}}}{R_{\text{a. ét}} \sin\alpha}. \qquad (6.31)$$

Pour chaque tronçon de la poutre le point de départ de la section la plus dangereuse coïncidera nécessairement avec l'ordonnée maximale du diagramme de l'effort tranchant (fig. 6.4,*a*), c'est-à-dire que ces sections passent par le nu de l'appui et par les points de relèvement des barres. Quand les étriers sont répartis uniformément sur toute la longueur de la poutre, les ordonnées de l'effort tranchant qui serviront au calcul des barres relevées ($Q - Q_{\text{ét.b}}$) seront obtenues en diminuant l'épure de ces efforts par une quantité égale à $Q_{\text{ét.b}}$ (fig. 6.4,*a*). Les sections des barres relevées requises pour chacun des tronçons *I*, *II* et *III*, obtenues par le calcul relatif aux sections inclinées *I* — *I*, *II* — *II* et *III* — *III*, seront égales à :

$$F_{\text{rel 1}} = \frac{Q_1 - Q_{\text{ét. b}}}{R_{\text{a. ét}} \sin\alpha} ; \quad F_{\text{rel 2}} = \frac{Q_2 - Q_{\text{ét. b}}}{R_{\text{a. ét}} \sin\alpha} ; \quad F_{\text{rel 3}} = \frac{Q_3 - Q_{\text{ét. b}}}{R_{\text{a. ét}} \sin\alpha}. \qquad (6.32)$$

Si la section inclinée correspondant à la force portante minimale traverse deux barres relevées, comme par exemple la section *I* — *I* de la fig. 6.4,*b*, la condition garantissant une résistance adéquate

prendra la forme :

$$Q_1 \leqslant Q_{\text{ét. b}} + (F_{\text{rel 1}} + F_{\text{rel 2}})\, R_{\text{a. ét}} \sin\alpha, \tag{6.33}$$

d'où

$$F_{\text{rel 1}} + F_{\text{rel 2}} = \frac{Q_1 - Q_{\text{ét. b}}}{R_{\text{a. ét}} \sin\alpha}. \tag{6.34}$$

Il sera nécessaire de vérifier en même temps la section $I'-I'$ dont la projection horizontale aura une longueur c_1 :

$$F_{\text{rel 1}} = \frac{Q_1 - \left(q_{\text{ét}} c_1 + \dfrac{B}{c_1}\right)}{R_{\text{a. ét}} \sin\alpha}. \tag{6.35}$$

Dans ce cas ce n'est plus la formule (6.32) qui régira la section $F_{\text{rel 1}}$ à relever près de l'appui, mais l'une des deux formules (6.34) ou (6.35) qui donnera la valeur la plus forte de cette section. On procédera de la même façon pour les barres relevées $F_{\text{rel 2}}$ et $F_{\text{rel 3}}$ si c'est nécessaire.

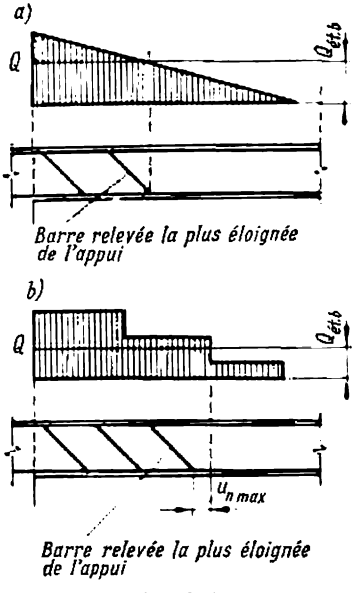


Fig. 6.5

La distance $u_{n\,\max}$ entre le point de relèvement de la barre précédante (comptée à partir de l'appui le plus proche) et le point d'inflexion supérieur de la barre suivante (v. fig. 6.4,*a*) ne devra jamais excéder :

$$u_{n\,\max} = \frac{0{,}1 R_{\text{fl}} b h_0^2}{Q_{n-1\,\max}},$$

où $Q_{n-1\,\max}$ est la valeur maximale atteinte par l'effort tranchant le long du tronçon suivant (fig. 6.4,*a*).

La distance du nu de l'appui jusqu'au début de relèvement de la première barre relevée ne doit pas dépasser 5 cm. Le point de relèvement de la dernière barre se situera dans le cas des charges uniformément réparties (fig. 6.5,*a*) à une distance de l'appui non inférieure à celle du point d'intersection du diagramme des efforts tranchants avec l'horizontale correspondant à la valeur de $Q_{\text{ét.b}}$ et dans le cas des charges concentrées à une distance non supérieure à $u_{n\,\max}$ comptée à partir de ce même point (fig. 6.5,*b*).

Exemple 6.3. Calculer les barres transversales (étriers) et les barres relevées d'une poutre dont les données sont: dimensions de la section transversale de la poutre $b = 20$ cm, $h = 60$ cm ($h_0 = 56$ cm); béton de qualité 200 ($R_{fl} = 100$ kg/cm², $R_{tr} = 7{,}2$ kg/cm²); armatures relevées en acier de la classe

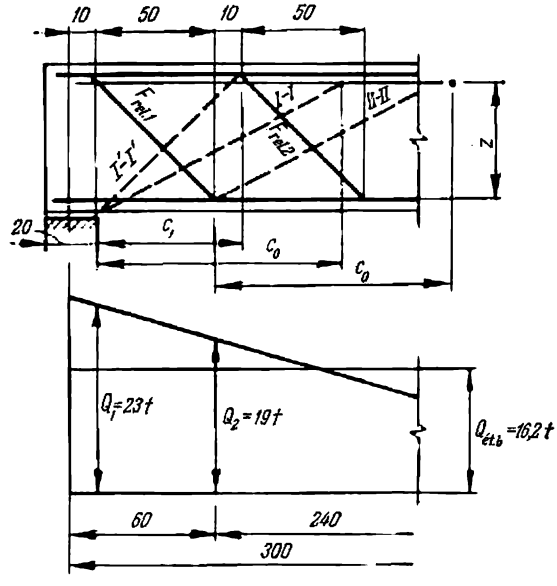


Fig. 6.6

A-II ($R_{a.\,ét} = 2\,150$ kg/cm²); étriers en acier de la classe A-I ($R_{a.\,ét} = 1\,700$ kg/cm²). L'épure des efforts tranchants et la position des barres relevées qui en découle sont données fig. 6.6.

Solution. Vérifier si les conditions (6.4) et (6.5) sont satisfaites:

$$7{,}2 \cdot 20 \cdot 56 = 8\,060 \text{ kg} < 23\,000 \text{ kg} < 0{,}25 \cdot 100 \cdot 20 \cdot 56 = 28\,000 \text{ kg}.$$

Adoptons pour les étriers droits un diamètre de 8 mm ($f_{ét} = 0{,}503$ cm²) et un pas $u = 20$ cm avec $n = 2$, ce qui satisfait l'inégalité (6.19):

$$u = 20 \text{ cm} < u_{max} = \frac{0{,}1 \cdot 100 \cdot 20 \cdot 56^2}{23\,000} = 27{,}2 \text{ cm}$$

et l'exigence d'ordre constructif:

$$u = 20 \text{ cm} = \frac{h}{3}.$$

L'effort tranchant par unité de longueur repris par les étriers, d'après la formule (6.16), sera dès lors:

$$q_{ét} = \frac{1\,700 \cdot 0{,}503 \cdot 2}{20} = 85{,}6 \text{ kg/cm}.$$

D'après (6.29) l'effort tranchant total repris par le béton et les étriers est égal à

$$Q_{\text{ét. b}} = \sqrt{0{,}6 \cdot 20 \cdot 56^2 \cdot 100 \cdot 85{,}6} - 1\,700 \cdot 2 \cdot 0{,}503 = 16\,200 \text{ kg}.$$

Cherchons la projection horizontale de la section dangereuse pour le calcul des barres relevées :

$$c_0 = \sqrt{\frac{0{,}15 b h_0^2 R_{\text{fl}}}{q_{\text{ét}}}} = \sqrt{\frac{0{,}15 \cdot 20 \cdot 56^2 \cdot 100}{85{,}6}} = 105 \text{ cm}.$$

Donc, la section inclinée $I-I$ traversera deux plans de barres relevées et la section $II-II$ un seul.

La section requise des barres relevées coupées par la section $II-II$ est :

$$F_{\text{rel 2}} = \frac{Q_2 - Q_{\text{ét. b}}}{R_{\text{a. ét}} \sin\alpha} = \frac{19\,000 - 16\,200}{2\,150 \cdot 0{,}707} = 1{,}84 \text{ cm}^2.$$

La section requise dans le cas de la section $I-I$

$$F_{\text{rel 1}} + F_{\text{rel 2}} = \frac{Q_1 - Q_{\text{ét. b}}}{R_{\text{a. ét}} \sin\alpha} = \frac{23\,000 - 16\,200}{2\,150 \cdot 0{,}707} = 4{,}48 \text{ cm}^2,$$

d'où $F_{\text{rel 1}} = 4{,}48 - 1{,}84 = 2{,}64$ cm^2.

Vérifions d'après (6.35) la section $I'-I'$ avec $c_1 = 60$ cm :

$$F_{\text{rel 1}} = \frac{23\,000 - \left(85{,}6 \cdot 60 + \dfrac{0{,}15 \cdot 20 \cdot 56^2 \cdot 100}{60}\right)}{2\,150 \cdot 0{,}707} = 1{,}45 \text{ cm}^2.$$

On adoptera la plus grande valeur des deux, à savoir $F_{\text{rel 1}} = 2{,}64$ cm^2.

6.1.7. Calcul des éléments de hauteur variable

Dans la construction réelle on utilise fréquemment des éléments de hauteur variable, car dans nombre de cas il s'avère économique d'en augmenter la hauteur avec l'augmentation du moment fléchissant. D'habitude, c'est seulement le pan supérieur ou seulement le pan inférieur qui est incliné sur l'axe de l'élément (fig. 6.7).

Si c'est le pan comprimé qui est horizontal, la zone tendue se trouvant du côté incliné (6.7,*a*), la résistance à l'effort tranchant d'une section inclinée se déterminera par la condition :

$$Q \leqslant \sum R_{\text{a. ét}} F_{\text{rel}} \sin\alpha + \sum R_{\text{a. ét}} F_{\text{ét}} + Q_{\text{b}} + \sigma_{\text{a}} F_{\text{a}} \sin\beta, \qquad (6.36)$$

la projection sur la normale à la zone comprimée des efforts dans les barres tendues étant égale à

$$\sigma_{\text{a}} F_{\text{a}} \sin\beta = \frac{M - \sum R_{\text{a. ét}} F_{\text{ét}} z_{\text{ét}} - \sum R_{\text{a. ét}} F_{\text{rel}} z_{\text{rel}}}{z_{\text{b}}} \operatorname{tg}\beta, \qquad (6.37)$$

où β est l'angle formé par les pans comprimé et tendu de l'élément ;
M et z, le moment et le bras de levier correspondant à la section normale à la zone comprimée et passant par l'extrémité supérieure de la section inclinée en considération ;
Q_b, l'effort qui peut être repris par le béton comprimé calculé à l'aide de (6.3) en y introduisant la valeur minimale de h_0 se rencontrant au-dessus de la section inclinée.

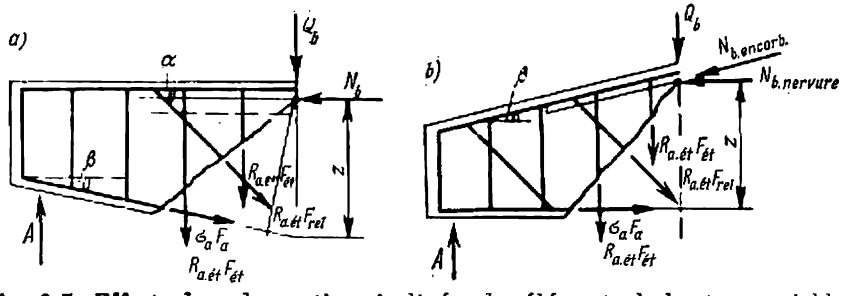


Fig. 6.7. Efforts dans des sections inclinées des éléments de hauteur variable

Si par contre c'est le pan tendu qui est horizontal et la zone comprimée inclinée (fig. 6.7,*b*), l'inégalité servant au calcul de la résistance à l'effort tranchant prend la forme :

$$Q \leqslant \sum R_{\text{a. ét}} F_{\text{rel}} \sin\alpha + \sum R_{\text{a. ét}} F_{\text{ét}} + Q_{\text{b}} + \\ + \left(\frac{M - \sum R_{\text{a. ét}} F_{\text{ét}} z_{\text{ét}} - \sum R_{\text{a. ét}} F_{\text{rel}} z_{\text{rel}}}{h_0 - 0{,}5 h_{\text{t}}'} + \right. \\ \left. + \sum R_{\text{a. ét}} F_{\text{rel}} \cos\alpha \right) \cdot \frac{b_{\text{t}}' - b}{b_{\text{t}}'} \operatorname{tg}\beta, \qquad (6.38)$$

où le dernier terme ne se rapporte qu'aux sections en T et représente la projection verticale des efforts dans la table inclinée ;
M et $z = h_0 - 0{,}5\, h_{\text{t}}'$ sont pris pour une section normale au pan tendu ;
Q_{b} se détermine à l'aide de (6.3) en prenant pour h_0 une hauteur moyenne pour la section inclinée en considération.

6.1.8. Calcul de l'effort tranchant lors d'une flexion composée

Lors d'une flexion composée la résistance d'un élément de section rectangulaire, soumis à un effort tranchant, se calcule à l'action conjuguée de ses composantes Q_x et Q_y dans les plans de symétrie

de la section, d'après la condition:

$$\left[\frac{Q_x}{Q_{\text{ét. b }(x)}}\right]^2+\left[\frac{Q_y}{Q_{\text{ét. b }(y)}}\right]^2\leqslant 1, \tag{6.39}$$

avec

$$Q_{\text{ét. b }(x)}=\sqrt{0{,}6R_{\text{fl}}b_x h_{0x}^2 q_{\text{ét }(x)}}-R_{\text{a. ét}}n_x f_{\text{ét }(x)} \tag{6.40}$$

et

$$Q_{\text{ét. b }(y)}=\sqrt{0{,}6R_{\text{fl}}b_y h_{0y}^2 q_{\text{ét }(y)}}-R_{\text{a. ét}}n_y f_{\text{ét }(y)} \tag{6.40a}$$

qui représentent les valeurs limites des efforts tranchants pouvant être repris par le béton et les étriers dans les sections inclinées normales aux plans de symétrie (les désignations employées dans les formules (6.40) et (6.40a) sont les mêmes que ci-dessus avec addition de l'index x et y).

6.2. MESURES D'ORDRE CONSTRUCTIF ASSURANT LA RÉSISTANCE DES SECTIONS INCLINÉES AU MOMENT FLÉCHISSANT

Dans le cas le plus général la résistance des sections inclinées au moment fléchissant, exprimée par l'inégalité (6.1), pourrait être inférieure à celle des sections normales. Cependant, certaines mesures d'ordre constructif peuvent éliminer ce danger et alors les calculs deviennent superflus.

6.2.1. Ancrage des armatures au droit des appuis

Les expériences ont démontré que les armatures principales pourront développer leur résistance maximale quand elles dépassent le nu de l'appui d'une certaine longueur que nous désignerons par l_a.

Si aucune fissure inclinée ne peut se former dans l'élément, c'est-à-dire si la condition (6.4) reste satisfaite, on prend $l_{a.min}=5d$ avec d représentant le diamètre des barres principales. Si possible il est recommandé d'augmenter l_a à $10d$. Quand on emploie des armatures soudées en ronds lisses, il faut, en plus, prévoir sur la longueur l_a au moins une barre transversale dite barre d'ancrage de diamètre $d_a\geqslant 0{,}5d$ située à une distance c de l'extrémité de la barre principale (fig. 6.8,*a*).

Si l'apparition des fissures inclinées n'est pas exclue ($Q>R_{tr}bh_0$), on prend $l_{a.min}=15d$. Cette longueur peut être diminuée à $10d$ si l'on emploie des bétons lourds de qualité non inférieure à 200 et des barres crénelées de la classe A-II (écrouies ou non)

et de la classe A-III (non écrouies). Le nombre des barres d'ancrage utilisées dans les armatures soudées en ronds lisses doit dans ce cas

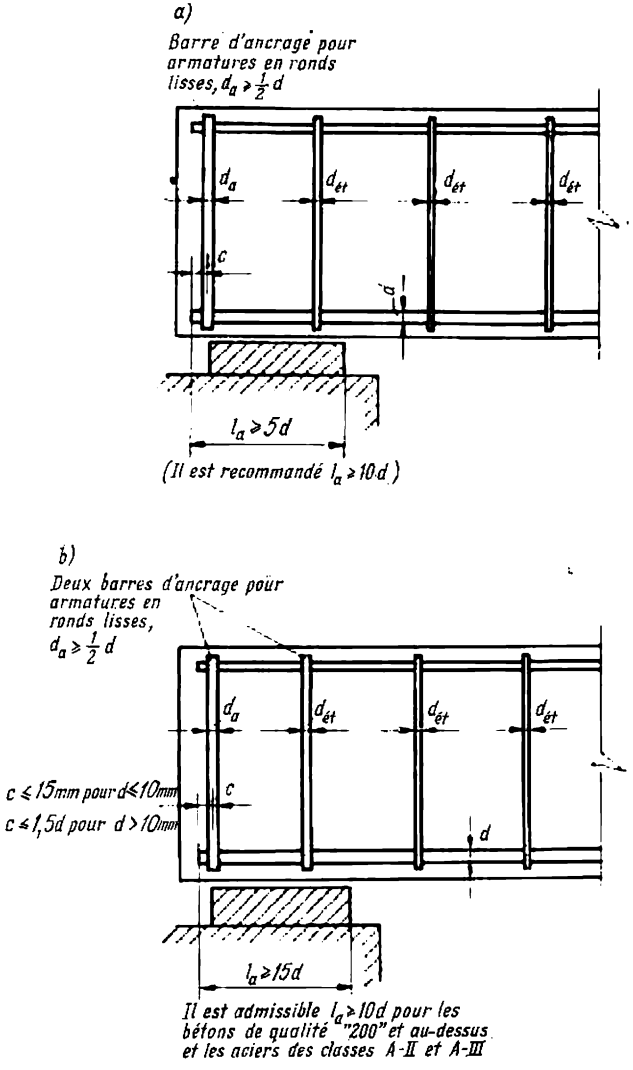


Fig. 6.8. Ancrage des barres longitudinales au droit des appuis

être porté à deux au moins, l'extrême se trouvant comme précédemment à une distance c du bout des armatures principales (fig. 6.8,*b*).

Une diminution de la longueur de scellement l_a ne peut être tolérée que lorsque des mesures spéciales garantissant un bon ancrage : augmentation de la section ou du nombre des barres d'ancrage, utilisation des plaques d'ancrage, soudage des armatures principales aux éléments engagés, seront prises.

Un bon ancrage des armatures principales tendues au-dessus des appuis d'extrémité permet d'utiliser pleinement la résistance de ces armatures et constitue par conséquent une des conditions indispensables, garantissant la résistance à la flexion des sections inclinées au voisinage des appuis.

6.2.2. Barres droites continues

Il arrive très souvent que les armatures principales d'une poutre consistent en barres droites continues. Dans ce cas la section des

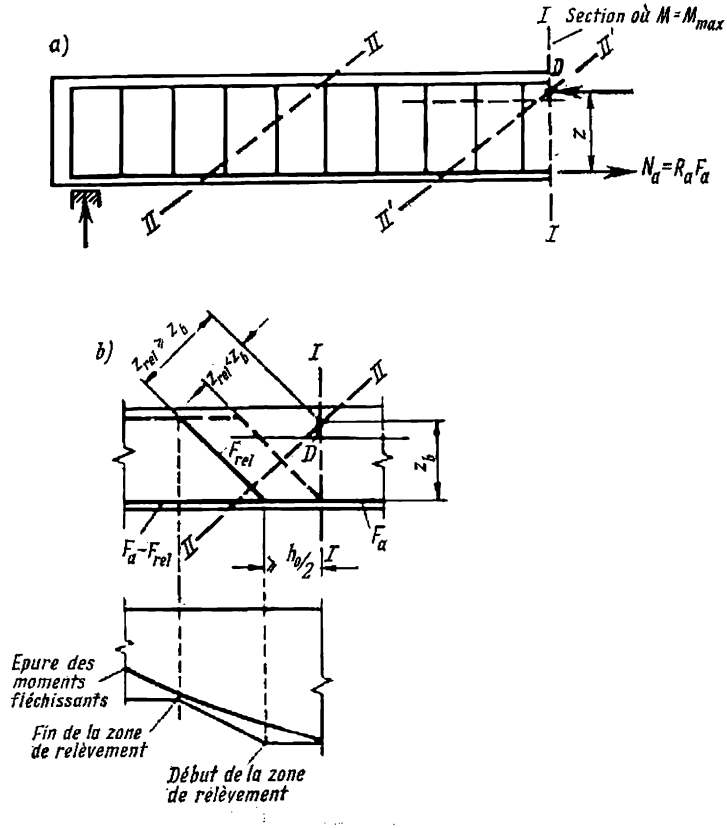


Fig. 6.9

armatures au voisinage des appuis reste telle qu'elle a été déterminée à l'aide de l'expression $M_{max} = R_a F_a z$ pour la section $I - I$ en travée (fig. 6.9,*a*) où le moment fléchissant passe par son maximum. Elles seront bien ancrées aux appuis, comme nous venons de le dire. Quant aux étriers, on les adoptera de façon à assurer la résistance requise des sections inclinées à l'effort tranchant.

La résistance à la flexion d'une section inclinée quelconque $II - II$, y compris la section $II' - II'$ passant par le point d'application de la résultante des compressions dans la section $I - I$, restera suffisante aussi longtemps que

$$M \leqslant R_a F_a z + \sum R_a F_{ét} z_{ét}.$$

Or, dans le cas envisagé cette inégalité reste toujours satisfaite, même sans tenir compte de l'effet des armatures transversales (étriers), et, par conséquent, tout calcul ultérieur devient superflu.

6.2.3. Barres relevées

La condition garantissant la résistance d'une section normale $I - I$ (fig. 6.9,*b*), où la barre qu'on va relever travaille encore à son taux maximal, peut s'écrire: $M_D \leqslant R_a F_a z_b$.

Pour la section inclinée $II - II$ passant par le centre de gravité D de l'épure des compressions de la section $I - I$ il y aura une résistance suffisante si (en négligeant les barres transversales):

$$M_D \leqslant R_a (F_a - F_{rel}) z_b + R_a F_{rel} z_{rel}$$

ou

$$M_D \leqslant R_a F_a z_b - R_a F_{rel} (z_b - z_{rel}).$$

On voit donc que la résistance de la section inclinée restera nécessairement suffisante si $z_{rel} \geqslant z_b$. Or, par une construction géométrique élémentaire on se rend compte immédiatement qu'il en sera ainsi pourvu que le point de relèvement de la barre se trouve à une distance de la section $I - I$ égale au moins à $0{,}5\, h_0$.

Ainsi, on peut être sûr que la résistance à la flexion des sections inclinées d'une poutre à barres relevées restera suffisante pour autant que les points de relèvement des barres aient été choisis à des distances non inférieures à $0{,}5\, h_0$ des sections transversales, là où ces barres travaillent à leur taux maximal.

6.2. 4. Barres interrompues en travée

Parfois afin d'économiser l'acier, on arrête les barres principales là où elles ne sont plus indispensables pour résister aux moments fléchissants. Examinons le cas le plus général d'une barre destinée

à résister au moment négatif au-dessus d'un appui intermédiaire et arrêtée dans la zone de relèvement d'autres barres (écartées de plus de 0,5 h).

La section transversale $a - a$ de la fig. 6.10 indique la limite du tronçon de la poutre où la barre qu'on se propose d'arrêter travaille à son taux maximal, et la section $0 - 0$, l'endroit où on n'en a plus besoin du tout (c'est-à-dire la section où théoriquement on pourrait arrêter la barre). La résistance de la section droite $a - a$

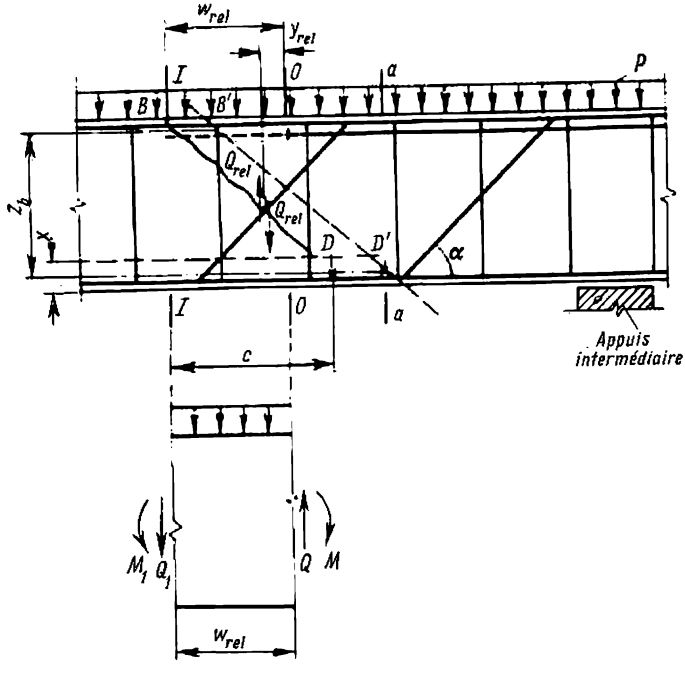


Fig. 6.10

restera suffisante si $M_{D1} \leqslant F_a R_a z_b$, et celle de la section inclinée $B'D'$ passant par le point d'application de la résultante des compressions dans la section $a - a$, si

$$M_{D1} \leqslant R_a (F_a - F_{arr}) z_b + \sum R_a F_{ét} z_{ét},$$

F_{arr} désignant la section des barres arrêtées.

Puisque les deux sections en considération doivent avoir la même résistance, il faut que

$$R_a F_{arr} z_b = \sum R_a F_{ét} z_{ét},$$

ou en d'autres termes, la résistance des barres arrêtées devrait être compensée par celle des barres transversales. Très souvent cette condition ne peut pas être satisfaite, et conséquemment il faut prolonger la barre principale au-delà de la section $0 - 0$ d'une certaine longueur w_0.

Pour trouver cette longueur w_0 évaluons le moment qui peut être repris par les armatures traversant une section inclinée coïncidant avec une fissure qui prend naissance immédiatement au point d'arrêt de la barre prolongée, moment calculé par rapport au point d'application de la résultante des compressions D et égal à la somme des moments des efforts développés dans les barres coupées par cette section :

$$M_{D\,a} = R_a F_a z_b + \frac{q_{\text{ét. } w} c^2}{2} + R_a F_{rel} \sin\alpha\,(c - w_0 + y_0), \quad (6.41)$$

ici c est la projection horizontale de la fissure inclinée, provoquée par l'action du moment fléchissant et

$$q_{\text{ét. } w} = \frac{R_a f_{\text{ét}} n}{u} \quad (6.42)$$

l'effort par unité de longueur repris par les étriers.

Quant au moment fléchissant agissant dans la même section, celui-ci peut s'exprimer comme suit en fonction de M_1 et de Q_1 agissant dans la section droite $I - I$ passant par l'extrémité de la barre arrêtée :

$$M_D = M_1 + Q_1 c. \quad (6.43)$$

Les charges réparties p appliquées à la surface supérieure de la poutre n'influent pas sur le moment fléchissant dans la section inclinée.

Déterminons la projection horizontale c de la fissure en recherchant le minimum de la différence entre les moments à l'aide des conditions (6.41) et (6.43).

$$\frac{d\,(M_{D\,a} - M_D)}{dc} = c q_{\text{ét. } w} + R_a F_{rel} \sin\alpha - Q_1 = 0,$$

d'où :

$$c = \frac{Q_1 - R_a F_{rel} \sin\alpha}{q_{\text{ét. } w}}$$

ou

$$c = \frac{Q_1 - Q_{rel}}{q_{\text{ét. } w}} \quad (6.44)$$

avec

$$Q_{rel} = R_a F_{rel} \sin\alpha. \quad (6.45)$$

L'inclinaison de la section dangereuse étant connue, on peut trouver w_{rel} en égalant le moment résistant (6.41) au moment actif (6.43) pour cette section :

$$M_1 + Qc = R_a F_a z_b + \frac{q_{ét.\,w} c^2}{2} + R_a F_{rel} \sin\alpha (c - w_{rel} + y_{rel}). \quad (6.46)$$

Exprimons M_1 et Q_1 agissant dans la section $I-I$ en fonction de M et de Q agissant dans la section droite $0-0$:

$$\left.\begin{aligned} M_1 &= M - Qw_{rel} + \frac{qw_{rel}^2}{2} ; \\ Q_1 &= Q - qw_{rel}. \end{aligned}\right\} \quad (6.47)$$

En outre pour la section droite $0-0$ on doit avoir :

$$M = R_a F_a z_b + R_a F_{rel} \sin\alpha y_{rel},$$

d'où :

$$R_a F_a z_b = M - R_a F_{rel} \sin\alpha y_{rel}. \quad (6.48)$$

Introduisant les valeurs données par (6.44), (6.45), (6.47) et (6.48) dans (6.46) on obtient, après transformations élémentaires :

$$w_{rel}^2 - \frac{2(Q-Q_{rel})}{p} w_{rel} + \frac{(Q-Q_{rel}^2)}{p q_{ét.\,w}\left(1+\frac{p}{q_{ét.\,w}}\right)} = 0,$$

d'où :

$$w_{rel} = \frac{Q-Q_{rel}}{p}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+\frac{p}{q_{ét.\,w}}}}\right).$$

Si l'on admet que

$$\sqrt{1+\frac{p}{q_{ét.\,w}}} \approx 1 + \frac{p}{2q_{ét.\,w}},$$

on obtient finalement

$$w_{rel} = \frac{Q-Q_{rel}}{2q_{ét.\,w}+p}. \quad (6.49)$$

Etant donné que la barre arrêtée ne peut pas développer sa résistance totale à son extrémité même, il faut ajouter à w_{rel} ainsi trouvée une longueur de scellement qu'on prend généralement égale à $5d$, d étant le diamètre de la barre arrêtée.

Ainsi, la barre arrêtée doit être prolongée au-delà de la section droite $0-0$ sur une longueur :

$$w = w_{rel} + 5d = \frac{Q-Q_{rel}}{2q_{ét.\,w}+p} + 5d. \quad (6.50)$$

En évaluant w il ne faut pas perdre de vue que Q est l'effort tranchant calculé pour la section $0 - 0$, c'est-à-dire pour la section droite dans laquelle cette barre n'est plus théoriquement nécessaire pour en assurer la résistance.

Si les charges réparties p peuvent être absentes au-dessus de la fissure inclinée, on ne doit plus en tenir compte et alors la formule précédente prend la forme :

$$w = \frac{Q - Q_{\text{rel}}}{2q_{\text{ét. }w}} + 5d\,. \tag{6.51}$$

C'est cette dernière formule que l'on utilisera pour déterminer les points d'arrêt des barres principales de la nappe inférieure de travée, car généralement les charges p ne sont pas appliquées à la face inférieure de la poutre.

Si les barres doivent être arrêtées sans qu'il existe au voisinage des barres relevées, on pose dans les formules ci-dessus $Q_{\text{rel}} = 0$.

Pour les éléments à hauteur variable on prolonge les barres que l'on désire arrêter au-delà des sections normales pour la résistance desquelles elles ne sont plus indispensables : sur des longueurs données par

$$w = \frac{Q - Q_{\text{rel}} - R_a F_a \operatorname{tg} \beta}{2q_{\text{ét. }w}} + 5d\,; \tag{6.52}$$

lorsque c'est la face comprimée qui est inclinée sur l'axe, et

$$w = \frac{Q - Q_{\text{rel}} - R_a F_a \sin \beta}{2q_{\text{ét. }w}} + 5d\,, \tag{6.53}$$

lorsque c'est la face tendue qui est inclinée.

Ici : Q est l'effort tranchant calculé pour la section normale passant par le point où la barre aurait pu être théoriquement arrêtée ;

β est l'angle formé par la face inclinée avec l'axe de l'élément, les autres désignations restant les mêmes que ci-dessus.

En aucun cas, selon les prescriptions des Règlements, la valeur de w ne peut descendre au-dessous de $20d$.

Quand les armatures principales que l'on désire arrêter sont prolongées au-delà du point où la résistance des sections normales permet de le faire, d'une longueur égale à w, on n'a plus besoin de vérifier les sections inclinées aux moments fléchissants.

Exemple 6.4. Déterminer les points d'arrêt de deux barres tendues de la deuxième nappe de la poutre représentée fig. 6.11. Le béton est de qualité 200 ($R_{tl} = 100$ kg/cm²), les barres principales en acier de la classe A-II ($R_a = 2\,700$ kg/cm²) et les étriers en acier de la classe A-I ($R_a = 2\,100$ kg/cm²).

Solution. Nous faisons le calcul d'une section normale armée, dont deux des barres principales de $d = 20$ mm sont arrêtées. La section des quatre barres

restantes de $d = 18$ mm est $F_{a\,eff} = 10{,}17$ cm². La hauteur de la zone comprimée :

$$x = \frac{R_a F_{a.eff}}{R_{fl}\, b} = \frac{2\,700 \cdot 10{,}17}{100 \cdot 20} = 13{,}7 \text{ cm}.$$

Le moment qui peut être repris par une section armée de 4 ⌀ 18 A-II sera :

$$M = R_a F_{a.\,eff}\,(h_0 - 0{,}5x) = 2\,700 \cdot 10{,}17\,(55 - 0{,}5 \cdot 13{,}7) = 1\,320\,000 \text{ kgcm} = 13{,}2 \text{ t·m}.$$

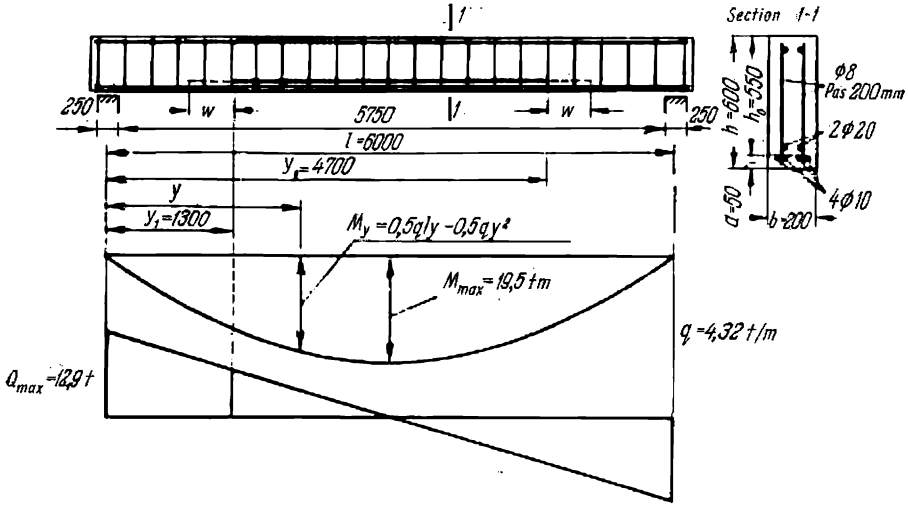


Fig. 6.11

Le point d'arrêt théorique de l'armature s'obtient de la condition :

$$M = 0{,}5qly - 0{,}5qy^2,$$

c'est-à-dire

$$13{,}2 = 0{,}5 \cdot 4{,}32 \cdot 6y - 0{,}5 \cdot 4{,}32y^2,$$

d'où :

$$y_1 = 1{,}3 \text{ m} \quad \text{et} \quad y_2 = 4{,}7 \text{ m}.$$

La formule (6.42) donne :

$$q_{\text{et.}\,w} = \frac{R_a f_{\text{ét}} n}{u_{\text{ét}}} = \frac{2\,100 \cdot 0{,}503 \cdot 2}{20} = 105 \text{ kg/cm}.$$

Nous déterminerons l'effort tranchant au point d'arrêt théorique de la similitude des triangles de l'épure des efforts de cisaillement :

$$Q = Q_{\max}\left(1 - \frac{2}{l}\, y_1\right) = 12{,}9\left(1 - \frac{2}{6} \cdot 1{,}3\right) = 7{,}32 \text{ t}.$$

De la formule (6.49) on déduit, en y posant $Q_{\text{rel}} = 0$

$$w = \frac{Q}{2q_{\text{ét.}\,w}} + 5d = \frac{7\,320}{2 \cdot 105} + 5 \cdot 2 = 35 + 10 = 45 \text{ cm},$$

ce qui excède $20d = 20 \cdot 2 = 40$ cm. On adoptera donc $w = 45$ cm.

6.3. CALCUL DES SECTIONS INCLINÉES D'ÉLÉMENTS À ARMATURE RIGIDE

Les expériences ont montré que la rupture des éléments fléchis, à armature rigide ou souple, sous l'effet de l'effort tranchant reste à peu près la même. Juste avant la rupture des fissures inclinées s'ouvrent largement, indiquant que les étriers et l'âme du profilé ont atteint leur limite d'écoulement. La zone comprimée du béton (au-dessus de la fissure) périt sous l'effet simultané des contraintes de compression et de cisaillement. La rupture du béton peut être causée également par les contraintes de compression principales.

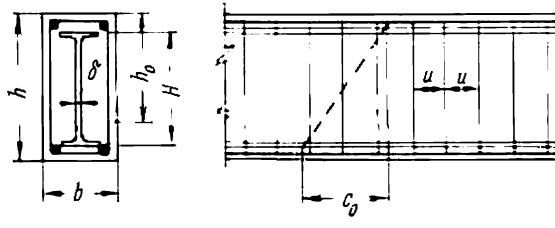


Fig. 6.12

La force portante des sections inclinées, armées de profilés (fig. 6.12), se compose de la résistance des étriers, de l'âme du profilé lui-même et du béton de la zone comprimée. La condition garantissant une résistance adéquate s'écrit:

$$Q \leqslant \left(\frac{H}{h_0}\,\delta R_{\text{a. p}} + \frac{R_{\text{a. ét}} f_{\text{ét}} n}{u_{\text{ét}}}\right) c_0 + \frac{0{,}15 R_{\text{f1}} b h_0^2}{c_0} = q_{\text{a}} c_0 + \frac{B}{c_0}\,, \qquad (6.54)$$

avec

$$q_{\text{a}} = \frac{H}{h_0}\,\delta R_{\text{a. p}} + \frac{R_{\text{a. ét}} f_{\text{ét}} n}{u_{\text{ét}}}\,; \qquad (6.55)$$

$$B = 0{,}15 R_{\text{f1}} b h_0^2. \qquad (6.55\text{a})$$

Ici: H est la hauteur du profilé;
h_0, la hauteur effective, comprise entre la face comprimée et la résultante des contraintes de traction dans les armatures souples et dans le profilé;
δ, l'épaisseur de l'âme du profilé.

La longueur de la projection horizontale de la section dangereuse peut se déterminer comme suit:

$$c_0 = \sqrt{\frac{B}{q_{\text{a}}}}\,. \qquad (6.56)$$

Introduisant cette valeur dans (6.54), on obtient :

$$Q \leqslant \sqrt{0{,}6bh_0^2 R_{t1} q_a}. \tag{6.57}$$

Quand il s'agit de vérifier les sections inclinées à l'effort tranchant, on se sert des formules (6.55) et (6.57). S'il s'agit de trouver la section des étriers, on doit déterminer d'abord

$$q_a = \frac{Q^2}{0{,}6R_{t1}bh_0^2}, \tag{6.58}$$

et ensuite on en détermine les sections et le pas en utilisant (6.55).

CHAPITRE 7 ÉLÉMENTS FLÉCHIS. CALCUL DES DÉFORMATIONS

7.1. MÉTHODES DE CALCUL

Au chapitre 2 nous avons décrit les relations existant entre les contraintes et les déformations des éléments fléchis en divers stades du travail, nous y avons également donné les expressions des moments de résistance élasto-plastiques, des rayons de courbure et des rigidités des sections qui en découlent. Le chapitre présent sera consacré aux questions pratiques concernant le calcul des déformations des éléments fléchis travaillant avec des fissures dans la zone tendue. On y trouvera également un exposé des exigences des Règlements relatives à ce sujet.

Le calcul des déformations a acquis une importance très considérable avec le développement des techniques de préfabrication. La nécessité d'un tel calcul découle, d'une part, de l'utilisation des aciers à résistance toujours croissante, ce qui conduit à des taux de travail plus élevés et, d'autre part, de la tendance à réduire de plus en plus les poids des éléments par diminution de leurs sections, ce qui entraîne une diminution de leur rigidité.

Les Règlements en vigueur stipulent que les flèches et les angles de rotation seront déterminés en partant des charges de service (c'est-à-dire sans tenir compte des coefficients de surcharge), conformément aux règles de la mécanique appliquée aux constructions (fig. 7.1,*a* et *b*). Pour chaque tronçon à moment fléchissant de signe constant on admet que la rigidité reste également constante et égale à la rigidité minimale déterminée pour la section, où le moment fléchissant passe par son maximum (fig. 7.1,*c*). On néglige ainsi le surcroît de rigidité correspondant aux sections à faible moment fléchissant, ce qui entraîne d'ailleurs une erreur dans le calcul des déformations très faibles et n'excédant jamais les 10 ou 15 %. Il s'ensuit que les courbures données par les calculs varieront proportionnellement aux moments fléchissants (fig. 7.1,*d*).

La rigidité des éléments en béton armé doit être recherchée non seulement pour le calcul de leurs déformations, mais également pour

trouver la solution d'un nombre d'autres problèmes, par exemple, quand il s'agit de trouver les efforts dans des constructions hyperstatiques dus à l'application des charges extérieures, aux variations de la température ou aux dénivellements d'appuis, ou encore quand on veut déterminer la fréquence d'oscillations libres des éléments et ainsi de suite.

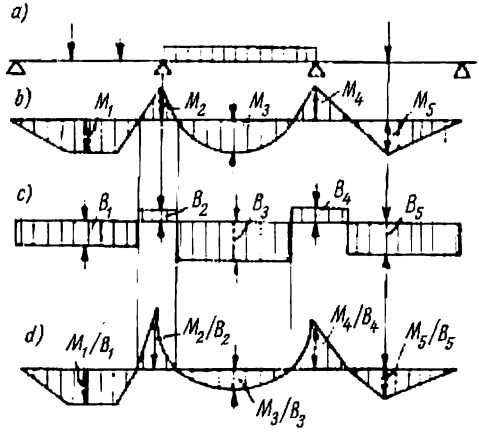


Fig. 7.1

On détermine généralement les rigidités et les courbures correspondantes en adoptant que la pièce travaille au stade II. La courbure se calcule à l'aide de la formule (2.40):

$$\frac{1}{\rho_{moy}} = \frac{M}{B},$$

et la rigidité à l'aide da la formule (2.42):

$$B = \frac{E_a}{\psi_a} W_a (h_0 - x_{moy})$$

ou alternativement à l'aide de la formule (2.43):

$$B = \frac{h_0}{\dfrac{\psi_a}{E_a W_a} + \dfrac{\psi_b}{E'_b W_c}}.$$

Dans les Règlements la formule (2.43) se transforme aisément en

$$B = \frac{h_0 z_1}{\dfrac{\psi_a}{E_a F_a} + \dfrac{\psi_b}{\nu E_b F_{b.r}}}, \qquad (7.1)$$

si l'on admet que la répartition des contraintes dans la zone comprimée suit une épure rectangulaire et si l'on se souvient que $W_a =$

$= F_a z_1$ et $W_c = F_{b.r} z_1$, où z_1 représente la distance entre le centre de gravité des armatures tendues de section F_a et celui de la zone comprimée réduite de section $F_{b.r}$ (le bras de levier des efforts internes).

Le coefficient ψ_a, tenant compte du travail du béton tendu entre les fissures, se détermine à l'aide de la formule (2.76):

$$\psi_a = 1 - \omega_{tr}\chi \cdot \frac{M_{b.f}}{M}.$$

Grâce aux travaux de J. Némirovski, Y. Souslov et d'autres il devient possible de simplifier cette expression en adoptant pour $\omega_{tr}\chi$ des valeurs ne dépendant que de la forme de la surface des aciers et de la nature des charges comme indiqué au tableau 7.1.

Tableau 7.1

Valeurs de $\omega_{tr}\chi$

Type des armatures	Nature des charges		
	Courte durée	Longue durée	Répétées et pulsées
Barres crénelées	0,8	0,4	0,0
Barres lisses . .	0,7	0,3	0,0

Les Règlements de l'U. R. S. S. recommandent une autre formule empirique:

$$\psi_a = 1{,}3 - S\frac{M_{b.f}}{M} \qquad (7.2)$$

pourvu que $\psi_a \leqslant 1$.

Le coefficient S figurant dans cette formule doit être pris égal à 1,1 pour les barres crénelées et à 1,0 pour les ronds lisses en cas de charges de courte durée, et à 0,8 indépendamment de la forme de la surface des armatures dans le cas des charges soutenues.

On adopte aussi $M_{b.f} = 0{,}8R^{norm}_{tr}W_{b.f}$ (compte tenu de l'effet de retrait) et on calcule M d'après les charges réglementées.

Le coefficient ψ_b qui prend en considération la répartition non uniforme des déformations dans la zone comprimée peut varier comme nous l'avons déjà vu dans le chapitre 2 de 0,75 à 1,00. Les Règlements recommandent une valeur $\psi_b = 0{,}9$ tant pour les charges de courte durée que pour les charges de longue durée.

Le coefficient ν, qui représente le rapport des déformations élastiques du béton de la zone comprimée (calculé en admettant que les contraintes sont réparties suivant une épure rectangulaire) aux déformations totales (comprenant celles dues au fluage et au retrait),

est pris égal à 0,5 pour les charges de courte durée, à 0,15 pour les charges de longue durée (conditions normales), tombant à 0,10 pour des ambiances très sèches et se relevant jusqu'à 0,20 pour les ambiances humides.

7.2. FORMULES ESSENTIELLES

7.2.1. Détermination des moments de résistance élasto-plastiques avant la fissuration

Au stade de travail Ia, juste avant la formation des fissures, on admet que la forme des épures des contraintes est triangulaire en zone comprimée et rectangulaire en zone tendue. Dès lors, la hauteur

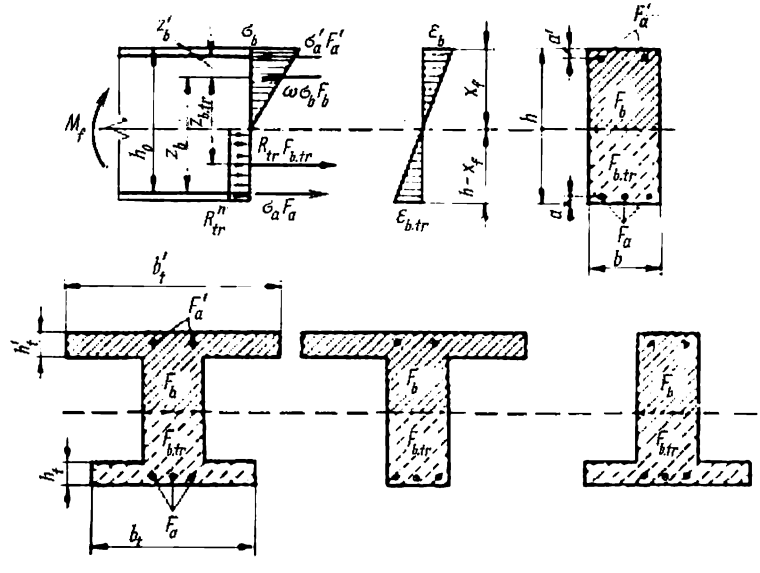


Fig. 7.2

de la zone comprimée peut se calculer à l'aide de la formule générale (2.28). Pour les sections rectangulaires la valeur du coefficient de remplissage de l'épure ω_1 sera nécessairement égale à 0,5 (fig. 7.2). En introduisant les valeurs $\omega = 0{,}5$, $F_b = bx$ et $F_{b.tr} = b(h - x_f)$ dans (2.28), on obtient :

$$2nF_a + b(h - x_f) - 2nF'_a \frac{x_f - a'}{h - x_f} - \frac{bx_f^2}{h - x_f} = 0. \qquad (7\,3)$$

Il est facile de voir que l'expression ainsi obtenue est une équation de 1er degré. Après la multiplication de x_1 par $(h-x_f)$ on en tire :

$$x_f = \frac{bh+2nF_a+2nF'_a\delta'_1}{2bh+2nF_a+2nF'_a}\,h, \tag{7.4}$$

avec $\delta'_1 = a'/h$.

Pour les sections en T ou en double T, les parties des tables en encorbellement peuvent être assimilées, au stade Ia, aux armatures supplémentaires, avec un coefficient de proportionnalité égal à n pour la zone comprimée et à $2n$ pour la zone tendue. Il s'ensuit que pour le calcul de x_f nous pouvons simplement ajouter $(b'_t - b)\,h'_t$ à nF'_a, et $(b_t - b)\,h_t$ à $2nF_a$. L'équation (7.4) prend alors la forme :

$$x_f = \frac{bh+[(b_t-b)\,h_t+2nF_a]+2\,[(b'_t-b)\,h'_t+nF'_a]\,\delta'_1}{2bh+[(b_t-b)\,h_t+2nF_a]+2\,[(b'_t-b)\,h'_t+nF'_a]}\,h. \tag{7.4a}$$

En simplifiant le numérateur et le dénominateur de l'égalité (7.4a) par bh, on obtient :

$$x_f = \xi_f h = \frac{1+\gamma_1+2\gamma'_1\delta'_1}{2+\gamma_1+2\gamma'_1}\,h, \tag{7.5}$$

avec

$$\gamma_1 = \frac{(b_t-b)\,h_t+2nF_a}{bh}\,; \tag{7.6}$$

$$\gamma'_1 = \frac{(b'_t-b)\,h'_t+nF'_a}{bh} \tag{7.6a}$$

et

$$\delta'_1 = \frac{h'_t}{2h} \approx \frac{a'}{h}\,.$$

La formule (2.29) permet maintenant de calculer le moment de résistance élasto-plastique d'une section en double T juste avant la fissuration, en y posant :

$$z_{\text{nervure}} = \frac{h-x_f}{2} + \frac{2x_f}{3} = \frac{h}{2} + \frac{x_f}{6}\,;$$

$$z_{\text{table}} = h - \frac{h_t}{2} - \frac{x_f}{3}$$

$$\text{et } z'_b = \frac{x_f}{3} - \frac{h_t}{2}\,.$$

Ce moment sera donné par

$$W_f = b\,(h-x_f)\left(\frac{h}{2}+\frac{x_f}{6}\right) + [(b_t-b)\,h_t+2nF_a]\times$$

$$\times\left(h-\frac{h_t}{2}-\frac{x_f}{3}\right) + 2\,[(b'_t-b)\,h'_t+nF'_a]\,\frac{x_f-0{,}5h'_t}{h-x_f}\left(\frac{x_f}{3}-\frac{h'_t}{2}\right). \tag{7.7}$$

En mettant bh^2 hors des parenthèses cette dernière expression se simplifie à

$$W_f = bh^2 \left[(1-\xi_f) \left(\frac{1}{2} + \frac{\xi_f}{6} \right) + \gamma_1 \left(1 - \delta_1 - \frac{\xi_f}{3} \right) + \right.$$
$$\left. + 2\gamma_1' \frac{\xi_f - \delta_1'}{1-\xi_f} \left(\frac{\xi_f}{3} - \delta_1' \right) \right], \qquad (7.8)$$

où

$$\delta_1 = \frac{h_t}{2h} \approx \frac{a}{h} .$$

La formule (7.8) est tout à fait générale et permet le calcul des moments de résistance élasto-plastiques W_f des sections symétriques les plus diverses: rectangulaires, en double T ou en T, avec table comprimée ou tendue. Dans chaque cas particulier on n'a qu'à égaler à zéro les termes correspondants.

Pour des sections non armées on a $F_a = F_a' = 0$ et alors les formules (7.6) et (7.6a) deviennent:

$$\gamma_1 = \frac{(b_t - b)\, h_t}{bh} ; \qquad (7.9)$$

$$\gamma_1' = \frac{(b_t' - b)\, h_t'}{bh} . \qquad (7.10)$$

Le moment résistant $W_{b.f}$ d'une section en double T se déterminera à l'aide de (7.8), ayant préalablement calculé $x_{b.f}$ à l'aide de (7.5) et γ_1 et γ_1' à l'aide de (7.9) et (7.10).

Pour une section en T avec table comprimée on a $\gamma_1 = 0$ et par suite:

$$\xi_{b.f} = \frac{x_{b.f}}{h} = \frac{1 + 2\gamma_1'\delta_1'}{2 + 2\gamma_1'} ; \qquad (7.11)$$

$$W_{b.f} = bh^2 \left[(1-\xi_{b.f}) \left(\frac{1}{2} + \frac{\xi_{b.f}}{6} \right) + 2\gamma_1' \frac{\xi_{b.f} - \delta_1'}{1-\xi_{b.f}} \left(\frac{\xi_{b.f}}{3} - \delta_1' \right) \right] . \qquad (7.12)$$

De même, pour une section en T avec table tendue $\gamma_1' = 0$ et

$$\xi_{b.f} = \frac{1+\gamma_1}{2+\gamma_1} ; \qquad (7.13)$$

$$W_{b.f} = bh^2 \left[(1-\xi_{b.f}) \left(\frac{1}{2} + \frac{\xi_{b.f}}{6} \right) + \gamma_1 \left(1 - \delta_1 - \frac{\xi_{b.f}}{3} \right) \right] . \qquad (7.14)$$

Pour une section rectangulaire en béton on obtient

$$\xi_{b.f} = \frac{1}{2} ; \quad W_{b.f} = \frac{7}{24} bh^2 \approx \frac{bh^2}{3,5} .$$

7.2.2. Déterminations des moments résistants élasto-plastiques après la fissuration

Le calcul des déformations des pièces fissurées s'effectue en admettant que l'épure des contraintes dans la zone comprimée reste tout le temps rectangulaire (l'hypothèse de V. Mourachev),

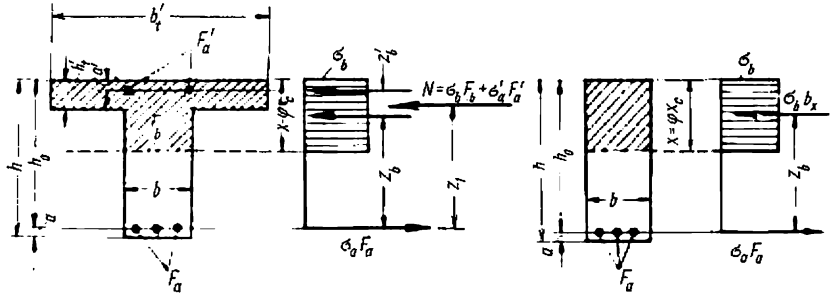


Fig. 7.3

comme indiqué fig. 7.3, ce qui permet de simplifier très considérablement toutes les opérations au prix d'une erreur pratiquement insignifiante. La hauteur de la zone comprimée se détermine comme ci-dessus à l'aide de (2.34), en adoptant $\omega = 1{,}0$. Dès lors pour toute section symétrique on peut écrire:

$$F_a - \psi_a F_a \frac{x_{moy} \cdot a'}{h_0 - x_{moy}} - F_b \frac{\psi_a \nu}{n \psi_b} \cdot \frac{x_{moy}}{h_0 - x_{moy}} = 0. \qquad (7.15)$$

Pour une section en T avec table comprimée de largeur b'_t et d'épaisseur h'_t, la hauteur de la zone comprimée au-dessus de la fissure étant $x = \varphi x_{moy}$, l'équation (7.15) devient après substitution à F_b de sa valeur $F_b = bx + (b'_t - b)\, h'_t$, et après transformations algébriques, on obtient une équation de 2e degré:

$$x^2 + \left[\frac{F_a n \psi_b}{b \psi_a \nu} + \frac{(b'_t - b) + \frac{n \psi_b}{\nu} F'_a}{b} \right] x - \frac{(F_a h_0 + F'_a a')\, n \psi_b \varphi}{b \psi_a \nu} = 0. \qquad (7.16)$$

Divisant tous les termes de cette équation par h_0^2 et rejetant dans le dernier terme $F'_a a'$ dont la valeur est négligeable par rapport à $F_a h_0$, on trouve:

$$\xi^2 + (\alpha + \gamma')\, \xi - \alpha\varphi = 0, \qquad (7.17)$$

d'où

$$\xi = \frac{x}{h_0} = -\frac{\alpha + \gamma'}{2} + \sqrt{\left(\frac{\alpha + \gamma'}{2}\right)^2 + \alpha\varphi} \qquad (7.18)$$

avec

$$\alpha = \frac{\mu n \psi_b}{\psi_a \nu} \tag{7.19}$$

et

$$\gamma' = \frac{(b'_t - b)\, h'_t + \dfrac{n\psi_b}{\nu} F'_a}{bh_0} \quad . \tag{7.20}$$

Quant à la valeur de φ, celle-ci est donnée, comme on l'a vu au chapitre 2, par (2.30):

$$\varphi = 1 - \frac{0{,}7}{100\,\mu + 1} \, .$$

Dans l'expression (7.19) on peut poser $\psi_a = \psi_b$, ce qui pour des éléments habituels n'introduit pas d'erreur appréciable et alors

$$\alpha = \frac{\mu n}{\nu} \, . \tag{7.19a}$$

Ainsi, pour des charges de courte durée et $\nu = 0{,}5$, on a:

$$\alpha = 2\mu n, \tag{7.19b}$$

et pour des charges soutenues ($\nu = 0{,}15$):

$$\alpha = 7\mu n. \tag{7.19c}$$

La formule (7.20) montre que la section des armatures comprimées se réduit à une surface du béton comprimé en multipliant F'_a par le coefficient $\frac{n\psi_b}{\nu}$. Conformément aux Règlements:

$$\gamma' = \frac{(b'_t - b)\, h'_t + \dfrac{n}{\nu} F_a}{bh_0} \quad . \tag{7.21}$$

Dans le cas d'une section rectangulaire, munie d'une armature simple, $\gamma' = 0$ et

$$\xi = -\frac{\alpha}{2} + \sqrt{\frac{\alpha^2}{4} + \alpha\varphi}. \tag{7.22}$$

Afin de tenir compte du fluage du béton de la zone comprimée sous l'effet des charges de longue durée, il aurait fallu déterminer la hauteur de cette zone à deux reprises, en introduisant dans les formules (7.18) ou (7.22) les valeurs de ν et de α correspondant d'abord aux charges de courte durée et ensuite aux charges soutenues.

Les Règlements en vigueur permettent de s'en dispenser, en conservant la valeur de ξ constante et en la déterminant à l'aide

de la formule empirique suivante :

$$\xi = \frac{1}{1{,}8 + \dfrac{1 + 5(L+T)}{10\mu n}}, \tag{7.23}$$

où

$$L = \frac{M}{R_{fl}^{norm} b h_0^2}; \tag{7.23a}$$

$$T = \gamma' \left(1 - \frac{h'_t}{2h_0}\right). \tag{7.24}$$

La hauteur de la zone comprimée calculée à l'aide de (7.23) peut différer des valeurs obtenues expérimentalement assez considérablement (jusqu'à 40 % d'après les données de V. Figarovski et V. Mourachev), mais dans la majorité des cas les valeurs finales des rigidités et des flèches obtenues à l'aide de (7.1) n'en sont influencées que très peu.

Le moment de résistance élasto-plastique, calculé pour la pièce fissurée à partir des armatures tendues, devient, conformément à la formule générale (2.36) :

$$W_a = F_a z_b + \frac{x_{moy} - a'}{h_0 - x_{moy}} \psi_a F'_a z'_b.$$

Pour déterminer les bras de leviers z_b et z'_b correspondant à une épure des contraintes rectangulaire, on détermine d'abord la distance y du centre de gravité de la zone comprimée jusqu'à la fibre la plus comprimée comme le rapport du moment statique de cette zone à sa surface. Ainsi, pour une section en T on aura :

$$y = \frac{b x_{moy}^2 - (b'_t - b)(h'_t)^2}{2[bx + (b'_t - b) h'_t]},$$

d'où

$$z_b = h_0 - y; \quad z'_b = y - a'.$$

La même valeur du moment résistant peut être obtenue d'une autre façon. En effet, on peut écrire :

$$W_a = F_a z_1, \tag{7.25}$$

avec

$$z_1 = h_0 - \frac{h_0(\xi^2 + \gamma' \delta'_t)}{2(\xi + \gamma')}, \tag{7.26}$$

en posant

$$\delta'_t = \frac{h'_t}{h_0}.$$

Pour une section rectangulaire munie d'armatures simples :

$$z_1 = z_b = h_0 - \frac{x}{2} \tag{7.27}$$

et

$$W_a = F_a \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) . \tag{7.28}$$

Si pour une section en T avec table comprimée on trouve une valeur de x inférieure à h'_t, on procédera par approximations successives posant d'abord $x = h'_t$ et déterminant ensuite une nouvelle valeur de γ' à l'aide de laquelle on vérifiera de nouveau x et ceci jusqu'à obtention d'une valeur de x suffisamment rapprochée de la dernière approximation. Si toutefois il s'avère finalement que $x \leqslant h'_t$, on détermine W_a comme pour une section rectangulaire en utilisant la formule (7.28).

7.3. CALCUL PRATIQUE DES DÉFORMATIONS D'ÉLÉMENTS FLÉCHIS

La flèche totale d'un élément se détermine conformément aux Règlements, comme la somme algébrique des flèches dues aux charges de courte et de longue durée qu'on calcule séparément :

$$f = f_1 - f_2 + f_3, \tag{7.29}$$

où f_1 est la flèche initiale due à l'application de toutes les charges ;
f_2, la flèche initiale due à l'application des charges de longue durée seulement ;
f_3, la flèche définitive due à l'application des charges de longue durée.

Parmi les charges de longue durée on doit ranger non seulement le poids propre des ouvrages, mais également une certaine partie des surcharges qui peuvent rester appliquées pendant des périodes prolongées (y compris les surcharges dues à la neige pour les régions froides). Ainsi, par exemple, les Règlements stipulent que pour les maisons d'habitation, bureaux, écoles, etc., toutes les surcharges seront considérées comme charges de courte durée ; pour les bâtiments industriels, toutes les surcharges, moins 150 kg/m^2, seront considérées comme charges permanentes, et pour les dépôts, archives, etc., la surcharge entière sera considérée comme charge de longue durée.

Pour les éléments dont le diagramme des moments est de signe constant — poutres librement appuyées à leurs extrémités, dalles, panneaux, etc. — les flèches se calculent en partant de la valeur minimale de la rigidité B. Ainsi, pour un élément supportant une surcharge uniformément distribuée q^{norm} la flèche au milieu de la

travée aura pour valeur :

$$f = \frac{5}{384} \cdot \frac{q^{\text{norm}} l^4}{B} . \tag{7.30}$$

Sous une forme plus générale la formule donnant les flèches des éléments sollicités par des moments de signe constant peut s'écrire :

$$f = s l^2 \frac{M}{B} , \tag{7.31}$$

le coefficient s étant fonction du schéma statique de l'élément et de la répartition des charges.

Ainsi, pour une poutre simplement appuyée supportant des charges uniformément réparties on a $s = {}^5/_{48}$; pour la même poutre mais supportant une charge concentrée unique au milieu de la portée $s = {}^1/_{12}$; si cette même poutre était sollicitée par deux moments égaux appliqués à ses extrémités (flexion pure), on aurait $s = {}^1/_8$. De même, pour une poutre encastrée à une de ses extrémités et libre à l'autre, on aurait $s = {}^1/_4$ pour les charges uniformément réparties ; $s = {}^1/_3$ pour une charge concentrée à l'extrémité libre et $s = {}^1/_2$ pour un moment appliqué au même endroit.

Les Règlements limitent les flèches calculées des éléments en béton armé à des valeurs données dans le tableau 7.2.

Tableau 7.2

Flèches limites des éléments fléchis en béton armé

Type de l'élément	Rapport de la flèche limite à la portée
Poutres de roulement des ponts roulants	
à commande manuelle . . .	1/500
à commande électrique	1/600
Eléments des planchers ou des couvertures plats	
pour $l < 7$ m	1/200
pour $l \geqslant 7$ m	1/300
Eléments des planchers nervurés et des escaliers	
pour $l < 5$ m . . .	1/200
pour 5 m $\leqslant l < 7$ m	1/300
pour $l \geqslant 7$ m	1/400
Panneaux de murs et parois (flèches normales à leurs surfaces) .	1/200

Les flèches des éléments destinés à recevoir une couche de plâtrage ne doivent pas excéder $^1/_{350}l$.

Pour les éléments préfabriqués avec contre-flèche, les données du tableau doivent être majorées de la valeur de cette dernière, laquelle peut être prise égale à la valeur d'une flèche due aux charges permanentes.

Quand les locaux à plafonds unis non plâtrés sont traversés par des cloisons perpendiculaires à la portée l (dégagements, salles d'eau, etc.) distantes l'une de l'autre de $l_1 < l$, il est permis de calculer les flèches des éléments pour la portée l_1. Ces dernières ne doivent pas excéder $^1/_{200}$ de la portée l_1, et la flèche totale de l'élément (calculée pour la portée l) ne doit pas dépasser $^1/_{150}l$.

Pour les éléments en béton armé isolés, tels les marches et paliers des escaliers, les dalles simplement appuyées, etc., lors du calcul des flèches il faut vérifier également les oscillations dues à l'application des surcharges. L'accroissement instantané de la flèche de tels éléments dû à l'application d'une charge concentrée de 100 kg ne doit pas excéder 0,7 mm.

Exemple 7.1. Soit une poutre rectangulaire avec $b = 20$ cm, $h = 50$ cm ($h_0 = 46{,}5$ cm) et $l = 6{,}0$ m armée de deux ronds lisses de 20 mm de diamètre en acier de la classe A-I ($F_a = 6{,}28$ cm^2). Béton de qualité 200. Charges de service réparties uniformément : permanentes 650 kg/m ; de courte durée 400 kg/m. On demande de vérifier la flèche.

Solution. On calculera séparément les valeurs de f_1, de f_2 et de f_3.

a) Flèche initiale due à l'action de courte durée de toutes les charges.

Moment fléchissant dû aux charges de service :

$$M = \frac{(650+400)\,6^2}{8} = 4\,700 \text{ kgm}.$$

Pour une section rectangulaire on a

$$W_{b.f} = \frac{7}{24}bh^2 = 0{,}292 \cdot 20 \cdot 50^2 = 14\,600 \text{ cm}^3.$$

Pour le béton 200, on a $R_{tr}^{norm} = 16$ kg/cm^2 et, par conséquent, $M_{b.f} = 0{,}8 \cdot 16 \cdot 14\,600 = 186\,000$ kgcm $= 1\,860$ kgm. Pour les ronds lisses (voir tableau 7.1), on a d'après (2.76) :

$$\psi_a = 1 - 0{,}7\,\frac{1\,860}{4\,700} = 0{,}72.$$

D'après (2.30) et pour $\mu = \dfrac{F_a}{bh_0} = \dfrac{6 \cdot 28}{20 \cdot 46{,}5} = 0{,}0068$,

$$\varphi = 1 - \frac{0{,}7}{100 \cdot 0{,}0068 + 1} = 0{,}58.$$

D'après la formule (7.19b), pour $E_b = 265\,000$ kg/cm^2 et

$$n = \frac{2{,}1 \cdot 10^6}{2{,}65 \cdot 10^5} = 7{,}25,$$

on a

$$\alpha = 2 \cdot 0{,}0068 \cdot 7{,}25 = 0{,}1,$$

d'où en utilisant (7.22) :

$$x = \left(-\frac{0{,}1}{2} + \sqrt{\frac{0{,}01}{4} + 0{,}1 \cdot 0{,}58} \right) 46{,}5 = 0{,}2 \cdot 46{,}5 = 9{,}3 \text{ cm}.$$

Introduisant ces valeurs dans (7.28) on trouve :

$$W_a = 6{,}28 \left(46{,}5 - \frac{9{,}3}{2} \right) = 260 \text{ cm}^3,$$

d'où d'après (2.42) :

$$B = \frac{2{,}1 \cdot 10^6}{0{,}72} \cdot 260 \left(46{,}5 - \frac{9{,}3}{0{,}58} \right) = 22{,}7 \cdot 10^9 \text{ kgcm}^2 ;$$

et finalement la flèche

$$f_1 = \frac{5\,(6{,}5+4)\,600^4}{384 \cdot 22{,}7 \cdot 10^9} = 0{,}79 \text{ cm}.$$

b) Flèche initiale due aux charges de longue durée.
Moment fléchissant dû à ces charges :

$$M = \frac{650 \cdot 6^2}{8} = 2\,900 \text{ kgm}.$$

Dès lors, d'après (2.76) :

$$\psi_a = 1 - 0{,}7 \frac{1\,860}{2\,900} = 0{,}55,$$

et d'après (2.42) :

$$B = \frac{2{,}1 \cdot 10^6}{0{,}55} \cdot 260 \left(46{,}5 - \frac{9{,}3}{0{,}58} \right) = 29{,}5 \cdot 10^9 \text{ kgcm}^2,$$

ce qui donne

$$f_2 = \frac{5 \cdot 6{,}5 \cdot 600^4}{384 \cdot 29{,}5 \cdot 10^9} = 0{,}38 \text{ cm}.$$

c) Flèche finale due aux charges de longue durée.
D'après (2.76), pour $\omega_{tr}\chi = 0{,}3$, $\psi_a = 0{,}81$;
d'après (7.19c) : $\alpha = 0{,}35$;
d'après (7.22) : $x = 14{,}5$ cm ;
d'où, à l'aide de (7.28), on trouve $W_a = 245$ cm^3 et
à l'aide de (2.42) $B = 13{,}6 \cdot 10^9$ kgcm^2,
ce qui donne : $f_3 = \dfrac{5 \cdot 6{,}5 \cdot 600^4}{384 \cdot 13{,}6 \cdot 10^9} = 0{,}82$ cm.

d) Flèche totale.
D'après (7.29) :

$$f = 0{,}79 - 0{,}38 + 0{,}82 = 1{,}23 \text{ cm},$$

ce qui constitue

$$\frac{f}{l} = \frac{1{,}23}{600} = \frac{1}{485} < \frac{1}{300}$$

de la portée.

Calculons maintenant les mêmes flèches f_1, f_2 et f_3 en utilisant pour ψ_a et ξ les formules préconisées par les Règlements.

e) Flèche initiale due à l'action de courte durée de toutes les charges.

La formule (7.2) donne pour $S = 1$

$$\psi_a = 1{,}3 - \frac{1\,860}{4\,700} = 0{,}9.$$

La formule (7.24) donne pour $R_{fl}^{norm} = 180$ kg/cm²

$$L = \frac{470\,000}{180 \cdot 20 \cdot 46{,}5^2} = 0{,}06\,; \quad T = 0\,;$$

dès lors, d'après (7.23) :

$$x = 10{,}6 \text{ cm}.$$

Avec (7.27) on trouve :

$$z_1 = 46{,}5 - \frac{10{,}6}{2} = 41{,}2 \text{ cm}\,;$$

et avec (7.1), pour $\psi_b = 0{,}9$; $\nu = 0{,}5$ et $F_{b.r} = 20 \cdot 10{,}6 = 212$ cm²,

$$B = \frac{\dfrac{46{,}5 \cdot 41{,}2}{\dfrac{0{,}9}{0{,}5 \cdot 2{,}65 \cdot 10^5 \cdot 212}}}{\dfrac{0{,}9}{2{,}1 \cdot 10^6 \cdot 6{,}28}} = 19{,}3 \cdot 10^9 \text{ kgcm}^2,$$

d'où

$$f_1 = \frac{5\,(6{,}5 + 4)\,600^4}{384 \cdot 19{,}3 \cdot 10^9} = 0{,}93 \text{ cm}.$$

f) Flèche initiale due aux charges de longue durée.

D'après (7.2) pour $S = 1$

$$\psi_a = 1{,}3 - \frac{1\,860}{2\,900} = 0{,}66\,;$$

d'après (7.1), en tenant compte que z reste pratiquement constant :

$$B = \frac{\dfrac{46{,}5 \cdot 41{,}2}{\dfrac{0{,}9}{0{,}5 \cdot 2{,}65 \cdot 10^5 \cdot 232}}}{\dfrac{0{,}66}{2{,}1 \cdot 10^6 \cdot 6{,}28} + \dfrac{0{,}9}{0{,}5 \cdot 2{,}65 \cdot 10^5 \cdot 232}} = 25{,}2 \cdot 10^9 \text{ kgcm}^2$$

et

$$f_2 = \frac{5 \cdot 6{,}5 \cdot 600^4}{384 \cdot 25{,}2 \cdot 10^9} = 0{,}43 \text{ cm}.$$

g) Flèche finale due aux charges de longue durée.

Introduisant dans (7.2) $S = 0{,}8$, on trouve : $\psi_a = 0{,}79$. De même, introduisant dans (7.1) $\nu = 0{,}15$, on trouve : $B = 12 \cdot 10^9$ kgcm², d'où

$$f_3 = \frac{5 \cdot 6{,}5 \cdot 600^4}{384 \cdot 12 \cdot 10^9} = 0{,}94 \text{ cm}.$$

h) Flèche totale.

D'après la formule (7.29) :

$$f = 0{,}93 - 0{,}43 + 0{,}94 = 1{,}44 \text{ cm}$$

et le rapport

$$\frac{f}{l} = \frac{1{,}44}{600} = \frac{1}{415} < \frac{1}{300}.$$

Exemple 7.2. Soit un panneau nervuré (fig. 7.4,*a*) à table comprimée, de 6,0 m de portée. La hauteur totale au droit de la nervure $h = 35$ cm, la hauteur effective $h_0 = 31$ cm. Pour le calcul on l'assimilera au panneau de la fig. 7.4,*b* avec une seule nervure avec $b = 18$ cm ; $b'_t = 120$ cm ; $h'_t = 5$ cm.

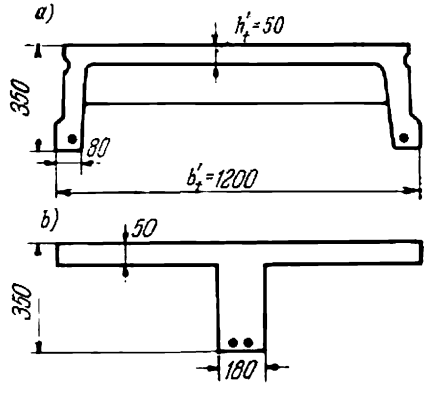


Fig. 7.4

L'armature en acier de la classe A-III comprend 4 barres crénelées de 18 mm de diamètre ($F_a = 10{,}18$ cm²) et le béton est de qualité 200. Les charges de service permanentes réparties uniformément s'élèvent à 700 kg/m et celles de courte durée à 500 kg/m. On demande de calculer la flèche.

Solution. Calculons séparément f_1, f_2 et f_3.

a) Flèche initiale due à l'action de courte durée de toutes les charges.

Le moment fléchissant s'élève à :

$$M = \frac{(700 + 500)\, 6^2}{8} = 5\,400 \text{ kgm}.$$

Pour la section donnée en T, on trouvera à l'aide de (7.10), (7.11) et (7.12) :

$$\gamma'_1 = 0{,}81 \; ; \quad \xi_{b.\,f} = 0{,}42 \; ; \quad W_{b.\,f} = 8\,800 \text{ cm}^3.$$

En adoptant $R^{norm}_{tr} = 16$ kg/cm², on trouve $M_{b.\,f} = 0{,}8 R_{tr} \cdot W_{b.\,f} = 110\,000$ kgcm $= 1\,100$ kgm.

La formule empirique (7.2) préconisée par les Règlements donne :

$$\psi_a = 1{,}3 - 1{,}1 \frac{1\,100}{5\,400} = 1{,}08 > 1 \; ;$$

on adopte donc

$$\psi_a = 1{,}0.$$

D'après les formules (7.21), (7.23) et (7.24) pour

$$\mu=\frac{10\cdot 18}{18\cdot 31}=0{,}0183\,;\qquad n=\frac{2\cdot 10^6}{2{,}65\cdot 10^5}=7{,}9\,;$$

$$R_{fl}^{\text{norm}}=180\ \text{kg/cm}^2,$$

on a

$$\gamma'=0{,}91\,;\quad L=0{,}173\,;\quad T=0{,}68\,;\quad \xi=0{,}20\,;\quad x=6{,}2>5\ \text{cm}.$$

D'après (7.26) : $z_1=28$ cm ; $\delta'_t=\frac{5}{31}=0{,}16$.

Dès lors, d'après (7.1) et compte tenu de ce que $\psi_b=0{,}9$; $\nu=0{,}5$; $F_{b.\,r}=(\xi+\gamma')\,bh_0=620$ cm², on a

$$B=16{,}8\cdot 10^9\ \text{kgcm}^2.$$

Finalement la flèche

$$f_1=\frac{5\,(7+5)\,600^4}{384\cdot 16{,}8\cdot 10^9}=1{,}21\ \text{cm}.$$

b) Flèche initiale due aux charges de longue durée.
Le moment fléchissant correspondant est :

$$M=\frac{700\cdot 6^2}{8}=3\,150\ \text{kgm}.$$

La formule (7.2) donne : $\psi_a=0{,}92$.
Dès lors, utilisant (7.1), on trouve $B=18\cdot 10^9$ kgcm², et la flèche

$$f_2=\frac{5\cdot 7\cdot 600^4}{384\cdot 18\cdot 10^9}=0{,}66\ \text{cm}.$$

c) Flèche finale due aux charges de longue durée.
Introduisant $S=0{,}8$ dans (7.2), on trouve $\psi_a=1{,}02>1$; on adopte donc $\psi_a=1{,}0$.
Introduisant $\nu=0{,}15$ dans (7.1), on obtient $B=11{,}2\cdot 10^9$ kgcm², d'où la flèche

$$f_3=\frac{5\cdot 7\cdot 600^4}{384\cdot 11{,}2\cdot 10^9}=1{,}05\ \text{cm}.$$

d) Flèche totale.
Introduisant les valeurs trouvées ci-dessus dans (7.29) on trouve :

$$f=1{,}21-0{,}66+1{,}05=1{,}6\ \text{cm},$$

et le rapport

$$\frac{f}{l}=\frac{1{,}6}{600}=\frac{1}{375}<\frac{1}{300}.$$

Si l'on avait calculé ψ_a et ξ à l'aide de (2.76) et (7.18), on aurait trouvé

$$\frac{f}{l}=\frac{1}{340}.$$

CHAPITRE 8 ÉLÉMENTS FLÉCHIS. CALCUL À LA FISSURATION

8.1. MÉTHODES ET FORMULES DE CALCUL

Au chapitre 2 nous avons analysé les phénomènes de la formation et de l'ouverture des fissures et nous en avons déduit les expressions générales permettant de déterminer la distance moyenne entre deux fissures consécutives l_f et la largeur moyenne de ces fissures a_f.

Le chapitre présent sera consacré à l'exposé détaillé des calculs pratiques relatifs à la fissuration des éléments fléchis conformément aux stipulations des Règlements en vigueur.

Les calculs relatifs à la fissuration se rapporteront au stade II de travail et seront effectués sans tenir compte des coefficients de surcharge. Les fissures normales à l'axe de l'élément et inclinées seront envisagées.

Le calcul de l'ouverture des fissures droites est obligatoire pour les éléments fléchis travaillant en milieu agressif sans isolation spéciale ou soumis à la pression des fluides et des corps pulvérulents (parois des conduits de fumée, des réservoirs, des silos, etc.). Ces calculs sont également nécessaires pour tous les éléments fléchis armés d'aciers des classes A-III et A-IV, ainsi que d'aciers des classes A-II et A-III écrouis.

Le calcul à la fissuration suivant des sections inclinées est indispensable quelles que soient les conditions de travail de l'élément et le type d'armature employée.

La largeur calculée maximale des fissures normales ou inclinées ne peut excéder 0,2 mm pour des éléments fléchis travaillant en milieu agressif sans isolation spéciale, ainsi que pour des éléments soumis à la pression des fluides et des corps pulvérulents. Dans tous les autres cas la largeur maximale admissible est égale à 0,3 mm.

8.1.1. Calcul des sections normales

La largeur des fissures dans des sections normales, au niveau des armatures principales, se déterminera à l'aide de (2.62):

$$a_f = \psi_a \frac{\sigma_a}{E_a} l_f,$$

en calculant la valeur de ψ_a tout comme pour le calcul des flèches (v. chapitre 7). Quand $\frac{M_{b.f}}{M} > 1$, des Règlements recommandent de calculer ψ_a en prenant ce rapport égal à l'unité: $\frac{M_{b.f}}{M} = 1$.

Les contraintes des armatures tendues se calculeront à l'aide de (2.38):

$$\sigma_a = \frac{M}{W_a},$$

en évaluant le moment de résistance élasto-plastique W_a pour différentes formes de sections d'après les formules (7.25) et (7.28).

L'écartement moyen des fissures l_f se déterminera à l'aide de (2.56) en se basant sur l'égalité des efforts transmis par adhérence béton-armature à la différence des efforts existant dans l'armature au droit d'une fissure et dans la section médiane entre deux fissures consécutives:

$$l_f = k_1 n u \eta$$

avec

$$k_1 = \frac{W_f}{nW_a} - 2 \quad \text{et} \quad u = \frac{F_a}{S},$$

où S est le périmètre de la section des armatures;

η, un coefficient expérimental égal à 0,7 pour les barres crénelées, à 1,0 pour les ronds lisses laminés à chaud et à 1,25 pour des treillis soudés en fils d'acier tréfilés.

On détermine séparément l'ouverture des fissures due aux charges de courte et de longue durée et on en prend la somme algébrique:

$$a_f = a_{f1} - a_{f2} + a_{f3}, \tag{8.1}$$

où a_{f1} est l'ouverture initiale due à l'action simultanée de courte durée de toutes les charges;

a_{f2}, l'ouverture initiale due à l'application des charges de longue durée seulement;

a_{f3}, l'ouverture finale due à l'application de ces mêmes charges.

8.1.2. Calcul des sections inclinées

Quand la condition $Q \leqslant R_{tr} b h_0$ n'est pas satisfaite, la largeur des fissures des sections inclinées se calculera à l'aide de la formule empirique :

$$a_f = 4 \frac{t^2}{(\mu_{ét} + \mu_{rel}) E_a R_{fl}^{norm}} l_f \tag{8.2}$$

avec

$$t = \frac{Q}{b h_0}. \tag{8.3}$$

La valeur de Q (effort tranchant) sera calculée sans tenir compte des coefficients de surcharge.

La distance moyenne entre deux fissures voisines sera prise égale à

$$l_f = \frac{\eta}{\frac{3\mu_{ét}}{d_{ét}} + \frac{3\mu_{rel}}{d_{rel}}}, \tag{8.4}$$

où

$$\mu_{ét} = \frac{F_{ét}}{b u_{ét}}; \tag{8.5}$$

$$\mu_{rel} = \frac{F_{rel}}{b u_{rel}}; \tag{8.6}$$

ici $u_{ét}$ désignera le pas des étriers droits mesuré suivant l'axe de l'élément ;

u_{rel}, la distance entre deux plans consécutifs de relèvement des barres mesurée suivant la normale à ces plans ;

η, un coefficient tenant compte de la forme de la surface des barres, qu'on prendra égal à 0,7 pour les barres crénelées et à 1,0 pour les ronds lisses.

La valeur de l_f ne sera jamais prise supérieure à h_0 quelle que soit sa valeur donnée par (8.4).

Les Règlements stipulent que les barres relevées ne pourront être prises en considération que si la distance entre le nu de l'appui et le point de relèvement de la première barre, ainsi que celle séparant la fin du relèvement précédent et le début du relèvement suivant n'excèdent pas $0{,}2h$.

Il est permis de diviser par 1,5 la valeur a_f donnée par la formule (8.2), si la poutre est armée de barres transversales (étriers) et de barres principales d'un diamètre identique et si la distance des barres est égale au pas des étriers.

L'ouverture des fissures des sections inclinées, calculée d'après (8.2), en cas des charges répétées, est multipliée par 1,5.

Exemple. Reprenons la poutre de l'exemple 7.1 et calculons la largeur des fissures.

Solution. Déterminons séparément a_{f1}, a_{f2} et a_{f3}.

a) Ouverture initiale des fissures due à l'action simultanée de courte durée de toutes les charges.

Le taux de travail des armatures principales, calculé d'après (2.38) pour $W_a = 6{,}28 \cdot 40{,}7 = 260$ cm³, s'élèvera à:

$$\sigma_a = \frac{M}{W_a} = \frac{470\,000}{260} = 1\,800 \text{ kg/cm}^2.$$

Pour une section rectangulaire, d'après (7.6):

$$\gamma_1 = \frac{2nF_a}{bh} = \frac{2 \cdot 7{,}25 \cdot 6{,}28}{20 \cdot 50} = 0{,}09;$$

et d'après (7.5), pour $\gamma_1' = 0$:

$$x_f = \xi_f h = \frac{1+\gamma_1}{2+\gamma_1} h = 0{,}52 \cdot 50 = 26 \text{ cm}.$$

D'après (7.7), pour $\delta_1 = \frac{3{,}5}{50} = 0{,}07$:

$$W_f = 20 \cdot 50^2 \left[0{,}48 \left(0{,}5 + \frac{0{,}52}{6} \right) + \right.$$

$$\left. + 2 \cdot 7{,}25 \cdot 0{,}0068 \left(1 - 0{,}07 - \frac{0{,}52}{3} \right) \right] = 17\,900 \text{ cm}^3.$$

La distance entre deux fissures consécutives est donnée par (2.56):

$$l_f = k_1 n u \eta,$$

où

$$k_1 = \frac{W_f}{W_a n} - 2 = \frac{17\,900}{260 \cdot 7{,}25} - 2 = 7{,}4;$$

$$u = \frac{F_a}{S} = \frac{d}{4} = \frac{2}{4} = 0{,}5; \qquad \eta = 1.$$

Donc, $l_f = 7{,}4 \cdot 7{,}25 \cdot 0{,}5 \cdot 1 = 26{,}5$ cm.

Dès lors, pour ψ_a donné par (7.2), on trouve d'après (2.62):

$$a_{f1} = \psi_a \frac{\sigma_a}{E_a} l_f = 0{,}9 \frac{1\,800}{2{,}1 \cdot 10^6} 26{,}5 = 0{,}021 \text{ cm} = 0{,}21 \text{ mm}.$$

b) Ouverture initiale des fissures due aux sollicitations de longue durée seulement.

Le taux de travail des armatures pour un moment $M = 2\,900$ kgm s'élève à:

$$\sigma_a = \frac{290\,000}{260} = 1\,140 \text{ kg/cm}^2.$$

La largeur des fissures:

$$a_{f2} = 0{,}66 \frac{1\,140}{2{,}1 \cdot 10^6} 26{,}5 = 0{,}010 \text{ cm} = 0{,}10 \text{ mm}.$$

c) Ouverture finale des fissures due aux sollicitations de longue durée.

Les contraintes dans les armatures restent les mêmes :

$$\sigma_a = \frac{290\,000}{260} = 1\,140 \text{ kg/cm}^2,$$

et la largeur des fissures devient:

$$a_{f3} = 0{,}79 \frac{1\,140}{2{,}1 \cdot 10^6} 26{,}5 = 0{,}011 = 0{,}11 \text{ mm}.$$

d) Ouverture totale des fissures.

D'après (8.1) on a

$$a_f = a_{f1} - a_{f2} + a_{f3} = 0{,}21 - 0{,}10 + 0{,}11 = 0{,}2 \text{ mm}.$$

Pour réduire la largeur des fissures on pourrait avantageusement employer des barres crénelées.

CHAPITRE 9 FLEXION COMPOSÉE

9.1. PARTICULARITÉS CONSTRUCTIVES DES ÉLÉMENTS TRAVAILLANT EN COMPRESSION ET EN FLEXION

Une pièce soumise simultanément à l'action d'un effort de compression et d'un moment fléchissant est dite travaillant en flexion composée. Comme exemple on peut citer les poteaux des bâtiments industriels supportant des charges verticales excentrées dues aux ponts roulants (fig. 9.1,*a*), les poteaux supportant le poids d'une toiture et résistant à la pression latérale du vent (fig. 9.1,*b*), les arcs (fig. 9.1,*c*), etc.

Les sections transversales des pièces travaillant en flexion composée sont, en général, suffisamment développées dans le plan d'action du moment fléchissant. Elles peuvent être rectangulaires, en T, en double T ou en caisson. On emploie également des sections rondes, rectangulaires ou annulaires et parfois carrées (fig. 9.2).

Les poteaux soumis à une flexion composée sont généralement pourvus d'armatures soudées, les barres principales étant concentrées le long des faces perpendiculaires au plan d'action du moment (fig. 9.3).

La section totale des barres de l'armature principale ne doit pas, en général, excéder 3 % de la section du béton. Les expériences ont montré que le pourcentage optimal des armatures est compris entre 0,5 et 1,2 %. Le prix de revient des éléments variant peu avec la consommation d'acier, on peut employer des pourcentages plus élevés.

Les exigences relatives aux diamètres des barres principales, au diamètre et au pas des armatures transversales ou étriers restent les mêmes que pour les éléments travaillant en compression simple.

Quand le côté le plus long d'une section transversale atteint ou dépasse 800 mm, on doit prévoir des barres longitudinales secondaires d'au moins 12 mm de diamètre, dont la distance ne dépasse pas 500 mm.

Les joints des barres principales travaillant à la traction dans des éléments sollicités par des efforts de compression fortement excentrés (soumis à des moments de flexion considérables) doivent être exécutés conformément aux règles relatives aux barres tendues, qui ont été énoncées au chapitre 1. Les joints ligaturés à simple recouvrement doivent être décalés.

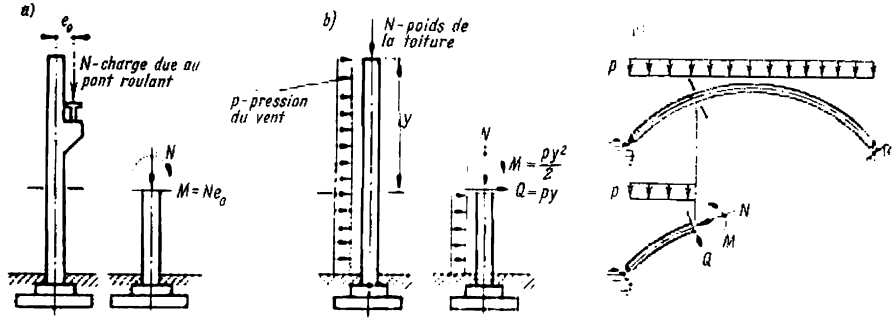


Fig. 9.1. Exemples d'éléments en béton armé travaillant en flexion composée

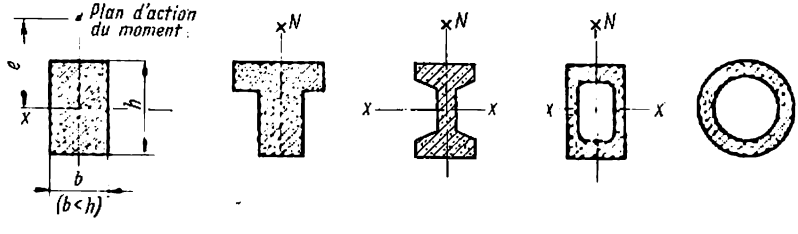


Fig. 9.2. Sections des éléments travaillant en flexion composée

Dans une même section transversale on ne placera au maximum que 50 % des joints des barres crénelées et 25 % des joints des barres lisses.

La longueur de scellement des barres tendues dans les fondations sera égale au moins à $35d$ pour des bétons de qualité 150 et au-dessous, et au moins à $30d$ pour des bétons de qualité 200 et supérieure.

Les barres principales comprimées doivent dépasser la section où, d'après les calculs, on pourrait s'en dispenser, d'au moins $15d$. Sur cette longueur les armatures soudées en barres lisses doivent comporter au moins deux barres transversales. Dans les armatures ligaturées on munira les barres lisses d'un crochet ou on augmentera la longueur de scellement à $20d$.

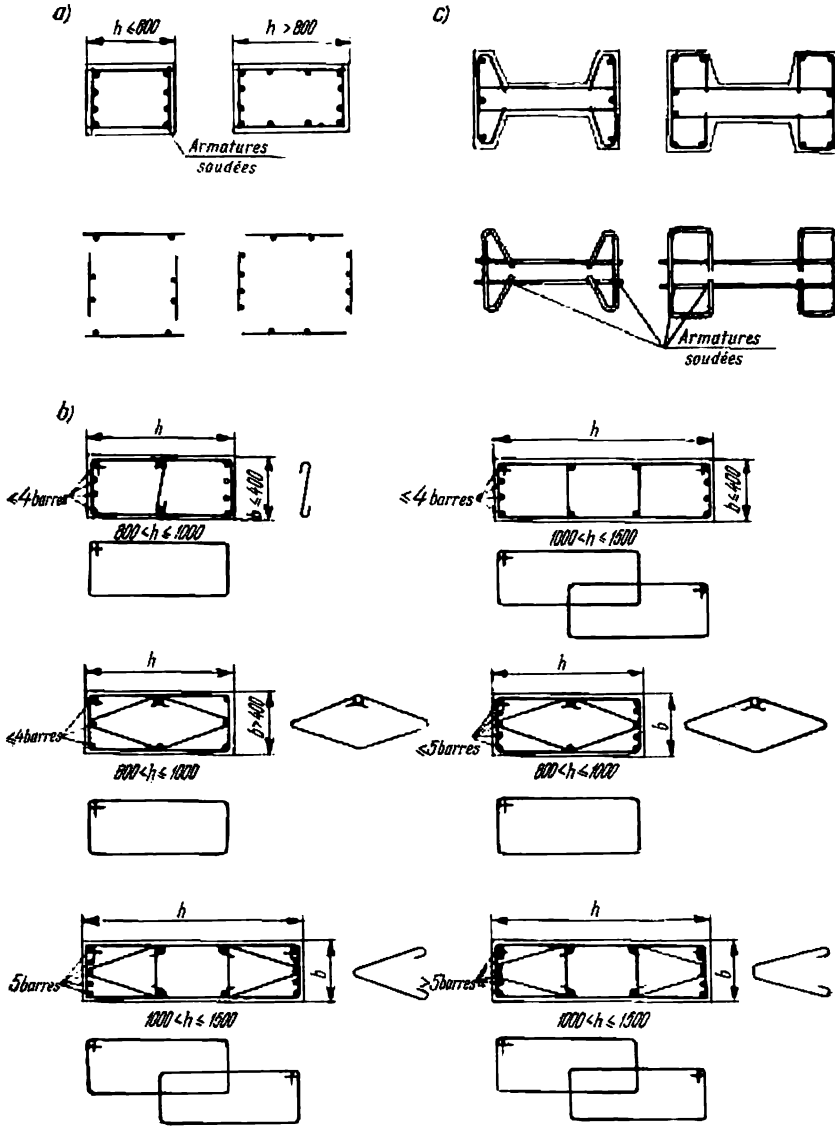


Fig. 9.3. Ferraillage des sections travaillant en flexion composée

Les armatures des éléments à section rectangulaire seront fermées par des treillis préfabriqués plats (fig. 9.3,*a*), on prendra soin de les souder ensemble aux angles de telle façon que toutes les barres transversales soient réunies en cadres fermés. Dans les ferraillages

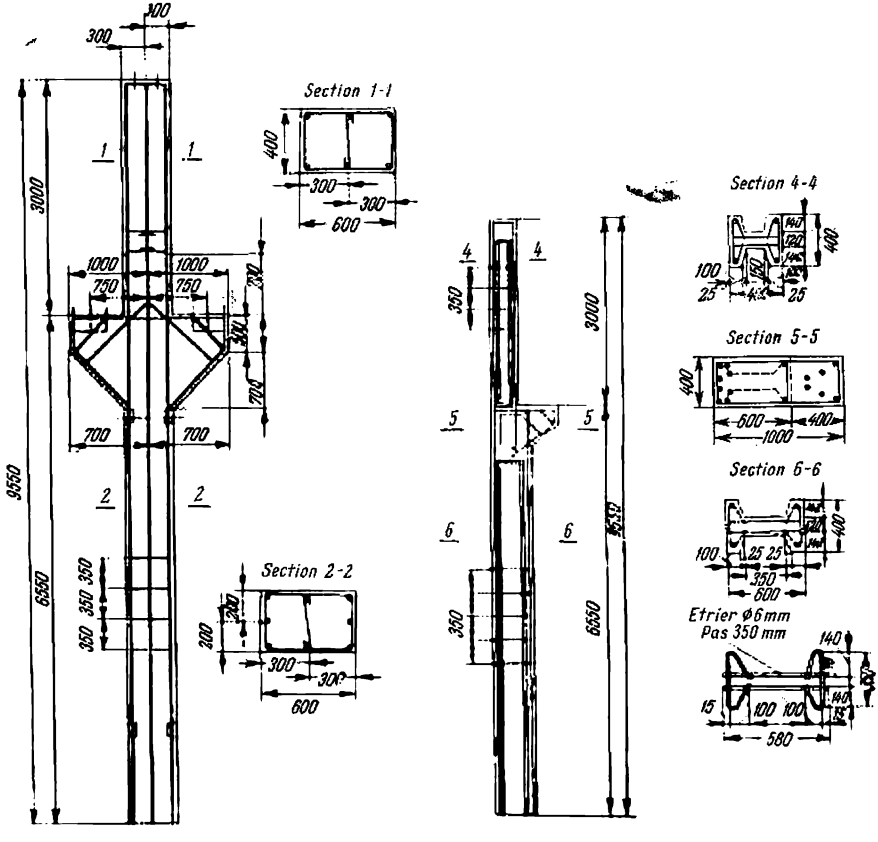


Fig. 9.4. Ferraillage des poteaux travaillant en flexion composée

ligaturés on emploie comme armatures transversales des cadres fermés, qui suivent le périmètre de la section, avec des étriers supplémentaires, éventuellement rhombiques ou de forme encore plus compliquée. Les barres longitudinales secondaires placées le long des faces parallèles au plan d'action du moment doivent être rattachées au reste des armatures par des étriers spéciaux, cadres, etc. (fig. 9.3,*b* et *c*).

Les étriers utilisés dans le ferraillage des éléments en double *T* sont fermés de plusieurs barres pliées, soudées ensemble (fig. 9.3,*c*). La fig. 9.4 représente schématiquement le ferraillage des poteaux standardisés pour les bâtiments industriels sans étages.

9.2. CALCUL DES ÉLÉMENTS À SECTION SYMÉTRIQUE

Le calcul des éléments à section symétrique quelconque travaillant en flexion composée a été inclus dans l'exposé général de la méthode d'évaluation de la force portante des éléments au chapitre 2. Ici nous traiterons plus en détail des particularités de ce calcul découlant des stipulations des Règlements ainsi que du calcul des éléments élancés.

Le calcul des éléments à sections partiellement tendues et partiellement comprimées (1er cas, fortes excentricités) s'effectuera donc à l'aide des formules (2.103) et (2.104) sous réserve que la condition $S_b \leqslant \zeta S_0$ soit satisfaite (les valeurs de ζ seront prises comme toujours au tableau 5.1). En plus, la hauteur de la zone comprimée doit être telle que $z_b \leqslant z_a$.

Quand on est astreint de disposer les armatures longitudinales F_a en plusieurs nappes, leur résistance à la traction doit être quelque peu diminuée tout comme pour les éléments simplement fléchis (v. 5.2).

Dans le cas des éléments à sections uniquement comprimées (2e cas, faibles excentricités), on utilisera les conditions (2.121) et (2.122) quand la qualité du béton n'excédera pas 400, et pour les bétons de qualité supérieure on aura recours aux conditions suivantes :

$$\text{Si } e > \bar{e}, \quad Ne \leqslant R_{fl} S_b + R_{a.\,c} F'_a z_a ; \tag{9.1}$$

$$\text{Si } e \leqslant \bar{e}, \quad Ne \leqslant R_{pr} S_b \left[1 \quad \left(1 - 1{,}25\zeta\right) \frac{e-c}{\bar{e}-c}\right] + R_{a.\,c} F'_a z_a, \tag{9.2}$$

où

$$\bar{e} = \frac{R_{fl} \bar{S}_b + R_{a.\,c} F'_a z_a}{R_{fl} \bar{F}_b + R_{a.\,c} F'_a} ; \tag{9.3}$$

$$c = \frac{R_{pr} S + R_{a.\,c} F'_a z_a}{R_{pr} F + R_{a.\,c} (F'_a + F_a)} . \tag{9.4}$$

Dans ces formules :

$\bar{e}$ représente la distance du point d'application de l'effort N au centre de gravité des armatures F_a, correspondant à une sollicitation située à la limite entre le 1er et le 2e cas ;

c, la distance du point d'application de la résultante de tous les efforts internes de la section, considérée comme uniformément comprimée, au centre de gravité des armatures F_a;

$\overline{F}_b$, la surface de la zone comprimée correspondant à une sollicitation située à la limite entre le 1er et le 2e cas;

$\overline{S}_b$ et S, les moments statiques de $\overline{F}_b$ et de la section entière du béton rapportés à un axe passant par le point d'application de la résultante des efforts dans l'armature F_a.

Les formules relatives au 1er cas (grandes excentricités) et au 2e cas (faibles excentricités) donnent exactement la même valeur de la force portante pour une sollicitation située à la limite de ces deux cas.

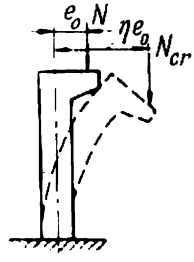


Fig. 9.5

Si $e = c$, on a affaire à une compression simple. Quand un effort normal N est appliqué avec une excentricité initiale e_0 à un élément élancé, celui-ci fléchit, d'où l'accroissement de l'excentricité et l'augmentation des moments fléchissants (fig. 9.5). Ceci explique le fait, confirmé par l'expérience, que les éléments élancés périssent sous l'effet des sollicitations normales moindres en comparaison avec les éléments courts.

On calculera donc les éléments élancés soumis à des compressions excentrées à l'aide des données ci-dessus, mais en tenant compte de l'accroissement de l'excentricité initiale e_0 sous l'effet des charges de longue durée par introduction d'un coefficient de majoration $\eta \geqslant 1$.

La valeur de l'effort total de calcul N formé partiellement de charges de longue durée sera prise égale à

$$N = \frac{N_{l.\,d}}{m'_{l.\,d}} + N_{c.\,d} \tag{9.5}$$

avec

$$m'_{l.\,d} = \frac{m_{l.\,d} + 2\frac{e_{0\,l.\,d}}{h}}{1 + 2\frac{e_{0\,l.\,d}}{h}}. \tag{9.6}$$

L'excentricité de cet effort sera prise égale à

$$e_{0\,r} = \frac{\frac{N_{l.\,d} e_{0\,l.\,d}}{m'_{l.\,d}} + N_{c.\,d} e_{0\,c.\,d}}{N_r}, \tag{9.6a}$$

avec $e_{0\,l.d}$ et $e_{0\,c.d}$ désignant les excentricités des efforts $N_{l.d}$ et $N_{c.d}$ respectivement.

Le coefficient $m_{l.d}$ sera trouvé dans la dernière ligne du tableau 3.2 dans la colonne correspondant au rayon de gyration r_g de la section dans le plan de la flexion.

Le cours de résistance des matériaux fournit une formule pour le coefficient de majoration permettant de calculer la flèche d'une barre élastique à courbure initiale :

$$\eta = \frac{1}{1-\frac{N}{N_{cr}}} = \frac{1}{1-\frac{N}{\pi^2 EF}\left(\frac{l_0}{r_g}\right)^2}, \tag{9.7}$$

dans laquelle $r_g = \sqrt{\frac{J}{F}}$ est le rayon de gyration dans le plan de flexion ;

N_{cr}, l'effort critique d'Euler.

Les Règlements en vigueur préconisent l'emploi pour les éléments en béton armé d'une formule semi-empirique analogue, tenant compte de la valeur de l'excentricité initiale $\frac{e_0}{h}$, du pourcentage des armatures, de la qualité du béton et de ses propriétés plastiques :

$$\eta = \frac{1}{1-\frac{N}{12cR_{fl}F\left(\frac{l_0}{r_g}\right)^2}}, \tag{9.8}$$

avec

$$c = \frac{66\,000}{R+350}\left(\frac{1}{e_0/h+0{,}16}+200\mu+1\right), \tag{9.9}$$

où R est la résistance sur cube du béton en kg/cm² ;

$\mu = \frac{F_a}{F_b}$.

Si e_0/h a une valeur inférieure à la valeur minimale paraissant au tableau 9.1, c'est cette dernière qui sera introduite dans la formule (9.9). Toutefois, si $e_0 \leqslant l_0/600$, l'élément sera considéré comme soumis à une compression simple.

La longueur libre (ou, comme on dit, longueur calculée) l_0 des éléments travaillant en flexion composée s'établit exactement de la même façon que pour des éléments simplement comprimés, eu égard aux liaisons d'extrémité.

Si l'élancement de l'élément dans le plan de la flexion caractérisé par $\lambda = l_0/r_g$ est au-dessous de 35, on néglige complètement la possibilité de flambement.

Par contre, pour des éléments avec $\lambda > 83$ on adoptera une armature double symétrique avec une section (pour chaque face) valant au moins 0,5 % de la section totale du béton.

En déterminant les dimensions minimales des sections transversales on veillera à ce que leurs élancements ne dépassent pas les élancements maximaux indiqués au tableau 3.2.

Tableau 9.1

Valeurs minimales de e_0/h pour le calcul du coefficient c

Qualité du béton	l_0/h					
	15 et au-dessous	20	25	30	35	40
150	0,6	0,45	0,3	0,2	0,15	0,07
200	0,55	0,4	0,3	0,2	0,1	
300	0,5	0,35	0,25	0,15	0,06	
400	0,4	0,3	0,2	0,1		
500	0,35	0,25	0,15	0,05		
600	0,3	0,2	0,1			

La stabilité des éléments dans le plan perpendiculaire au plan de la flexion est vérifiée comme celle d'un élément soumis à l'action d'un effort de compression simple N.

Le calcul des sections inclinées des éléments soumis à une flexion composée se fait de la même manière que pour les éléments soumis à une flexion simple.

9.3. CALCUL DES ÉLÉMENTS À SECTION RECTANGULAIRE

9.3.1. Détermination des sections

Formules de calcul. La détermination des sections des armatures F_a et F'_a s'effectuera toujours ayant choisi au préalable les dimensions b et h de la section et connaissant la valeur de N, son excentricité e_0 et les nuances des aciers qui seront utilisés.

Quand la hauteur de la zone comprimée d'une section rectangulaire $x \leqslant \alpha_{max} h_0$, on a affaire aux sections armées normalement; par contre, si $x > \alpha_{max} h_0$, la section est armée surabondamment. Les valeurs de α_{max} seront prises au tableau 5.2.

La distinction entre les deux cas de flexion composée (à grande ou à faible excentricité) devient immédiate: quand $e_0 = M/N > 0{,}3h_0$, on a affaire au premier des deux cas, et quand $e_0 \leqslant 0{,}3h_0$, au second.

Cas des grandes excentricités (1er cas) : $e_0 > 0{,}3h_0$ ou bien $x \leqslant \alpha_{max} h_0$. La section des armatures longitudinales pour la sec-

tion donnée (fig. 9.6,*a*) sera déterminée à l'aide des formules générales développées au chapitre 2.

Pour trouver la section requise des barres comprimées F'_a on remplacera dans (2.105) S_b par sa valeur :

$$S_b = bx\left(h_0 - \frac{x}{2}\right) = bh_0^2\alpha\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) = A_0 bh_0^2.$$

On trouvera ainsi :

$$F'_a = \frac{Ne - A_0 R_{fl} bh_0^2}{R_{a.c} z_a}. \tag{9.10}$$

Or, comme la consommation en acier pour les armatures principales ($F_a + F'_a$) deviendra minimale quand l'axe neutre divisera

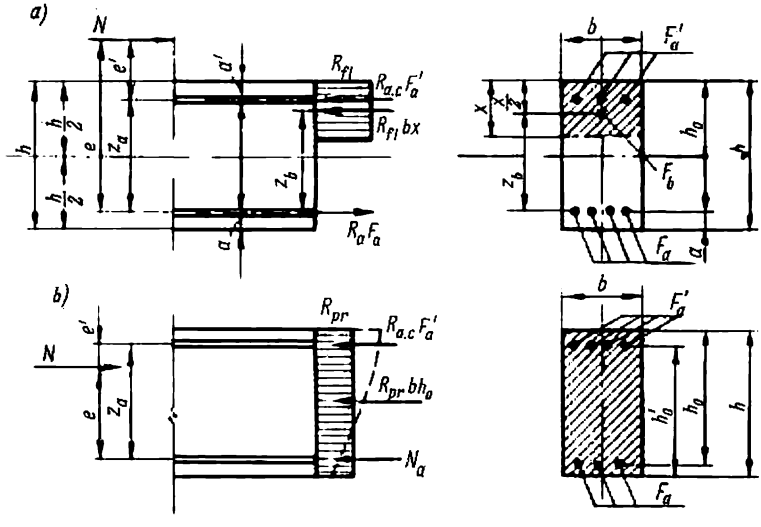


Fig. 9.6

le bras de levier z_a en deux parties égales (v. chapitre 2), c'est-à-dire quand $x = 0{,}55h_0$ et $A_0 = 0{,}4$ (tout au moins pour les bétons de qualité ne dépassant pas 400), on a d'après (9.10) :

$$F'_a = \frac{Ne - 0{,}4R_{fl}bh_0^2}{R_{a.c} z_a}. \tag{9.11}$$

Si $R_a = R_{a.c}$, la section des armatures tendues se déduira directement de (2.106) :

$$F_a = F'_a + \frac{0{,}55R_{fl}bh_0 - N}{R_a}. \tag{9.12}$$

On se souviendra que c'est le cas pour tous les aciers laminés à chaud des classes A-I, A-II et A-III.

Pour les bétons de qualité supérieure à 400 et pour les aciers de nuances différentes on aura, d'après (2.105) :

$$F'_a = \frac{Ne - A_{0\max} R_{fl} b h_0^2}{R_{a.c} z_a} \tag{9.13}$$

et d'après (2.106) :

$$F_a = \frac{R_{a.c}}{R_a} F'_a + \frac{\alpha_{\max} R_{fl} b h_0 - N}{R_a}. \tag{9.14}$$

La section des armatures distribuées le long de chaque face ne doit jamais tomber en dessous de 0,2 % de la section calculée du béton.

Si l'on trouve que le numérateur des formules (9.11) et (9.13) est égal ou inférieur à zéro, aucune armature comprimée n'est théoriquement requise.

Dans ce cas, c'est-à-dire quand $F'_a = 0$ ou, d'après (2.10), $Ne - A_0 R_{fl} b h_0^2 = 0$ on a

$$A_0 = \frac{Ne}{R_{fl} b h_0^2}, \tag{9.15}$$

et de $\alpha(1 - 0{,}5\alpha) = A_0$ on déduit :

$$\alpha = 1 - \sqrt{1 - 2A_0}. \tag{9.16}$$

On doit veiller en même temps que $x \geqslant 2a'$ ou, ce qui revient au même, que $z_b \leqslant z_a$.

Connaissant α, on trouve immédiatement la section des armatures tendues (2.106) :

$$F_a = \frac{R_{fl} \alpha b h_0 - N}{R_a}. \tag{9.17}$$

Pour des raisons d'ordre constructif, la zone comprimée doit toujours comporter des armatures longitudinales de section F'_a égale au moins à $0{,}002\ bh_0$.

Quand F'_a est connu, on a, d'après (9.10) :

$$A_0 = \frac{Ne - R_{a.c} F'_a z_a}{R_{fl} b h_0^2}, \tag{9.18}$$

et ensuite, ayant trouvé α à l'aide de (9.16), on obtient :

$$F_a = \frac{R_{a.c}}{R_a} F'_a + \frac{R_{fl} \alpha b h_0 - N}{R_a} \tag{9.19}$$

Quand on fait recours aux armatures symétriques, par définition $F'_a = F_a$, $R_{a.c} = R_a$, d'où, d'après (2.106), $R_{fl} F_b - N = 0$. Dès lors :

$$\alpha = \frac{N}{R_{fl} b h_0};$$

et enfin, étant donné que $A_0 = \alpha(1 - 0{,}5\alpha)$, on trouve d'après (9.10) :

$$F_a = F'_a = \frac{N\left(e - h_0 + \frac{N}{2R_{fl}b}\right)}{R_a z_a}. \qquad (9.20)$$

Il ne faut pas oublier qu'avec une armature symétrique on ne peut pas satisfaire à la condition du minimum de $(F_a + F'_a)$ et, par conséquent, une telle armature est moins économique qu'une armature asymétrique. On l'emploie donc pour des sections soumises à des charges alternées ou quand les valeurs calculées de F'_a et de F_a sont très voisines.

Si l'on s'aperçoit que la condition $z_b \leqslant z_a$ ne peut être satisfaite pour la section adoptée, on prendra tout comme pour les pièces travaillant en flexion simple $x = 2a'$. La section des armatures tendues se déduira de

$$N\left(\frac{e}{h_0 - a'} - 1\right) \leqslant R_a F_a. \qquad (9.21)$$

Cas des faibles excentricités (2e cas) : $e_0 \leqslant 0{,}3h_0$ ou $x > \alpha_{max} h_0$ (pour α_{max} v. tableau 5.2).

Les sections des armatures comprimées F'_a pour des sections rectangulaires (fig. 9.6,*b*) se déduiront des formules (9.1) et (9.2). Ainsi, pour $e > \bar{e}$:

$$F'_a = \frac{Ne - 0{,}5\zeta R_{fl} b h_0^2}{R_{a.c} z_a}, \qquad (9.22)$$

et pour $e \leqslant \bar{e}$:

$$F'_a = \frac{Ne - 0{,}5R_{pr} b h_0^2 \left[1 - (1 - 1{,}25\zeta)\frac{e - c}{\bar{e} - c}\right]}{R_{a.c} z_a}. \qquad (9.23)$$

Si la qualité du béton ne dépasse pas 400, les formules (9.1) et (9.2) se ramènent à une seule inégalité :

$$Ne \leqslant R_{pr} S_0 + R_{a.c} F'_a z'_a, \qquad (9.24)$$

d'où après introduction de $S_0 = 0{,}5bh_0^2$ et $R_{pr} = 0{,}8R_{fl}$, on obtient :

$$F'_a = \frac{Ne - 0{,}4R_{fl} b h_0^2}{R_{a.c} z_a}. \qquad (9.25)$$

Particularités du calcul des éléments élancés. Les pièces à section rectangulaire dont le rapport $l_0/h > 10$ doivent être calculées compte tenu du danger de flambement. La formule du coefficient η à introduire dans le cas d'une section rectangulaire prend la forme :

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N}{cR_{fl}F}\left(\frac{l_0}{h}\right)^2}. \qquad (9.8a)$$

Détermination des sections. La marche à suivre généralement adoptée pour la détermination des sections rectangulaires à armatures asymétriques est la suivante.

1. On fait la liste des données de départ, c'est-à-dire F_{fl}, R_a, $R_{a.c}$, $e_0 = \frac{M}{N}$ et l_0/h.

2. On trouve la valeur calculée de l'effort N, compte tenu des charges de longue durée, en utilisant la formule (9.5).

3. On tire de (9.8a) la valeur de η et on détermine $e = \eta e_0 + h/2 - a$. Si $l_0/h < 10$, on adopte $\eta = 1$.

4. On calcule la valeur de F'_a à l'aide de la formule correspondant au cas envisagé. Si $F'_a \leqslant 0$ ou même si $F'_a > 0$ mais n'atteint pas le minimum constructif de 0,2 %, on adoptera $F'_a = 0{,}002\, bh_0$.

5. On détermine F_a. Si $e_0 > 0{,}3h_0$ et la section F'_a a été trouvée supérieure au minimum constructif, on calcule F_a à l'aide de (9.12) et (9.14). Si $e_0 > 0{,}3h_0$, mais la valeur de F'_a a été adoptée en se basant sur des considérations d'ordre constructif ou si cette valeur constitue l'une des données du problème, on se servira de la formule (9.19). Enfin, si $0{,}3h_0 \geqslant e_0 > 0{,}15h_0$ et μ' % $\leqslant 2$ %, on adoptera F_a également en partant des considérations constructives, ne descendant jamais en dessus de μ_{min} % = 0,2 %.

6. On vérifie la valeur du pourcentage sommaire des armatures

$$\mu_s\,\% = \frac{F_a + F'_a}{bh_0}\,100.$$

Si l'on trouve que 0,4 % $\leqslant \mu_s$ % $\leqslant 3$ %, les résultats des calculs pourront être retenus. Quand les calculs indiquent que μ_s % $< 0{,}4$ %, les dimensions de la section peuvent être réduites à moins qu'elles ne soient imposées par d'autres considérations. Par contre, si μ_s % > 3 %, il faudra augmenter la section ou adopter un béton de qualité supérieure.

7. On vérifie la stabilité de l'élément dans un plan normal à celui de l'action du moment, l'élément sera considéré soumis à une compression simple et les coefficients φ et $m_{l.d}$ seront choisis au tableau 3.2 en fonction du rapport l_0/b.

Emploi des abaques. Les abaques facilitant la détermination des sections des armatures asymétriques (fig. 9.7) et symétriques (fig. 9.8) pour les éléments à section rectangulaire ont été proposés par V. Baïkov. Ces abaques se rapportent au cas quand $R_a = R_{a.c} = 2\,400$ kg/cm², $R_{fl} = 100$ kg/cm² et $a = a' = 0{,}08h_0$.

Pour d'autres valeurs de R_a, les pourcentages des armatures μ % et μ' % seront multipliés par 1,15 pour $R_a = 2\,100$ kg/cm²; par 0,89 pour $R_a = 2\,700$ kg/cm² et par 0,71 pour $R_a = 3\,400$ kg/cm². L'emploi de ces abaques est illustré ci-dessous.

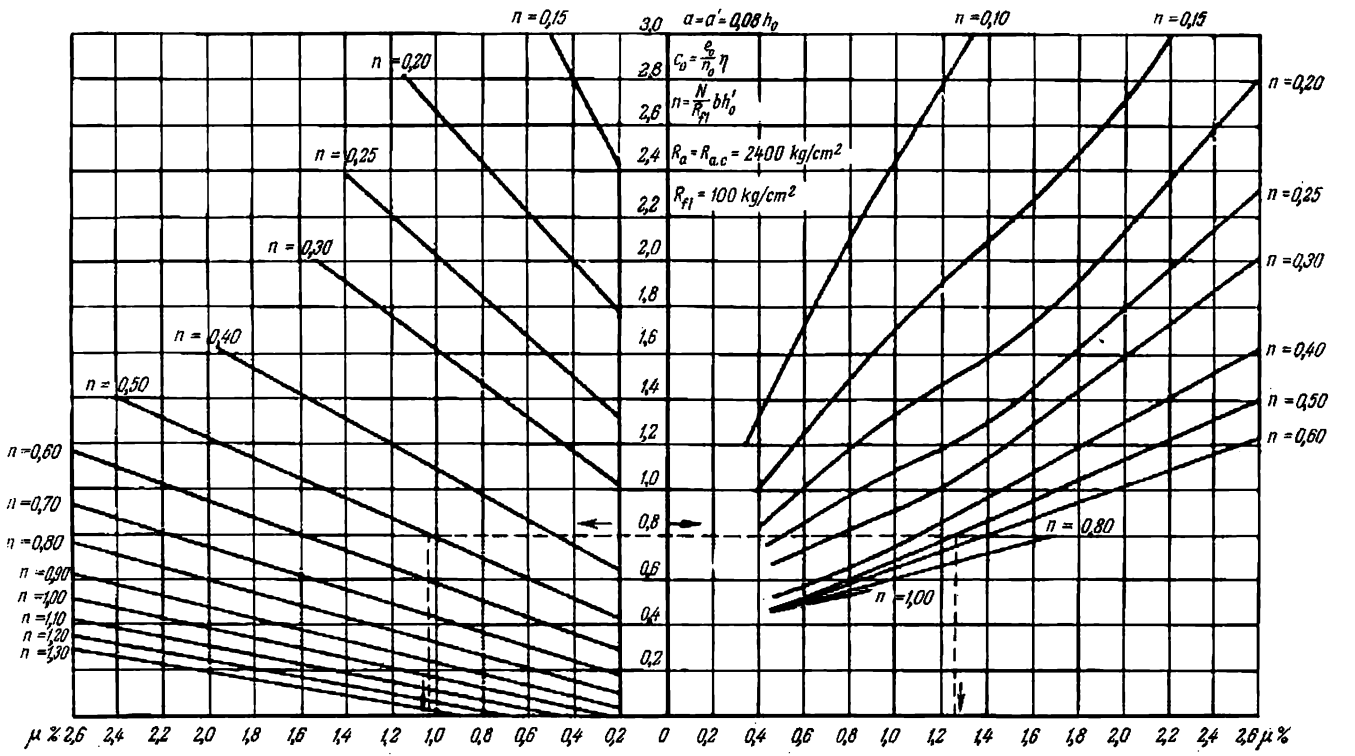


Fig. 9.7. Abaque pour détermination des sections des armatures asymétriques des éléments travaillant en flexion composée

Exemple 9.1. Données du problème : effort dû à une charge de longue durée $N_{l.\,d} = 40$ t ; celui dû à une charge de courte durée $N_{c.\,d} = 20$ t ; moment fléchissant calculé $M = 16{,}2$ t·m, celui de longue durée $M_{l.\,d} = 10$ t·m ; dimensions de la section $b = 30$ cm, $h = 45$ cm ; longueur libre $l_0 = 6{,}3$ m ; qualité du béton 200 ; aciers de la classe A-II. On demande de déterminer F_a et F'_a.

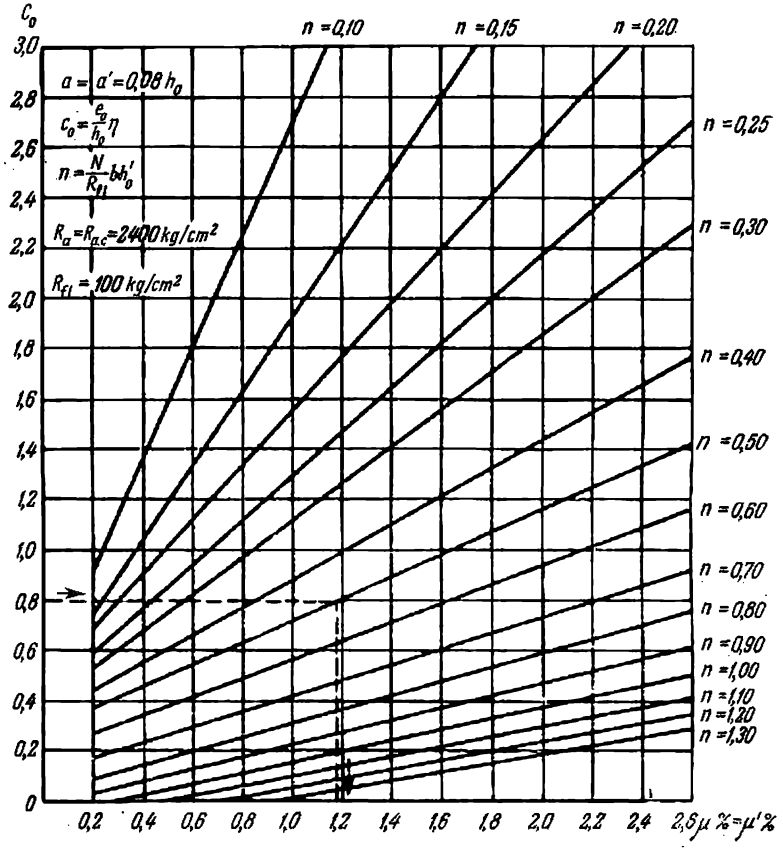


Fig. 9.8. Abaque pour détermination des sections des armatures symétriques des éléments travaillant en flexion composée

Solution. On procédera dans l'ordre indiqué ci-dessus.

1. $R_{fl} = 100$ kg/cm² ; $R_a = R_{a.\,c} = 2\,700$ kg/cm² ;

$$e_{0\,l.\,d} = \frac{10}{40} = 0{,}25 \text{ m} ; \quad e_{0\,c.\,d} = \frac{6{,}2}{20} = 0{,}31 \text{ m} ;$$

$$l_0/h = \frac{630}{45} = 14 > 10.$$

2. Ayant trouvé $m_{1.\,d} = 0{,}93$ au tableau 3.2, on calcule d'après (9.6)

$$m'_{1.\,d} = 0{,}96,$$

et d'après (9.5) et (9.6a) :

$$N_r = \frac{40}{0{,}96} + 20 = 61{,}6 \text{ t} ;$$

$$e_{0\,r} = \frac{\dfrac{40 \cdot 0{,}25}{0{,}96} + 20 \cdot 0{,}31}{61{,}6} = 0{,}27 \text{ m} = 27 \text{ cm}.$$

3. Pour $e_{0\,r}/h = \dfrac{27}{45} = 0{,}6 > 0{,}55$ (0,55 étant la valeur la plus basse de e_0/h selon les données du tableau 9.1), en adoptant en première approximation $\mu\,\% = 1{,}5\,\%$, on obtient à l'aide de (9.9) :

$$c = \frac{66\,000}{200 + 350}\left(\frac{1}{0{,}6 + 0{,}16} + 3 + 1\right) = 472,$$

d'où, d'après (9.8a) :

$$\eta = \frac{1}{1 - \dfrac{61\,600 \cdot 14^2}{472 \cdot 100 \cdot 30 \cdot 45}} = 1{,}24 ;$$

$$e = \eta e_0 + 0{,}5h - a = 1{,}24 \cdot 27 + \frac{45}{2} - 3{,}5 = 52{,}5 \text{ cm} ;$$

$$e' = 1{,}24 \cdot 27 - \frac{45}{2} + 3{,}5 = 14{,}5 \text{ cm}.$$

4. Puisque $e_0/h = 0{,}6 > 0{,}5$, on a affaire au cas des grandes excentricités (1er cas) et, par conséquent, ayant trouvé $z_a = 45 - 2 \cdot 3{,}5 = 38$ cm, on calcule à l'aide de la formule (9.11) :

$$F'_a = \frac{61\,600 \cdot 52{,}5 - 0{,}4 \cdot 100 \cdot 30 \cdot 41{,}5^2}{2\,700 \cdot 38} = 11{,}1 \text{ cm}^2.$$

On adopte 2 ⌀ 22 + 2 ⌀ 16 en acier A-II ($F'_a = 11{,}62$ cm²).

Dès lors :

$$F_a = 11{,}1 + \frac{0{,}55 \cdot 100 \cdot 30 \cdot 41{,}5 - 61\,600}{2\,700} = 11{,}1 + 2{,}6 = 13{,}7 \text{ cm}^2$$

On adopte 2 ⌀ 25 + 2 ⌀ 16 en acier A-II ($F_a = 13{,}84$ cm²).
Le pourcentage sommaire des armatures:

$$\mu_s\,\% = \frac{11{,}62 + 13{,}84}{30 \cdot 41} 100 = 2{,}03\,\% < 3\,\%,$$

donc, la section sera retenue.

Si l'on désirait recourir aux abaques on calculerait :

$$c_0 = \frac{e_0}{h_0}\eta = \frac{27}{41{,}5} 1{,}24 = 0{,}8 ;$$

$$n = \frac{N}{R_{fl} b h_0} = \frac{61\,600}{100 \cdot 30 \cdot 41{,}5} = 0{,}5.$$

Sur l'abaque de la fig. 9.7 on trouverait alors $\mu'\% = 1{,}04\ \%$ et $\mu\ \% = 1{,}26\ \%$. Puisque $R_a = 2\,700$ kg/cm², on doit multiplier les pourcentages d'armatures trouvés par 0,89, donc, les sections des armatures requises deviennent :

$$F'_a = \frac{1{,}04 \cdot 0{,}89}{100}\ 30 \cdot 41{,}5 = 11{,}6\ \text{cm}^2 ;$$

$$F_a = \frac{1{,}26 \cdot 0{,}89}{100}\ 30 \cdot 41{,}5 = 13{,}9\ \text{cm}^2.$$

On s'aperçoit que la concordance entre les valeurs calculées et celles trouvées à l'aide des abaques est suffisamment bonne.

9.3.2. Vérification des sections

Lorsqu'on procède à la vérification des sections on doit d'abord calculer la valeur de l'effort excentré N_{sec} auquel la section donnée résistera, compte tenu de l'élancement de l'élément, ayant adopté le taux de travail du béton et des armatures égal à la résistance calculée, puis s'assurer que cet effort n'est pas inférieur à l'effort calculé appliqué N, majoré, s'il y a lieu pour tenir compte des charges de longue durée, c'est-à-dire que $N \leqslant N_{sec}$.

Pour trouver l'effort résistant N_{sec} on doit déterminer en tout premier lieu la position de l'axe neutre que l'on déduira de l'équilibre des moments des efforts intérieurs rapportés au point d'application de l'effort N. A cette fin on se servira de la formule (2.119) qui, pour une section rectangulaire, devient :

$$S_{bN} = bx\,(e - h_0 + 0{,}5x) ;$$

dès lors :

$$R_{fl}bx\,(e - h_0 + 0{,}5x) \pm R_{a.\,c}F'_a e' - R_a F_a e = 0. \qquad (9.26)$$

En résolvant l'équation (9.26) par rapport à x, on trouve :

$$x = (h_0 - e) + \sqrt{(h_0 - e)^2 + \frac{2(R_a F_a e \pm R_{a.\,c}F'_a e')}{bR_{fl}}}. \qquad (9.27)$$

Le dernier terme de cette expression sera affecté du signe *moins* quand $e > h_0 - a'$ et du signe *plus* quand $e < h_0 - a'$.

Quand $x \leqslant \alpha_{max} h_0$, on a affaire au cas des grandes excentricités (1er cas), et l'effort N_{sec} se déduira de (2.104) qui, dans le cas d'une section rectangulaire, donne :

$$N_{sec} = R_{fl}bx + R_{a.\,c}F'_a - R_a F_a. \qquad (9.28)$$

Dans le cas particulier quand $x < 2a'$ l'effort N_{sec} sera donné par la formule :

$$N_{sec} = \frac{R_a F_a}{\frac{e}{h_0 - a'} - 1}. \qquad (9.29)$$

Par contre, si $x > \alpha_{max} h_0$, on est en présence du cas des faibles excentricités (2e cas), et la valeur de N_{sec} sera déduite de (9.22) quand $e > \bar{e}$:

$$N_{sec} = \frac{0{,}5\zeta R_{fl} b h_0^2 + R_{a.c} F'_a z_a}{e}, \tag{9.30}$$

et de (9.23) quand $e \leqslant \bar{e}$:

$$N_{sec} = \frac{0{,}5 R_{pr} b h_0^2 \left[1 - (1 - 1{,}25\zeta)\frac{e-c}{\bar{e}-c}\right] + R_{a.c} F'_a z_a}{e}. \tag{9.31}$$

Quand la qualité du béton n'excédera pas 400, ces formules se simplifient pour devenir :

$$N_{sec} = \frac{0{,}4 R_{fl} b h_0^2 + R_{a.c} F'_a z_a}{e}. \tag{9.32}$$

Exemple 9.2. On demande de vérifier la section obtenue dans l'exemple 9.1, c'est-à-dire avec $F'_a = 11{,}62$ cm² et $F_a = 13{,}84$ cm².

Solution. Pour $\mu\ \% = 1{,}1\ \%$ on obtient à l'aide de (9.9) :

$$c = \frac{66\,000}{200 + 350}\left(\frac{1}{0{,}6 + 0{,}16} + 2{,}2 + 1\right) = 495,$$

d'où, d'après (9.8a) :

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{61\,600 \cdot 14^2}{495 \cdot 100 \cdot 30 \cdot 45}} = 1{,}22 ;$$

$$e = 1{,}22 \cdot 27 + \frac{45}{2} - 3{,}5 = 51{,}8 \text{ cm} ;$$

$$e' = 1{,}22 \cdot 27 - \frac{45}{2} + 3{,}5 = 13{,}8 \text{ cm}.$$

La hauteur de la zone comprimée sera donnée par (9.27) :

$$x = (41{,}5 - 51{,}8) + \sqrt{(41{,}5 - 51{,}8)^2 + \frac{2 \cdot 2\,700\,(13{,}7 \cdot 51{,}8 - 11{,}62 \cdot 13{,}8)}{30 \cdot 100}} =$$

$$= -10 + 33 = 23 \text{ cm} \approx \alpha_{max} h_0 = 0{,}55 \cdot 41{,}5 = 22{,}8 \text{ cm}.$$

Donc, le cas envisagé se trouve à la limite entre les cas des grandes et des faibles excentricités.

Pour le 1er cas la formule (9.28) donne :

$$N_{sec} = 100 \cdot 30 \cdot 23 + 2\,700\,(11{,}62 - 13{,}7) = 69\,000 - 5\,700 = 63\,300 \text{ kg}.$$

Et pour le 2e cas on obtient, d'après (9.32) :

$$N_{sec} = \frac{0{,}4 \cdot 100 \cdot 30 \cdot 41{,}5^2 + 2\,700 \cdot 11{,}62 \cdot 38}{51{,}8} = 63\,300 \text{ kg}$$

On voit que

$$N = 61\,600 \text{ kg} < N_{sec} = 63\,300 \text{ kg}.$$

Donc, la résistance de la section est suffisante

9.4. CALCUL DES SECTIONS EN T ET EN DOUBLE T

On rencontre les sections en T et en double T assez fréquemment dans les éléments d'arcs, les poteaux, etc. Pour les sections en T la table se trouve généralement du côté des compressions les plus fortes (fig. 9.9,*a*).

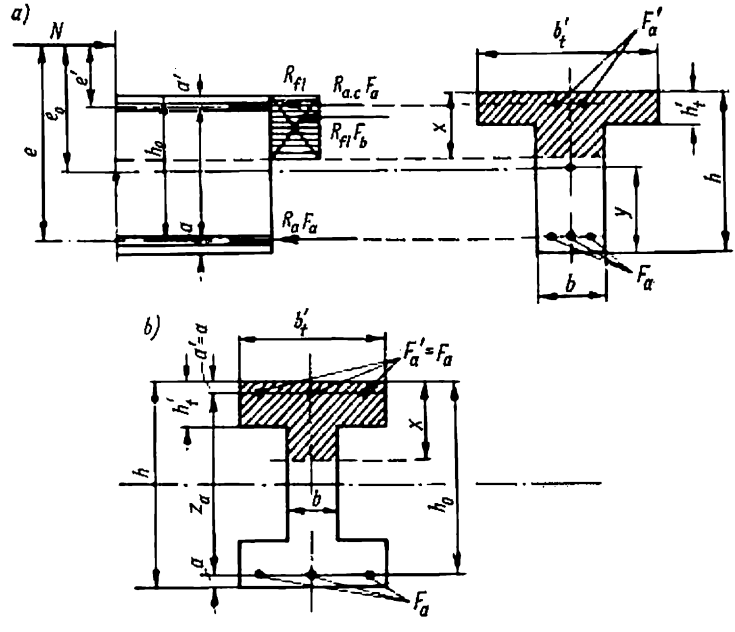


Fig. 9.9

On distinguera, comme d'habitude, le cas des grandes excentricités (1er cas) et le cas des faibles excentricités (2e cas) caractérisés par $S_b \leqslant \zeta S_0$ et $S_b > \zeta S_0$ respectivement.

L'axe neutre peut être situé soit dans l'épaisseur de la table et alors on considérera la section comme rectangulaire de largeur b_t, soit dans la nervure et alors on prendra pour les calculs la largeur effective de la table comprimée qui tiendra compte des compressions dans la nervure et aura les mêmes dimensions que dans le cas d'une flexion simple.

Le calcul des membrures en double T se ramène à celui d'une membrure en T ordinaire (fig. 9.9,*b*).

La détermination des sections ainsi que leur vérification s'effectueront d'après les formules générales développées pour sections symétriques quelconques.

Le calcul des sections en T commencera par la détermination de la position de la fibre neutre. A cette fin dans la partie droite de l'équation générale (2.103) on introduira une valeur de S_b correspondant à une table comprimée sur toute la hauteur. Dès lors:

$$Ne \leqslant R_{fl} h'_t [0{,}8 (b'_t - b) + b] (h_0 - 0{,}5 h'_t) + R_{a.c} F'_a z_a. \quad (9.33)$$

La largeur de la table comprimée de part et d'autre de la nervure est introduite dans l'inégalité (9.33) avec un coefficient 0,8, car eu égard à l'admission relative à S_b, la résistance calculée du béton de la table comprimée doit être prise égale à $R_{pr} = 0{,}8 R_{fl}$. En outre, on prendra $F'_a = 0{,}002 b h_0$. S'il s'agissait de la vérification de la section on y introduirait la valeur effective de F'_a.

Si la condition (9.33) se trouve satisfaite, ceci indique que $x \leqslant h_t$ et, par conséquent, l'axe neutre se trouve dans la table. La section sera donc traitée comme une section rectangulaire de largeur b_t.

Par contre, quand la condition (9.33) n'est pas satisfaite, $x > h_t$ et l'axe neutre passe dans la nervure; c'est une section en T qui sera effectivement envisagée.

En choisissant les sections d'après le 1er cas, lorsque l'axe neutre traverse l'âme, se basant sur la dépense minimale des armatures $(F_a + F'_a)$, l'on prend $S_b = \zeta S_0$ dans la formule (2.105) et une valeur F_b à introduire dans la formule (2.106) qui correspond à la valeur de S_b adoptée.

Dans le cas des faibles excentricités (2e cas) quand $e < \bar{e}$, on est autorisé de prendre en compte la table située du côté de la fibre tendue (ou la moins comprimée); la largeur de cette table sera limitée par la condition $S_0 \leqslant 0{,}55 b h_0^2$.

La valeur de e à introduire dans les calculs sera adoptée égale à

$$e = \eta e_0 + y - a, \quad (9.34)$$

où y représente la distance du centre de gravité de la section entière à la fibre tendue (ou la moins comprimée).

Pour les calculs pratiques on peut prendre $y = \theta h$, en choisissant le coefficient θ au tableau 9.2 en fonction de la géométrie de la section. Le rayon de gyration dans le plan de la flexion nécessaire, si l'on tient compte du flambage, sera pris égal à $r_g = \nu h$, le coefficient ν pour les sections en T étant choisi au tableau 9.2 et pour les sections en double T, au tableau 9.3.

Dans certains cas les sections des poteaux en double T peuvent être déterminées à l'aide de l'abaque donné fig. 9.10, qui a été construit en fonction de N et M pour les résistances calculées du béton $R_{fl} = 100$ kg/cm^2 et celles des armatures $R_a = 2\,400$ kg/cm^2.

Tableau 9.2

Valeurs des coefficients ν et θ pour sections en T

$\frac{h'_t}{h}$	Désignation du coefficient	Valeur du rapport b_t/b				
		2	3	5	10	15
0,1	ν	0,3	0,33	0,32	0,31	0,29
	θ	0,54	0,58	0,63	0,71	0,76
0,2	ν	0,3	0,31	0,29	0,26	0,23
	θ	0,57	0,61	0,68	0,76	0,79
0,3	ν	0,3	0,3	0,27	0,23	0,2
	θ	0,58	0,63	0,69	0,76	0,78
0,4	ν	0,29	0,28	0,25	0,21	0,19
	θ	0,58	0,63	0,68	0,74	0,76
0,5	ν	0,27	0,26	0,23	0,2	0,19
	θ	0,58	0,62	0,67	0,7	0,72

Tableau 9.3

Valeurs du coefficient ν pour sections symétriques en double T

$\frac{h_t}{h}$	Valeur du rapport b_t/b				
	2	3	5	10	15
0,1	0,32	0,34	0,37	0,4	0,42
0,15	0,33	0,35	0,36	0,39	0,41
0,2	0,33	0,35	0,36	0,38	0,39
0,25	0,32	0,34	0,35	0,37	0,37
0,3	0,32	0,33	0,34	0,35	0,35
0,35	0,31	0,32	0,33	0,33	0,34

Pour d'autres nuances d'acier et qualités du béton les pourcentages des armatures $\mu\ \% = 100\ \frac{F_a}{F_b}$ trouvés à l'aide de cet abaque doivent être corrigés tout comme ceux obtenus à l'aide de l'abaque de la fig. 9.7.

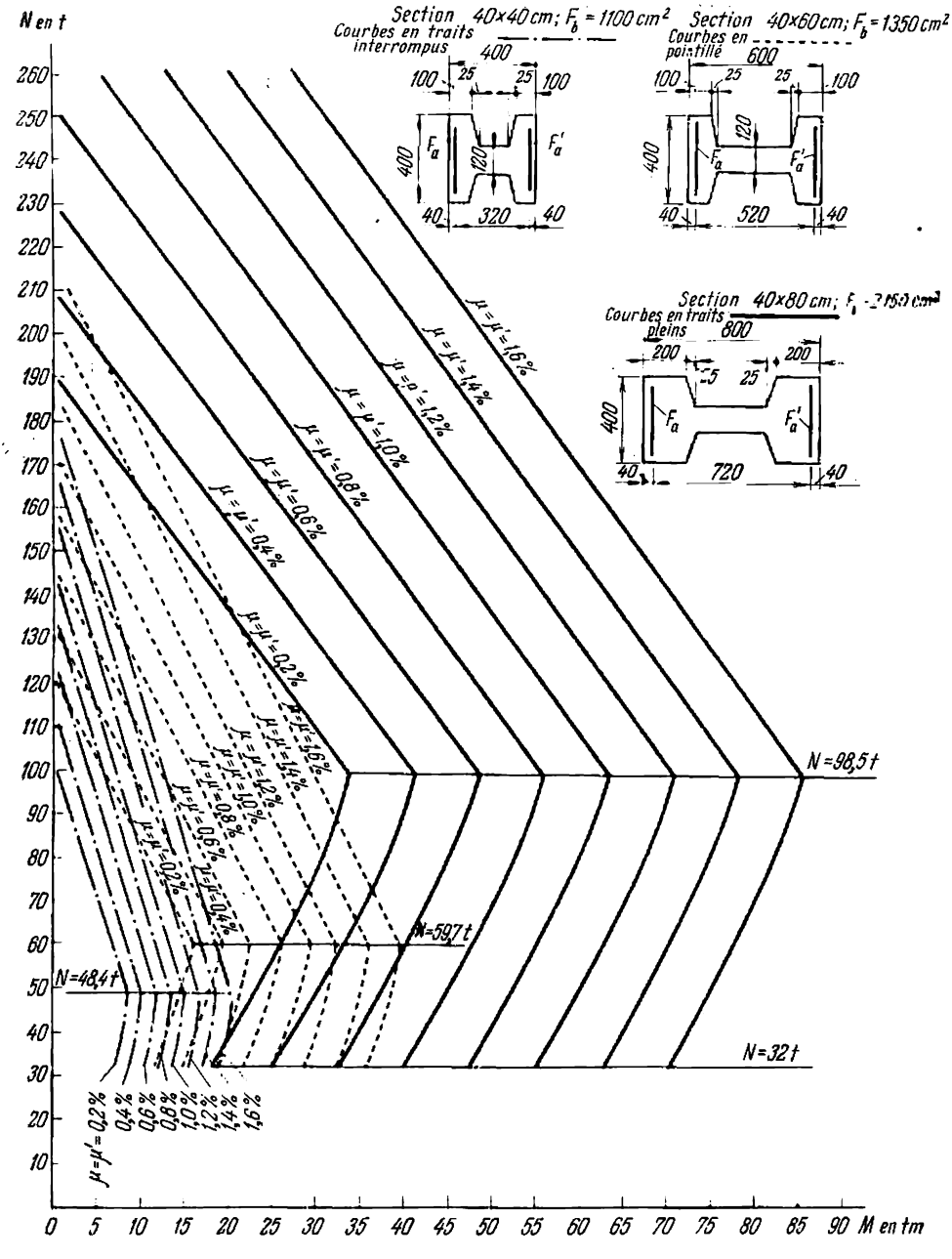


Fig. 9.10. Abaque pour détermination des sections en double T des éléments travaillant en flexion composée

9.5. CALCUL DES ÉLÉMENTS À SECTION ANNULAIRE

Les sections annulaires travaillant en flexion composée sont caractéristiques pour certains types de poteaux, pour les mâts des réseaux électriques et pour les cheminées. En règle générale, leurs armatures principales sont constituées de barres longitudinales distribuées uniformément sur tout le pourtour (v. fig. 5.16,*c*).

Les formules utilisées pour le calcul des sections envisagées sont déduites des mêmes considérations qui ont servi à l'établissement des formules générales relatives aux sections symétriques quelconques, avec introduction de quelques coefficients empiriques. Pour simplifier les calculs, on admet que la zone comprimée est délimitée par deux rayons formant un angle égal à 2φ.

Comme toujours on distingue deux cas, celui des grandes excentricités (1er cas) et celui des faibles excentricités (2e cas).

1er cas: $\alpha_{an} \leqslant \frac{\zeta}{1,6}$:

$$\text{On prendra } \alpha_{an} = \frac{R_a F_a + N}{[R_{fl} F + (R_a + R_{a.c}) F_a} \tag{9.35}$$

et

$$N e_0 \leqslant \frac{1}{\pi} \left[R_{fl} F \frac{r_1 + r_2}{2} + (R_a + R_{a.c}) F_a r_a \right] \sin \pi \alpha_{an}. \tag{9.36}$$

2e cas : $\alpha_{an} > \frac{\zeta}{1,6}$.

$$N (e_0 + r_a) \leqslant r_a (R_{pr} F + k_a R_{a.c} F_a), \tag{9.37}$$

où

$$r_a = r_2 - a ;$$

$$k_a = 1 - \frac{e_0}{3 r_a} \quad \text{si} \quad e_0 < r_a$$

et

$$k_a = \frac{2}{3} \quad \text{si} \quad e_0 \geqslant r_a.$$

Les notations employées dans les formules (9.35) et (9.36) désignent :

e_0, l'excentricité de l'effort normal N par rapport au centre de gravité géométrique de la section annulaire ;

F, la section transversale du béton ;

F_a, la section totale des armatures longitudinales, distribuées uniformément sur tout le pourtour ;

ζ, le coefficient dont la valeur est donnée au tableau 5.1.

Toutes les autres désignations sont indiquées fig. 5.16,*c*.

Pour des élancements caractérisés par $l_0/D \geqslant 8$, l'excentricité e_0 doit être multipliée par le coefficient de majoration η.

9.6. CALCUL DES ÉLÉMENTS SOUMIS À UNE FLEXION COMPOSÉE DÉVIÉE

On a affaire à la flexion composée déviée quand un élément est soumis à l'action simultanée d'un effort normal et d'un moment fléchissant dont le plan d'action ne coïncide pas avec le plan de symétrie de la section. Parmi les éléments soumis aux sollicitations de ce type on rencontre le plus souvent des éléments à sections possédant deux axes de symétrie orthogonaux (sections rectangulaires, en double T, etc.). On décompose alors le moment en moments M_x et M_y agissant dans les plans de ces axes (fig. 9.11) et on envisage de nouveau deux cas possibles.

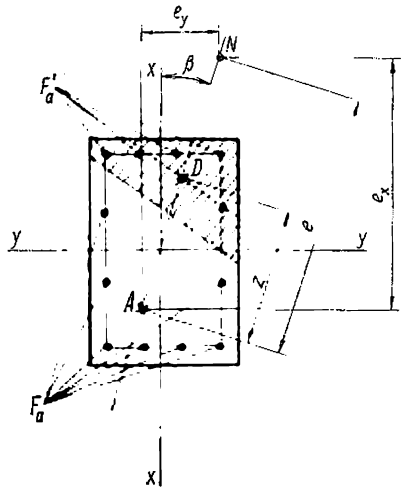


Fig. 9.11

1er cas: $S_b \leqslant \zeta S_0$. Dans le cas des grandes excentricités, ne soit que dans une seule direction, on effectue tous les calculs en se basant sur les formules générales (2.103) ou (2.104). La position de la fibre neutre se déduit de la solution simultanée de l'équation (2.119) et de l'équation

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{e_y}{e_x}, \tag{9.38}$$

où β est l'angle formé par l'axe x et le plan d'action du couple résultant intérieur;

e_x et e_y, les projections sur les axes x et y respectivement de la distance e du point d'application de l'effort N au centre de gravité de la section.

Sur la fig. 9.11 nous avons marqué les points d'application de l'effort longitudinal de compression (point N), de la résultante des contraintes de compression dans le béton et les barres comprimées (point D) et de la résultante des efforts de traction dans les barres tendues (point A).

Dans le cas envisagé la condition $z_b \leqslant z_a$ est satisfaite.

2e cas. Les excentricités sont faibles dans les deux directions principales. Le calcul s'effectue à l'aide de la formule :

$$N \leqslant \frac{1}{\frac{1}{N_x}+\frac{1}{N_y}-\frac{1}{N_c}}, \qquad (9.39)$$

où N est la somme de tous les efforts normaux calculés ;

N_c, l'effort normal calculé pouvant être repris par l'élément lors d'une compression simple ;

N_x, l'effort normal calculé pouvant être repris par la section pour une excentricité e_x ;

N_y, l'effort normal calculé pour une excentricité e_y.

L'effort N_c se calcule compte tenu de toutes les barres longitudinales et en négligeant le flambage.

Les efforts N_x et N_y sont calculés également en tenant compte des armatures placées sur toutes les quatre faces de l'élément, mais cette fois-ci avec introduction du coefficient η donné par (9.8a), calculé à partir de la valeur totale de N.

Dans les ouvrages spéciaux on peut trouver des formules développées, facilitant le calcul des pièces soumises à une flexion composée déviée.

9.7. CALCUL DES ÉLÉMENTS À ARMATURES RIGIDES

Les expériences démontrent que le travail simultané du béton et des armatures rigides reste assuré même pour des pourcentages d'armatures allant jusqu'à 15 %, à condition d'employer du béton de qualité 200 ou au-dessus et de pourvoir l'élément d'armatures transversales (cadres, étriers) appropriées.

La section du béton comprimé se calcule déduction faite de la section des profilés qui se trouvent dans cette zone, ce qui revient à une diminution du taux de travail de l'acier à $R_{a.p} - R_{fl}$.

Quand deux profilés sont installés l'un dans la zone comprimée et l'autre dans la zone tendue (ou dans la zone moins comprimée), le calcul reste absolument identique à celui d'un élément à armatures simples (fig. 9.12). La hauteur utile h_0 de la section est prise égale à la distance de la fibre la plus comprimée au centre de gravité de toutes les armatures (rigides et souples) situées près de la face opposée. Le calcul des éléments dont les armatures rigides sont constituées par des profilés à l'âme parallèle au plan de la flexion (fig. 9.13) dépend de l'importance de l'excentricité.

1er cas (grandes excentricités). De la condition générale (2.104) on déduit pour $F_b = bx$ et $R_{a.c} = R_a$:

$$N \leqslant R_{fl} bx - 2(R_{a.p} - R_{fl})(0{,}5h - x)\delta + (R_a - R_{fl})(F'_a - F_a), \qquad (9.40)$$

δ désignant l'épaisseur de l'âme du profilé, toutes les autres désignations étant indiquées fig. 9.13.

Cette condition implique que même tout près de l'axe neutre l'âme des profilés est contrainte jusqu'à son taux de travail maximal $R_{a.p} - R_{fl}$, ce qui n'est évidemment qu'une approximation. Quant aux planches, des efforts qui s'y développent sont égaux et de signes opposés et, par conséquent, ils disparaissent de la formule (9.40).

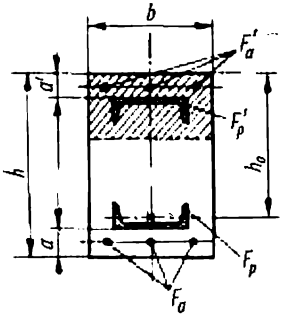


Fig. 9.12.

La position de la fibre neutre se déduit de l'équilibre des moments des efforts intérieurs rapportés au point d'application de l'effort N:

$$R_{fl}bx\,(e_0 - 0{,}5h + 0{,}5x) - R_{a.p}\left[T + 2\delta \times \right.$$
$$\left. \times (0{,}5h - x)\left(e_0 - \frac{0{,}5h - x}{2}\right)\right] +$$
$$+ R_a\,(F'_a e' - F_a e) = 0. \qquad (9.41)$$

2e cas: (faibles excentricités). L'application au cas envisagé des conditions générales (2.121) et (2.122) fournit pour les bétons

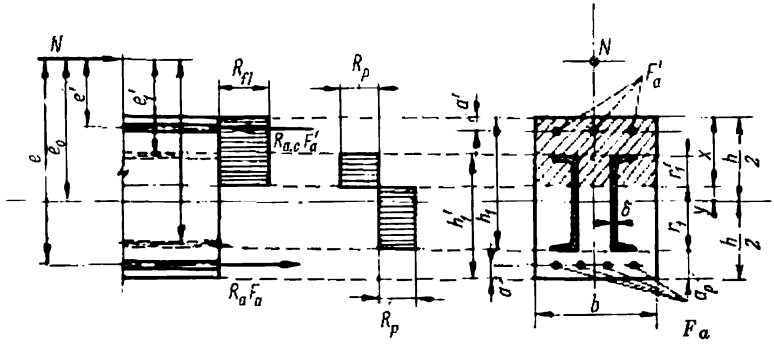


Fig. 9.13

dont la qualité ne dépasse pas 400:

$$Ne_1 \leqslant 0{,}4R_{fl}bh_1^2 + (R_{a.p} - R_{fl})\,F_{a.p}\,r_1 + (R_a - R_{fl})\,F'_a\,(h_1 - a') \qquad (9.42)$$

ou

$$Ne'_1 \leqslant 0{,}4R_{fl}b\,(h'_1)^2 + (R_{a.p} - R_{fl})\,F_{a.p}\,r'_1 + (R_a - R_{fl})\,F_a\,(h'_1 - a), \qquad (9.43)$$

h_1 représentant la distance de la fibre la plus comprimée au centre de gravité de la planche la plus éloignée.

La formule (9.43) s'applique quand l'effort N agit dans les limites des profilés et toute la section est comprimée.

Pour des bétons de qualité supérieure à 400, on fait recours aux formules (9.1) et (9.2).

On départagera les cas des grandes et des faibles excentricités en comparant les moments des efforts intérieurs calculés, exprimés par les formules respectives. Ainsi, pour les bétons de qualité non supérieure à 400, on trouve que si la relation

$$\frac{\alpha(1-0,5\alpha)-0,4}{(1-\alpha)^2} \leqslant \frac{R_{a.p}-R_{fl}}{R_{fl}} \cdot \frac{\delta}{b} \qquad (9.44)$$

est satisfaite, on a affaire au 1er cas, et si cette condition n'est pas satisfaite, on est en présence du 2e cas.

On tiendra compte de l'élancement des éléments à armatures rigides travaillant en flexion composée ayant recours aux formules (9.8) et (9.9) et en y posant $F = bh_1$.

9.8. DÉFORMATIONS ET FISSURATION DES ÉLÉMENTS SOUMIS À UNE FLEXION COMPOSÉE

Les déformations des éléments dont les sections sont partiellement comprimées et partiellement tendues (1er cas) se déterminent comme celles des éléments simplement fléchis.

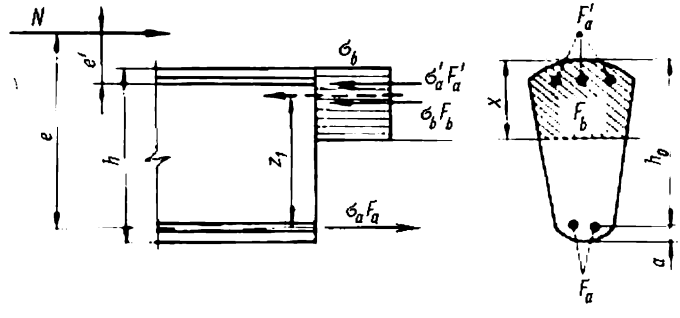


Fig. 9.14

Examinons, en effet, une section transversale d'un élément travaillant en flexion composée après apparition des fissures (stade II). On admet que cette section est symétrique par rapport au plan de la flexion et que l'épure des contraintes dans la zone comprimée est rectangulaire (fig. 9.14).

La condition d'équilibre des forces appliquées et des efforts intérieurs pour une section fissurée sera :

$$N + \sigma_a F_a = \sigma'_a F'_a + \sigma_b F_b. \qquad (9.45)$$

Introduisons dans cette équation les valeurs des contraintes de compression données en fonction des contraintes des armatures tendues par les formules (2.31a) et (2.32b). Après avoir simplifié par σ_a, on obtient :

$$F_f - \psi_a F'_a \frac{x_{moy} - a'}{h_0 - x_{moy}} - F_b \frac{\psi_a \nu x_{moy}}{n\psi_b (h_0 - x_{moy})} = 0, \tag{9.46}$$

où

$$F_f = F_a + \frac{N}{\sigma_a} \tag{9.47}$$

est appelée *section fictive* des armatures tendues.

La comparaison de l'équation (9.46) avec (7.15) nous montre que le calcul des déformations des pièces soumises à une flexion composée ne diffère de celui relatif aux éléments simplement fléchis que par la substitution dans toutes les formules de F_f à F_a (v. chapitre 7).

Le coefficient ψ_a sera déterminé à partir du moment fléchissant :

$$M = N(e - z_1). \tag{9.48}$$

Afin de trouver les contraintes de traction σ_a dans les armatures tendues, considérons l'équilibre des moments des efforts intérieurs et extérieurs par rapport au point d'application de la résultante des contraintes de compression :

$$N(e - z_1) = \sigma_a F_a z_1, \tag{9.49}$$

d'où

$$\sigma_a = \frac{N(e - z_1)}{F_a z_1} \tag{9.50}$$

En évaluant F_f d'après la formule (9.47), la tension σ_a étant inconnue, on peut déterminer la hauteur de la zone comprimée x par approximations successives. On peut aussi trouver x de l'équation de 3e degré proposée par S. Dmitriev.

Les Règlements en vigueur préconisent le calcul des déformations des pièces soumises à une flexion composée à l'aide de la formule suivante :

$$\frac{1}{\rho_{moy}} = \frac{Ne}{h_0 z_1}\left[\frac{\psi_a}{E_a F_a} + \frac{\psi_b}{\nu E_b b h_0 (\gamma' + \xi)}\right] - \frac{N}{h_0} \cdot \frac{\psi_a}{E_a F_a}, \tag{9.51}$$

obtenue d'une façon tout à fait analogue à celle relative aux éléments simplement fléchis (2.39) par transfert de l'effort normal N au centre de gravité des armatures tendues F_a. Ce transfert doit naturellement s'accompagner de l'introduction d'un moment complémentaire ; on tiendra également compte des déformations des armatures causées par l'effort normal.

La hauteur de la zone comprimée se déterminera alors à l'aide de la formule empirique :

$$\xi = 1{,}8 + \frac{1+5(L+T)}{10\mu n} + \frac{1{,}5+\gamma'}{11{,}5h_0 e - 5}, \tag{9.52}$$

dans laquelle

$$L = \frac{Ne}{R_{fl}^{norm} b h_0^2} \tag{9.53}$$

et

$$T = \gamma' \left(1 - \frac{h'_t}{2h_0}\right). \tag{9.54}$$

Pour trouver le coefficient ψ_a on se servira dans ce cas de la formule également empirique :

$$\psi_a = 1{,}3 - sm - \frac{1-m}{6-4{,}5m}. \tag{9.55}$$

où

$$m = \frac{N_t e_{1t}}{N e_1}, \tag{9.56}$$

e_{1t} et e_1 étant les distances du point d'application de N au centre de gravité de la zone comprimée avant et après la formation des fissures respectivement.

La signification de s est donnée au chapitre 7. Lorsque $m > 1$, on adopte $m = 1$.

Les calculs relatifs à la fissuration des éléments travaillant en flexion composée peuvent s'effectuer comme ceux des éléments simplement fléchis (v. chapitre 8), en calculant σ_a à l'aide de (9.50) et ψ_a à l'aide de (9.55).

CHAPITRE 10 ÉLÉMENTS TRAVAILLANT EN FLEXION-TRACTION

10.1. PARTICULARITÉS CONSTRUCTIVES DES PIÈCES TRAVAILLANT EN FLEXION-TRACTION, LEUR CALCUL

10.1.1. Particularités constructives

Les éléments travaillant simultanément à la flexion et à la traction sont membrures inférieures des poutres en treillis et tirants d'arcs soumis à des charges transversales appliquées en dehors des nœuds, éléments supérieurs des diaphragmes des voûtes, parois des bunkers et des réservoirs et ainsi de suite. Ces éléments sont généralement munis d'armatures doubles.

Quand l'effort normal N est appliqué en dehors de la zone comprise entre les centres de gravité des armatures F_a et F'_a, le ferraillage des pièces travaillant en flexion-traction est tout à fait analogue à celui des pièces travaillant en flexion-compression. Par contre, si l'effort N est appliqué à l'intérieur de la zone indiquée, le type de ferraillage à adopter sera tout à fait semblant à celui des pièces travaillant en traction simple.

10.1.2. Calcul des pièces travaillant en flexion-traction

Selon la valeur de l'excentricité e_0 de l'effort normal N, on distinguera deux cas: celui des grandes excentricités (1er cas) et celui des petites excentricités (2e cas).

1er cas (grandes excentricités). L'effort N étant appliqué en dehors des limites de z_a, l'épure des contraintes changera de signe (fig. 10.1,*a*) et, par conséquent, la section doit satisfaire à la condition $S_b \leqslant \zeta S_0$.

Toutes les formules nécessaires à la détermination et à la vérification des sections symétriques travaillant d'après le 1er cas ont été données au chapitre 2.

2e cas (faibles excentricités). L'effort N est appliqué entre les centres de gravité de deux nappes d'armatures z_a et, par conséquent, l'épure des contraintes ne changera pas de signe (fig. 10.1,*b*).

La résistance de la section sera assurée dans ce cas uniquement par les armatures F_a et F'_a.

Les conditions assurant la résistance adéquate de la section entière seront déduites de l'équilibre des moments par rapport aux centres de gravité des armatures F_a et F'_a :

$$Ne' \leqslant R_a F_a z_a ; \tag{10.1}$$

$$Ne \leqslant R_a F'_a z_a. \tag{10.2}$$

Le choix des sections rectangulaires s'effectuera différemment selon l'importance de l'excentricité.

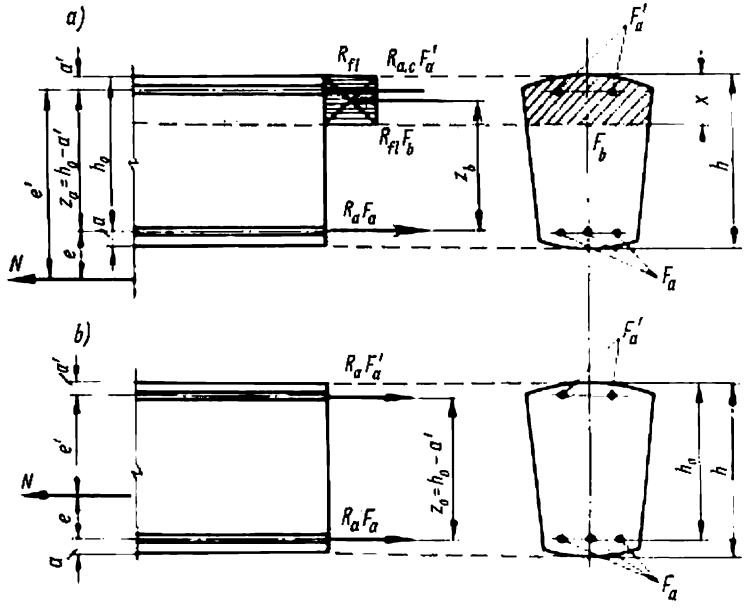


Fig. 10.1

1er cas (grandes excentricités) : $e_0 > 0{,}5h - a$; $x \leqslant \alpha_{max} h_0$. Les sections des armatures (fig. 10.2,*a*) seront déterminées à l'aide des formules (9.11) à (9.14) développées pour le cas correspondant aux éléments travaillant en flexion composée, en y inversant les signes de l'effort normal N et de l'excentricité e, ce qui donne pour les bétons de qualité inférieure à 400, quand $R_{a.c} = R_a$:

$$F'_a = \frac{Ne - 0{,}4R_{fl} b h_0^2}{R_{a.c} z_a} ; \tag{10.3}$$

$$F_a = F'_a + \frac{0{,}55R_{fl} b h_0^2 + N}{R_a} \tag{10.4}$$

Si la qualité du béton dépasse 400, ces mêmes formules deviennent :

$$F'_a = \frac{Ne - A_{0\max} R_{fl} b h_0^2}{R_{a.c} z_a} \tag{10.5}$$

et

$$F_a = \frac{R_{a.c}}{R_a} F'_a + \frac{\alpha_{\max} R_{fl} b h_0^2 + N}{R_a}. \tag{10.6}$$

Si l'on trouve $F'_a < 0$, on la prend égale à $0{,}002 b h_0$ pour des raisons d'ordre constructif.

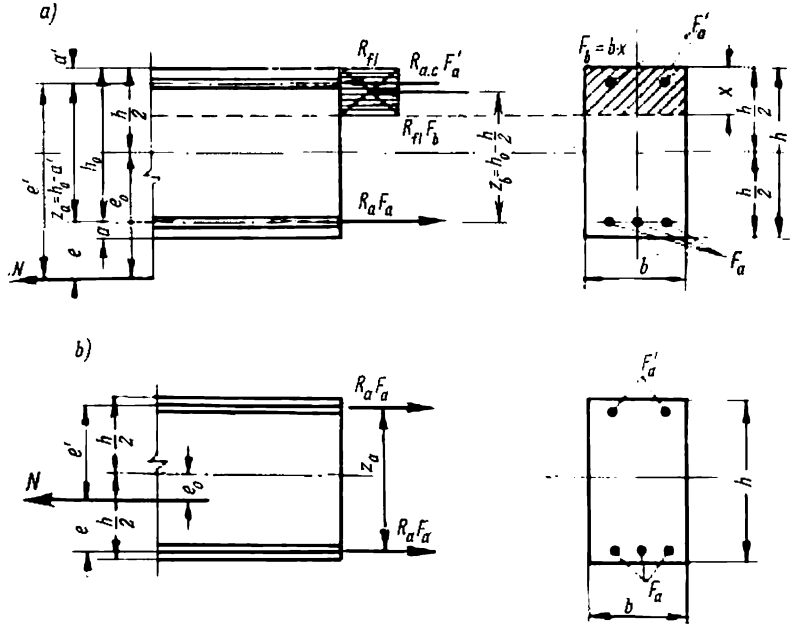


Fig. 10.2

Si tel est le cas, ou si la section F'_a est connue *a priori*, on calcule A_0 à l'aide de (9.18) et α à l'aide de (9.16) et ensuite on trouve F_a comme suit :

$$F_a = \frac{R_{a.c}}{R_a} F'_a + \frac{\alpha R_{fl} b h_0 + N}{R_a} \tag{10.7}$$

On veillera à ce que $x \geqslant 2a'$.

2e cas (faibles excentricités) : $e_0 < 0{,}5h - a$.

On trouve aisément à partir de (10.1) et (10.2) (fig. 10.2,*b*) :

$$F_a = \frac{N(0{,}5h + e_0 - a')}{R_a (h_0 - a')} \tag{10.8}$$

et

$$F'_a = \frac{N(0{,}5h - e_0 - a')}{R_a(h_0 - a')}. \qquad (10.9)$$

Exemple. Une pièce de section rectangulaire est soumise à l'action d'un effort de traction $N = 10$ t et d'un moment fléchissant $M = 12$ t·m. Les dimensions de la section sont $b = 20$ cm et $h = 40$ cm. Le béton est de qualité 200 ($R_{fl} = 100$ kg/cm²). L'armature comprimée est formée par deux barres ⌀ 16 ($F'_a = 4{,}02$ cm²) en acier de la classe A-III ($R_a = R_{a.c} = 3\,400$ kg/cm²). On demande de trouver la section des armatures tendues F_a.

Solution. Pour déterminer quel est le cas en considération calculons l'excentricité e_0:

$$e_0 = \frac{M}{N} = \frac{12}{10} = 1{,}2 \text{ m} = 120 \text{ cm} > 0{,}5h - a = \frac{40}{2} - 4 = 16 \text{ cm}.$$

On est donc en présence du cas des grandes excentricités :

$$e = 120 - \frac{40}{2} + 4 = 104 \text{ cm}.$$

D'après (9.18) :

$$A_0 = \frac{10\,000 \cdot 104 - 3\,400 \cdot 4{,}02 \cdot 32}{100 \cdot 20 \cdot 36^2} = 0{,}23$$

et d'après (9.16) :

$$\alpha = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0{,}23} = 0{,}26 < 0{,}55.$$

Donc, en utilisant (10.7), on a

$$F_a = 4{,}02 + \frac{0{,}26 \cdot 100 \cdot 20 \cdot 36 + 10\,000}{3\,400} = 12{,}25 \text{ cm}^2.$$

On adopte 4 ⌀ 20 ; $F_a = 12{,}56$ cm² (surplus de 2,5 %).

Quand il s'agit de vérifier une section donnée, on calcule l'effort normal N_{sec} que cette section peut reprendre et on s'assure que cet effort n'est pas inférieur à l'effort normal calculé appliqué N, c'est-à-dire que $N \leqslant N_{sec}$.

Dans le cas des grandes excentricités ($e_0 > 0{,}5h - a$) la hauteur de la zone comprimée sera déduite de la formule générale (2.119) en y posant

$$S_{bN} = bx\left(e + h_0 - \frac{x}{2}\right);$$

ce qui donne :

$$R_{fl}bx\left(e + h_0 - \frac{x}{2}\right) + R_{a.c}F'_a e' - R_a F_a e = 0, \qquad (10.10)$$

d'où :

$$x = (h_0 + e) - \sqrt{(h_0 + e)^2 - \frac{2(R_a F_a e - R_{a.c}F'_a e')}{0{,}5R_{fl}}} \qquad (10.11)$$

On doit avoir comme toujours $x \leqslant \alpha_{max} h_0$. L'effort résistant N_{sec} se déterminera exactement de la même façon que dans le cas d'une flexion avec compression, c'est-à-dire en se servant de la formule (9.28), en y intervertissant le signe de N:

$$N_{sec} = R_a F_a - R_{a.c} F'_a - R_{fl} b x. \tag{10.12}$$

Lorsque $x < 2a'$, on vérifie la résistance de la section en partant de la condition:

$$N(e + z_a) \leqslant R_a F_a z_a. \tag{10.13}$$

Les Règlements en vigueur requièrent que les sections travaillant en flexion-traction soient vérifiées à l'action des efforts tranchants Q, si les contraintes principales de traction dépassent la résistance à la traction calculée du béton, c'est-à-dire si:

$$\sigma_{tr.\,princip.} = \frac{\sigma_b}{2} + \sqrt{\frac{\sigma_b^2}{4} + \tau_b^2} > R_{tr};$$

σ_b et τ_b étant déterminés comme pour un matériau élastique.

Dans le cas des grandes excentricités ($e_0 > 0{,}5\,h - a$) les sections inclinées seront vérifiées comme pour des pièces simplement fléchies (v. chapitre 6). Si, en plus, $e_0/h_0 \leqslant 1{,}5$, on multipliera la valeur de Q_b de la formule (6.3), ainsi que le premier terme de la formule (6.14) par un coefficient

$$k = \frac{e_0}{h_0} - 0{,}5. \tag{10.14}$$

Dans le cas des faibles excentricités ($e_0 < 0{,}5\,h - a$) l'effort tranchant Q dans toute section formant avec l'axe de l'élément un angle ne dépassant pas 60° doit être repris complètement par les armatures transversales, sans contribution aucune du béton. Cette vérification peut être omise pour les sections inclinées sur l'axe longitudinal de l'élément d'un angle supérieur à 60°.

Les déformations des éléments travaillant en flexion-traction avec grandes excentricités peuvent se calculer de la même façon que celles des éléments soumis à la flexion simple (v. chapitre 7) à condition que les sections effectives des armatures F_a soient remplacées par des sections fictives obtenues à l'aide de la formule (9.47), en y intervertissant le signe de N, soit:

$$F_f = F_a - \frac{N}{\sigma_a}. \tag{10.15}$$

Le coefficient ψ_a peut être déterminé en fonction du moment fléchissant:

$$M = N(e + z_1), \tag{10.16}$$

et la contrainte de traction dans les armatures comme

$$\sigma_a = \frac{N(e+z_1)}{W_a}, \tag{10.17}$$

avec

$$W_a = F_a z_1.$$

Or, quand on détermine F_f d'après la formule (10.15), on ne connaît pas encore la valeur de σ_a, et, par conséquent, le problème ne peut être résolu que par approximations successives (v. chapitre 9).

Les Règlements en vigueur préconisent de déterminer les déformations des pièces travaillant en flexion-traction avec grandes excentricités en partant de la courbure donnée par la formule (9.51) dans laquelle le signe du dernier terme doit être inversé. La hauteur de la zone comprimée se déterminera à l'aide de la formule empirique

$$\xi = \frac{1}{1{,}8+\dfrac{1+5(L+T)}{10\mu n}} - \frac{1{,}5+\gamma'}{11{,}5\dfrac{e}{h_0}+5}. \tag{10.18}$$

Le coefficient ψ_a se calculera à l'aide de (9.55).

Le calcul à la fissuration des éléments travaillant en flexion-traction avec grandes excentricités se fera comme pour des éléments fléchis (v. chapitre 8) en déterminant les contraintes σ_a d'après (10.17), et celui des éléments travaillant avec faibles excentricités comme pour des pièces travaillant en traction simple (v. chapitre 4), en posant

$$\sigma_a = \frac{N(0{,}5h+e_0-a')}{F_a z_a} \tag{10.19}$$

ou

$$\sigma_a = \frac{N(0{,}5h-e_0-a)}{F'_a z_a}. \tag{10.20}$$

CHAPITRE 11 ÉLÉMENTS EN BÉTON PRÉCONTRAINT, LEUR CALCUL ET PARTICULARITÉS CONSTRUCTIVES

11.1. RÔLE DE LA PRÉCONTRAINTE. DÉFINITION ET DOMAINE D'APPLICATION

Par constructions précontraintes nous entendrons les constructions dont le béton de la zone tendue a été artificiellement comprimé en cours de leur réalisation, avant l'application des charges. La précontrainte du béton est généralement obtenue par tension des armatures.

On applique la précontrainte aux éléments en béton armé soumis aux tractions simples ou composées, aux flexions et aux compressions accompagnées de la flexion.

Dans certains cas il est préférable de précontraindre les éléments travaillant en compression ; les poteaux très élancés et les longs pieux particulièrement, ce qui assure la résistance nécessaire à la fissuration lors du montage et du transport.

Tout en permettant d'obtenir des éléments doués d'une grande résistance à la fissuration, la précontrainte crée les conditions propices à l'utilisation des aciers de haute résistance, ce qui permet de diminuer leur consommation de deux à deux fois et demie.

En armant les éléments précontraints de barres laminées à chaud des classes A-I, A-II et A-III, la tension de l'armature tendue sera $\sigma_a = 1\ 700$ à $2\ 500$ kg/cm^2 sous l'action des charges utiles réglementaires. Si l'on admet que les premières fissures apparaissent dans le béton à des tensions $\sigma_{a.f}$ allant de 200 à 300 kg/cm^2, on voit que le rapport $\frac{\sigma_a}{\sigma_{a.f}} = 8$ à 10.

Les fissures qui apparaissent dans ces conditions, dont l'ouverture a_f ne dépasse pas 0,2 mm, ne présentent pratiquement aucun danger au point de vue corrosion des aciers et n'entravent aucunement l'exploitation normale des ouvrages.

Par contre, les aciers de haute résistance dont la résistance calculée est de 10 000 à 15 000 kg/cm^2 (et même plus) peuvent subir

des charges utiles de 8 000 à 12 000 kg/cm². Il s'ensuit que le rapport $\frac{\sigma_a}{\sigma_{a.f}}$ = 30 à 50 et plus.

Pour un tel rapport des contraintes les fissures s'ouvriront dans des proportions tout à fait inadmissibles dans la zone tendue, et les éléments correspondants seront mis hors service. Pour cette raison les aciers à haute résistance ne peuvent pas être économiquement employés dans le béton armé ordinaire.

Or, au point de vue prix de revient des ouvrages, leur emploi paraît très désirable. Désignons en effet par C le prix d'une tonne d'acier, le prix spécifique de l'acier sera :

$$\eta = \frac{C}{R_a}.$$

Nous voyons qu'avec augmentation de la résistance de l'acier le prix spécifique de celui-ci diminue (étant donné que C croît plus lentement que R_a). Pour cette raison, l'emploi des aciers à haute résistance dans les bétons armés est économique.

Notons cependant que la précontrainte n'augmente pas la force portante des éléments. Les expériences montrent en effet qu'au moment de la rupture tout l'effet de précontrainte est déjà complètement épuisé et les aciers tendus se rompent dès que les contraintes atteignent leur limite de résistance. Dès lors la force portante d'un élément précontraint ne pourra différer de celle d'un élément en béton simplement armé.

Par contre, la résistance à la fissuration et la rigidité des éléments précontraints sont considérablement élevées.

Il en est de même pour la limite d'endurance des structures supportant des charges répétées provoquées par les déplacements des ponts roulants ou d'autres charges mobiles, ou par le travail des machines médiocrement balancées, etc. La précontrainte augmente également la longévité des structures soumises aux actions des agents agressifs (fumées, vapeurs, acides, eau de mer) ou aux intempéries. Dans certains cas la précontrainte permet de simplifier et d'améliorer les joints entre éléments préfabriqués.

La réduction considérable de la consommation d'acier découlant de l'emploi du béton précontraint conduit à son application dans un grand nombre de structures de série utilisées tant dans les bâtiments industriels que civils, comme, par exemple, poutres, dalles, poutres en treillis, arcs, pylônes, etc.

La précontrainte conduit inévitablement à une amélioration de la qualité des éléments préfabriqués et permet d'étendre le domaine de leur application.

La légèreté et la grande rigidité des structures précontraintes ont permis l'utilisation du béton dans la construction des ouvrages de grande portée atteignant 60 m (et même plus).

La précontrainte paraît tout indiquée pour les ouvrages où aucune fissure ne peut être tolérée, tels les réservoirs cylindriques, les conduites sous pression, les silos, les voiles de couverture minces et autres ouvrages élancés.

Grâce à son endurance aux charges répétées, le béton précontraint s'emploie fréquemment pour les poutres de ponts roulants, les estacades, les ponts, les dalles des pistes d'envol et d'atterrissage et même pour les bâtis des machines-outils.

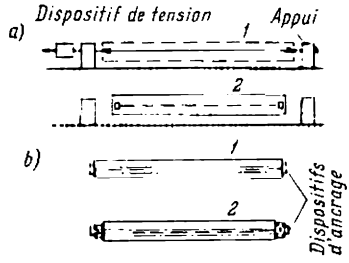


Fig. 11.1. Procédés de la précontrainte des armatures
a — tension des armatures entre appuis; *b* — *idem*, sur le béton de l'élément lui-même; *1* — avant la compression du béton; *2* — après la compression du béton

La précontrainte du béton peut s'effectuer de deux façons:

1) par tension des armatures sur des appuis spéciaux;

2) par tension des armatures sur le béton durci de l'élément.

1. Tension des armatures sur des appuis spéciaux (fig. 11.1, *a*).

Les armatures sont tendues et fixées sur les appuis spéciaux des bancs de fabrication, des moules ou des supports. Après le coulage et le durcissement du béton les armatures libérées tendent à reprendre leur longueur initiale et, en se raccourcissant, compriment le béton.

2. Tension des armatures sur le béton durci de l'élément (fig. 11.1, *b*).

On fabrique d'abord l'élément en béton non armé ou en béton armé très faiblement, en y ménageant des canaux et des rainures spéciaux pour la pose des armatures principales. Après durcissement du béton ces armatures sont tendues, en transmettant les efforts réactifs directement au béton à l'aide de dispositifs d'ancrage spéciaux. Ensuite, pour établir l'adhérence entre béton et armatures et pour protéger celles-ci contre la corrosion, on injecte dans les canaux et les rainures une coulée de ciment ou de mortier.

La tension des armatures doit être contrôlée: dans le premier cas avant la coulée du béton et dans le deuxième cas après la compression du béton.

Les armatures peuvent être tendues soit par des moyens *mécaniques* (vérins, machines enrouleuses) ou *électrothermiques.* Dans ce dernier cas l'armature chauffée et dilatée par le passage du courant électrique est fixée sur les supports ou le béton. La précontrainte peut être créée dans les armatures par l'emploi des ciments expansifs (autocontrainte).

11.2. PRINCIPES DE L'OUVRAGE DES ÉLÉMENTS PRÉCONTRAINTS

11.2.2. Types d'armatures employées et leur adhérence au béton

En règle générale, pour les éléments en béton précontraint on utilise des bétons et des aciers de haute résistance, car c'est avec ces matériaux qu'on obtient les résultats les plus marqués.

Pour les armatures on emploie: a) des fils tréfilés à haute résistance lisses et profilés de 2,5 à 8 mm de diamètre, ayant

Fig. 11.2. Toron d'acier à 7 fils

une résistance normalisée de 12 000 à 20 000 kg/cm² (la résistance la plus élevée correspondant aux diamètres les plus petits);

b) des torons de 4,5 à 15 mm de diamètre, le plus souvent à 7 fils;

c) des câbles d'acier;

d) des barres crénelées laminées à chaud en acier de la classe A-IV;

e) des barres crénelées en acier traité des classes Aт-IV, Aт-V et Aт-VI;

f) des barres crénelées en acier écroui des classes A-II et A-III.

Les torons à 7 fils (fig. 11.2) sont constitués par un fil central droit et 6 fils périphériques hélicoïdaux serrés autour du premier. Ces torons sont considérablement plus intéressants que les fils isolés, car ils occupent moins de place dans les sections transversales des éléments et leur mise en tension est moins laborieuse.

Les barres crénelées laminées à chaud à haute résistance présentent nombre d'avantages en comparaison avec les fils tréfilés. Leurs diamètres étant relativement plus grands, ceci nous donne une économie lors de la précontrainte.

Certaines forges étrangères livrent des barres à limite de rupture atteignant 12 000 kg/cm², aux extrémités filetées par roulage à froid, étant donné que la soudure de ces barres est très difficile

à réaliser. On utilise également à l'étranger des fils d'acier écrouis et traités thermiquement, ainsi que des fils traités en aciers faiblement alliés. La fabrication de ces derniers est plus simple, le prix de revient plus avantageux, leur emploi s'est généralisé surtout en France et en Allemagne occidentale.

Notons que si l'on communique à un fil d'acier dur un allongement bien défini que l'on maintient constant, on y observe une chute de tension désignée par le terme *relaxation*.

L'importance de cette relaxation dépend de l'intensité de la contrainte initiale et de la durée de la charge. L'augmentation de l'un de ces deux facteurs entraîne un accroissement de la relaxation. Ce phénomène de la relaxation se manifeste surtout aux premières heures de la mise en charge, en s'amortissant ensuite, mais peut durer pendant deux ans (et plus).

La relaxation des aciers à haute résistance doit être prise en considération lors de l'étude des constructions précontraintes.

Quant à la qualité des bétons employés pour les constructions précontraintes, elle s'élève généralement à 400, 500 (et même 600) quand les armatures sont constituées par des fils ou des torons, et à 300 ou 400 quand on utilise des barres crénelées.

La résistance sur cube R_0 du béton au moment de la compression ne doit pas être inférieure à 0,7 R, R étant la qualité du béton, mais dans certains cas on exige $R_0 = R$.

Le mortier de ciment employé pour l'enrobage des armatures placées dans les rainures doit avoir une résistance supérieure à 150 kg/cm^2, celle du coulis injecté dans les canaux ne doit pas être inférieure à 300 kg/cm^2.

Un béton étanche et un bon colmatage des rainures et canaux avec du mortier de ciment assurent une protection satisfaisante des fils d'acier fins à haute résistance. Par contre, l'expérience a montré que les fils tréfilés à surface exposée résistent très mal à la corrosion. Une bonne adhérence entre les aciers et le béton est très importante. Elle acquiert une importance toute particulière lorsque les contraintes de l'armature sont reprises par le béton.

La transmission des efforts depuis les armatures au béton s'accompagne toujours par une concentration des contraintes d'adhérence aux extrémités des pièces, où sur la longueur d'ancrage l_a les contraintes de traction dans les aciers σ_a et les contraintes de compression dans le béton σ_b augmentent de zéro aux faces d'about jusqu'à leur valeur maximale (fig. 11.3). Les efforts tangentiels d'adhérence τ_{adh} se développent le long des surfaces de contact acier-béton. C'est la valeur limite de l'adhérence qui déterminera donc la longueur de la zone d'ancrage. Les expériences ont montré que pour des fils profilés cette longueur varie de 30 à 120 diamètres. La longueur de la zone d'ancrage varie très peu avec le temps.

Pour augmenter l'adhérence entre le béton et les aciers il est recommandé de n'utiliser que des aciers crénelés ou à nodosités, et de remplir les rainures et les canaux où sont logées les armatures avec du mortier ou du coulis de ciment.

Le choix du type des armatures à employer dépend des procédés de fabrication envisagés. Si l'armature doit être tendue sur des appuis, on donnera la préférence aux fils ininterrompus mis en place à l'aide de machines spéciales, aux torons d'acier, aux câbles d'acier, aux treillis disposés généralement par paires et aux barres crénelées.

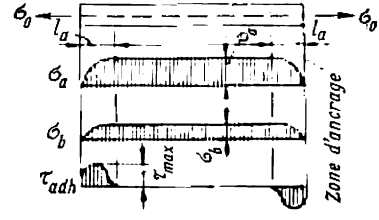


Fig. 11.3

Lorsque la tension des armatures est reprise par le béton, il est possible d'armer celui-ci avec des barres, des câbles et des torons d'acier, ainsi qu'avec des faisceaux de fils.

Les aciers tendus forment l'armature principale des éléments précontraints et, par conséquent, leur emplacement est fonction de la distribution des charges. C'est ainsi que dans les éléments fléchis l'emplacement des aciers tendus est conditionné par les diagrammes des moments fléchissants et des efforts tranchants, et dans les éléments travaillant en traction simple, par l'intensité des efforts de traction.

11.2.2. Ancrage de l'armature tendue

L'ancrage (scellement) des bouts des armatures est rigoureusement indispensable chaque fois qu'on a recours à la post-tension. Pour les armatures préalablement tendues sur des supports, l'ancrage devient nécessaire seulement si l'adhérence entre acier et béton est insuffisante comme, par exemple, dans le cas des fils tréfilés lisses ou encore si la résistance du béton n'atteint pas les valeurs indiquées ci-dessus, quel que soit le type des armatures utilisées.

Les dispositifs d'ancrage assurent une bonne transmission de l'effort des aciers tendus aux bétons. Le béton doit être renforcé par une armature oblique supplémentaire aux endroits où se trouvent les ancres (treillis, spirales, étriers). Pour mieux répartir le transfert des efforts de l'armature au béton l'on place des plaques

d'acier ou de béton armé sous les ancres, aux extrémités des éléments tendus.

Le fil lisse peut être scellé au béton à l'aide d'ancres annulaires (fig. 11.4,*a*), d'ancres tubulaires pour les armatures continues (fig. 11.4,*b*), de colliers et de boulons de serrage, etc. (fig. 11.4,*c*).

Il faut en général, pour armer les éléments, un grand nombre de fils ; pour cette raison, les fils d'acier à haute résistance sont réunis en faisceaux (pour les armatures tendues sur le béton, les frettes de précontrainte).

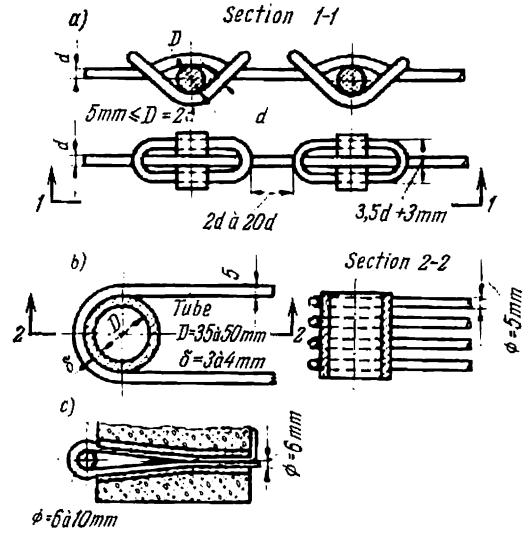


Fig. 11.4. Ancrage des fils à haute résistance
a — anneaux ; *b* — tubes ; *c* — collier de serrage

Les câbles formés de 14, 18 et 24 fils peuvent être confectionnés en usine, avec ou sans dispositifs d'ancrage de série (fig. 11.5,*a* et 11.5,*b*) aux extrémités.

Les fils des câbles ou les groupes de fils doivent être suffisamment espacés (à l'aide des barreaux courts) pour permettre au mortier ou au coulis de ciment de pénétrer à l'intérieur du faisceau. Les câbles livrés sans dispositifs d'ancrage sont munis à l'intérieur d'une spirale autour de laquelle les fils sont fixés tous les mètres par des ligatures en fil de fer. Un dispositif d'ancrage préfabriqué est représenté fig. 11.6. A l'intérieur du câble on place une tige filetée en acier dur et on introduit le tout dans une douille en acier doux (fig. 11.6,*a*). Ensuite, on force l'ensemble à travers une bague de serrage de diamètre inférieur à celui de la douille, dont le métal

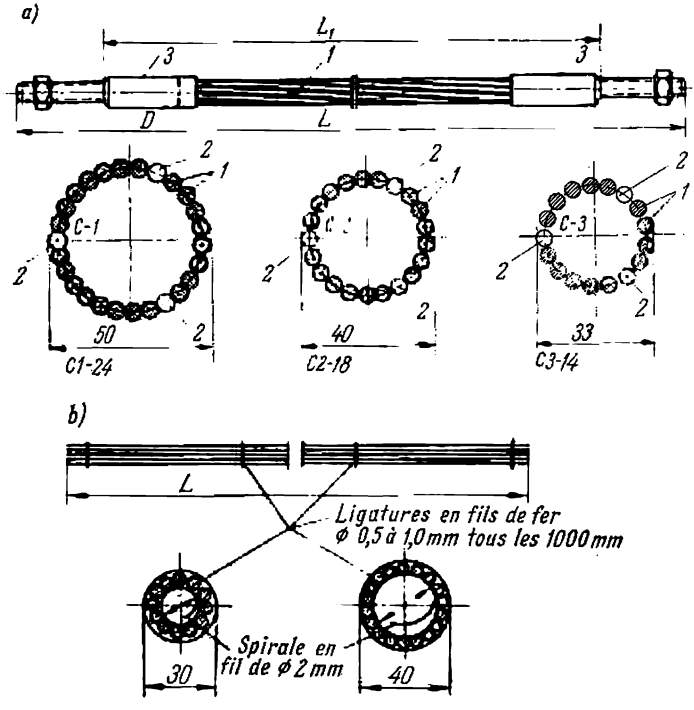


Fig. 11.5. Câbles

a — câbles avec dispositifs d'ancrage de série ; *b*—câbles sans dispositifs d'ancrage ; *1*—fil du câble, $d = 5$ mm ; *2* — barreau d'espacement ; *3* — dispositif d'ancrage à tige et douille

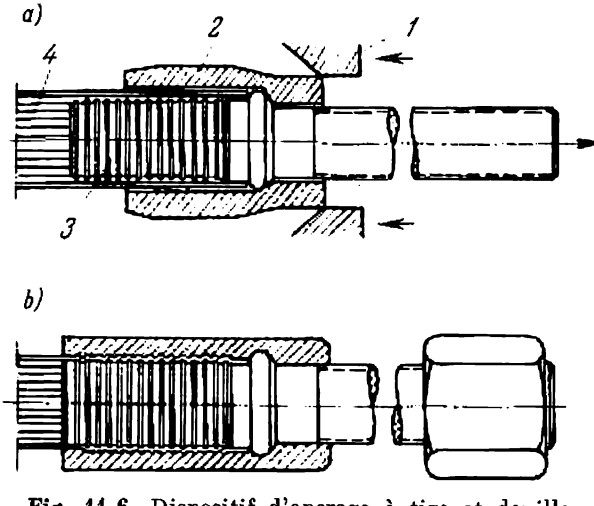


Fig. 11.6. Dispositif d'ancrage à tige et douille

a — avant serrage du câble ; *b* — après serrage du câble ; *1* — bague de serrage *2* — douille ; *3* — tige filetée ; *4* — câble

presse fortement les fils autour de la tige filetée. En même temps la résistance du métal de la douille elle-même augmente par écrouissage (fig. 11.6,*b*).

Une fois le câble tendu à l'aide d'un vérin hydraulique et le béton durci, on serre l'écrou jusqu'à ce qu'il vienne buter contre la plaque d'about de l'élément.

Les dispositifs d'ancrage des câbles à extrémités libres sont mis en place pendant la fabrication de la pièce. Ces dispositifs consistent essentiellement en deux pièces d'ancrage (cônes), l'une mâle et l'autre femelle, soit en acier (fig. 11.7,*a*), soit en béton fretté

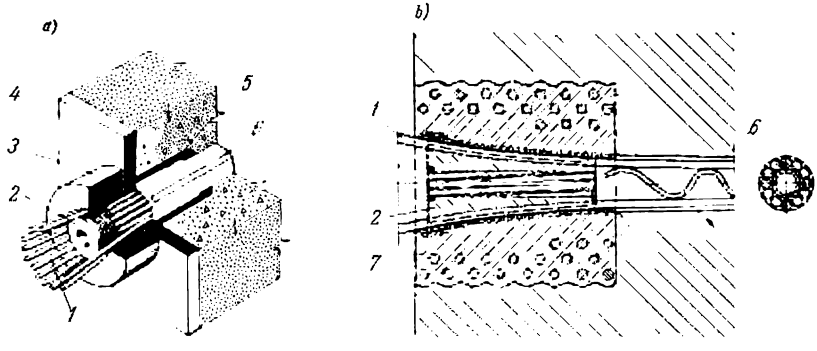


Fig. 11.7. Ancrage des câbles à l'aide des vérins à deux pistons

a — pièces d'ancrage en acier; *b* — pièces d'ancrage en béton fretté; *1* — câble; *2* — pièce d'ancrage mâle; *3* — pièce d'ancrage femelle en acier; *4* — plaque d'appui; *5* — cylindre; *6* — noyau servant à former le canal pour armatures; *7* — pièce d'ancrage femelle en béton fretté avec des spirales

(fig. 11.7,*b*). Les extrémités des fils traversant le cône femelle sont fixées à un vérin à deux pistons (vérin Freissinet) et tirées jusqu'à la tension désirée (fig. 11.8). On tend le câble, en appuyant le vérin contre le pan de l'élément.

Quand la tension désirée est atteinte, un deuxième piston, dit piston de poussée, enfonce le cône mâle dans le cône femelle en pressant les extrémités des fils du câble qui se trouvent ancrées. Cette méthode est peu répandue en U.R.S.S., vu les difficultés de fabrication des cônes en béton fretté.

Des câbles plus puissants peuvent être formés par plusieurs faisceaux placés autour d'une spirale centrale. Des espacements sont prévus entre ces torons afin de permettre au mortier ou au coulis de ciment de pénétrer à l'intérieur du faisceau ainsi formé (fig. 11.9,*a* et *b*).

Pour les câbles puissants on utilise comme dispositifs d'ancrage des culots en béton très résistant, comme celui représenté fig. 11.9,*c* qui fut proposé par Korovkine. Le vérin, qui s'appuie contre le

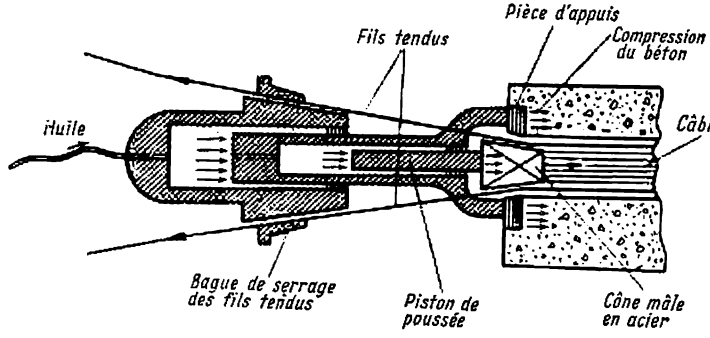


Fig. 11.8. Principe d'action d'un vérin à deux pistons

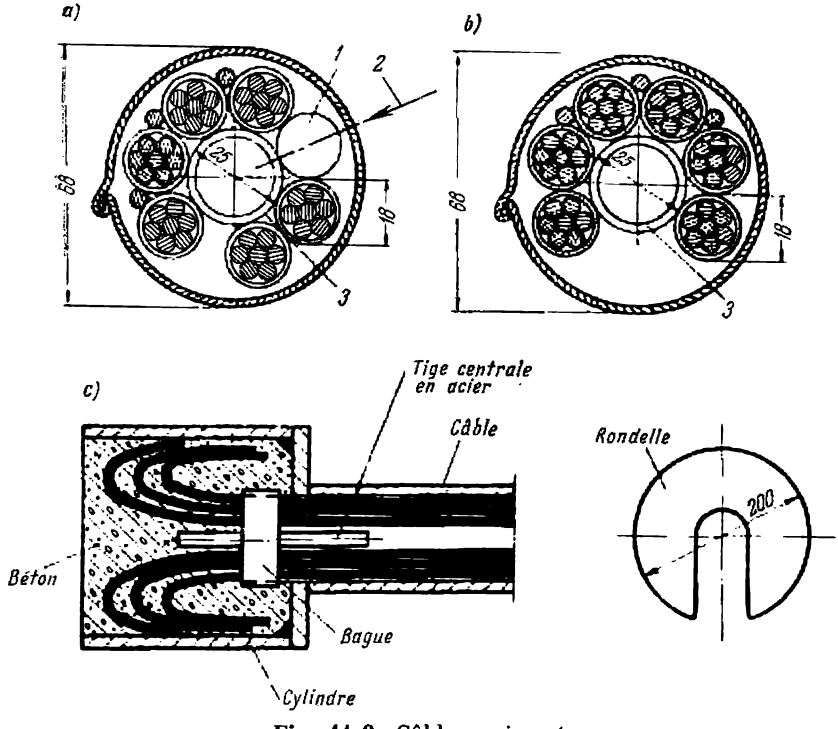


Fig. 11.9. Câbles puissants

a — coupe du câble en cas d'injection du mortier à travers les dispositifs d'ancrage et les tubes en *T*; *b* — coupe du câble en cas d'injection du mortier à travers les dispositifs d'ancrage uniquement; *c* — culot d'ancrage de Korovkine pour fixation d'un groupe de câbles: *1* — barreau d'espacement, $d = 18$ mm; *2* — axe d'un tube en *T*; *3* — spirale en fil d'acier

béton durci de l'élément, saisit ce culot et le tire jusqu'à une grandeur déterminée. Dans l'espace (interstice) ainsi formé on fait glisser des rondelles fendues qui maintiennent le câble sous tension après l'enlèvement du vérin.

A l'heure actuelle il existe un très grand choix de systèmes d'ancrage pour câbles. Dans leur majeure partie ils ne représentent que des modifications des systèmes qui viennent d'être décrits.

Les barres utilisées pour précontraindre le béton doivent être munies de têtes d'ancrage à leurs extrémités. Celles-ci peuvent être

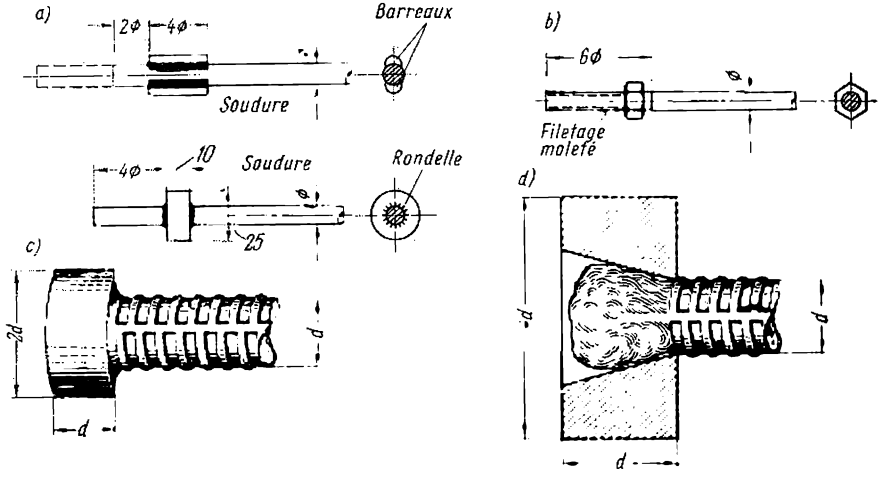


Fig. 11.10. Ancrage des barres séparées

a — à l'aide des barreaux et rondelles soudés; *b* — à l'aide d'un écrou vissé sur l'extrémité filetée par moletage; *c* — à l'aide d'une tête refoulée de forme régulière; *d* — *idem*, de forme irrégulière, avec emploi d'une plaque d'appui

constituées par des chutes d'armatures (barreaux), des rondelles soudées (fig. 11.10,*a*) ou par des écrous vissés sur les extrémités filetées (fig. 11.10,*b*). Ce filetage doit s'effectuer par moletage, le métal étant partiellement refoulé vers l'extérieur et écroui pendant cette opération, ce qui permet d'éviter tout affaiblissement de la section. Tout dernièrement on a mis au point des procédés permettant de refouler des têtes d'ancrage de forme régulière (fig. 11.10,*c*) ou de forme irrégulière (fig. 11.10,*d*). Dans ce dernier cas on doit munir les barres de plaques d'appui.

Si les barres sont tendues sur des appuis, elles sont fixées par les mors du système prévu. Pour la mise en tension des barres l'Institut de Béton et de Béton Armé a mis au point un dispositif à trois mors, pouvant tirer des barres isolées ou un groupe de barres.

11.2.3. Mise en place des armatures tendues

Dans le cas des aciers tendus sur des appuis, les épaisseurs des couches d'enrobage doivent être les mêmes que dans le cas des armatures des pièces en béton armé ordinaire. Quand les extrémités des pièces armées de barres crénelées sont munies de plaques d'appuis en acier bien ancrées, l'épaisseur de la couche d'enrobage au droit

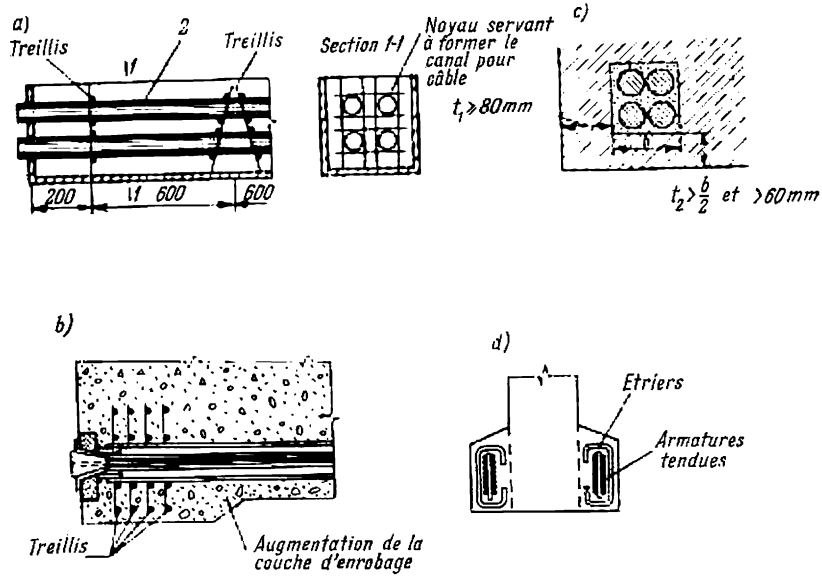


Fig. 11.11

des appuis peut être la même qu'en travée. Les extrémités des pièces doivent être renforcées par des armatures transversales supplémentaires sur une longueur $l_a = 15d$. La section totale de ces armatures supplémentaires, formées de cadres ou de treillis soudés et pliées de façon à entourer toutes les barres tendues, doit être égale au moins à la moitié de la section de ces dernières.

Pour les armatures tendues sur le béton durci, on prévoit des canaux qui sont créés à l'aide de dispositifs spéciaux (noyaux), généralement amovibles (tuyaux en caoutchouc, gaines en feuillard enroulé en spirales), ou à l'aide de tubes lisses en tôle perdus dans le béton. Ces noyaux sont maintenus en place dans les coffrages à l'aide de treillis, cadres ou brins spéciaux (fig. 11.11,*a*). On les attache également aux aciers formant partie du ferraillage général.

Là où le béton doit supporter les efforts provoqués par les dispositifs de mise en tension ou par les ancrages, il doit être renforcé par un frettage qui s'accompagne généralement d'une augmentation de la section (fig. 11.11, *b*).

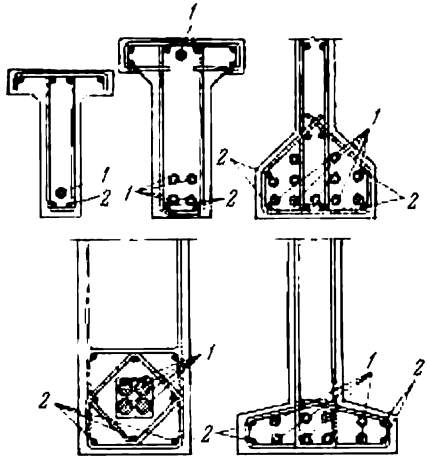


Fig. 11.12. Distribution des armatures dans les sections transversales des éléments

1 — armatures tendues ; *2* — armatures non tendues

L'épaisseur de la couche d'enrobage, mesurée de la surface de l'élément jusqu'à la surface intérieure du canal, ne doit pas être inférieure à 20 mm et à 0,5 du diamètre de ce canal. Quand plusieurs câbles, torons ou barres sont groupés ensemble, l'épaisseur de la couche d'enrobage, pour les mêmes conditions, ne doit pas être inférieure à 80 mm pour les faces latérales et doit être supérieure à 60 mm (pour la face supérieure) (fig. 11.11,*c*).

Le béton rajouté après la mise en tension des armatures, soit par projections sous pression, soit par un autre procédé quelconque, doit être armé par treillis et étriers (fig. 11.11,*d*).

Les barres longitudinales non tendues doivent être placées vers l'extérieur de l'élément et les armatures transversales doivent englober le tout (fig. 11.12).

Les armatures tendues curvilignes (qu'elles soient formées par des câbles ou des barres) ne doivent pas être relevées sous un angle

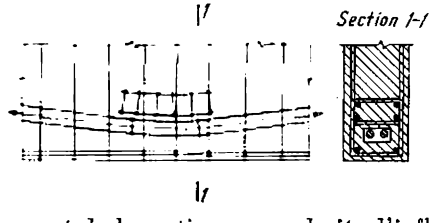


Fig. 11.13. Renforcement de la section aux endroits d'inflexion des armatures tendues

supérieur à 30°. Quant aux rayons de courbure, ils seront pris pour les câbles en fils d'acier de diamètre n'excédant pas 5 mm et, pour les torons de 4,5 à 8 mm de diamètre, égaux au moins à 4 m ; pour des fils ou torons de diamètres plus forts, égaux au moins à 6 m.

Les rayons de courbure des barres de $d < 25$ mm doivent être supérieurs à 15 m, et pour des barres de diamètre plus important le rayon de courbure doit avoir un minimum de 20 m. Au droit des inflexions le béton devra être renforcé par des treillis supplémentaires (fig. 11.13).

Tout comme dans le cas des armatures tendues sur des appuis, les extrémités des éléments à armatures préalablement tendues doivent être renforcées par 5 à 8 treillis supplémentaires soudés ou par des étriers fermés distants de 5 à 7 cm. Le diamètre de ces étriers supplémentaires ne devra pas être inférieur à 5 mm et être supérieur au quart du diamètre des barres longitudinales.

11.3. PRINCIPES DU CALCUL DES ÉLÉMENTS PRÉCONTRAINTS

11.3.1. Généralités

Tout comme pour le béton armé ordinaire, on doit envisager lors du calcul des éléments en béton précontraint trois états limites :

1. L'état limite ultime dû à l'épuisement de la résistance ou de la stabilité (si une défaillance due à la perte de stabilité ou au flambement est plausible) ou, enfin, à l'insuffisance d'endurance (quand la structure est soumise à des charges mobiles répétées ou à des charges pulsatoires).

2. L'état limite causé par des déformations, en particulier des flèches (glissements).

3. L'état limite provoqué par la formation des fissures (lorsque les fissures sont intolérables dans la construction) et par l'ouverture des fissures (lorsque les fissures sont tolérables, mais leur ouverture est limitée).

Outre le calcul général on doit procéder également à la vérification locale des tronçons extrêmes aux sollicitations transmises par les armatures précontraintes. La résistance du béton fretté à l'action des charges localisées sera vérifiée de la même façon que celle des joints des poteaux préfabriqués aux extrémités renforcées par l'incorporation des treillis soudés.

Les résistances calculées du béton et des aciers ont été données au chapitre 1, le tableau 11.1 fournissant celles des fils en acier à haute résistance des torons et des câbles.

Le coefficient d'homogénéité k_a stipulé par les Règlements en vigueur pour les armatures faites d'acier HR, de torons ou de câbles est égal à 0,8.

L'acier à haute résistance (acier dur) ne possède pas de palier d'écoulement bien défini, et par conséquent, on introduit dans les calculs une limite d'écoulement conventionnelle $\sigma_{0,2} = (0,7 \text{ à } 0,85) \times R_a^{norm}$, c'est-à-dire correspondant aux contraintes provoquant des

Tableau 11.1

Résistances des fils en acier HR des torons et des câbles

Type d'armature	Diamètre, en mm	Résistance normalisée, en kg/cm², R_a^{norm}	Résistance calculée, en kg/cm²	
			pour les armatures tendues longitudinales et transversales, lors du calcul à la flexion d'une section inclinée R_a	pour l'armature transversale tendue (étriers), lors du calcul de l'effort tranchant $R_{ét}$
Fils d'acier HR lisses de la classe B-II	3	19 000	10 700	8 500
	4	18 000	10 100	8 000
	5	17 000	9 500	7 600
	6	16 000	9 000	7 200
	7	15 000	8 400	6 700
	8	14 000	7 800	6 300
Fils d'acier HR profilés de la classe Bp-II	3	17 000	10 900	8 700
	4	16 000	10 200	8 200
	5	15 000	9 600	7 700
	6	14 000	9 000	7 200
	7	13 000	8 200	6 600
	8	12 000	7 700	6 100
Torons à 7 fils de la classe II-7	4,5	19 000	12 200	9 700
	6	18 000	11 500	9 200
	7,5	18 000	11 500	9 200
	9	17 000	10 900	8 700
	12	16 000	10 200	8 200
	15	15 000	9 600	7 700
Câbles à torons multiples	20 à 40	17 000 à 15 000	9 500 à 8 700	7 600 à 7 000

Note. La résistance calculée à la compression $R_{a.c}$ de tous les types ci-dessus sera toujours prise égale à 3 600 kg/cm².

déformations résiduelles de 0,2% (fig. 11.14). Le coefficient introduit sur R_a^{norm} est en fait un coefficient des conditions de travail désigné par m_a. La contrainte $\sigma_{0,02}$ est appelée limite conventionnelle de proportionnalité.

Quant à la résistance normalisée, celle-ci est prise égale, pour les barres, au minimum de rebut imposé par les standards pour la limite d'écoulement effective ou conventionnelle et, pour les fils, au minimum de rebut à la rupture.

Le module d'élasticité des fils en acier HR (faisceaux et torons) $E_a = 1{,}8 \cdot 10^6$ kg/cm², celui des câbles torsadés $E_a = 1{,}6 \cdot 10^6$ kg/cm².

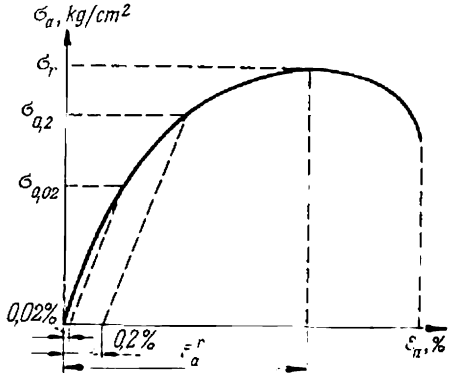


Fig. 11.14

Si la section contient des armatures différentes, précontraintes ou non, ou des bétons de qualités différentes, chacun de ces composants doit être envisagé avec sa propre résistance calculée.

Le calcul des déformations des éléments ou structures précontraints s'effectue en partant des charges normalisées. Les contre-flèches dues à la précontrainte peuvent être prises en considération.

On subdivise toutes les pièces précontraintes en trois catégories selon la gravité du danger qu'une fissuration éventuelle pourrait présenter :

la 1re catégorie comprend les éléments ou ouvrages qui doivent être étanches (tuyaux pour conduites sous pression, réservoirs, etc.) et pour lesquels la fissuration est intolérable ;

la 2e catégorie comprend les pièces armées de fils d'acier HR ainsi que les structures travaillant dans un milieu agressif ou bien soumises aux charges répétées. La formation des fissures y est également intolérable ;

la 3e catégorie comprend les éléments armés de barres crénelées en aciers (à part les ouvrages des 1re et 2e catégories), où l'on tolère la fissuration.

La fissuration des constructions appartenant à la 1re catégorie doit être déterminée d'après les charges calculées, celle des constructions de la 2e catégorie d'après les charges normalisées. Pour les constructions de la 3e catégorie on ne calculera que la largeur de l'ouverture des fissures (d'après les charges normalisées) quand l'ouverture de celles-ci est limitée, tout comme pour les constructions non précontraintes.

11.3.2. Précontrainte des armatures

Afin d'éviter toute fissuration, les précontraintes contrôlables auxquelles on soumet les aciers des constructions de la 1re et de la 2e catégories doivent être aussi élevées que possible. Généralement pour les aciers durs on adopte une précontrainte comprise entre 0,40 et 0,65 R_a^{norm} , pour les barres celle-ci ne doit pas excéder 0,9 R_a^{norm}.

Dans certains cas les Règlements autorisent d'augmenter la précontrainte des fils d'acier jusqu'à 0,75 R_a^{norm} et celle des barres d'acier jusqu'à R_a^{norm} . Cette autorisation vise notamment les aciers de la zone comprimée destinés à prévenir la fissuration pendant la précontrainte, le transport et la manutention des pièces préfabriquées; elle reste valable quand on désire compenser les pertes dues à la non-simultanéité de la mise en tension, aux frottements des armatures contre les parois des rainures, au gradient thermique, existant entre les armatures tendues et les dispositifs d'ancrage, et pour certains autres cas.

Quand l'armature est tendue par méthode électrothermique, la température de chauffe des armatures faites de fils d'acier ne doit pas dépasser 350 °C et celle des barres d'acier, 300 °C.

11.3.3. Pertes de précontrainte

Les expériences ont montré que la précontrainte des aciers ne reste pas constante, mais diminue avec le temps pour différentes causes.

Pertes de tension dues au retrait du béton σ_1. Le retrait du béton entraîne un raccourcissement des armatures tendues, ce qui provoque des pertes de tension qui s'élèvent en moyenne:

$\sigma_1 = 400$ kg/cm² pour les aciers tendus sur des appuis;

$\sigma_1 = 300$ kg/cm² pour les aciers tendus sur le béton.

Dans le dernier cas on tient compte du retrait partiel du béton qui a lieu avant la précontrainte.

Pertes de tension dues au fluage du béton σ_2. Le fluage du béton précontraint agit dans le même sens que le retrait, en provoquant des pertes dans la tension initiale que les Règlements recommandent d'évaluer à l'aide des approximations suivantes.

Pour les aciers tendus sur des appuis et $\sigma_b > 0{,}5R_0$:

$$\sigma_2 = k\frac{E_a R}{E_b R_0}\left[\sigma_b + 3R_0\left(\frac{\sigma_b}{R_0} - 0{,}5\right)\right]. \qquad (11.1)$$

Si $\sigma_b \leqslant 0{,}5R_0$:

$$\sigma_2 = k\frac{E_a R}{E_b R_0}\sigma_b, \qquad (11.2)$$

où R_0 représente la résistance mesurée sur cubes du béton au moment de la précontrainte;

k, un coefficient tenant compte des particularités des aciers utilisés. Pour les fils tréfilés lisses HR $k = 1$ et pour tous les autres types d'aciers $k = 0{,}8$;

σ_b, le taux de précontrainte du béton. Les Règlements stipulent que σ_b sera calculé au niveau du centre de gravité des armatures longitudinales de la zone envisagée, en prenant compte des déformations élastiques du béton à la compression.

Quand les aciers sont tendus sur le béton on introduit sur la valeur de σ_2 obtenue d'après les formules (11.1) et (11.2) le coefficient 0,75.

Les calculs des pertes de tension σ_2 à l'aide des formules adoptées par les Règlements sont assez laborieux, vu la nécessité de calculer σ_b, et ne sont qu'approximatifs (le béton précontraint ne travaillant pas comme un corps élastique).

Une formule approchée beaucoup plus simple (n'exigeant pas le calcul de σ_b) fut proposée par les prof. P. Pasternak et E. Sigalov:

$$\sigma_2 = k\frac{R}{R_0}0{,}08\sigma_0, \qquad (11.3)$$

où σ_0 désigne la précontrainte des armatures.

En cas de précontrainte sur le béton on multiplie la grandeur σ_2, calculée d'après la formule (11.3), par le coefficient 0,75.

Pertes dues à la relaxation des aciers σ_3. La valeur des pertes causées par la relaxation peut être calculée à l'aide des formules suivantes:

pour les fils isolés, câbles et torons en acier HR:

$$\sigma_3 = \left(0{,}27\frac{\sigma_0}{R_a^{norm}} - 0{,}1\right)\sigma_0, \qquad (11.4a)$$

pour les aciers laminés à chaud de la classe A-IV :

$$\sigma_3 = 0{,}4\left(0{,}27\frac{\sigma_0}{R_a^{norm}} - 0{,}1\right)\sigma_0. \qquad (11.4b)$$

Pertes dues aux déformations des dispositifs d'ancrage σ_4. Les dispositifs d'ancrage cèdent toujours un peu, ce qui entraîne des pertes supplémentaires qui peuvent être évaluées comme suit :

$$\sigma_4 = (\lambda_1 + \lambda_2)\frac{E_a}{l}, \qquad (11.5)$$

où λ_1 représente la déformation des rondelles ou plaques introduites sous les culots d'ancrage ;
λ_2, celle des systèmes d'ancrage eux-mêmes ;
l, la longueur des armatures tendues.

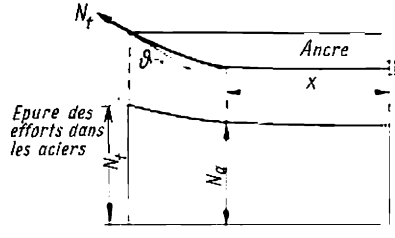


Fig. 11.15

Pour les calculs pratiques on adopte $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ mm pour chaque dispositif d'ancrage à l'exception des systèmes d'ancrage boulonnés et des cales-clavettes pour lesquels on prend $\lambda_1 = 0$.

Pertes dues au frottement contre les parois des canaux σ_5. Les frottements inévitables qui se produisent lors de la mise en tension des aciers causent des pertes qui peuvent être évaluées à l'aide de la formule suivante (fig. 11.15) :

$$\sigma_5 = \frac{N_t - N_a}{F_{a.p}} = \sigma_0\left(1 - \frac{1}{e^{kx+\mu\theta}}\right), \qquad (11.6)$$

avec

$$N_t = N_a e^{kx+\mu\theta}, \qquad (11.7)$$

où N_t représente l'effort développé par le système de tension ;
N_a, l'effort après déduction des pertes dues au frottement ;
$F_{a.p}$, la section des armatures précontraintes ;
x, la longueur du canal entre le point d'application de la traction et la section considérée, en m ;

θ, l'angle central de la courbe prise par les armatures, exprimé en radians;
e, la base des logarithmes népériens;
k et μ, des coefficients donnés au tableau 11.2.

Tableau 11.2

Valeurs des coefficients k et μ pour l'évaluation des pertes dues aux frottements dans les canaux

Type du canal		k — coefficient tenant compte des déviations du canal par rapport à sa position réelle sur 1 m de longueur	μ — coefficient de frottement des armatures dans les canaux	
			torons, câbles et barres lisses	barres crénelées
A gaine métallique perdue		0,003	0,35	0,4
A parois en béton	formé par un noyau rigide	0	0,55	0,65
	formé par un noyau souple	0,0015	0,55	0,65

Approximativement:

$$e^{kx+\mu\theta} = 1 + kx + \mu\theta. \qquad (11.8)$$

Pertes dues à l'écrasement du béton sous les spires des frettes hélicoïdales ou circulaires σ_6. Ces pertes ont lieu dans les éléments de faible diamètre (par exemple, dans les tuyaux). Pour les diamètres inférieurs à 3 m on les prend égales à 300 kg/cm², et pour les diamètres supérieurs on prend $\sigma_6 = 0$.

Pertes dues à la différence des dilatations existant entre les aciers tendus et les appuis σ_7. Les pertes du type envisagé se produisent lors de l'étuvage des pièces précontraintes:

$$\sigma_7 = 20\Delta t, \qquad (11.9)$$

où Δt est la différence des températures (en °C) entre les aciers précontraints et les appuis.

Pertes dues aux causes diverses. D'autres pertes peuvent se produire à cause des chargements et déchargements répétés, du manque de rigidité des moules de serrage, des joints entre les diverses parties préfabriquées de la construction et ainsi de suite. Généralement, la

déformation de chaque joint rempli de béton ou de mortier est prise égale à 1 mm.

Quant aux pertes dues au retrait et au fluage les formules exposées plus haut donnent leur valeur finale. Si l'on désire trouver ces pertes pour un moment intermédiaire, on doit les multiplier par le coefficient $\beta = \frac{4t}{100+3t}$, où t est le temps (en jours) compté pour le retrait à partir de l'achèvement de la coulée et pour le fluage, à partir du jour de la mise en précontrainte. Toutefois, ce coefficient ne doit jamais être pris inférieur à 0,4.

Pertes totales σ_t. Les pertes totales σ_t résultent des pertes totales primaires σ_{t1} et des pertes totales différées σ_{t2}:

$$\sigma_t = \sigma_{t1} + \sigma_{t2}. \tag{11.10}$$

Dans le cas des armatures tendues sur des appuis on considère comme pertes primaires toutes les pertes qui ont lieu avant la précontrainte du béton, et comme pertes différées toutes celles qui se développent après. Donc:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{t1} &= \sigma_3 + \sigma_4 + \sigma_7; \\ \sigma_{t2} &= \sigma_1 + \sigma_2. \end{aligned}\right\} \tag{11.11}$$

Si les armatures sont tendues sur le béton, les pertes considérées comme primaires se développent pendant la précontrainte des armatures et celles considérées comme pertes différées se développeront après. Ainsi:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{t1} &= \sigma_4 + \sigma_5, \\ \sigma_{t2} &= \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_6. \end{aligned}\right\} \tag{11.12}$$

Quel que soit le cas, la valeur minimale des pertes totales à introduire dans les calculs ne doit jamais être inférieure à 1 000 kg/cm^2.

Notons qu'il serait préférable d'adopter les valeurs des pertes totales des précontraintes d'après les données expérimentales, selon le type de construction et le genre d'armature.

Si l'on opère par tension consécutive des aciers, les raccourcissements du béton dus à des mises en tension subséquentes (ultérieures) réduiront les contraintes de traction dans les armatures tendues antérieurement d'une quantité égale à:

$$\sigma_i = \frac{E_a}{E_b} \Delta\sigma_b. \tag{11.13}$$

Dans cette formule $\Delta\sigma_b$ représente la contrainte dans le béton au niveau du centre de gravité des aciers tendus précédemment sous

l'effet des mises en tension subséquentes, déduction faite des pertes primaires.

Afin de réduire les pertes on applique parfois la précontrainte par étapes, en imposant aux aciers d'abord une tension partielle, qui est accrue au fur et à mesure de la mise en charge de la structure. Les Règlements autorisent de réduire la valeur des pertes de tension lors de ces mises en tension subséquentes, mais cette réduction ne devra jamais excéder 50 %.

11.3.4. Résistance et fissuration des éléments pendant leur confection, leur transport et leur montage

Des efforts considérables sont appliqués aux éléments pendant la précontrainte, le transport et le montage. On doit calculer leurs résistances aux efforts de précontrainte, compte tenu éventuellement du poids de l'élément et des charges de montage. Le poids des éléments doit être pris avec le coefficient dynamique 1,5. Les éléments et structures des 1re et 2e catégories sont calculés dans les mêmes conditions à la fissuration.

En évaluant les efforts de précontrainte, lors du calcul de la résistance d'un élément et de la fissuration de sa zone tendue, on introduit le coefficient de précision de l'effort de traction égal à $m_p = 1{,}1$.

En vérifiant la résistance au stade de précontrainte, les résistances calculées du béton comprimé R_{pr} et R_{fl} sont prises en fonction de sa résistance au moment de la précontrainte avec le coefficient 1,2.

Dans le cas de tension des armatures sur le béton la résistance des éléments précontraints centralement doit se calculer compte tenu du coefficient de flambage et celle des éléments soumis à un effort de traction excentré, compte tenu de l'influence de la flèche de l'élément dans le plan d'action du moment fléchissant sur la valeur de l'excentricité de cet effort de traction. La portée des éléments à introduire dans les calculs est prise égale à la distance entre les points d'ancrage. Lorsque l'armature se trouve dans les canaux, formés à l'aide d'enduits ou d'isolants spéciaux, l'influence du flambage et des flèches n'est pas prise en considération, étant donné que le jeu entre béton et armature est insignifiant.

Le calcul de la résistance des éléments à armature précontrainte, au moment du transfert des efforts de tension, s'effectuera sans tenir compte du flambage et des flèches causés par la compression de l'élément.

11.4. ÉLÉMENTS TRAVAILLANT EN TRACTION SIMPLE

11.4.1. Particularités constructives

Parmi les éléments travaillant en traction simple on compte les membrures inférieures des poutres en treillis (fig. 11.16,*a*), les tuyaux des conduites sous pression (11.16,*b*), les parois des réservoirs cylindriques (11.16,*c*) ainsi que d'autres éléments des constructions.

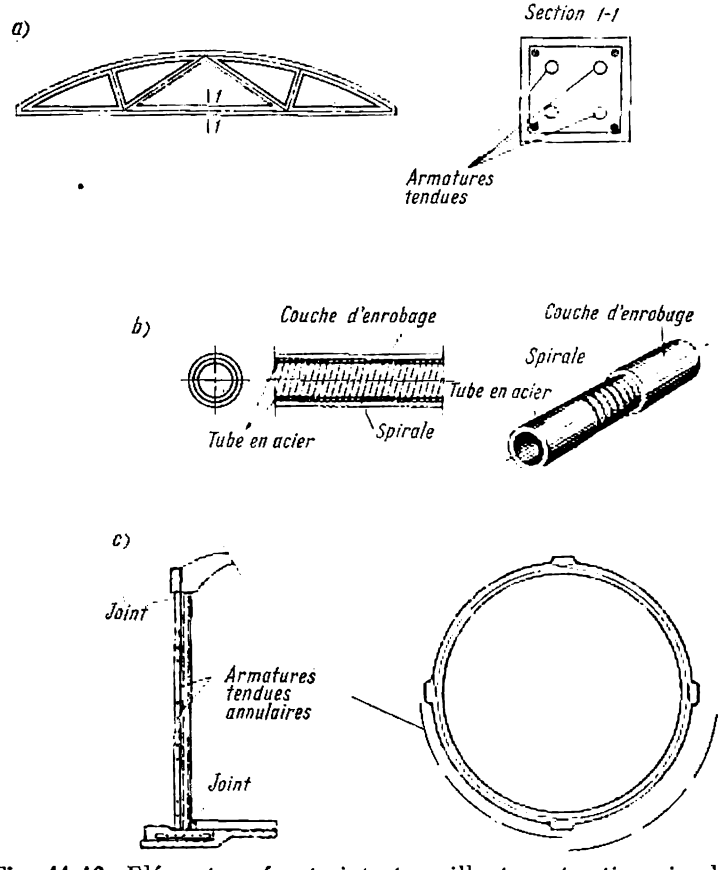


Fig. 11.16. Eléments précontraints travaillant en traction simple

Dans les éléments soumis à une traction simple, dont la tension est transmise au béton et aux appuis, l'on emploie toutes sortes de ferraillage: continu, longitudinal, torons, barres.

11.4.2. Etat de contrainte de l'élément avant et après la mise en charge

Tout comme pour les éléments en béton armé, on peut envisager trois stades de travail des éléments précontraints soumis à la traction simple, notamment le stade I avant la fissuration, le stade II après la fissuration et le stade III, l'état de rupture. Grâce à la précontrainte les fissures apparaissent à des charges dépassant celles de service, et l'effort longitudinal dû à ces charges sera relié à ceux de fissuration et de rupture par la relation

$$N_{serv} < N_f < N_{rupt}.$$

Au cours des essais effectués avec des éléments précontraints travaillant en traction simple on note que les fissures apparaissent peu avant la rupture et que l'intervalle séparant N_f du stade I de N_{rupt} du stade III se trouve considérablement réduit comparé à celui d'un élément en béton armé ordinaire soumis aux mêmes charges.

La fig. 11.17 fournit une illustration des divers états de contrainte par lesquels un élément précontraint passera entre la confection et la rupture.

Quand les armatures sont tendues sur des appuis (fig. 11.17,*a*), celles-ci sont d'abord mises dans les moules (état 1), ensuite elles sont soumises à une tension initiale $\sigma_{1.c}$ contrôlée (état 2). Puis le béton est coulé et maintenu dans le moule jusqu'au durcissement désiré. Pendant que le béton durcit, il se produit une chute de tension des armatures qui est due à la relaxation et à la malléabilité des systèmes de serrage (état 3).

Une fois les aciers libérés, ils tendent à se raccourcir comprimant ainsi le béton par adhérence. Il se produit ainsi une nouvelle chute de tension des armatures (état 4).

La condition des déformations communes du béton et des aciers exige que $\varepsilon_a = \varepsilon_b$.

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta\sigma_a}{E_a} = \frac{\sigma_b}{E_b} \text{ ou } \Delta\sigma_a = n\sigma_b.$$

Il s'ensuit qu'après le transfert de la précontrainte au béton la tension des armatures sera

$$\sigma_{1.c} - \sigma_{p1} - n\sigma_b.$$

Le retrait et le fluage du béton provoquent des chutes de tension supplémentaires σ_{p2}, suivies d'une chute correspondante de précontrainte du béton (état 5), de sorte que les tensions finales dans les armatures avant la mise en charge de l'élément, les pertes totales prises en considération, deviendront égales à

$$\sigma_{i.c} - \sigma_p - n\sigma_{b1}.$$

L'augmentation graduelle des charges réduit progressivement les contraintes de compression dans le béton (état 6), et au moment où cette compression s'annulera complètement, la tension des arma-

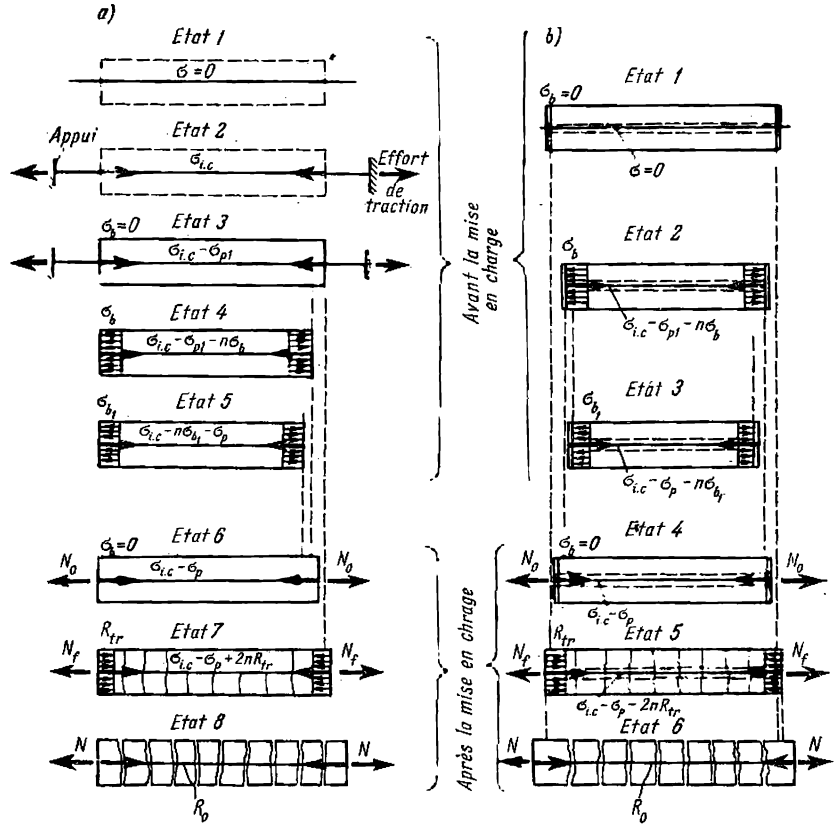


Fig. 11.17

tures deviendra $\sigma_{i.c} - \sigma_p$, si l'on admet que toutes les pertes aient eu le temps d'atteindre leurs valeurs finales égales à

$$\sigma_p = \sigma_{p1} + \sigma_{p2}.$$

La croissance ultérieure des charges crée les tensions limites dans le béton (état 7). Nous aurons donc la fin du stade I, où la tension des armatures sera :

$$\sigma_{1.c} - \sigma_p + 2nR_{tr}.$$

On voit donc que, comparée aux tensions existant dans les armatures des éléments en béton armé au moment de la fissuration, cette tension est accrue d'une quantité $\sigma_{i.c} - \sigma_p$, ce qui explique la résistance très élevée des éléments précontraints à la fissuration.

Les Règlements adoptent approximativement $2nR_{tr} = 300$ kg/cm^2 (en supposant que l'extensibilité limite de toutes les qualités de béton $\varepsilon_{b.}^{lim}{}_{tr} = 0{,}00015$).

Après la formation des fissures (stade II de travail) tous les efforts dans une section fissurée seront repris uniquement par les aciers, et au fur et à mesure que les charges augmentent, les fissures s'ouvrent de plus en plus.

Finalement, les contraintes des aciers atteindront leur résistance limite (état 8) et on aboutira ainsi au stade de rupture (stade III). Par conséquent, la précontrainte n'a aucune influence sur la force portante des éléments travaillant en traction simple. Par contre, son influence sur la résistance à la fissuration (et par suite sur la raideur des éléments) est très prononcée.

Considérons maintenant un élément précontraint *dont l'armature est tendue sur le béton* (fig. 11.17,*b*). Les différents états de contrainte se succéderont dans le même ordre, la seule différence résidant dans le fait que, d'après les Règlements en vigueur, les contraintes qui existeront dans les aciers avant la mise en charge de l'élément seront déterminées par la formule

$$\sigma_{i.c} - n\sigma_b.$$

Prenant compte des pertes primaires, après la compression du béton, la tension des armatures sera égale (état 2) à :

$$\sigma_{i.c} - n\sigma_b - \sigma_{p1}.$$

La valeur de σ_b peut être trouvée en partant des conditions d'équilibre interne qui exigent que :

$$(\sigma_{i.c} - \sigma_{p1} - n\sigma_b) F_{a.p} = \sigma_b F_b,$$

d'où

$$\sigma_b = \frac{(\sigma_{i.c} - \sigma_{p1}) F_{a.p}}{F_{b.c}}, \qquad (11.14)$$

où $F_{b.c} = F_b + nF_{a.p}$ est la surface calculée de la section affaiblie par les canaux et les rainures.

Quand les éléments sont pourvus d'aciers supplémentaires non tendus, ceux-ci sont mis en compression par le retrait et le fluage du béton. La valeur des contraintes des aciers σ_a au moment de la précontrainte sera égale aux pertes de tension dues au retrait du béton σ_1, et au moment de l'épuisement de la précontrainte due aux tensions des charges, σ_a est égale à la somme des pertes de tension

dues au retrait σ_1 et au fluage σ_2. Au moment de la fissuration, quand le béton travaillera à un taux égal à R_{tr}, la tension dans les aciers augmentera de $2nR_{tr} \approx 300$ kg/cm² et deviendra égale à $(-\sigma_a + + 300)$.

11.4.3. Calcul des éléments soumis à une traction simple

La *résistance des éléments précontraints travaillant en traction simple* doit être complètement assurée par les aciers, ce qui s'exprime par

$$N \leqslant R_a F_{a.p}. \tag{11.15}$$

Si l'élément est pourvu d'aciers non tendus,

$$N \leqslant R_a F_{a.p} + R_a F_a. \tag{11.15a}$$

Dans ces expressions

N est l'effort de traction provoqué par les charges calculées;

R_a, la résistance calculée de chaque type d'armature.

L'*effort de traction centré pouvant être repris par un élément précontraint sans fissuration* sera déterminé pour le stade I d'après la résistance calculée du béton à la fissuration R_f et la résistance des aciers avant la fissuration, en prenant compte du coefficient de précision de l'effort de traction $m_p = 0{,}9$:

$$N \leqslant N_f = R_f F_b + (m_p \sigma_0 + 300) F_{a.p}, \tag{11.16}$$

où

$$\sigma_0 = \sigma_{i.c} - \sigma_p.$$

Lorsque l'élément comporte des aciers non tendus:

$$N_f = R_f F_b + (m_p \sigma_0 + 300) F_{a.p} + (300 - \sigma_a) F_a, \tag{11.17}$$

où

$$\sigma_a = \sigma_1 + \sigma_2.$$

La formule (11.17) indique que la présence d'aciers non tendus réduit quelque peu la résistance des éléments à la fissuration, car la valeur de σ_a est généralement supérieure à 300 kg/cm².

Quant à l'effort N, celui-ci se calcule pour les éléments de la 1re catégorie à partir des charges calculées et pour les éléments de la 2e catégorie, à partir des charges de service (normalisées).

Le calcul à l'apparition des fissures dans les joints entre éléments préfabriqués s'effectue à l'aide de la condition $N \leqslant \leqslant 0{,}9\sigma_0 F_{a.p}$.

Le *calcul de l'ouverture des fissures* dans les éléments soumis à une traction simple (de 3e catégorie) se fait d'une façon analogue à celle décrite au chapitre 4 pour les éléments en béton armé ordinaires.

Le coefficient ψ_a tient compte du travail du béton tendu entre les fissures. On adopte:

pour les charges de courte durée

$$\psi_a = 1 - 0{,}7\,\frac{N_f - N_0}{N - N_0}; \tag{11.18}$$

pour les charges de longue durée

$$\psi_a = 1 - 0{,}35\,\frac{N_f - N_0}{N - N_0}. \tag{11.19}$$

La tension de l'armature se calcule d'après la formule:

$$\sigma_a = \frac{N - N_0}{F_{a.p} + F_a}. \tag{11.20}$$

Dans les formules (11.18), (11.19) et (11.20) N est l'effort de traction dû aux charges normalisées; N_f est l'effort repris par la section lors de la fissuration; N_0 est l'effort de l'armature tendue lors de l'épuisement de la précontrainte du béton.

Le *calcul de la résistance des sections au moment du transfert des efforts de précontrainte au béton* s'effectue en admettant que le béton est soumis à une compression simple de valeur N_1 égale à la somme des contraintes dans les aciers tendus multipliées par leur section. En cas des armatures tendues sur des appuis on part des contraintes σ_0, en adoptant que $\sigma_p = 3\ 000$ kg/cm^2; en cas de tension sur le béton on introduit dans les calculs les contraintes σ_1.

Cette résistance est vérifiée à l'aide de la formule

$$N_1 \leqslant \varphi\,[R'_{pr}F_b + (R_{a.c} - \sigma_1)\,F_a], \tag{11.21}$$

où F_b est la section du béton, les affaiblissements (dus aux rainures, etc.) pris en considération.

Le coefficient de flambage φ sera tiré du tableau 3.2. La valeur de la résistance calculée R'_{pr} du béton soumis à une compression simple sera adoptée compte tenu de l'âge du béton et multipliée par le coefficient 1,2. On peut utiliser la même formule (11.21) pour calculer les contraintes des aciers non tendus de section F_a, à condition que les armatures transversales répondent aux exigences des éléments soumis à une compression simple.

11.5. ÉLÉMENTS FLÉCHIS

11.5.1. Particularités constructives

Dans les éléments fléchis l'emplacement des aciers tendus est choisi eu égard aux épures des moments fléchissants et des efforts tranchants. Les schémas de la fig. 11.18 montrent:

a) les aciers d'une poutre à une seule travée munie de barres obliques disposées dans le sens des contraintes principales; b) la même poutre munie de barres rectilignes; c) une poutre à encorbellement et d) des poutres continues.

Les éléments fléchis, munis de barres rectilignes tendues de section $F_{a.p}$, comportent souvent des aciers tendus dans la zone comprimée, dont la section $F'_{a.p} = 0{,}15$ à $0{,}25F_{a.p}$.

La résultante des efforts transmis au béton, en cas d'un ferraillage asymétrique, se trouve toujours plus proche de l'armature

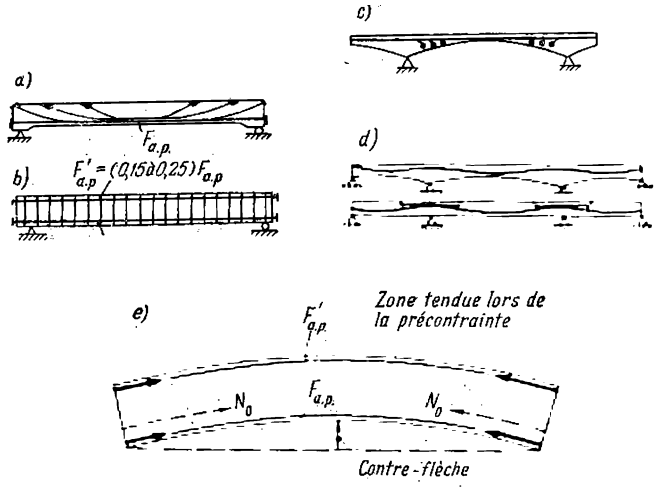


Fig. 11.18. Disposition des armatures dans des poutres fléchies
a — poutre à aciers curvilignes; *b* — poutre à aciers rectilignes; *c* — poutre à encorbellement; *d* — poutres continues; *e* — contre-flèche due à la précontrainte

$F_{a.p}$ (fig. 11.18,*e*). Il en résulte une contre-flèche, qui se forme au moment de la précontrainte, c'est-à-dire un déplacement dirigé dans le sens opposé à celui dans lequel agissent le poids propre de la poutre et les charges de service. Des contraintes considérables peuvent se créer le long de la fibre extérieure. A ce stade, l'armature $F_{a.p}$ accroît sa résistance à la fissuration ou alors limite l'ouverture des fissures lorsqu'elles apparaissent.

Les éléments fléchis peuvent comporter également des armatures précontraintes transversales $f_{a.p}$ augmentant considérablement la résistance aux fissures inclinées.

La forme de section qui convient le mieux aux pièces précontraintes fléchies est la section en T ou en double T. Les dimensions de la table comprimée de la section seront conditionnées par la résistance de l'élément sous charge, celles de la table tendue le seront par la

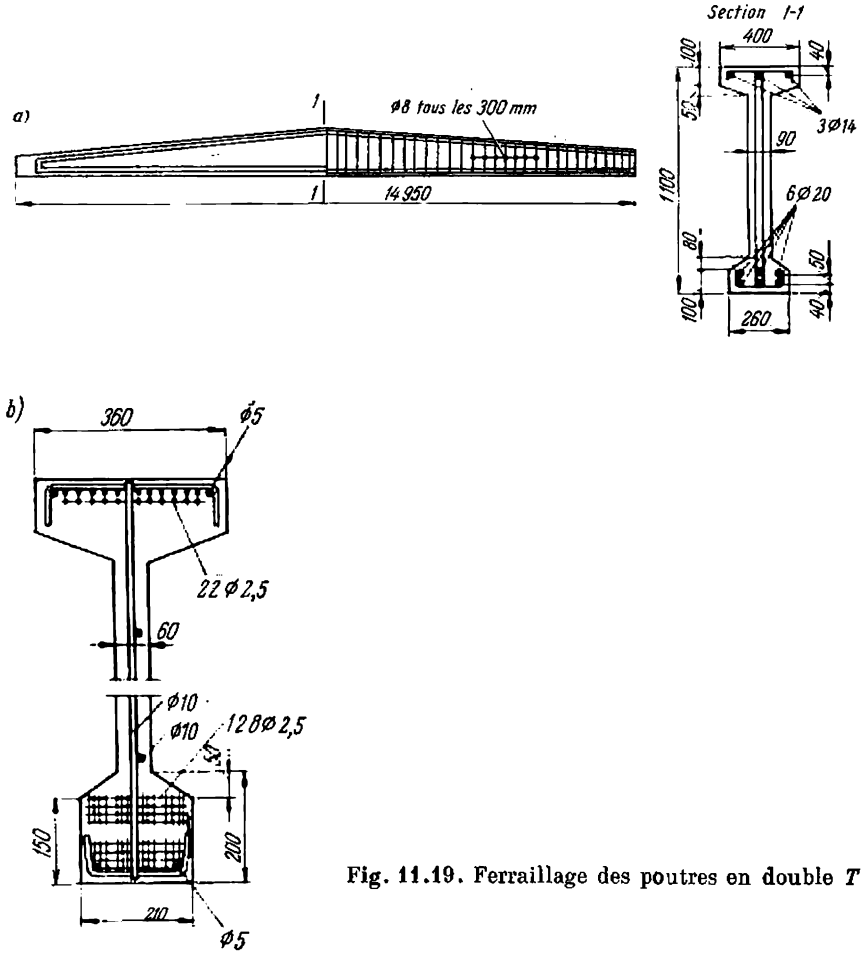


Fig. 11.19. Ferraillage des poutres en double *T*

disposition de l'armature et la résistance de la section à la précontrainte.

Les armatures sont tendues le plus souvent sur des appuis, il est possible de le faire aussi sur le béton. La fig. 11.19,*a* montre une poutre précontrainte dont le ferraillage consiste de barres et la fig. 11.19,*b*, une poutre armée de fils isolés.

La résistance des tronçons d'about prend une importance toute particulière. Si les aciers longitudinaux ne sont pas relevés aux appuis, on doit soit faire recours à la précontrainte transversale,

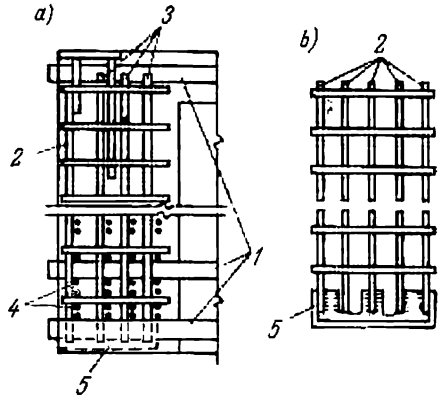


Fig. 11.20. Renforcement de la section d'une poutre au droit des appuis par des aciers supplémentaires non tendus

a — vue de côté; *b* — aciers transversaux disposés aux abouts de la poutre; *1* — barres tendues; *2* — aciers transversaux d'abouts; *3* — aciers transversaux latéraux; *4* — aciers introduits de côté; *5* — pièce d'appui

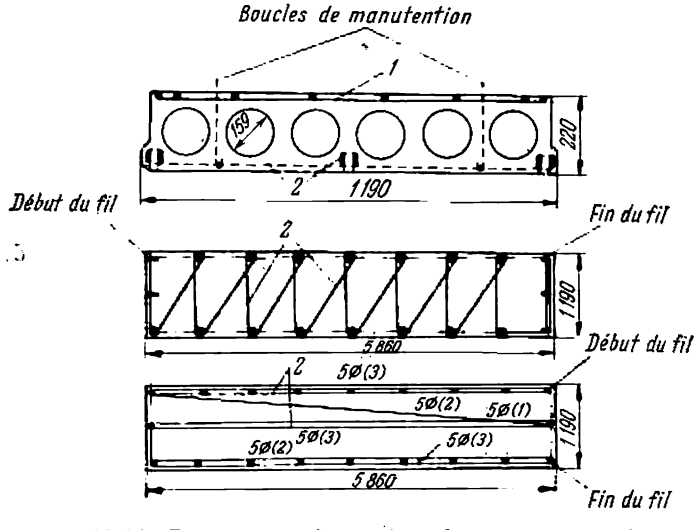


Fig. 11.21. Panneaux précontraints à armature continue

1 — treillis soudé supérieur; *2* — fil tendu continu

soit augmenter la largeur de section en y ajoutant en même temps des aciers non tendus supplémentaires (fig. 11.20).

La fig. 11.21 représente des panneaux préfabriqués précontraints munis d'une armature de fils continus.

Afin d'accroître la résistance à la fissuration des éléments de 1re et de 2e catégorie on tend les aciers jusqu'à une valeur limite tolérée. En principe, on devrait en faire autant pour les éléments de la 3e catégorie, car la réduction de la tension initiale des aciers ne conduit à aucune économie appréciable, en abaissant en même temps considérablement les qualités des éléments, vu l'apparition des fissures dans la zone tendue.

11.5.2. Etat de contrainte des éléments avant et après la mise en charge

La précontrainte des aciers peut créer des tensions considérables dans le béton : dans la zone comprimée voisines de R_{fl} et dans la zone tendue proches de R_{tr} ; l'épure des tensions sera curviligne aux stades les plus hauts (11.22,*a*).

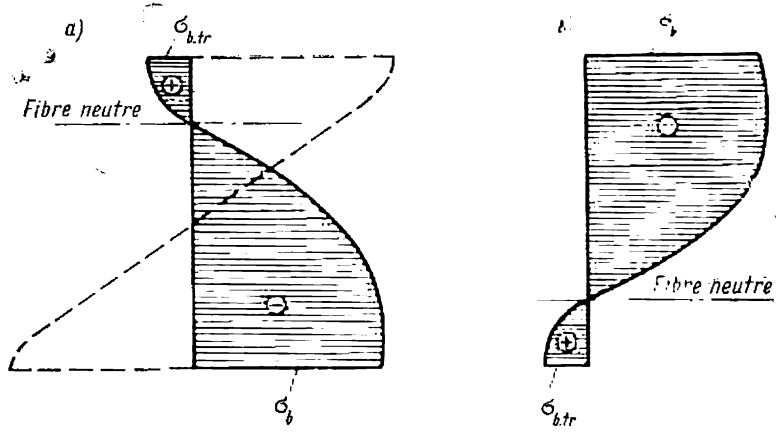


Fig. 11.22

Après la mise en charge, les précontraintes des deux zones s'annulent d'abord, puis changent de signe et peuvent approcher des résistances limites (fig. 11.22,*b*). Avant la formation des fissures on y observera un état de contrainte très analogue à celui d'un élément en béton armé ordinaire au stade Ia de travail, avec cette différence que les tensions dans le béton de la zone comprimée sont beaucoup plus élevées.

Les éléments précontraints fléchis, tout comme les éléments fléchis en béton armé ordinaire, se caractérisent par trois stades de travail : stade I — avant la fissuration du béton de la zone tendue ; stade II — après la fissuration ; stade III — rupture.

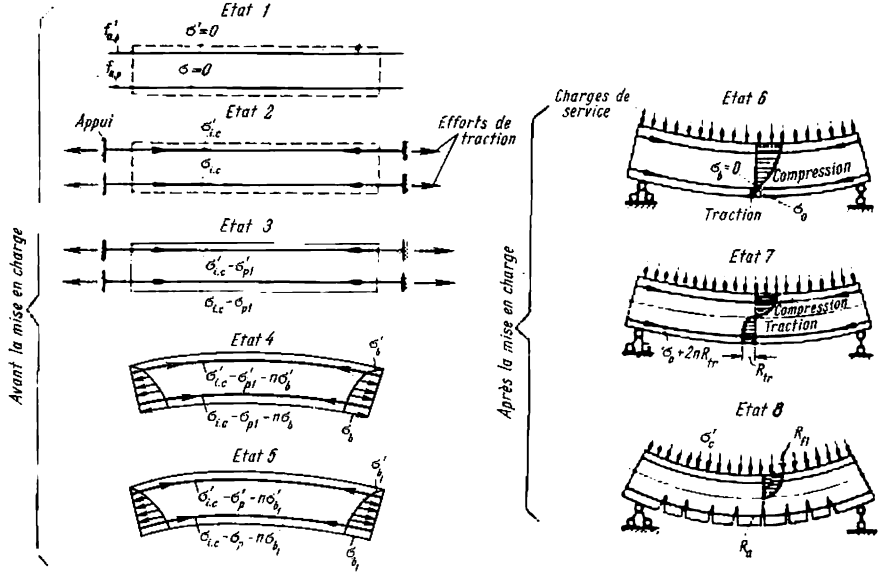


Fig. 11.23

Grâce à la précontrainte, le moment fléchissant engendré par les charges de service

$$M_{\text{serv}} < M_{\text{f}} < M_{\text{rupt}}$$

et, par conséquent, l'élément travaillera sans fissures (exception faite de certains éléments appartenant à la 3e catégorie).

L'expérience ainsi que les recherches montrent que dans les éléments précontraints les fissures apparaissent peu avant la rupture, l'intervalle séparant M_{f} du stade I de M_{rupt} du stade III étant beaucoup plus réduit que pour des sections en béton armé ordinaire (M_{f} atteint 0,7 à 0,8 M_{rupt}).

La succession des états de contrainte, par lesquels un élément précontraint fléchi passe du moment de sa confection jusqu'à sa rupture, est montrée fig. 11.23.

Quand les armatures doivent être tendues sur des appuis, on commence les opérations par leur mise en place dans le moule (état I). On les tend ensuite, en leur imprimant des tensions initiales con-

trôlées $\sigma_{i.c}$ et $\sigma'_{i.c}$ (état 2). D'habitude, on prend $\sigma_{i.c} = \sigma'_{i.c}$. Les pertes de tension des armatures σ_{p1} qui se développent pendant le bétonnage et le durcissement du béton provoqueront l'apparition de l'état 3.

Après l'acquisition par le béton de la résistance désirée du béton, celui-ci est comprimé par l'armature libérée des appuis ; la tension de l'armature diminue en comprimant le béton (état 4). Vu l'excentricité de la contrainte des armatures asymétriques ($F_{a.p} \neq F'_{a.p}$), l'élément acquiert une contre-flèche.

Graduellement, sous l'effet du retrait et du fluage, les pertes de tension tendront vers leur valeur finale $\sigma_p = \sigma_{p1} + \sigma_{p2}$, en amenant ainsi l'état 5.

Les états I à V se produisent tous avant la mise en charge de l'élément. L'application d'une charge qui annulerait la précontrainte de béton provoquera l'état 6. La tension des armatures $F_{a.p}$ sera égale à $\sigma_{i.c} - \sigma_p$.

L'augmentation ultérieure des charges fera croître les contraintes dans la zone tendue du béton, qui atteindra sa résistance limite (état 7). Nous aurons ainsi la fin du stade I de travail à la flexion. Les tensions dans les aciers $F_{a.p}$ deviendront égales à $\sigma_{i.c} - \sigma_p + 2nR_{tr}$.

Par conséquent, les contraintes dans les aciers des pièces précontraintes fléchies avant la formation des fissures sont très supérieures à celles des armatures des pièces analogues en béton armé ordinaire, leur différence s'élevant à $\sigma_{i.c} - \sigma_p$.

Avec l'augmentation des charges, les fissures se forment dans la zone tendue du béton et la pièce entre au stade II de travail.

Ensuite, sous des charges toujours croissantes, on verra augmenter les tensions des armatures principales jusqu'à leur résistance limite, et la pièce entrera au stade de rupture (stade III) représenté fig. 11.23 (état 8).

Il s'ensuit qu'en flexion l'épuisement de la force portante des éléments survient après celui de la précontrainte.

Les expériences ont montré que la résistance des sections transversales droites des éléments précontraints fléchis, dont le pourcentage d'armatures satisfait la condition $S_b \leqslant \zeta S_0$ (sections armées sans excès), est déterminée par les mêmes paramètres que ceux des éléments en béton armé ordinaire travaillant dans le 1er cas. La rupture des éléments précontraints, travaillant dans le 1er cas et armés d'aciers durs, est d'un caractère fragile et se produit aux tensions limites tant dans les aciers tendus, que dans le béton comprimé (v. chapitre 2).

Pour les armatures tendues sur le béton la succession des états de tension est analogue avant et après la mise en charge. Seule la valeur de la tension initiale contrôlée sera un peu différente. Confor-

mément aux Règlements en vigueur, elle sera prise égale à $\sigma_{i.c} - n\sigma_b$ pour les armatures $F_{a.p}$ et égale à $\sigma'_{i.c} - \sigma'_b$ pour les armatures $F'_{a.p}$.

Les Règlements préconisent une méthode simplifiée de détermination des contraintes, en admettant que le béton travaille en tant que corps élastique lors de la précontrainte et que la résultante

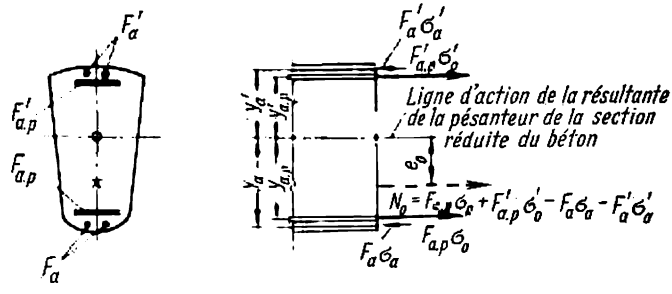


Fig. 11.24

des efforts dans l'armature est considérée comme une force extérieure excentriquement appliquée à l'élément:

$$N_0 = \sigma_0 F_{a.p.} + \sigma'_0 F'_{a.p} - \sigma_a F_a - \sigma'_a F'_a, \qquad (11.22)$$

où σ_0 et σ'_0 sont les tensions généralisées de l'armature tendue compte tenu des pertes et du coefficient $m_p = 0{,}9$ lors du calcul à la fissuration, et du coefficient $m_p = 1{,}1$ lors du calcul des efforts de précontrainte et de fissuration de la zone tendue;

σ_a et σ'_a, les contraintes des aciers non tendus dues au retrait et au fluage du béton.

L'excentricité de l'effort N_0 par rapport au centre de gravité de la section réduite sera

$$e_0 = \frac{\sigma_0 F_{a.p} y_{a.p} + \sigma'_a F'_a y'_a - \sigma'_0 F'_{a.p} y'_{a.p} - \sigma_a F_a y_a}{N_0}, \qquad (11.23)$$

où $y_{a.p}$, $y'_{a.p}$, y_a et y'_a sont les distances du centre de gravité de la section réduite du béton aux points d'application des efforts correspondants de l'armature (fig. 11.24).

Si les armatures précontraintes $F_{a.p}$ et $F'_{a.p}$ forment avec l'axe de l'élément des angles α et α', les efforts correspondants doivent être multipliés par $\cos\alpha$ et $\cos\alpha'$.

Les contraintes initiales des fibres extrêmes du béton seront:

$$\sigma_b = \frac{N_0}{F_{b.r}} \pm \frac{N_0 e_0 y}{J_{b.r}}. \qquad (11.24)$$

où $J_{b.r}$ est le moment d'inertie de la section réduite du béton;
y, la distance du centre de gravité de la section réduite au point où l'on détermine les contraintes.

Les précontraintes du béton avant la mise en charge de l'élément, toutes les pertes prises en considération, se calculent d'après la formule (11.24) et l'effort correspondant N_0. Les contraintes après la mise en charge seront données par la somme algébrique des contraintes mentionnées et celles dues au moment fléchissant.

11.5.3. Calcul de la résistance limite

La force portante des éléments en béton précontraint se calcule exactement de la même façon que celle des éléments en béton armé

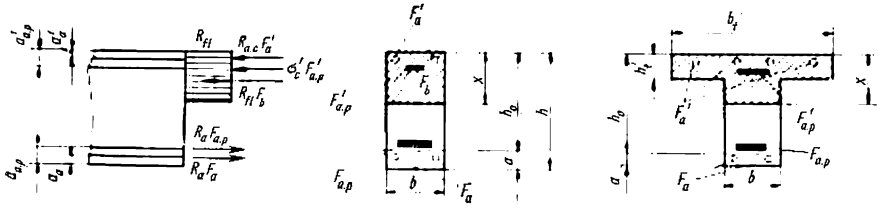


Fig. 11.25

ordinaire. Cependant, pour les aciers $F'_{a.p}$ situés dans la zone comprimée on introduira dans le calcul non plus leur résistance calculée $R_{a.c}$ mais une contrainte

$$\sigma'_c = R_{a.c} - 1{,}1\sigma'_0,$$

1,1 étant le coefficient de précision de tension de l'armature.

La contrainte σ'_c peut être positive (compression) ou négative (traction) selon la valeur de la précontrainte σ'_0. Dans le dernier cas la présence des aciers précontraints $F'_{a.p}$ dans la zone comprimée réduira quelque peu la force portante de l'élément fléchi.

Si la condition $S_b \leqslant 0{,}4\, S_0$ est satisfaite, les Règlements en vigueur permettent de négliger la présence des aciers $F'_{a.p}$ lors du calcul de la résistance de l'armature de la zone tendue.

Calcul de la résistance des sections normales. Les formules de calcul de la résistance des sections normales à l'axe de l'élément sont les mêmes que celles relatives aux éléments en béton armé ordinaire, mais on y introduit les efforts transmis par les aciers précontraints (fig. 11.25). Ainsi, pour une section rectangulaire on aura :

$$M \leqslant R_{fl} b x (h_0 - 0{,}5x) + \sigma'_c F'_{a.p} (h_0 - a'_{a.p}) + R_{a.c} F'_a (h_0 - a'_a). \quad (11.25)$$

La position de la fibre neutre se déduira de l'équilibre des efforts intérieurs :

$$R_a F_{a.p} + R_a F_a - \sigma'_c F'_{a.p} - R_{a.c} F'_a = R_{fl} b x. \qquad (11.26)$$

En même temps les conditions suivantes doivent être satisfaites :

$$x \leqslant \alpha_{max} h_0, \qquad (11.27)$$

$$x \geqslant 2a'. \qquad (11.28)$$

Si l'on a affaire aux sections en T, satisfaisant la condition

$$R_a F_{a.p} + R_a F_a \leqslant R_{fl} h'_t [b + 0{,}8 (b'_t - b)] + \sigma'_c F'_{a.p} + R_{a.c} F'_a, \qquad (11.29)$$

on calculera la hauteur de la zone comprimée $x \leqslant h'_t$ et la résistance de la section comme celles d'une section rectangulaire de largeur b'_t.

Quand la condition (11.29) n'est plus satisfaite, la section sera considérée comme une section en T et sa résistance sera donnée par la formule :

$$M \leqslant R_{fl} b x (h_0 - 0{,}5x) + 0{,}8 R_{fl} (b'_t - b) (h_0 - 0{,}5h'_t) h'_t + \\ + \sigma'_c F'_{a.p} (h_0 - a'_{a.p}) + R_{a.c} F'_a (h_0 - a'_a) \qquad (11.30)$$

et la position de l'axe neutre par l'équation :

$$R_a F_{a.p} + R_a F_a - \sigma'_c F'_{a.p} - R_{a.c} F'_a = R_{fl} [b x + 0{,}8 (b'_t - b) h'_t] \qquad (11.31)$$

D'autre part, la hauteur de la zone comprimée doit toujours satisfaire la condition $S_b \leqslant \zeta S_0$ (v. tableau 5.1).

Le calcul des sections symétriques de formes autres que celles mentionnées ci-dessus s'effectuera comme indiqué au chapitre 5 (5.5).

Calcul de la résistance des sections inclinées. La résistance des éléments précontraints fléchis aux efforts tranchants est encore insuffisamment étudiée. Les Règlements recommandent de vérifier la résistance des sections inclinées (fig. 11.26) aux moments fléchissants et aux efforts tranchants à l'aide des conditions analogues à celles exposées plus haut pour les éléments en béton armé ordinaire :

$$M \leqslant R_a F_{a.p} z_{a.p} + R_a F_a z_a + \sum R_a F_{a.p.rel} z_{a.p.rel} + \\ + \sum R_a F_{rel} z_{rel} + \sum R_a F_{a.p.ét} z_{a.p.ét} + \sum R_a F_{ét} z_{ét}; \qquad (11.32)$$

$$Q \leqslant \sum R_{a.ét} F_{a.p.rel} \sin \alpha_p + \sum R_{a.ét} F_{rel} \sin \alpha + \\ + \sum R_{a.ét} F_{a.p.ét} + \sum R_{a.ét} F_{ét} + Q_b, \qquad (11.33)$$

avec

$$Q_b = \frac{0{,}15 R_{fl} b h_0^2}{c} \qquad (11.34)$$

La résistance offerte par les armatures transversales, par unité de longueur, est donnée par

$$q_{\text{ét}} = \frac{R_{\text{a. ét}} f_{\text{a. p. ét}} n_1}{u_1} + \frac{R_{\text{a. ét}} f_{\text{ét}} n}{u}. \qquad (11.35)$$

où $f_{\text{a. p. ét}}$ est la section d'une barre transversale (étrier) précontrainte ;

n_1, le nombre d'étriers dans la section transversale ;

u_1, le pas des étriers le long de l'élément ;

$f_{\text{ét}}$, n et u, les paramètres correspondants des armatures transversales non précontraintes.

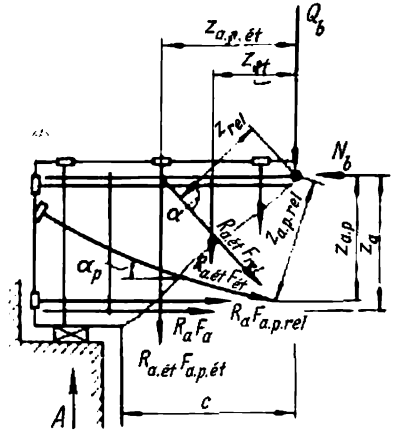


Fig. 11.26

L'effort tranchant calculé qui peut être repris par le béton de la zone comprimée et les armatures transversales est donné par

$$Q_{\text{ét. b}} = \sqrt{0{,}6 R_{\text{fl}} b h_0^2 q_{\text{ét}}} - R_{\text{a. ét}} f_{\text{ét}} n - R_{\text{a. ét}} f_{\text{a. p. ét}} n_1. \qquad (11.36)$$

Si l'effort tranchant calculé $Q > Q_{\text{ét. b}}$, la section des barres relevées nécessaires sera déterminée par l'équation :

$$Q - Q_{\text{ét. b}} = R_{\text{a. ét}} F_{\text{a. p. rel}} \sin\alpha + R_{\text{a. ét}} F_{\text{rel}} \sin\alpha. \qquad (11.37)$$

L'écartement des barres relevées et transversales des éléments précontraints doit se conformer aux mêmes exigences que dans le cas des éléments en béton armé ordinaire.

Quand les éléments précontraints sont armés de fils d'acier, de torons ou de câbles dépourvus de dispositifs d'ancrage spéciaux, on doit vérifier la résistance des sections inclinées au fléchissement sur toute l'étendue de la zone d'ancrage (cette vérification est inu-

tile pour les barres crénelées). La résistance conventionnelle des aciers dans la zone d'ancrage sera considérée comme croissant linéairement du zéro à la face d'about jusqu'à R_a en fin de la zone d'ancrage. La longueur de la zone d'ancrage l_a (longueur de scellement en cm) sera calculée à l'aide des formules suivantes:

$$l_a = k_a d \frac{\sigma_0}{10\,000} \text{ pour } \sigma_0 \leqslant 10\,000 \text{ kg/cm}^2$$

ou

$$l_a = k_a d + 3\frac{\sigma_0 - 10\,000}{R_0} \text{ pour } \sigma_0 > 10\,000 \text{ kg/cm}^2.$$

Dans ces expressions:

d est le diamètre des fils ou des torons, en cm;

σ_0, la tension des armatures, en kg/cm², déduction faite des pertes qui se produisent avant la fin de la précontrainte;

R_0, la résistance mesurée sur cubes du béton au moment de la précontrainte, en kg/cm²;

k_a, un coefficient dont les valeurs déterminées expérimentalement sont données au tableau 11.3.

Tableau 11.3

Types d'aciers	Valeur du coefficient k_a en fonction de la résistance sur cubes du béton R_0, kg/cm², au moment de la précontrainte			
	200	300	400	500
Fils profilés HR	100	80	60	45
Torons à 7 fils de 4,5 à 9 mm de diamètre	70	60	50	45
Torons à 7 fils de 12 à 15 mm de diamètre	50	40	35	30

Si la précontrainte du béton doit s'effectuer instantanément (brutalement), l'adhérence entre le béton et l'acier peut être dérangée au voisinage des faces d'about. Dans ce cas on compte la zone d'ancrage à partir d'un point écarté de $0{,}25 l_a$ de la face d'about de l'élément.

Calcul de la résistance au stade de précontrainte. Au stade de précontrainte les éléments sont soumis à une compression excentrée, qui, d'après les Règlements, doit être calculée à partir des efforts appliqués aux aciers tendus $F_{a.p}$, déduction faite de toutes les pertes primaires, prises en considération de la même manière que pour les éléments soumis à une compression simple.

En cas de nécessité (dépendamment des méthodes de fabrication des éléments), outre les efforts de précontrainte, on peut tenir compte du poids de l'élément et d'autres charges éventuelles (montage, manutention, etc.).

11.5.4. Calcul à la fissuration

Calcul des sections normales. La condition assurant la résistance à la fissuration d'une section normale sera :

$$M \leqslant M_f, \tag{11.38}$$

où M est le moment fléchissant, provoqué pour les constructions de la 1re catégorie par les charges calculées et pour les éléments de la 2e catégorie par les charges normalisées ;

M_f, le moment fléchissant repris par la section avant la fissuration, quand la résistance calculée du béton tendu est égale à R_f (v. chapitre 2).

Les expériences montrent qu'avant la fissuration les tensions de compression dans les sections précontraintes peuvent approcher la résistance limite du béton comprimé, c'est-à-dire $R_{pr} = 0{,}8\,R_{fl}$ pour les tables des sections en T et R_{fl} pour les sections rectangulaires. Il se produit dans le béton de la zone tendue des déformations élastiques considérables et les épures des tensions deviennent curvilignes. Ceci est vrai par exemple pour les sections en T à table dans la zone tendue.

En déterminant les moments fléchissants M_f, on remplace l'épure curviligne des tractions du béton de la zone tendue par une épure rectangulaire, tandis que pour celle de la zone comprimée on adopte soit une forme triangulaire, soit une forme rectangulaire, en fonction de la valeur de σ_b au stade Ia (fig. 11.27).

C'est ainsi que pour les éléments précontraints, quand les contraintes σ_b sont considérables, une épure rectangulaire et une valeur des coefficients $\nu = \nu_{tr} = 0{,}5$ correspondent mieux au travail élasto-plastique des sections au stade Ia. Par contre, pour des valeurs moindres de la précontrainte σ_b une épure triangulaire convient mieux.

Les valeurs de M_f calculées pour les sections en T à l'aide des épures rectangulaires et triangulaires des contraintes de compression diffèrent de 15 à 25 % des valeurs expérimentales (moins dans le premier cas) qui se situent généralement entre les deux épures, mais en cas des charges de longue durée se rapprochent à cause du fluage du béton des valeurs calculées à l'aide d'une épure rectangulaire.

Détermination de M_f dans le cas d'une épure rectangulaire des contraintes du béton de la zone comprimée

On aura recours aux relations générales reliant les contraintes aux déformations des éléments fléchis en béton armé, établies pour le stade Ia de travail au chapitre 2. Reprenons donc les formules (2.13),

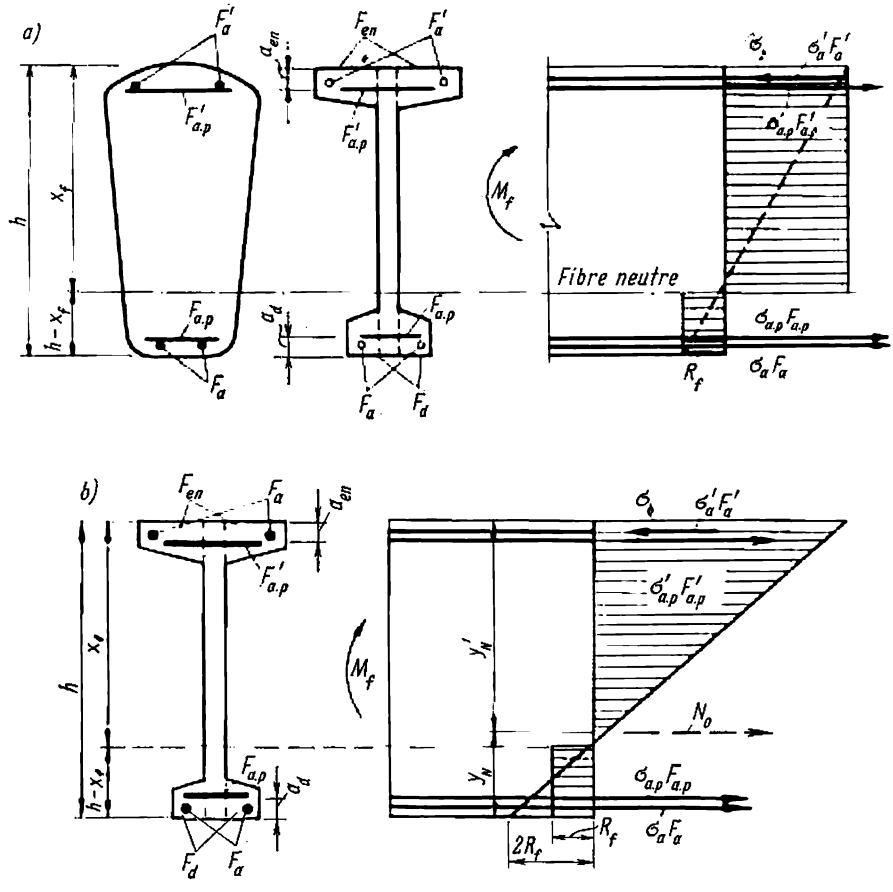


Fig. 11.27

(2.25) et (2.26). Pour une résistance calculée du béton à l'extension, égale à R_f, et un coefficient $\nu = \nu_{tr} = 0{,}5$ nous aurons:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_a &= 2nR_f; \\ \sigma_b &= \frac{R_f x_f}{h - x_f}; \\ \sigma'_a &= 2nR_f \frac{x_f - a'}{h - x_f}. \end{aligned}\right\} \qquad (11.39)$$

En ce moment les tensions dans les aciers précontraints inférieurs et supérieurs deviendront :

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{a.\,p} &= \sigma_0 + 2nR_f;\\ \sigma'_{a.\,p} &= \sigma'_0 - 2nR_f\frac{x_f}{h-x_f}.\end{aligned}\right\} \qquad (11.40)$$

Pour une section symétrique quelconque précontrainte (fig. 11.27,*a*) et un coefficient de remplissage de l'épure des tensions $\omega_1 = 1$ la hauteur de la zone comprimée x_f se déduira de l'équilibre des efforts internes :

$$R_f F_{b.\,tr} + 2nR_f F_a + (\sigma_0 + 2nR_f) F_{a.\,p} + \\ + \left(\sigma'_0 - 2nR_f\frac{x_f}{h-x_f}\right) F'_{a.\,p} = \frac{R_f x_f}{h-x_f} F_b + \frac{2nR_f x_f}{h-x_f} F'_a. \qquad (11.41)$$

Pour simplifier les calculs on néglige l'influence du retrait et du fluage sur les contraintes des aciers doux.

Après transformation, l'équation (11.41) devient :

$$R_f F_{b.\,tr.\,r} + N_0 = \frac{R_f x_f}{h-x_f} F_{b.\,r}, \qquad (11.41a)$$

où $F_{b.\,tr.\,r} = F_{b.\,r} + 2n\,(F_a + F_{a.p})$ est la section réduite de la zone tendue du béton ;

$F_{b.\,r} = F_b + 2n\,(F'_a + F'_{a.p})$, la section réduite de la zone comprimée du béton ;

$N_0 = \sigma_0 F_{a.p} + \sigma'_0 F'_{a.p}$, la résultante des efforts dans les aciers tendus.

Le moment fléchissant M_f sera donné par la valeur du moment des efforts internes par rapport au point d'application des efforts de compression :

$$M_f = R_f S_{b.\,tr.\,r} + N_0 z_0 \qquad (11.42)$$

ou

$$M_f = R_f W_f = R_f\left(S_{b.\,tr.\,r} + \frac{N_0 z_0}{R_f}\right), \qquad (11.42a)$$

Ici z_0 est la distance de l'effort N_0 au centre de gravité de la surface réduite du béton de la zone comprimée ;

$S_{b.\,tr.\,r}$, le moment statique de la surface réduite du béton de la zone tendue par rapport au même centre de gravité (en multipliant la section des armatures des deux zones par $2n$).

L'équation des équilibres internes permettant le calcul de la hauteur de la zone comprimée d'une section en double T précon-

trainte sera :

$$R_f b (h - x_f) + R_f F_d + 2nR_f F_a + (\sigma_0 + 2nR_f) F_{a.p} + \\ + \left(\sigma'_0 - \frac{2nR_f x_f}{h - x_f}\right) F'_{a.p} = R_f \frac{x_f}{h - x_f} (bx_f + F_{en}) + R_f \frac{2nx_f}{h - x_f} F'_a, \quad (11.43)$$

où F_d est la surface des débords du talon tendu ;

F_{en}, la surface des encorbellements de la table comprimée.

En déterminant F_d et F_{en}, on doit tenir compte des affaiblissements éventuels dus aux rainures et canaux en diminuant respectivement ces surfaces.

L'équation (11.43) est linéaire par rapport à x_f ; en multipliant ses deux membres par $(h - x_f)$, nous aurons après transformations :

$$x_f = h \left[1 - \frac{bh + F_{en} + 2n (F'_{a.p} + F'_a)}{F_r + bh + \frac{N_0}{R_f}}\right]. \quad (11.44)$$

où F_r représente la surface totale réduite (en multipliant les sections des armatures par $2n$).

Le moment fléchissant M_f peut être calculé d'après la formule (11.42). Il peut se calculer aussi comme moment des efforts internes par rapport au centre de gravité de la zone comprimée de la nervure, c'est-à-dire :

$$M_f = R_f W_f = R_f \left[\frac{bh}{2} (h - x_f) + F_d \left(h - a_d - \frac{x_f}{2}\right) + \right. \\ + F_{en} \frac{x_f}{h - x_f} \left(\frac{x_f}{2} - a_{en}\right) + 2n (F_{a.p} + F_a) \left(h_0 - \frac{x_f}{2}\right) + \\ + 2n (F'_{a.p} + F'_a) \frac{x_f}{h - x_f} \left(\frac{x_f}{2} - a'\right) + \frac{\sigma_0}{R_f} F_{a.p} \left(h_0 - \frac{x_f}{2}\right) - \\ \left. - \frac{\sigma'_0}{R_f} F'_{a.p} \left(\frac{x_f}{2} - a'\right)\right]. \quad (11.45)$$

Détermination de M_f dans le cas d'une épure triangulaire

Conformément à la formule (2.25), les contraintes qui se développent dans le béton de la zone tendue avant la fissuration, exprimées par R_f quand $\nu = 1$ et $\nu_{tr} = 0{,}5$, seront égales à :

$$\sigma_b = \frac{2R_f x_f}{h - x_f}. \quad (11.46)$$

Les contraintes correspondantes des aciers des deux zones de la section se déterminent à l'aide des formules (11.39) et (11.40).

L'épure triangulaire des contraintes du béton de la zone comprimée, au niveau du centre de gravité des encorbellements des tables, d'un élément précontraint en double T (fig. 11.27,*b*) nous donnera

$$\sigma_{b.en} = \frac{2R_f (x_f - a_{en})}{h - x_f} \quad (11.47)$$

La hauteur de la zone comprimée se déduira de l'équation d'équilibre des efforts internes :

$$R_f b(h-x_f) + R_f F_d + (\sigma_0 + 2nR_f) F_{a.p} + \left(\sigma'_0 - \frac{2nR_f x_f}{h-x_f}\right) F'_{a.p} + \\ + 2nR_f F_a = R_f \frac{bx_f^2}{h-x_f} + 2R_f \frac{x_f - a_{en}}{h-x_f} F_{en} + R_f \frac{2nx_f}{h-x_f} F'_a. \quad (11.48)$$

Après avoir multiplié les deux membres de l'équation (11.48) par $(h - x_f)$ et transformé celle-ci on obtiendra une équation du premier degré en x_f dont la solution est :

$$x_f = h\left[1 - \frac{bh + 2(1-\delta_{en})F_{en} + 2n(F'_{a.p} + F'_a)}{2F_r - F_d + \frac{N_0}{R_f}}\right], \quad (11.49)$$

F_r représentant la surface totale réduite de la section lorsque les sections des armatures sont multipliées par n.

Le moment fléchissant M_f sera calculé comme moment des efforts internes par rapport au point d'application de la résultante des efforts de compression de l'âme :

$$M_f = R_f W_f = R_f \left[b(h-x_f)\left(\frac{h}{2} + \frac{x_f}{6}\right) + F_d\left(h - a_d - \frac{x_f}{3}\right) + \right. \\ + 2F_{en}\frac{x_f - a_{en}}{h-x_f}\left(\frac{x_f}{3} - a_{en}\right) + 2n(F_{a.p} + F_a)\left(h_0 - \frac{x_f}{3}\right) + \\ + 2n(F'_{a.p} + F'_a)\frac{x_f}{h-x_f}\left(\frac{x_f}{3} - a'\right) + \frac{\sigma_0}{R_f} F_{a.p}\left(h_0 - \frac{x_f}{3}\right) - \\ \left. - \frac{\sigma'_0}{R_f} F'_{a.p}\left(\frac{x_f}{3} - a'\right)\right]. \quad (11.50)$$

Les formules (11.49) et (11.50) sont tout à fait générales. Quand $N_0 = 0$ on se servira de ces formules pour le calcul d'éléments non précontraints.

L'expression de M_f peut être simplifiée si le moment des efforts internes est déterminé par rapport à la résultante des efforts dans l'armature précontrainte N_0 ; nous aurons :

$$M_f = R_f \left[b(h-x_f)(y_N - 0{,}5h - 0{,}5x_f) + F_d(y_N - a_d) + \right. \\ + F_{en}\frac{2(x_f - a_{en})}{h-x_f}(y'_N - a_{en}) + \frac{bx_f^2}{h-x_f}\left(y'_N - \frac{x_f}{3}\right) + \\ \left. + 2n(F_{a.p} + F_a)(y_N - a) + 2n(F'_{a.p} + F'_a)(y'_N - a')\right], \quad (11.51)$$

avec

$$\left.\begin{aligned} y_N &= \frac{\sigma'_0 F'_{a.p} z_{a.p}}{N_0} + a, \\ y'_N &= \frac{\sigma_0 F_{a.p} z_{a.p}}{N_0} + a', \end{aligned}\right\} \quad (11.52)$$

où $z_{a.p}$ désigne la distance entre les centres de gravité des armatures $F_{a.p}$ et $F'_{a.p}$.

Détermination de M_f d'après le noyau des moments en cas d'une épure triangulaire

Les Règlements recommandent de déterminer M_f à l'aide de la formule:

$$M_f = R_f W_b \pm M_{n.c}, \tag{11.53}$$

où

$$M_{n.c} = N_0 (r_n + e_0) \tag{11.54}$$

est le moment de la résultante N_0 des efforts dans les aciers précontraints et dans les aciers non tendus par rapport au point du noyau central le plus éloigné de la face dont on vérifie la résistance à la fissuration (le signe du moment étant déterminé par le sens de rotation);

$$W_b = S_{tr} + \frac{2J_c}{h-x} \tag{11.55}$$

est le moment de résistance de la section réduite, l'épure des contraintes dans la zone comprimée étant triangulaire et dans la zone tendue rectangulaire (la réduction s'effectue en multipliant la section des aciers des deux zones par n);

S_{tr}, le moment statique de la zone tendue de la section réduite par rapport à la fibre neutre;

J_c, le moment d'inertie de la zone comprimée de la section réduite par rapport à la fibre neutre;

x, la hauteur de la zone comprimée de la section réduite ou réelle.

La hauteur de la zone comprimée x sera déterminée d'après l'équation suivante, en négligeant l'effort longitudinal:

$$S_c = \frac{(h-x) F_{tr}}{2}, \tag{11.55a}$$

où S_c est le moment statique de la zone comprimée de la section réduite par rapport à la fibre neutre;

F_{tr}, la surface de la zone tendue de la section réduite.

On admet que la distance du noyau au centre de gravité de la section peut être prise égale à

$$r_n = \frac{W_0}{F_r}, \tag{11.56}$$

où W_0 est le moment de résistance de la section réduite, déterminé pour la face tendue d'après les règles de la résistance des matériaux plastiques.

La valeur de W_b peut être obtenue à l'aide de l'expression :

$$W_b = \gamma W_0. \tag{11.57}$$

Le coefficient γ qui dépend de la forme géométrique de la section sera pris égal à 1,75 pour les sections rectangulaires et en T dont la table est comprimée ; pour les autres sections ce coefficient varie de 1,25 à 1,75.

Quelle que soit la méthode choisie pour la détermination de M_f, on doit tenir compte des écarts éventuels dans les efforts de précontrainte, en les affectant d'un coefficient m_p qui sera pris égal à 0,9 pour le calcul à la fissuration de la zone tendue sous charge, à 1,1 pour le calcul à la fissuration de la zone tendue à vide, et à 1,0 pour le calcul à la fissuration au moment du transfert de la précontrainte.

Les joints des éléments préfabriqués se calculent à la fissuration sans tenir compte du travail du béton de la zone tendue.

Calcul à la fissuration des sections inclinées. La résistance à la fissuration des sections inclinées de l'élément sera vérifiée au droit des valeurs maximales des contraintes de traction principales. Cette vérification s'effectue aussi bien suivant la longueur de l'élément en fonction de la distribution des moments fléchissants et des efforts tranchants que suivant la hauteur de la section eu égard à la géométrie. Dans une même section les points les plus dangereux se trouvent soit sur l'axe passant par le centre de gravité de la section réduite, soit au niveau de variations brusques de sa largeur.

La résistance à la fissuration sera assurée par la condition

$$\sigma_{\text{tr. princip}} \leqslant R_f. \tag{11.58}$$

Quant à la valeur des tensions principales, celle-ci sera donnée par

$$\sigma_{\text{tr. princip}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2}{4} + \tau^2}, \tag{11.59}$$

avec

$$\sigma_x = \sigma_b \pm \frac{M}{J_{\text{b. r}}} y, \tag{11.60}$$

où σ_b est la précontrainte du béton avant la mise en charge de l'élément, calculée d'après la formule (11.24).

On tient compte de la composante σ_y de la précontrainte, normale à l'axe longitudinal de l'élément, lorsque la section est munie d'étriers et de barres relevées tendus. La valeur de σ_y se calcule comme suit :

$$\sigma_y = \frac{\sigma_{0\,\text{ét}} F_{\text{a. p. ét}}}{u_{\text{ét}} b} + \frac{\sigma_{\text{rel}} F_{\text{a. p. rel}}}{u_{\text{rel}} b} \sin \alpha, \tag{11.61}$$

où $F_{a.p.ét}$, est la section globale de tous les étriers précontraints situés dans une section droite du tronçon envisagé;

$F_{a.p.rel}$, la section des aciers précontraints relevés, qui se terminent au tronçon u_{rel} d'une longueur $h/2$, disposé symétriquement par rapport à la section $O-O$ considérée (fig. 11.28,*a*);

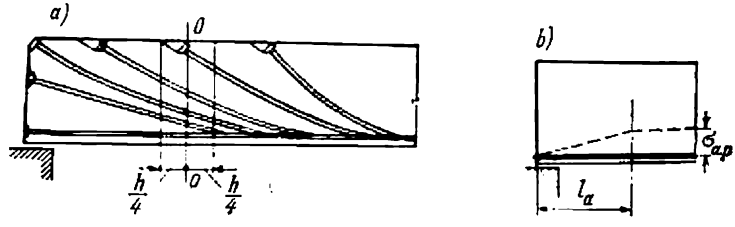


Fig. 11.28

$\sigma_{0\,ét}$ et σ_{rel}, la précontrainte des étriers et des aciers relevés, déduction faite de toutes les pertes (on néglige les pertes dues au fluage du béton pour les étriers précontraints);

$u_{ét}$, le pas des étriers.

Les contraintes de cisaillement seront données par

$$\tau = \frac{QS_{b.r}}{J_{b.r}b}, \tag{11.62}$$

où $S_{b.r}$ représente le moment statique réduit d'une partie de la section, située au-dessus ou au-dessous du niveau considéré, par rapport à la fibre neutre;

b, la largeur de la section au niveau considéré.

L'effort tranchant Q se déterminera compte tenu des efforts de précontrainte:

$$\left.\begin{aligned} Q &= Q_{ext} - Q_r; \\ Q_r &= \sum N_{rel} \sin\alpha; \\ N_{rel} &= f_{a.p}\sigma_{rel}, \end{aligned}\right\} \tag{11.63}$$

où $f_{a.p}$ est la section transversale d'un câble, toron ou barre relevés précontraints;

α, l'angle formé par l'acier relevé et l'axe de l'élément dans la section envisagée;

σ_{rel}, la contrainte dans l'acier relevé, déduction faite de toutes les pertes;

N_{rel}, l'effort dans l'acier tendu relevé qui se termine au droit de l'appui ou à une distance $h/4$ de la section $O - O$ entre celle-ci et l'appui (fig. 11.28,*a*) ;

Q_{ext}, l'effort tranchant provoqué par les charges extérieures.

Si les aciers précontraints sont constitués par des fils isolés, des torons ou des câbles torsadés dépourvus de dispositifs d'ancrage, on doit vérifier la résistance à la fissuration des zones d'ancrage (v. tableau 11.3). On admet comme ci-dessus que les efforts de précontrainte tant dans les aciers que dans le béton diminuent linéairement, atteignant zéro sur la face d'about (fig. 11.28,*b*).

11.5.5. Déformations des éléments précontraints

Les flèches et les angles de rotation des éléments fléchis, devant travailler sans fissures (éléments des 1re et 2e catégories), se déterminent comme ceux d'un corps isotrope, c'est-à-dire en tenant compte du travail du béton tant dans la zone comprimée que dans la zone tendue ; les sections des aciers doivent être réduites au béton.

La rigidité des éléments sous l'effet des charges de courte durée est égale à

$$B_{c.d} = 0{,}85\, E_b J_r. \qquad (11.64)$$

Les poutres relativement hautes ($h/l \geqslant 1/7$), supportant des charges concentrées considérables (les poutres de ponts roulants, celles de charpente, etc.), subissent des déformations supplémentaires dues aux efforts tranchants. Pour en tenir compte les Règlements recommandent de réduire la valeur de $B_{c.d}$ de 10 %.

En outre, la valeur de $B_{c.d}$ sera réduite de 15 % si des fissures peuvent apparaître dans la zone préalablement tendue pendant le transfert de la précontrainte.

Il est recommandé de déterminer la flèche totale des éléments précontraints, en tenant compte de l'effet des charges soutenues et de la contre-flèche due à la précontrainte :

$$f = f_{c.d} + (f_{l.d} - f_{c\text{-}f})\, c. \qquad (11.65)$$

[ci $f_{c.d}$ est la flèche due aux charges de courte durée ;

$f_{l.d}$, la flèche initiale, due aux charges de longue durée ;

$f_{c\text{-}f}$, la valeur de la contre-flèche due à l'effet de la précontrainte, l'effort N_0 étant calculé compte tenu de toutes les pertes ;

c, un coefficient tenant compte de l'accroissement de la contre-flèche dû au fluage du béton. Ce coefficient est pris égal à 2,0 pour un milieu ambiant normal, à 3,0 pour un milieu ambiant sec et à 1,5 pour un milieu ambiant humide.

Les flèches et les angles de rotation des éléments fléchis, travaillant avec des fissures dans la zone tendue (3e catégorie), peu-

vent être déterminés en partant de leurs courbures tout comme dans le cas des éléments soumis à une compression excentrée (v. chapitre 9), en remplaçant dans toutes les formules l'effort normal N par la résultante des efforts de précontrainte N_0, et le produit Ne par la somme des moments M dus tant aux forces extérieures qu'aux efforts de précontrainte. Une méthode analogue sera adoptée pour le calcul de ces éléments à la fissuration.

11.5.6. Calcul des constructions armées de pièces précontraintes

Dans certains cas il est commode d'employer comme armatures des « planches » ou « lattes » en béton précontraint. Cette méthode a été employée avec succès dans la confection des pièces évidées en

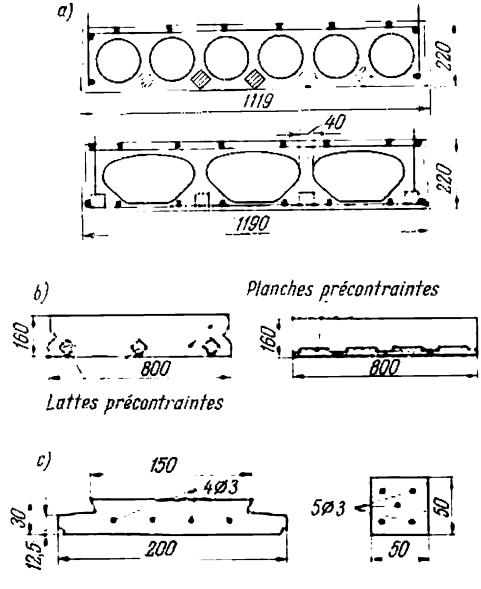


Fig. 11.29. Ferraillage des dalles à l'aide des pièces précontraintes préfabriquées

a—cas d'une dalle évidée en béton ordinaire; *b*—cas d'une dalle en béton léger; *c* — pièces précontraintes

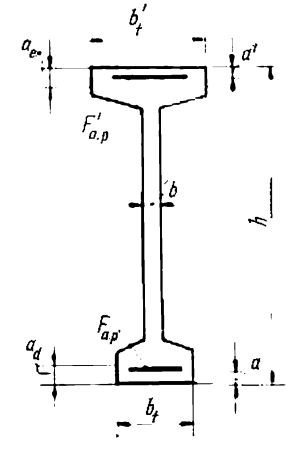


Fig. 11.30

béton ordinaire (fig. 11.29,*a*), mais surtout pour des dalles en béton léger (fig. 11.29,*b*). Les « planches » et « lattes » employées à cette fin sont de faible section et sont armées de fils en acier HR (fig. 11.29,*c*).

Le calcul de la force portante des éléments de ce type s'effectue exactement comme celui des éléments en béton armé ordinaire.

Le calcul à la fissuration s'effectue séparément pour le béton entourant les « inclusions » précontraintes et pour le béton de ces dernières, considérées comme appartenant à la 2e catégorie, même si elles sont employées dans les structures de la 3e catégorie de résistance à la fissuration. Lors du calcul à la fissuration des pièces préfabriquées la résistance du béton tendu qui les entoure n'est pas prise en considération.

Exemple. Déterminer le moment de fissuration M_f d'une poutre précontrainte en double T (fig. 11.30), la résistance du béton étant 400 kg/cm² (R_f = = 17,5 kg/cm², R_{fl} = 210 kg/cm², R_{pr} = 170 kg/cm²) ; les sections des armatures tendues sur les appuis s'élevant à $F_{a.p} = 7{,}84$ cm², $F'_{a.p} = 1{,}57$ cm² ; la tension initiale contrôlée $\sigma_{i.c} = \sigma'_{i.c} = 11\,250$ kg/cm² ; $m_p = 0{,}9$; les pertes de tension $\sigma_t = 2\,935$ kg/cm² ; $n = 4{,}75$; $h = 97$ cm ; $h_0 = 90{,}9$ cm ; $b = 6$ cm ; $b_t = 20$ cm ; $b'_t = 36$ cm ; $F_{en} = 375$ cm² ; $a_{en} = 6{,}4$ cm ; $F_d = 175$ cm² ; $a_d = 6{,}4$ cm ; $a' = 2{,}5$ cm.

Solution.

a) Déterminons la valeur de M_f adoptant une épure rectangulaire des contraintes dans la zone comprimée.

Calculons la résultante des efforts de précontrainte, les pertes étant prises en considération :

$$\sigma_0 = \sigma'_0 = (11\,250 - 2\,935)\,0{,}9 = 7\,500 \text{ kg/cm}^2,$$
$$N_0 = 7\,500\,(7{,}84 + 1{,}57) = 70\,500 \text{ kg}.$$

La section réduite au béton :

$$F_{b.r} = 6 \cdot 97 + 375 + 175 + 2 \cdot 4{,}75\,(7{,}84 + 1{,}57) = 1\,220 \text{ cm}^2.$$

D'après (11.44) :

$$x_f = 97\left(1 - \frac{582 + 375 + \frac{9{,}5 \cdot 1{,}57}{6}}{1\,220 + 582 + \frac{70\,500}{17{,}5}}\right) = 0{,}83 \cdot 97 = 81 \text{ cm}.$$

Dès lors, d'après (11.45) :

$$M_f = 17{,}5\left(291 \cdot 16 + 175 \cdot 50{,}1 + 375\frac{81}{16}34{,}1 + 9{,}5 \cdot 7{,}84 \cdot 50{,}4 + 9{,}5 \cdot 1{,}57\frac{81}{16}38 + \right.$$
$$\left. + \frac{7\,500}{17{,}5}7{,}84 \cdot 50{,}4 - \frac{7\,500}{17{,}5}1{,}57 \cdot 38\right) = 40{,}4 \text{ t·m}.$$

b) Déterminons la valeur de M_f par la méthode des moments rapportés au bord du noyau central en adoptant une épure triangulaire des contraintes du béton de la zone comprimée.

La section réduite au béton (le coefficient de réduction pour les aciers étant n) :

$$F_{b.r} = 6{,}97 + 375 + 175 + 4{,}75\,(7{,}84 + 1{,}57) = 1\,175 \text{ cm}^2.$$

Le moment statique de la section réduite par rapport à la face inférieure :

$$S_{b.r} = \frac{6 \cdot 97^2}{2} + 375 \cdot 90{,}6 + 175 \cdot 6{,}4 + 4{,}75 \cdot 7{,}84 \cdot 6{,}1 + 4{,}75 \cdot 1{,}57 \cdot 94{,}5 = 64\,200 \text{ cm}^3.$$

La distance du centre de gravité de la section réduite jusqu'à la face inférieure :

$$y = \frac{64\,200}{1\,175} = 54{,}6 \text{ cm}; \quad h - y = 97 - 54{,}6 = 42{,}4 \text{ cm}.$$

Le moment d'inertie de la section réduite par rapport au centre de gravité de la section :

$$J_{b.\,r} = \frac{6 \cdot 97^3}{12} + 6 \cdot 97 \cdot 6{,}1^2 + 375 \cdot 36^2 + 175 \cdot 48{,}2^2 +$$

$$+ 4{,}75 \cdot 7{,}84 \cdot 48{,}5^2 + 4{,}75 \cdot 1{,}57 \cdot 39{,}9^2 = 1\,480\,000 \text{ cm}^4.$$

Le moment de résistance de la section réduite :

$$W_0 = \frac{J_{b.\,r}}{y} = \frac{1\,480\,000}{54{,}6} = 27\,100 \text{ cm}^3.$$

La distance du noyau au centre de gravité se détermine d'après (11.56) :

$$r_n = \frac{27\,100}{1\,175} = 23 \text{ cm}.$$

Le moment de résistance d'après la formule (11.55) sera :

$$W_b = 40\,600 \text{ cm}^3 \text{ (ici on omet les calculs)}.$$

La distance du centre de gravité de tous les aciers de la face inférieure :

$$\frac{1{,}57\,(97 - 2{,}5) + 7{,}84 \cdot 6{,}1}{1{,}57 + 7{,}84} = 20{,}8 \text{ cm}.$$

La distance de la résultante de tous les efforts dans les armatures tendues au centre de gravité de la section réduite : $e_0 = 54{,}6 - 20{,}8 = 33{,}8$ cm.

D'après (11.53) pour le cas envisagé :

$$M_f = R_f W_b + N_0 (r_n + e_0) = 17{,}5 \cdot 40\,600 + 70\,500\,(23 + 33{,}8) = 47{,}1 \text{ t} \cdot \text{m},$$

ce qui dépasse de 17 % la valeur de M_f trouvée à l'aide de (11.45).

11.6. ÉLÉMENTS SOUMIS À UNE COMPRESSION SIMPLE

Il est rare que l'on applique la précontrainte aux éléments travaillant en compression simple. On peut y avoir recours pour des poteaux préfabriqués très élancés afin d'en éviter la fissuration pendant la confection et la manutention, ou encore pour des poteaux supportant des charges très importantes et périodiquement déchargés.

Le fluage du béton peut dans ce cas faire croître les contraintes dans les aciers longitudinaux à tel point qu'au moment du déchargement le béton deviendra tendu et se fissurera. Souvent on applique la précontrainte aux pieux pour éviter leur fissuration lors du fonçage. Dans tous ces cas ce ne sont que les aciers longitudinaux qui sont précontraints.

Le calcul de la force portante des éléments préfabriqués soumis à une compression simple s'effectue à l'aide de la formule suivante :

$$N_r \leqslant \varphi\,(R_{pr} F_b + R_a F + \sigma'_c F_{a.\,p}), \qquad (11.66)$$

N_r étant l'effort normal réduit (v. chapitre 3);
$F_{a.p}$, la section des armatures principales précontraintes;
φ, le coefficient de flambage habituel.

Comme σ_c' est généralement négatif, la présence des armatures précontraintes réduit la force portante des éléments travaillant en compression simple.

On peut appliquer avantageusement la précontrainte aux poteaux de faible longueur pour lesquels le flambement n'est pas à craindre.

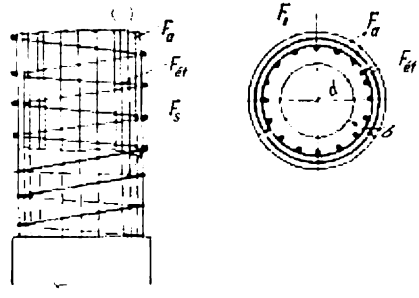


Fig. 11.31. Elément travaillant en compression simple à frettes hélicoïdales précontraintes

Dans ce cas on précontraint les frettes, ce qui permet d'augmenter la force portante des éléments et de réduire en même temps la consommation d'acier. Ce procédé s'applique généralement aux éléments cylindriques à section pleine ou aux éléments annulaires à parois épaisses. Leurs épaisseurs ne doivent pas être inférieures à 0,3 du diamètre du noyau central, car l'effet des frettes précontraintes dans les éléments à parois minces est insignifiant. On emploie le plus souvent des frettes hélicoïdales.

Le calcul de la force portante des éléments cylindriques, munis de frettes hélicoïdales précontraintes et soumis à une compression simple (fig. 11.31), se fait d'après la formule:

$$N \leqslant F_n R_{pr} + F_a R_a + \alpha F_s R_s, \tag{11.67}$$

où

$$F_n = \pi d_n \delta \left(1 - \frac{\delta}{d_n}\right); \tag{11.68}$$

$$F_s = \frac{\pi d_n f_s}{s}; \tag{11.69}$$

$$\alpha = 4\beta \frac{\delta}{d_n}\left(1 - \frac{\delta}{d_n}\right), \tag{11.70}$$

où $\beta = 2$ est le coefficient d'efficacité de la spirale, obtenu expérimentalement;

F_n, la surface du noyau de l'élément (l'enrobage déduit) ;
d_n, le diamètre du noyau de l'élément ;
f_s, la section transversale de la spirale ;
s, le pas de la spirale ;
δ, l'épaisseur de la paroi de la section (pour une section pleine δ est égale à $0{,}5\ d_n$) ;
R_s, la résistance calculée de la spirale.

11.7. ÉLÉMENTS SOUMIS À UNE COMPRESSION ET À UNE TRACTION EXCENTRÉES

11.7.1. Eléments soumis à une compression excentrée

La précontrainte des éléments soumis à une compression excentrée n'est utile qu'en cas de grandes excentricités ou pour le cas des éléments très élancés. L'augmentation de la résistance à la fissuration et de la rigidité des éléments par précontrainte n'est utile,

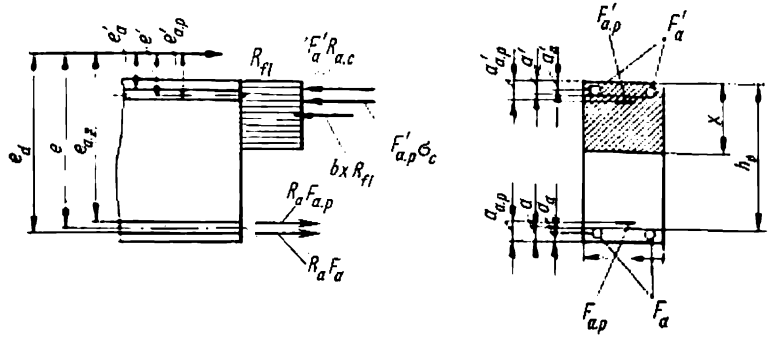


Fig. 11.32

dans le 1er cas, que pour la période de service et, dans le 2e cas, pour la période de fabrication et de montage (manutention).

Les éléments excentriquement comprimés sont construits d'après les données générales de ce chapitre et les exigences imposées aux éléments ordinaires.

Le *calcul de la résistance* d'une section symétrique se fait de la même manière que pour les éléments en béton armé ordinaire, soumis au même genre de compressions, à condition de prendre les efforts de l'armature précontrainte en considération. Pour les éléments de section rectangulaire (fig. 11.32), en cas des grandes excentricités (1er cas), $x \leqslant \alpha_{max} h_0$;

$$N \leqslant R_{fl} bx + \sigma'_c F'_{a.p} + R_{a.c} F'_a - R_a F_{a.p} - R_a F_a \qquad (11.71)$$

ou

$$Ne \leqslant R_{fl} bx (h_0 - 0{,}5x) + (\sigma'_c F'_{a.p} + R_{a.c} F'_a)(h_0 - a'). \quad (11.72)$$

La position de la fibre neutre sera déterminée par l'équation

$$R_{fl} bx (e - h_0 - 0{,}5x) \pm (\sigma'_c F'_{a.p} + R_{a.c} F'_a) e' - \\ - (R_a F_{a.p} + R_a F_a) e = 0, \quad (11.73)$$

les conditions (11.27) et (11.28) devant être conservées.

En cas des faibles excentricités (2e cas), $x > \alpha_{max} h_0$.

Pour $e > \bar{e}$ (v. chapitre 9) :

$$Ne \leqslant 0{,}5\zeta R_{fl} b h_0^2 + (\sigma'_c F'_{a.p} + R_{a.c} F'_a)(h_0 - a'); \quad (11.74)$$

pour $e \leqslant \bar{e}$:

$$Ne \leqslant 0{,}5 R_{pr} b h_0^2 \left[1 - (1 - 1{,}25\zeta) \frac{e - c}{\bar{e} - c}\right] + \\ + (\sigma'_c F'_{a.p} + R_{a.c} F'_a)(h_0 - a'). \quad (11.75)$$

Le *calcul à la fissuration* peut être effectué d'après les formules obtenues pour les éléments fléchis. Pour la formule (11.38) il faut admettre

$$M = Ne'_1, \quad (11.76)$$

où e_1 est la distance de l'effort longitudinal N au point de la zone comprimée par rapport auquel le moment des efforts intérieurs est pris ; lors du calcul de cet effort d'après le noyau des moments, cette distance sera considérée jusqu'au noyau.

En déterminant la valeur de M_f, on calcule la hauteur de la zone comprimée d'après les formules (11.41a), (11.44) et (11.49), en y introduisant la somme des efforts $(N_0 + N)$ au lieu de l'effort N_0. Le calcul de M_f d'après le noyau des moments n'exige aucune modification.

Le *calcul des déformations* des éléments, appartenant à la 1re et à la 2e catégorie de résistance à la fissuration, se fait d'après les formules (11.64) et (11.65).

Le *calcul des déformations et de l'ouverture des fissures* des éléments de la 3e catégorie se fait de la même manière que pour les éléments ordinaires excentriquement comprimés (v. chapitre 9), à condition d'introduire dans les formules de calcul la somme des efforts de compression $(N_0 + N)$ et son excentricité e, en tenant compte des moments des efforts extérieurs et des efforts de précontrainte.

11.7.2. Eléments soumis à une traction excentrée

La précontrainte des éléments soumis à une traction excentrée n'est aussi rationnelle que pour les éléments simplement tendus.

Ces éléments sont construits d'après les données générales du chapitre et les exigences imposées aux éléments en béton armé ordinaires.

Le *calcul de la résistance* se fait comme pour les éléments en béton armé ordinaires excentriquement tendus, l'armature précontrainte prise en considération. Quand la force N, en cas des grandes excentricités, est appliquée en dehors de la distance entre la résultante des tractions et celle des compressions des armatures (1er cas), nous aurons pour une section rectangulaire, lorsque $x \leqslant \alpha_{max} h_0$:

$$N \leqslant -R_{fl} bx - \sigma'_c F'_{a.p} - R_{a.c} F'_a + R_a F_{a.p} + R_a F_a \qquad (11.77)$$

ou

$$Ne \leqslant R_{fl} bx\,(h_0 - 0{,}5x) + (\sigma'_c F'_{a.p} + R_{a.c} F'_a)\,(h'_0 - a'). \qquad (11.78)$$

La position de la fibre neutre sera donnée par l'équation:

$$R_{fl} bx\,(e + h_0 - 0{,}5x) + (\sigma'_c F'_{a.p} + R_{a.c} F'_a)\,e' - \\ - (R_a F_{a.p} + R_a F_a)\,e = 0. \qquad (11.79)$$

La *résistance à la fissuration*, lors d'une traction excentrée, se calcule d'après les formules obtenues pour les éléments fléchis. Il faut, dans ce cas, calculer les valeurs de M de la formule (11.38) d'après la formule (11.76) et, en déterminant la hauteur de la zone comprimée d'après les formules (11.41a), (11.44) et (11.49), prendre la différence des efforts $N_0 - N$ au lieu de l'effort N_0.

En cas de calcul d'après le noyau des moments, les Règlements permettent de déterminer la valeur de M_f, comme pour une flexion, selon la formule (11.53), à condition que l'effort N_0 et le noyau se situent d'un côté de l'effort extérieur N (fig. 11.33) et que la distance entre cet effort extérieur et celui de compression soit:

$$c - c_0 \geqslant \frac{W_f R_f}{N_0}. \qquad (11.80)$$

Lorsque l'une des deux conditions n'est pas satisfaite, la traction étant supérieure à la compression, la première se calculera à partir de l'inégalité:

$$M_{ext}^{cond} \leqslant M_f, \qquad (11.81)$$

où

$$M_f = R_f W_f \pm M_c^{cond}, \qquad (11.82)$$

M_{ext}^{cond} étant le moment des efforts extérieurs situés d'un côté de la section (fig. 11.33) par rapport au noyau conditionnel dont la distance jusqu'au centre de gravité

$$r_{n.\,cond} = \frac{W_b}{F_r}, \tag{11.83}$$

M_c^{cond}, le moment des efforts N_0 de la formule (11.22) par rapport au même point, le signe du moment étant déterminé par le sens de rotation

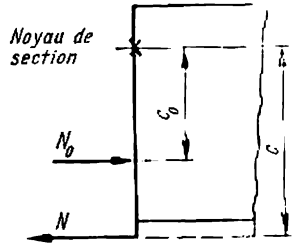


Fig. 11.33

On calcule les déformations des éléments des 1re et 2e catégories de la fissuration d'après les formules (11.64) et (11.65).

Le *calcul des déformations et de l'ouverture des fissures* des éléments de la 3e catégorie se fait comme pour les éléments ordinaires soumis à une traction excentrée (v. chapitre 10). On introduit dans les formules l'effort de traction, égal à la différence des efforts (N — — N_0), et son excentricité e en tenant compte des moments des efforts extérieurs et de précontrainte.

DEUXIÈME PARTIE

CONSTRUCTIONS DES BÂTIMENTS EN BÉTON ARMÉ

CHAPITRE 12 PRINCIPES GÉNÉRAUX DE L'ÉTABLISSEMENT DES PROJETS DE BÂTIMENTS EN BÉTON ARMÉ RÉPONDANT AUX EXIGENCES DE L'INDUSTRIALISATION ET DE L'ÉCONOMIE DE LA CONSTRUCTION

12.1. GÉNÉRALITÉS

Les bâtiments industriels et civils se composent d'éléments et de blocs indépendants, porteurs ou de cloisonnement, soumis à différents types de contraintes: flexion, compression, traction, etc.

Les principaux éléments horizontaux et verticaux d'un bâtiment sont les poteaux et les poutres formant l'ossature du bâtiment, que l'on appelle carcasse (fig. 12.1).

Dans la première partie du manuel nous avons considéré les questions concernant le calcul de différents éléments en béton armé, dans la deuxième partie nous prêtons surtout attention au calcul et à l'étude de bâtiments, ainsi qu'à leur constitution à partir d'éléments normalisés, compte tenu de la technologie de leurs fabrication et montage.

Le projet doit être élaboré de manière que tous les éléments et pièces de la construction possèdent la capacité portante nécessaire (résistance, stabilité), ainsi que la rigidité et la résistance à la fissuration, et que l'ensemble du bâtiment présente un ensemble monolithe.

La rigidité spatiale d'un bâtiment est conditionnée par sa résistance aux déformations horizontales dues à l'action de différentes charges et sollicitations; elle est obtenue par des procédés constructifs différents qui dépendent du nombre d'étages du bâtiment.

Les constructions sans étages, utilisées surtout pour les bâtiments industriels, sont composées de cadres à poteaux encastrés dans des fondations et sont équipées d'un système d'entretoises horizontales et verticales.

La rigidité spatiale des bâtiments industriels et civils à étages est obtenue par réalisation de cadres formés d'éléments rigides de forme géométrique invariable ou par arrangement de systèmes de

diaphragmes de liaison horizontaux et verticaux sous forme de cloisons, de murs et de planchers travaillant ensemble.

Lors de l'établissement d'un projet, l'ingénieur a pour tâche de mettre au point et de réaliser des constructions qui, tout en possédant une résistance et une rigidité nécessaires, puissent en même

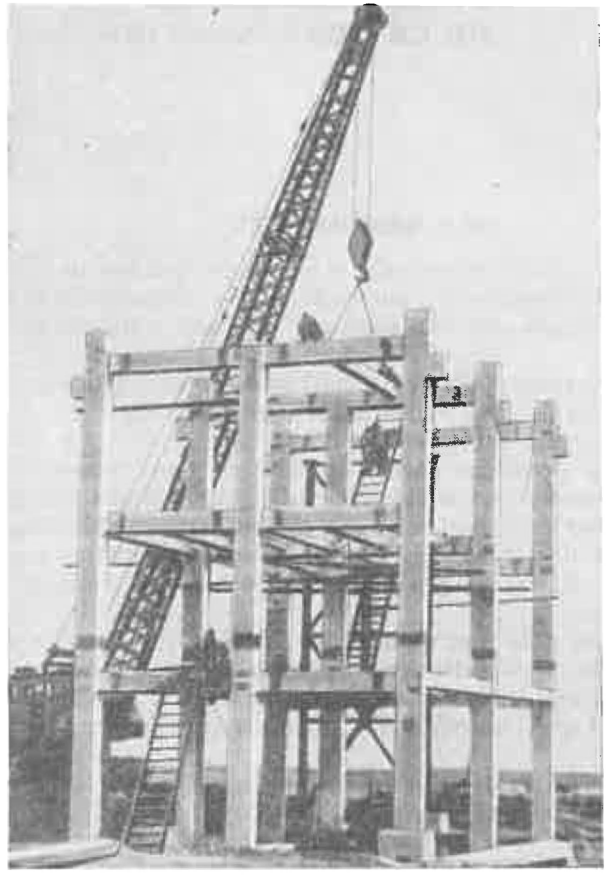


Fig. 12.1. Ossature d'un bâtiment à étages au cours du montage

temps satisfaire aux conditions de l'industrialisation et de l'économie de la construction ; en d'autres mots, il doit prévoir un large emploi d'éléments préfabriqués et leur montage à l'aide de machines et mécanismes, ce qui permet de réduire la main-d'œuvre et la consommation des matériaux.

Nous allons examiner maintenant les exigences de l'industrialisation et de l'économie de la construction. Le matériau qui y répond le mieux est le béton armé disponible sous forme d'éléments préfabriqués en usine, très répandu en Union Soviétique.

Les formes constructives des bâtiments et les procédés technologiques de la fabrication industrielle des éléments en béton armé se perfectionnent continuellement. Au cours de ce perfectionnement radical de la construction et grâce à l'emploi à une vaste échelle du béton armé préfabriqué se sont concrétisés les principes essentiels de l'établissement des projets des constructions modernes en béton armé.

12.2. STANDARDISATION DES ÉLÉMENTS PRÉFABRIQUÉS ET UNIFICATION DES SCHÉMAS CONSTRUCTIFS

Lorsqu'on procède à la standardisation, on choisit pour chaque élément constructif des bâtiments le type le plus rationnel qui présente par rapport aux autres solutions des avantages du point de vue de l'économie des matériaux, du poids, de la quantité de travail exigée pour la fabrication et le montage, du prix de revient.

Le type ainsi choisi est admis à la fabrication en grande série à l'usine. On établit pour chaque élément type un nombre limité de dimensions standards (modules), une gradation déterminée des dimensions géométriques et du taux d'armatures, afin d'assurer l'emploi économique de l'élément pour des charges et portées différentes.

La production en série d'éléments monotypes est la plus rentable étant donné que les procédés technologiques sont sans cesse perfectionnés, la quantité de travail et le prix de revient diminués et la qualité améliorée. Il s'ensuit la condition la plus importante qui exige que les éléments utilisés dans la construction soient unifiés, que le nombre de types des éléments soit limité et que leur emploi se généralise pour un plus grand nombre de bâtiments de destination différente.

L'expérience de la standardisation montre que pour les éléments fléchis, tels que les panneaux des planchers, il est préférable, si la longueur de l'élément ou la charge appliquée changent, de conserver les dimensions de la section transversale en n'augmentant que la section de l'armature ; par contre, il vaut mieux changer les dimensions de la section transversale et de l'armature des poutres, dont les gammes des dimensions et des charges sont plus variées. Pour les poteaux des bâtiments civils à étages (comme pour certains bâtiments industriels) il est préférable de conserver les dimensions de sections transversales et, suivant les étages du bâtiment, de ne changer que la section de l'armature et, dans certains cas, la qualité

du béton. Malgré quelque dépense supplémentaire de béton pour les poteaux des étages supérieurs, le prix de revient de la construction diminue grâce au réemploi des moules, à l'unification du ferraillage, et du fait que les dimensions de la section des poteaux restent invariables, on peut utiliser pour différents étages le même type des poutres de planchers prenant appui sur ces poteaux.

Lors de la standardisation des éléments préfabriqués on a intérêt à agrandir leurs dimensions. Si le bâtiment est construit à partir des éléments de grandes dimensions, le nombre d'opérations de levage et de mise en place diminue tout comme celui de joints à réaliser; le degré de fini des pièces sorties de l'usine augmente et, par suite, le volume de travaux à exécuter sur le chantier diminue.

Ceci conduit à une réduction considérable des délais de montage des bâtiments, du prix de revient de la construction et, en même temps, à l'amélioration de la qualité des ouvrages.

Ainsi, pour une maison d'habitation il est plus rationnel de fabriquer des panneaux de planchers ayant les dimensions correspondant à celles d'une chambre, des panneaux de cloisonnement ayant la hauteur de l'étage et la largeur de la chambre, aux surfaces finies, etc. Pour couvrir les bâtiments industriels il est préférable d'utiliser des dalles préfabriquées de grandes dimensions s'appuyant directement sur les fermes ou les poutres en béton armé d'une seule travée.

L'augmentation ultérieure des dimensions des éléments est limitée par le poids critique et l'encombrement maximal, compte tenu de la capacité de charge des mécanismes d'élévation et des moyens de transport. Afin d'assurer une meilleure utilisation des grues de montage, les éléments d'un bâtiment doivent être conçus de façon que leur poids corresponde approximativement à la force portante de la grue de montage. Pour les bâtiments civils et industriels à étages on limite le poids des éléments à 1,5; 3 ou 5 t, suivant le modèle de la grue utilisée et le nombre d'étages du bâtiment. Pour un bâtiment industriel sans étages le poids d'un élément peut être de 3, 5, 10, 20 et même de 40 t.

Du point de vue des moyens de transport, les dimensions limites des éléments peuvent être considérablement grandes. En utilisant le transport automobile, y compris les véhicules spéciaux — trailers, en employant les remorques de différents types, ainsi que par voies ferrées on peut transporter des éléments dont la longueur atteint 24 m.

La coordination des dimensions des éléments types se fait en se basant sur le système S.U.M. (système unifié des modules), qui prévoit trois catégories de dimensions: nominales, constructives et nature.

Les *dimensions nominales* sont celles qui correspondent aux distances entre les axes d'un bâtiment en plan.

Les *dimensions constructives* diffèrent des dimensions nominales par la valeur des jeux nécessaires. Par exemple, la longueur nominale d'un panneau nervuré de toiture est de 6 000 mm, alors que sa longueur constructive est de 5 970 mm ; le jeu constitue 30 mm (fig. 12.2,*a*). La longueur constructive d'une poutre se détermine en tenant compte de la section du poteau et des jeux (fig. 12.2,*b*).

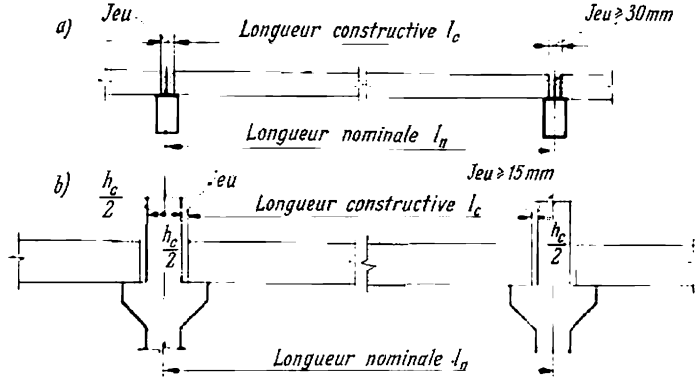


Fig. 12.2. Dimensions nominales et constructives des éléments préfabriqués

La valeur des jeux dépend des conditions et des procédés de montage utilisés ; elle doit permettre le montage facile des éléments et le bétonnage des joints.

Les *dimensions nature* sont les dimensions réelles d'un élément, qui peuvent différer des dimensions constructives d'une certaine valeur que l'on appelle écart ; la valeur de cet écart dépend de la précision de fabrication de cet élément à l'usine. La différence algébrique des écarts s'appelle tolérance. La valeur de la tolérance est d'autant plus petite que les dimensions nature s'approchent de celles constructives. La tolérance dépend du type de la construction, du procédé de fabrication de l'élément et des conditions de montage et varie entre 3 et 10 mm.

Il faut tenir compte des jeux et des tolérances dans la construction des joints des éléments préfabriqués.

Les éléments préfabriqués en béton armé ont été catalogués. On se sert de ces catalogues lorsqu'on établit les projets de bâtiments. Au fur et à mesure du développement de la technique et de l'accumulation des données pratiques, on perfectionne les éléments types, en créant de nouveaux éléments, plus avantageux, trouvant leur place aux catalogues qui doivent être revisés de temps en temps.

Afin de pouvoir employer les mêmes éléments types pour la construction des bâtiments les plus divers, les dimensions d'encombrement des bâtiments, notamment la distance entre les poteaux en plan (réseau des poteaux), la hauteur des étages, la hauteur du niveau du plancher aux têtes du chemin de roulement, etc., sont unifiées, c'est-à-dire réduites à un nombre limité.

Cette unification des paramètres d'encombrement des bâtiments s'effectue sur la base du système unifié des modules, qui prévoit l'échelonnement des dimensions à partir du module 100 mm ou d'un module plus grand, multiple de 100 mm.

Les dimensions unifiées des bâtiments industriels sans étages prévoient une distance entre les poteaux transversaux (portées) multiple du module agrandi 6 m : 12, 18, 24, 30 et 36 m, et une distance entre les poteaux longitudinaux (pas des poteaux), 6 ou 12 m. Les hauteurs du niveau du plancher au bas du chevron sont adoptées comme multiples du module 600 mm et s'échelonnent de 3,6 à 18 m.

Pour les bâtiments industriels à étages sont adoptés les réseaux unifiés de poteaux 6 × 6, 6 × 12, 12 × 12 m, et les hauteurs des étages sont multiples du module 600 mm : 4,2 ; 4,8 et 6 m.

Pour les bâtiments civils l'écartement des poteaux des rangées longitudinales comme transversales est adopté comme multiple du module 400 mm, s'étendant de 2,8 à 6,8 m. Les hauteurs des étages de ces bâtiments sont déterminées comme multiples du module 300 mm : 2,7 ; 3 ; 3,3 et 3,6 m.

Grâce à l'unification des paramètres d'encombrement on a pu réduire toute la multiplicité de projets des bâtiments pour différentes branches de l'industrie (métallurgique, chimique, mécanique, alimentaire, etc.) et des bâtiments civils à un nombre limité de schémas unifiés se basant sur l'utilisation des ossatures et éléments types.

L'unification des bâtiments a été accomplie par des instituts de recherches scientifiques et bureaux d'études spécialisés. Dans certains cas, la standardisation a entraîné une modification des schémas technologiques, la revision des cotes d'encombrement de l'équipement et de sa disposition à l'intérieur du bâtiment. On admettait dans certains cas que l'unification soit réalisée au prix d'une certaine augmentation des dimensions de l'ouvrage, puisque, somme toute, compte tenu de l'utilisation massive des éléments types, l'édification des bâtiments rapporte une grande économie.

Les charges, elles aussi, ont été normalisées. Ainsi, les charges théoriques pour les couvertures des bâtiments sans étages (dues au poids des panneaux, des isolants thermiques du tapis de couverture et de la neige) sont fixées à 350, 450 et 550 kg/m^2, et les charges utiles pour les planchers des bâtiments industriels sont établies égales à 500, 750, 1 000, 1 500 et 2 000 kg/m^2.

L'unification poussée des éléments et des schémas constructifs des bâtiments, ainsi que la normalisation des charges permettent d'établir des projets économiques pour la construction en grande série.

En établissant un projet type, on suit le principe de la concentration d'ensembles fonctionnels dans un même bâtiment. Ainsi, on réunit plusieurs ateliers sans étages sous le même toit.

De tels bâtiments sont composés de blocs préfabriqués rectangulaires et d'éléments de travée parallèles de hauteur standard. Il faut autant que possible éviter les variations de hauteur des éléments de travée des bâtiments sans étages, ce qui complique généralement la construction, entraîne parfois une dépense de matériaux supplémentaires. Un tel arrangement du bâtiment permet d'utiliser au maximum les mêmes éléments types, de simplifier les joints et de diminuer le nombre d'éléments de dimensions différentes.

La réunion de plusieurs ateliers dans un même bâtiment diminue le prix de la construction et les frais d'exploitation, réduit les dimensions du terrain de l'entreprise ainsi que la longueur des routes et de diverses voies de communication.

12.3. INFLUENCE DES PROCÉDÉS DE FABRICATION ET DE MONTAGE DES ÉLÉMENTS EN BETON ARMÉ PRÉFABRIQUÉS SUR LES SOLUTIONS CONSTRUCTIVES

En dessinant les éléments en béton armé préfabriqués, on doit choisir leur encombrement, les formes de la section et leur ferraillage de manière à faciliter leur fabrication dans les usines spécialisées ou sur les chantiers.

Un élément est considéré comme technologiquement satisfaisant si sa construction permet sa fabrication en grande série, compte tenu des moyens de fabrication disponibles en usine ou sur un chantier donné, avec l'emploi maximal des machines et mécanismes, sans opérations manuelles supplémentaires.

Dans la fabrication des éléments en béton armé préfabriqués on fait appel à plusieurs procédés technologiques et notamment à ceux à convoyeur, à la chaîne, sur les stands. Ici, nous nous bornerons à examiner brièvement la technologie de la fabrication des éléments en usine.

Par le procédé à convoyeur les éléments sont confectionnés dans des moules installés sur des chariots qui se déplacent sur les rails du convoyeur d'une machine à l'autre (fig. 12.3). Au fur et à mesure du déplacement du chariot les opérations suivantes sont exécutées successivement : nettoyage et graissage des moules, mise en

place des carcasses d'armatures, tension de l'armature pour les éléments précontraints, mise en place des noyaux des éléments de section creuse, bétonnage et damage, enlèvement des noyaux, étuvage de l'élément pour activer le durcissement du béton. Tous les moules-chariots se déplacent sur les rails du convoyeur simultanément à une cadence réglée. Le procédé à convoyeur est le plus productif, il est utilisé dans les grandes usines où la production en série

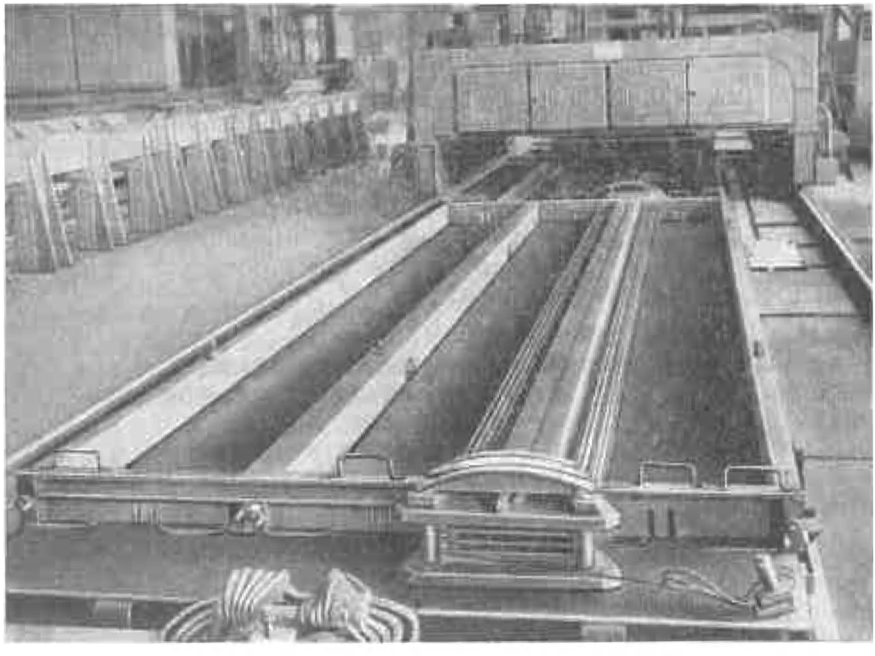


Fig. 12.3. Chariot d'une ligne de fabrication à la chaîne utilisant la technologie à convoyeurs

des éléments en béton armé est prévue pour un certain nombre de types limités par la nomenclature.

Dans le procédé à la chaîne, les opérations technologiques sont accomplies dans des ateliers correspondants de l'usine, et le moule avec l'élément est déplacé d'une machine à l'autre par des grues ou plates-formes roulantes. Le trait particulier de la technologie à la chaîne est que le déplacement des moules est indépendant, c'est-à-dire que la cadence de la production n'est pas établie d'avance.

Enfin, la particularité technologique de la fabrication sur stands réside dans le fait que les éléments restent immobiles durant la fa-

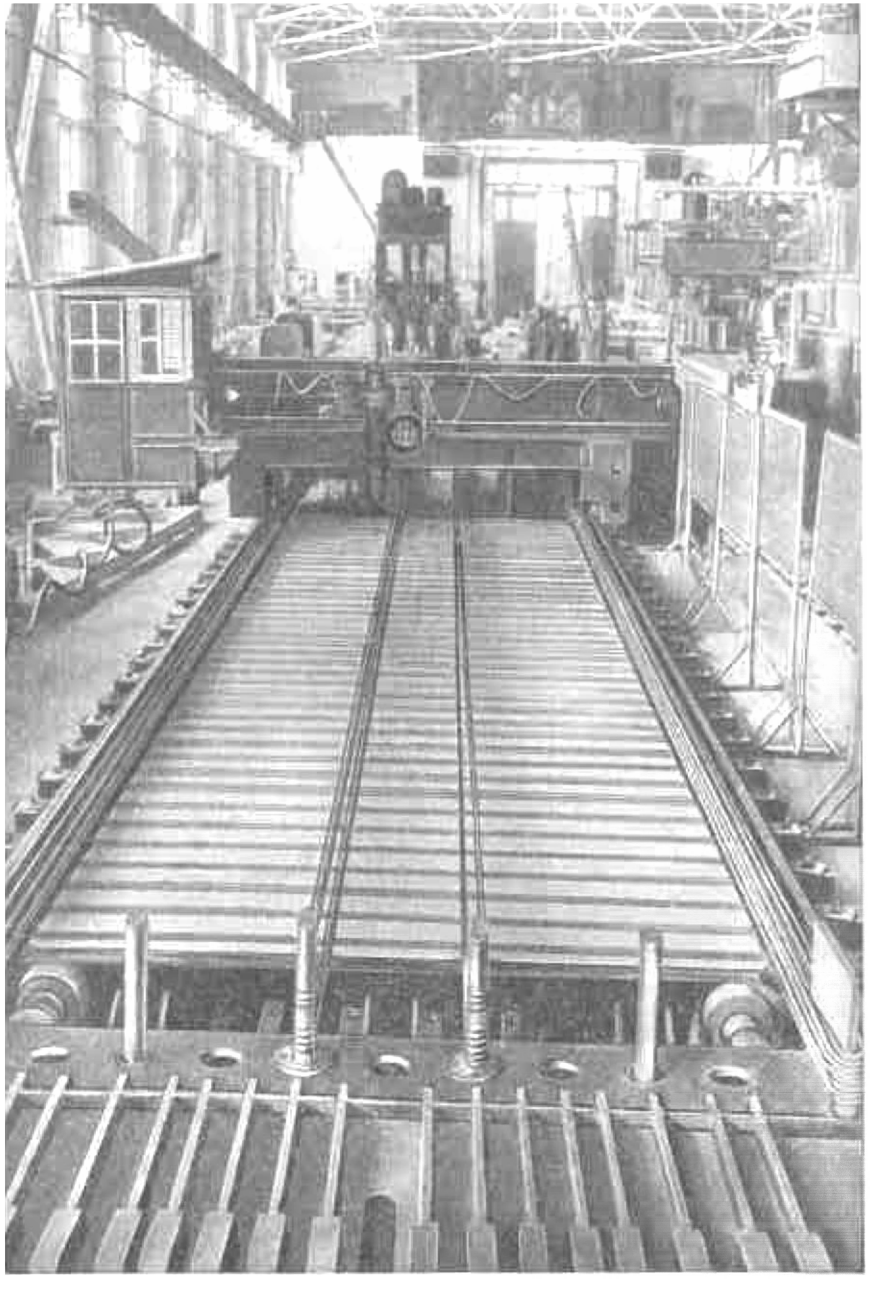


Fig. 12.4 Enroulement au stand de l'armature à contraindre d'une poutre de pont roulant

brication et l'étuvage, alors que les machines qui exécutent les opérations technologiques nécessaires se déplacent le long des moules immobiles alignés. Les stands sont équipés de grues et de bétonneuses mobiles, ainsi que de vibrateurs pour le damage du béton. La confection des éléments se fait dans des moules lisses ou profilés (matrices ou banches).

Le choix du procédé de fabrication des éléments en béton armé dépend de la construction et des dimensions de ces éléments.

Les éléments précontraints de grandes dimensions destinés aux bâtiments industriels (poutres et panneaux, poutres de ponts roulants, y compris les éléments à armature continue dont la portée atteint 24 m, etc.) se prêtent aisément à la fabrication sur des stands continus (fig. 12.4).

La fabrication des panneaux de planchers et d'autres éléments à armature continue se fait par la méthode très efficace du vibro-pilonnage sur stand, élaborée par V. Mikhaïlov. Le ferraillage des éléments est ici réalisé avec une machine automotrice qui enroule un fil d'acier de haute résistance autour des pivots du stand. La coulée du béton et le moulage de l'élément sont réalisés avec une machine vibro-pilonneuse. L'intensité de la compression du béton de l'élément est obtenue grâce à la pression du vibro-pilon sur le béton sec (fig. 12.5).

La méthode de moulage en banches pour la fabrication des panneaux en béton armé de planchers et de cloisons des immeubles d'habitation a trouvé une large application en U.R.S.S. et à l'étranger. Par ce procédé les éléments sont confectionnés sur un stand immobile dans une batterie de banches métalliques verticales contenant 8 à 10 panneaux et même plus à la fois (fig. 12.6). Le montage et le démontage des banches sont mécanisés.

Les carcasses d'armatures dont les dimensions correspondent à celles du panneau sont mises dans les compartiments de la banche lors de son montage. Le bétonnage se fait avec du béton plastique conduit par des tuyaux pneumatiques. Le béton est vibro-damé. Grâce au moulage en position verticale on obtient des faces de panneaux unies et lisses.

Le développement ultérieur de la technologie du béton armé préfabriqué en usine est la fabrication de panneaux minces de planchers et de cloisons des immeubles d'habitation par la méthode de vibro-laminage.

Le principe de cette méthode consiste à fabriquer les éléments en béton armé sur une bande roulante dont la surface striée sert de moule à un élément à nervures serrées. Après la mise en place des armatures dans les moules, le béton étalé sur la bande est soumis à la vibration et au damage à l'aide des rouleaux supérieurs. Les éléments successivement laminés, recouverts d'en haut et chauffés

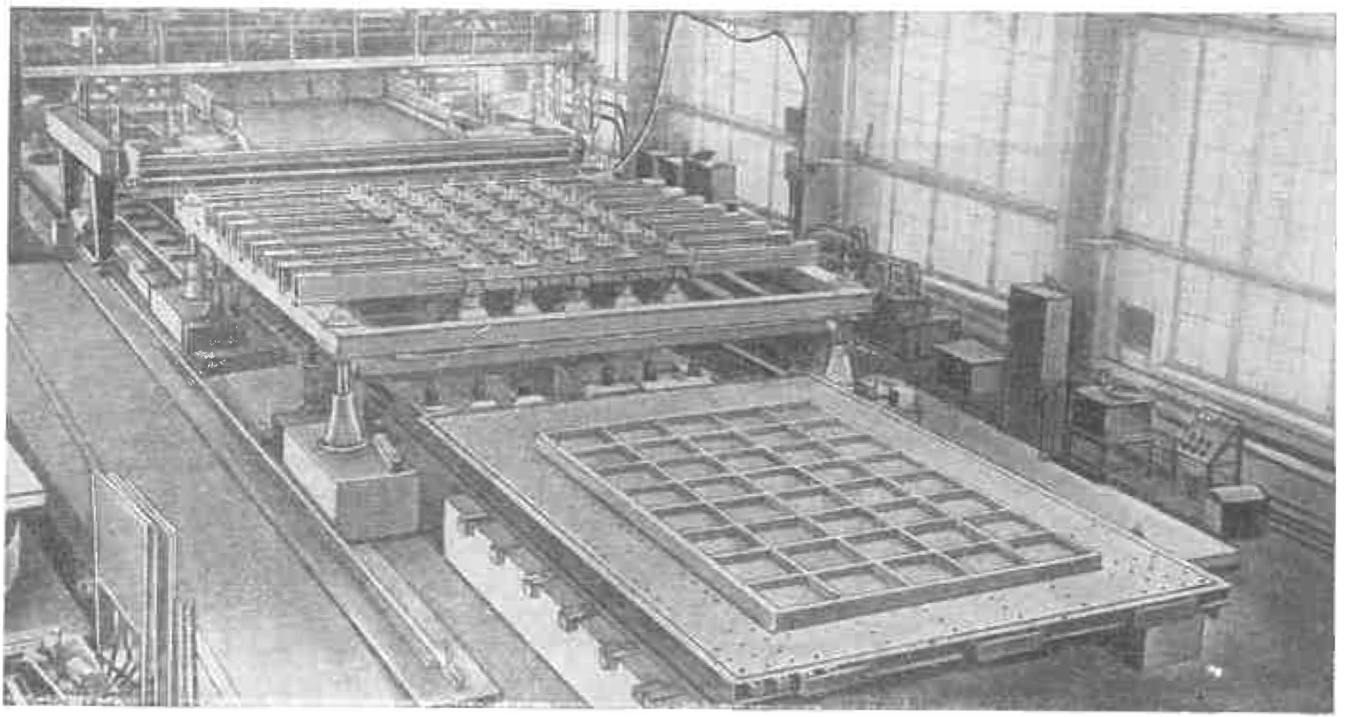


Fig. 12.5. Panneaux de plancher à nervures serrées, fabriqués par méthode de vibro-pilonnage

d'en bas, atteignent au cours du déplacement avec la bande (pendant 2 ou 3 heures) la rigidité nécessaire et, refroidis sur des stellages (casiers), ils sont ensuite transportés au magasin de produits finis. Toutes les opérations technologiques, depuis la préparation du béton

Fig. 12.6. Extraction d'un panneau en béton armé de la caisse verticale

jusqu'à la sortie des éléments finis, sont exécutées sur une seule machine, le laminoir, à une cadence déterminée par la vitesse de déplacement de la bande moulante. Ce procédé permet d'obtenir des éléments très minces (dont l'épaisseur $\leqslant 10$ mm), à surfaces unies et lisses. Cependant, le séchage rapide d'une pièce à parois minces conduit souvent à la fissuration et à une perte de résistance.

Une variété du vibro-laminage continu est la méthode de laminage à vibration sur stand, employée pour la confection des panneaux de couvertures et des murs de bâtiments industriels. Cette méthode permet la confection des panneaux de grandes dimensions aux armatures tendues dans deux directions à l'aide d'une machine enrouleuse d'armature.

La mécanisation et l'automatisation des procédés de fabrication des éléments en béton armé, à armature précontrainte, ainsi que leur moulage par les méthodes de vibro-laminage, vibro-pilonnage et vibro-damage ont offert de larges possibilités pour le progrès technique dans la construction des bâtiments, l'économie de la quantité de travail et du prix de revient des éléments.

Cependant, aucune de ces méthodes technologiques ne peut à elle seule assurer la fabrication de tous les éléments en béton armé nécessaires pour l'édification d'un bâtiment. C'est pourquoi les usines pour la production d'éléments en béton armé préfabriqués sont conçues pour utiliser la combinaison de ces méthodes.

Il est à noter que la technologie de la fabrication des éléments et leurs solutions constructives s'influencent mutuellement. Les nouvelles constructions exigent souvent une nouvelle technique de fabrication qui, à son tour, nécessite une certaine adaptation de la construction aux conditions technologiques.

La spécialisation rigoureuse des chaînes technologiques et la production en série d'assortiments normalisés d'éléments de construction de grandes dimensions — telles sont les directions principales du perfectionnement ultérieur de la production du béton armé préfabriqué.

Ainsi, on procède à l'automatisation des chaînes technologiques avec commande à distance, on met en œuvre un équipement spécial à commande programmée.

En adoptant la technologie nouvelle, il faut prévoir que toutes les opérations soient entièrement mécanisées et exécutées sans emploi du travail manuel.

Il y a encore des facteurs substantiels, tels que la diminution du volume des travaux aux opérations de montage des bâtiments et la réduction des délais de construction, qui sont à prendre en considération lors de l'établissement des projets. Les éléments en béton armé doivent se prêter facilement non seulement à la fabrication mais aussi au montage, c'est-à-dire qu'ils doivent s'installer aisément et se fixer en position prévue par le projet de telle manière que l'on puisse rapidement dégager le crochet de la grue de montage.

Ce sont justement les conditions technologiques du montage qui déterminent, dans certains cas, la division des éléments de la construction. Par exemple, les poteaux de l'ossature d'un bâtiment à étages sont ordinairement joints à une hauteur de 600 à 700 mm

du niveau du plancher pour la commodité de montage, tandis que, suivant les conditions de travail statique de l'ossature, il serait plus rationnel de faire cette jonction à mi-hauteur du poteau où la valeur du moment fléchissant est minimale (fig. 12.7).

La construction des éléments préfabriqués doit permettre leur mise en place précise et rapide sans dépenses de travail considérables pour l'ajustage. Le projet doit prévoir des traits de repère sur les éléments pour faciliter le contrôle visuel et géodésique lors du montage, les dispositifs d'attache pour le guidage et la fixation

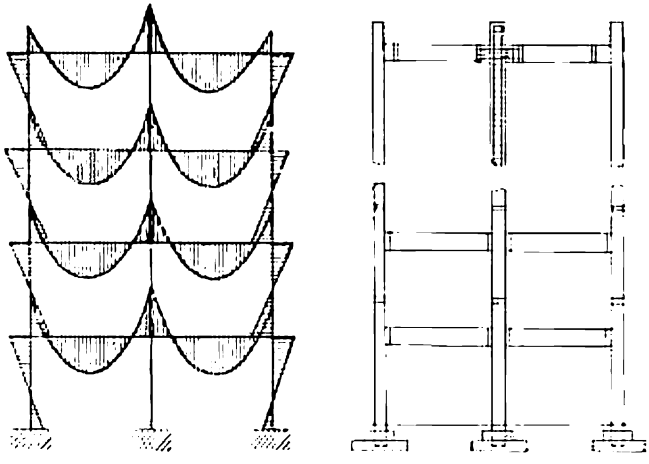


Fig. 12.7. Division d'un cadre à plusieurs étages en éléments préfabriqués

provisoire des éléments, les boulons de montage, etc. Une construction peut ne pas avoir de traits de repère et d'attache si elle doit être montée à l'aide de dispositifs spéciaux (dispositifs de guidage) permettant la mise en place précise, l'ajustement et la fixation provisoire de l'élément en position prévue.

On doit prévoir dans les constructions en éléments préfabriqués la présence de dispositifs pour le levage et la manutention de ces éléments lors du transport et du montage. Le plus souvent on fait des boucles de montage en acier scellées dans le béton ou solidaires de l'armature de l'élément. Si une boucle saillante empêche le contact des éléments contigus, le projet doit prévoir des boucles logées dans des entailles spéciales, au ras de la surface de l'élément. Vu les faibles rayons de courbure des boucles de montage, pour éviter leur fissuration lors du cintrage, elles doivent être confectionnées en acier laminé à chaud de la classe A-I. L'utilisation des aciers écrouis pour les boucles de montage est inadmissible.

La disposition des boucles et des trous pour la suspension est choisie en tenant compte du travail statique des éléments au cours du transport et du montage.

12.4. PARTICULARITÉS DE L'ÉTABLISSEMENT DE PROJETS DES ÉLÉMENTS PRÉFABRIQUÉS COMPTE TENU DES EFFORTS ENGENDRÉS LORS DE LA FABRICATION, DU TRANSPORT ET DU MONTAGE

Les éléments en béton armé préfabriqués peuvent éprouver des sollicitations différentes avant d'être mis en position prévue par le projet, c'est-à-dire subir lors du montage, du transport, etc., des charges différant de celles du projet aussi bien par leur importance que par le signe et modifiant les schémas de calcul.

En calculant les efforts engendrés lors du transport et du montage, on affecte le poids propre de l'élément d'un coefficient dynamique égal à 1,5, en omettant d'introduire le coefficient de surcharge.

Dans une construction préfabriquée bien conçue on dispose les endroits d'accrochage pour le levage et le transport de manière que les efforts de montage n'exigent pas d'armatures supplémentaires (armatures de renfort).

L'exemple le plus caractéristique de l'élément dont l'état de contrainte lors du transport et du levage diffère sensiblement de celui prévu par le projet est donné par le poteau. Normalement le poteau travaille à la compression simple ou composée, alors que pendant le transport ou le levage il travaille à la flexion comme une poutre uniformément chargée par son poids propre (fig. 12.8,*a*). Il peut arriver que l'armature prévue pour résister aux efforts de service (fig. 12.8,*b*) est insuffisante pour assurer la résistance aux efforts que le poteau subit lors du montage (fig. 12.8,*c*). Il est alors nécessaire de prévoir des mesures en vue de modifier le schéma théorique du montage, afin d'éviter l'emploi d'armatures de renfort inutilisables aux charges de service. Ces mesures sont : changement de position des endroits d'accrochage pour le levage, changement de position des planches et des cales lors du transport et du stockage, utilisation des dispositifs accessoires (traverses, pinces) pour le levage et le transport des éléments, etc. Il est préférable, dans le cas des poteaux, de déplacer les endroits d'accrochage des extrémités vers le milieu. Pendant le levage, le poteau travaille alors comme une poutre avec porte-à-faux et a une épure des moments à deux signes, de sorte que la valeur des moments fléchissants devient inférieure à celle d'une poutre à travée unique.

Examinons, pour illustrer un choix rationnel du schéma théorique au montage, la disposition possible des endroits d'accrochage au levage d'un cadre à deux travées (fig. 12.9). En utilisant une traverse, on peut accrocher le cadre aux nœuds de jonction. L'allure et les signes de l'épure des moments fléchissants des linteaux restent alors les mêmes qu'en position de travail et, pour cette raison, la résistance du cadre au cours des travaux de montage sera assurée sans armatures de renfort. Si cependant on saisit le cadre en deux points directement par les linteaux, sans traverse, le caractère

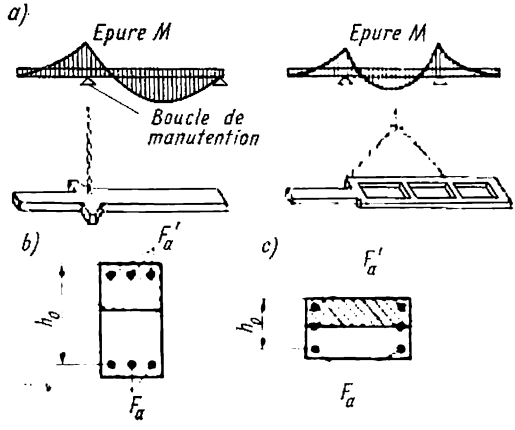


Fig. 12.8. Schémas théoriques et épures des moments des poteaux lors du montage

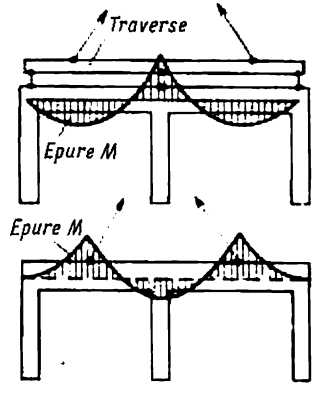


Fig. 12.9. Epures des moments d'un cadre à deux travées lors du montage

de l'épure et ses signes changeront : des efforts de traction vont apparaître dans la partie supérieure du linteau, au milieu de la travée, ces efforts demandant une armature supplémentaire inutile en position de travail.

Dans certains cas on emploie des dispositifs standards pour augmenter la stabilité de la zone comprimée des éléments à parois minces, ayant lors du montage une grande longueur (par exemple, tables comprimées des poutres de grande portée à parois minces suspendues en deux points). Les dispositifs standards peuvent aussi être utilisés pour comprimer le béton dans les zones d'une construction soumises au cours des travaux de montage à des efforts de traction importants pouvant provoquer la fissuration.

Les éléments qui, en position de travail, ont une hauteur considérable et une section relativement faible (poutres très élancées, fermes, panneaux de cloisonnement, etc.) sont ordinairement transportés en position de travail (posés de champ), étant donné que

leur capacité portante en position horizontale est très faible et les moyens cités plus haut perdent leur efficacité.

Il faut donc, en élaborant un projet de constructions en béton armé préfabriquées, déterminer non seulement la qualité du béton à employer, mais aussi la résistance des éléments à l'issue de l'usine. Les dessins d'exécution des éléments doivent fournir les renseignements suivants: les dimensions des surfaces d'appui et les modes de soutènement des éléments, les endroits d'accrochage lors du levage et du montage, les points d'appui lors du transport et du stockage. Les dessins des éléments précontraints doivent porter les indications sur les qualités du béton et du mortier à injecter dans les canaux et à utiliser pour l'enrobage après la tension de l'armature, la bouche d'injection (embouchures) du mortier ou de la pâte de ciment, les exigences concernant la couche d'enrobage de l'armature précontrainte se trouvant dans les canaux ou à la surface de l'élément, etc.

12.5. JOINTS DE DÉFORMATION

Par suite des variations de température, les constructions en béton armé subissent des déformations: elles se raccourcissent ou s'allongent, alors que le retrait du béton provoque leur raccourcissement seulement. L'affaissement inégal des parties d'une construction conduit à leur glissement.

Dans la plupart des cas, les constructions en béton armé sont des systèmes hyperstatiques où les variations de température, le retrait du béton et l'affaissement irrégulier des fondations créent des efforts supplémentaires qui peuvent conduire à la fissuration ou à la dislocation des parties de la construction.

Afin de diminuer les efforts dus aux variations de température et au retrait du béton on divise les constructions en béton armé, en longueur et en largeur, en blocs séparés par des joints de dilatation et de retrait. Si la distance entre les joints de dilatation et de retrait ne dépasse pas les limites indiquées au tableau 12.1, on peut ne pas tenir compte des effets de la température et du retrait pour les constructions ordinaires, ainsi que pour les constructions précontraintes de 3e catégorie de résistance à la fissuration.

Pour les constructions précontraintes de 1re et 2e catégories de résistance à la fissuration, les distances entre les joints de dilatation et de retrait dans tous les cas doivent être fixées à base du calcul à la fissuration.

Pour assurer une déformation libre des parties de la construction, les joints de dilatation et de retrait doivent être exécutés sur toute la hauteur du bâtiment, de la couverture jusqu'au niveau de la fondation, en divisant les planchers et les murs. La largeur d'un joint de dilatation et de retrait est ordinairement de 2 à 3 cm ; il est comblé

Tableau 12.1

Distances maximales entre les joints de dilatation et de retrait des constructions en béton armé, tolérées sans calcul, en m

Genre de constructions	A l'intérieur du bâtiment ou dans le sol	Dans les ouvrages ouverts et dans les bâtiments non chauffés
En éléments préfabriqués, à ossature, y compris constructions mixtes avec planchers métalliques et en bois	60	40
En éléments préfabriqués, pleines	50	30
Monolithiques à ossature en béton lourd	50	30
Idem, en béton léger	40	25
Monolithiques pleines en béton lourd	40	25
Idem, en béton léger	30	20

avec du carton bitumé, du rubéroïde (en plusieurs couches) ou de l'étoupe goudronnée.

Le joint le plus correct et le plus net aussi bien dans les constructions en éléments préfabriqués que monolithiques est réalisé en le bordant de poteaux et de poutres jumelés (fig. 12.10,*a*,*b*). Ce joint convient parfaitement aux bâtiments à ossature, surtout lorsque les planchers sont soumis à des charges importantes ou dynamiques.

Les joints d'affaissement doivent être prévus entre les parties de bâtiments reposant sur des sols de résistances différentes ou fortement dénivelés. Ces joints passent aussi par les fondations. Ils sont également indispensables lorsqu'un bâtiment nouvellement édifié est contigu à un bâtiment plus ancien. Une bonne solution constructive des joints d'affaissement est obtenue en disposant les consoles des poutres à la rencontre l'une de l'autre et en écartant convenablement les poteaux jumelés s'appuyant sur des semelles indépendantes (fig. 12.10,*c*). Il est possible d'intercaler une nef intermédiaire composée de dalles et de poutres entre deux parties du bâtiment (fig. 12.10,*d*). Avec les constructions décrites des joints d'affaissement on n'a plus à craindre l'affaissement inégal des fondations.

Dans les planchers monolythiques il est possible d'arranger les joints de dilatation et de retrait de manière à appuyer librement l'extrémité d'une poutre d'une partie du bâtiment sur la console formée par le prolongement d'une poutre de l'autre partie (fig. 12.11,*a*). Pour éviter les détériorations des consoles par suite du frottement il faut apporter un soin particulier à l'exécution de ces jonctions.

La fig. 12.11,*b* montre le détail d'armatures soudées des consoles d'une poutre près du joint de déformation.

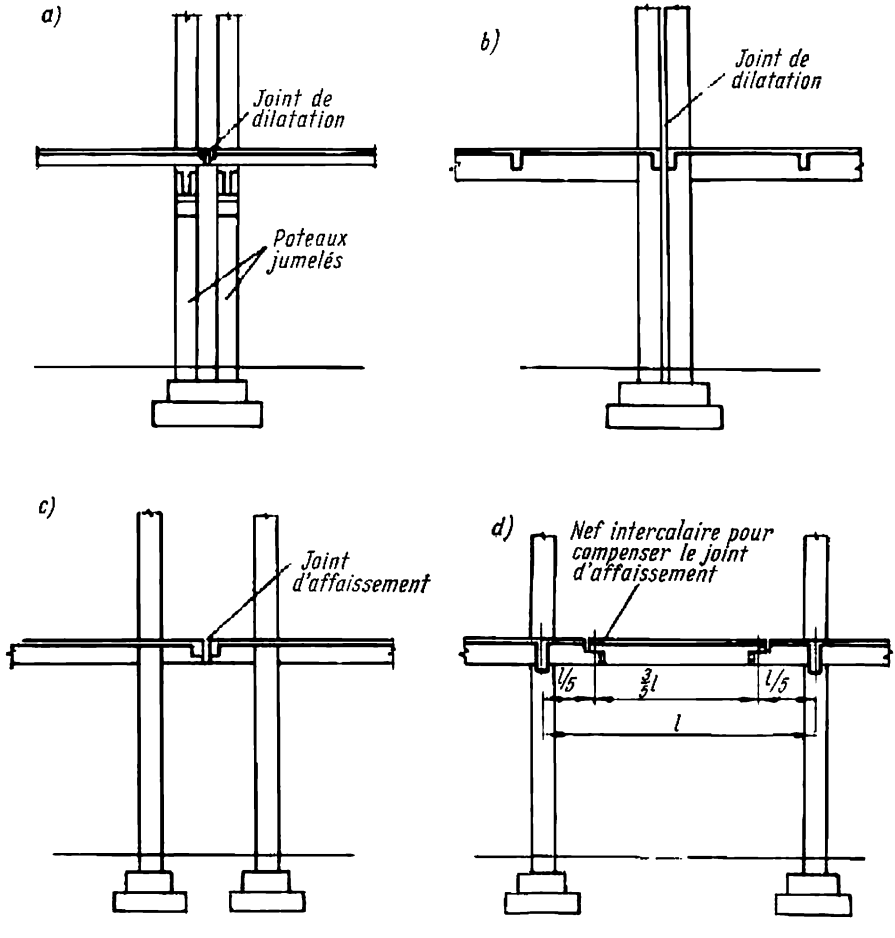


Fig. 12.10. Joints de déformation

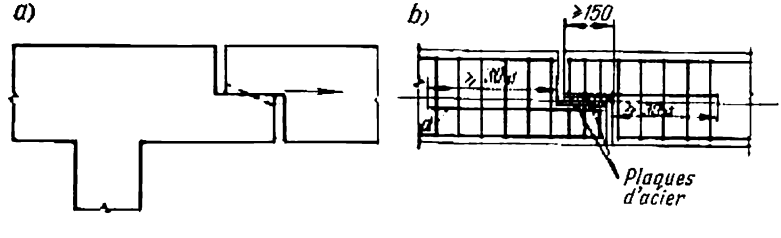


Fig. 12.11

CHAPITRE 13 JOINTS ET NŒUDS DES CONSTRUCTIONS PRÉFABRIQUÉES

13.1. PRINCIPES GÉNÉRAUX DU CALCUL DES JOINTS

13.1.1. Classification des joints et des nœuds. Conditions auxquelles ils doivent répondre

Les constructions en béton armé préfabriquées, bien que composées d'éléments indépendants, travaillent sous charge comme un ensemble monolithe grâce aux joints assurant tant la liaison entre les éléments que la résistance et la rigidité de l'ensemble de l'ouvrage. On doit donc prêter une grande attention à la conception, au calcul et à la construction des joints.

A l'heure actuelle l'étude et la mise au point des joints des éléments en béton armé ne peuvent être considérées comme achevées et répondant aux exigences de l'industrialisation des constructions. Cependant, l'expérience acquise pendant ces dernières années dans ce domaine permet de faire quelques généralisations.

Les joints et les nœuds des constructions en béton armé préfabriquées peuvent être classifiés selon les fonctions qui leur incombent (suivant la destination des éléments à joindre) et selon les caractéristiques d'ordre constructif (en fonction des efforts qu'ils auront à supporter).

Selon leur attribution fonctionnelle on distingue : les joints des poteaux avec les fondations, les joints des poteaux entre eux, les joints des linteaux avec les poteaux, les nœuds d'appui des poutres de pont roulant, des fermes, des poutres de planchers sur les poteaux, les nœuds d'appui des panneaux sur les linteaux, etc.

D'après les caractéristiques constructives on distingue : les joints soumis aux compressions simple ou excentrée, comme par exemple les joints des poteaux ; les joints soumis aux tractions simple ou excentrée, comme par exemple le nœud de jonction de l'entretoise tendue d'une ferme ; les joints travaillant à la flexion composée, comme c'est le cas d'un assemblage rigide d'un linteau avec un poteau, etc.

Dans les jonctions des éléments les efforts sont transmis d'un élément à l'autre par l'intermédiaire de l'armature principale soudée

et de pièces métalliques d'attache ou directement par le béton lui-même (pour les éléments comprimés).

La rigidité des joints ayant à supporter les moments fléchissants ne doit pas être inférieure à celle des éléments en jonction dans la section voisine du joint, la rigidité du joint étant déterminée par le coefficient $\psi_a = 1$.

Un joint bien conçu doit posséder, sous l'action des charges calculées, une résistance et une rigidité suffisantes, assurer le monolithisme des éléments joints, tout en étant « technologique » en ce qui concerne la fabrication des éléments à l'usine et leur montage sur le chantier.

La construction des joints des éléments en béton armé des bâtiments à ossatures doit permettre la fixation rapide et sûre en position de travail de tous les éléments à assembler, à l'aide de dispositifs simples (gabarits, etc.), sans emploi de dispositifs d'élingage. En même temps, la construction du joint doit assurer la transmission rapide des efforts de montage. Cela se rapporte surtout aux joints des poteaux qui, pendant le montage, ont à supporter leur poids propre et le poids des structures supérieures.

Pour les joints et les nœuds soudés, le soudage des jonctions principales doit être exécuté en position inférieure ou verticale. Un simple coffrage standard doit être utilisé pour les joints et les nœuds à bétonner. Ces joints doivent être prévus aux endroits où le bétonnage est commode.

L'assemblage des éléments boulonnés n'est utilisé que pour un montage provisoire ou lorsque la construction doit être démontable.

13.1.2. Calcul des joints

En calculant un joint, il faut tout d'abord tenir compte de la nature des efforts auxquels il est soumis.

Les joints soumis aux efforts de traction sont exécutés en soudant les barres en attente ou les pièces d'attache en acier. Dans les constructions précontraintes, les joints sont exécutés par soudage des extrémités, des faisceaux, des torons ou des barres de l'armature tendue et ancrée se trouvant dans les canaux et rainures des éléments. Les joints soudés doivent être construits de manière à éviter le gauchissement des pièces d'attache, des éclisses et l'arrachement du béton lorsque les efforts sont transmis par celui-ci.

Si les efforts de compression calculés d'un joint sont repris et transmis par le béton de scellement, la qualité de ce dernier doit être prise égale à celle de l'élément. Cependant, pour de faibles jeux dans les joints (jusqu'à $^1/_5$ de la section la plus faible de l'élément, mais pas plus de 100 mm), en tenant compte de la probabilité limitée des déformations transversales du béton dans les joints lors de la compression, il est possible de remplir les jeux avec du béton dont la qualité

est inférieure d'un échelon à celle du béton des éléments à joindre, sans prendre en considération cette différence de qualité dans les calculs (sauf pour le cas de calcul des joints à clavettes). Le meilleur remplissage de la cavité du joint est obtenu en injectant le mortier sous pression ; l'emploi du ciment expansif est très avantageux.

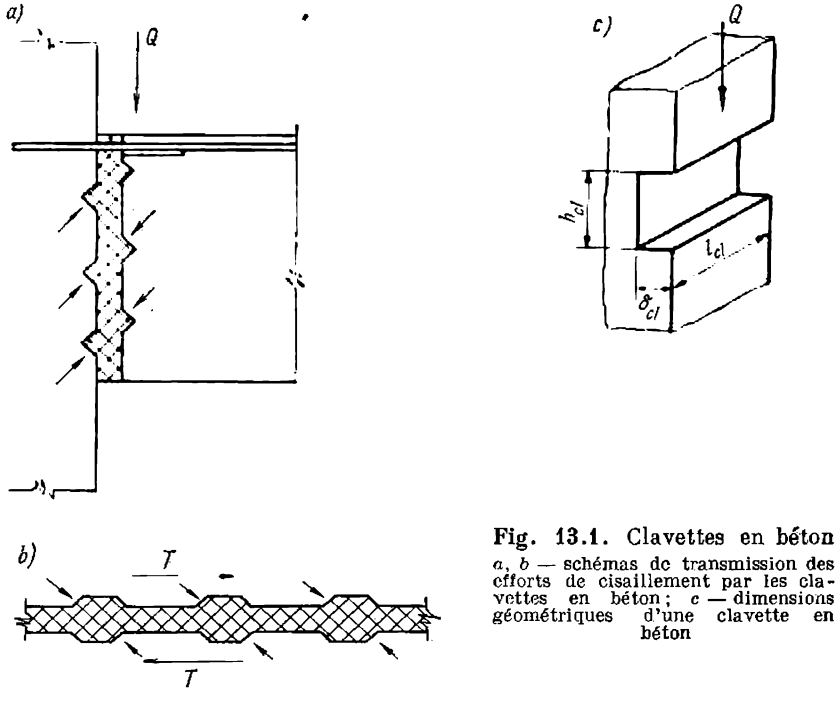


Fig. 13.1. Clavettes en béton
a, *b* — schémas de transmission des efforts de cisaillement par les clavettes en béton ; *c* — dimensions géométriques d'une clavette en béton

En règle générale, il est toujours nécessaire de rendre monolithiques les joints des éléments préfabriqués en y coulant du béton ou du mortier, quel que soit le mode de transmission des efforts par le joint.

Les jeux entre les éléments à joindre doivent être aussi petits que possible. Leur valeur est d'ordinaire définie par la commodité du bétonnage du joint et peut être de 50 à 100 mm. Lorsqu'on coule du mortier dans un jeu et surtout lorsqu'on le remplit par injection, la valeur du jeu doit être minimale, mais pas inférieure à 10 mm.

L'adhérence du béton des éléments préfabriqués au béton coulé dans le joint pendant le montage (l'adhérence entre les bétons ancien et nouveau), comme le montre l'expérience, s'avère suffisante pour assurer la résistance du joint, à condition de suivre les règles techno-

logiques d'exécution des travaux (nettoyage des surfaces du béton, leur humectage, etc.).

Outre la compression, les joints bétonnés peuvent aussi transmettre les efforts de cisaillement. A cette fin, on prévoit, sur les surfaces des éléments à joindre, des rainures qui forment après le coulage des clavettes en béton (fig. 13.1,*a*). On dispose ces rainures de manière que le béton des clavettes travaille à la compression suivant une section inclinée. L'emploi de clavettes en béton est admissible dans certains cas de jonction du linteau avec les poteaux, mais elles sont particulièrement efficaces pour les joints des dalles et pour rendre monolithiques les panneaux de planchers afin d'en augmenter la rigidité

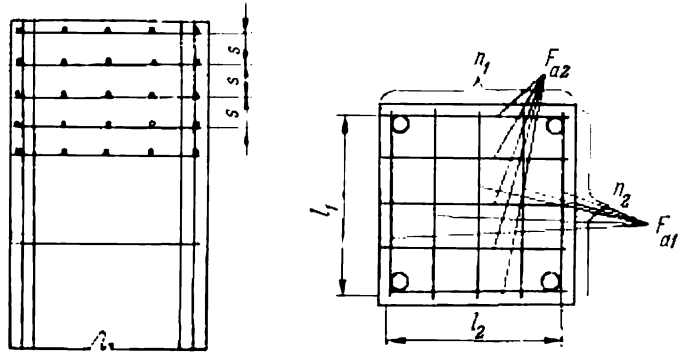


Fig. 13.2. Renforcement de l'extrémité d'un élément avec des treillis

dans leur plan propre (fig. 13.1,*b*). On calcule les clavettes en béton (fig. 13.1,*c*) à l'aide des formules :

$$\delta_{cl} \geqslant \frac{Q}{R_{pr} l_{cl} n}\ ; \tag{13.1}$$

$$h_{cl} \geqslant \frac{Q}{2R_{tr} l_{cl} n}\ , \tag{13.1a}$$

Q étant l'effort tranchant transmis par les clavettes ;
n , le nombre de clavettes introduit dans le calcul (3 au maximum) ;
δ_{cl}, h_{cl}, l_{cl} respectivement la largeur, la hauteur et la longueur de la clavette.

En cas de jonction d'éléments comprimés, l'armature principale étant arrêtée à l'endroit du joint, les abouts doivent être renforcés par une armature (frette) sous forme de treillis (fig. 13.2). Les treillis soudés de frettage doivent être placés à l'about de l'élément au nombre de 4 au moins, distribués sur une longueur supérieure à $20d$ dans le cas où l'armature principale est faite en ronds lisses, et supé-

rieure à $10d$ si elle est en barres crénelées. Dans ce cas, les barres de l'armature principale doivent passer à l'intérieur du frettage.

La force portante d'un élément renforcé aux abouts par des frettes, sans recouvrement du joint par l'armature principale, est déterminée par la formule empirique :

$$N \leqslant F_{\text{n}} (R_{\text{pr}} + 2\mu_{\text{fr}} R_{\text{a}}), \tag{13.2}$$

où N est l'effort calculé repris par le joint, multiplié par 1,5 (conformément aux Règlements) ;

F_{n}, l'aire de la section du béton à l'intérieur du frettage (aire du noyau) ;

R_{a}, la résistance calculée des frettes ;

$$\mu_{\text{fr}} = \frac{n_1 f_{\text{a}1} l_1 + n_2 f_{\text{a}2} l_2}{l_1 l_2 s}, \tag{13.3}$$

μ_{fr} étant le coefficient d'armatures des frettes ;

n_1, $f_{\text{a}1}$, l_1 sont respectivement le nombre de barres, la section d'une barre et la longueur des barres du frettage dans une direction ;

n_2, $f_{\text{a}2}$, l_2, *idem*, dans l'autre direction ;

s, la distance entre les frettes.

Dans la construction des joints on a intérêt, pour des raisons d'économie du métal, à choisir les dimensions minimales des pièces d'attache en acier, compte tenu de la disposition des soudures. Dans nombre de constructions des joints, on dispose les pièces d'attache de telle manière qu'elles soient noyées par rapport à la surface de l'élément à joindre à une profondeur égale à l'épaisseur de la couche d'enrobage (2 à 3 cm). Dans ce cas, la couche l'enrobage est portée sur une mince grille afin d'éviter l'écaillage du béton.

Au cours du soudage de la pièce d'attache en acier, celle-ci est portée à une haute température locale et le béton ambiant est chauffé. Les études expérimentales des joints soudés ont démontré que cette haute température de courte durée, due au soudage, influe très peu sur la résistance du béton et n'altère pratiquement pas la force portante du joint. Néanmoins, un chauffage excessif entraînant la dilatation et le gauchissement du métal peut conduire à une altération de l'adhérence entre la surface de la pièce d'attache et le béton ainsi qu'à la fissuration du béton. Pour éviter cela on doit choisir les dimensions des pièces d'attache aussi petites que possible et recourir aux procédés de soudage qu'on peut effectuer avec moindre élévation de la température (soudure intermittente, en plusieurs couches, etc.).

Les pièces d'attache en acier disposées sur les flancs d'un élément doivent généralement être composées de petites plaques auxquelles sont soudées 4 tiges d'ancrage en acier profilé (fig. 13.3), d'une longueur égale à $15d$ dans la zone comprimée de l'élément et à $30d$ dans la zone tendue.

La section des tiges d'ancrage F_{an}, lorsque la pièce insérée subit un effort tranchant Q, est déterminée par la condition :

$$F_{an} = \frac{Q}{R_a k}, \tag{13.4}$$

où $k = 0{,}7$ est le coefficient de frottement de l'acier contre le béton.

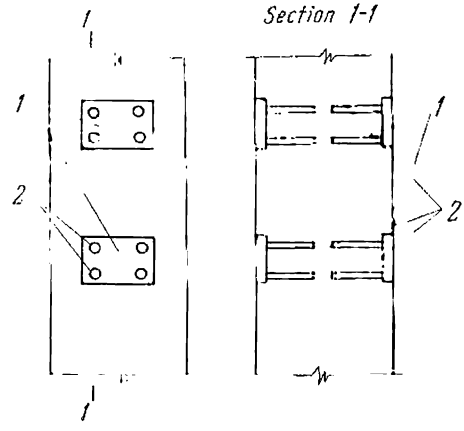


Fig. 13.3. Pièces d'attache sur les flancs des poteaux
1 — plaques en acier ; *2* — barres d'ancrage profilées

L'épaisseur des plaques d'attache est prise en fonction du diamètre des tiges d'ancrage, mais toujours supérieure à 4 mm, et est déterminée par la formule :

$$\delta_{pl} \geqslant 0{,}25d \frac{R_a}{R_{cis}}, \tag{13.5}$$

où d est le diamètre des tiges soudées ;

R_{cis}, la résistance calculée au cisaillement des plaques d'acier.

13.2. CONSTRUCTION ET CALCUL DES PRINCIPAUX TYPES DE JOINTS DES ÉLÉMENTS PRÉFABRIQUÉS

13.2.1. Joints des poteaux

Les joints entre les poteaux peuvent être articulés, avec transmission de la pression par le béton, ou bien soudés (rigides), avec transmission des efforts par les pièces d'attache en acier et le béton.

Les joints articulés des poteaux sont réalisés en ménageant une surface sphérique aux extrémités des éléments en béton à joindre

(fig. 13.4,*a*). Le rayon de courbure de la surface convexe doit être égal à 1,2 à 1,5 h, h étant la dimension du grand côté de la section transversale du poteau. Pour pouvoir ajuster le poteau au montage et pour centrer la transmission de l'effort, le rayon de courbure de la surface concave doit dépasser de 5 à 8 % celui de la surface convexe.

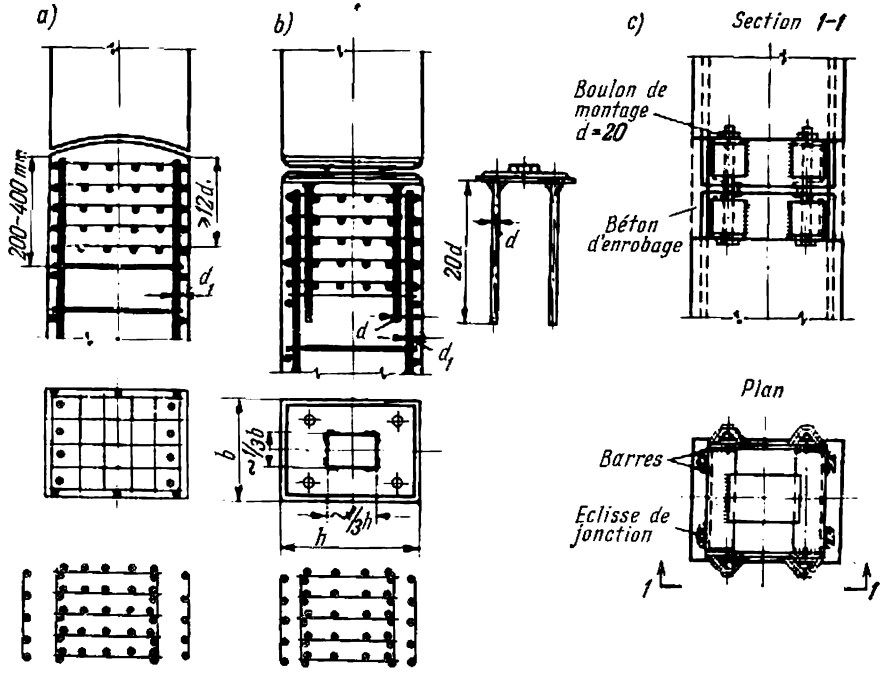


Fig. 13.4. Joints d'about des poteaux

Les extrémités des poteaux à joindre, outre l'armature principale longitudinale, sont garnies de treillis transversaux soudés. Ces treillis transversaux sont soudés ou ligaturés aux deux treillis verticaux formant ainsi une frette que l'on met sur l'armature longitudinale des poteaux. A cette fin, la première barre transversale du ferraillage soudé des poteaux se trouve éloignée de 200 à 400 mm de l'extrémité de l'armature longitudinale.

Les expériences réalisées à l'Institut de recherches TSNIPS ont démontré que la résistance du poteau au joint n'est pas inférieure à celle des portions pleines, à condition que le joint sphérique soit exécuté correctement et armé d'un frettage transversal correspondant.

Le calcul de la résistance d'un joint articulé à faces sphériques se fait à l'aide de la formule (13.2).

Les joints soudés des poteaux soumis à des moments fléchissants d'importance faible sont exécutés avec des plaques d'about en acier (fig. 13.4,*b*). Pour la commodité du dressage lors de la mise en place et le centrage de l'effort vertical transmis on soude une garniture de centrage de 3 à 5 mm d'épaisseur à la plaque d'about du poteau inférieur. Les plaques d'about de 10 à 12 mm d'épaisseur sont munies de tiges d'ancrage en acier profilé d'une longueur égale à 20*d*. Pour faciliter le soudage, les bords des plaques d'about sont chanfreinés de façon à tenir compte de la hauteur du cordon de soudure. Les abouts du poteau sont armés de frettes transversales.

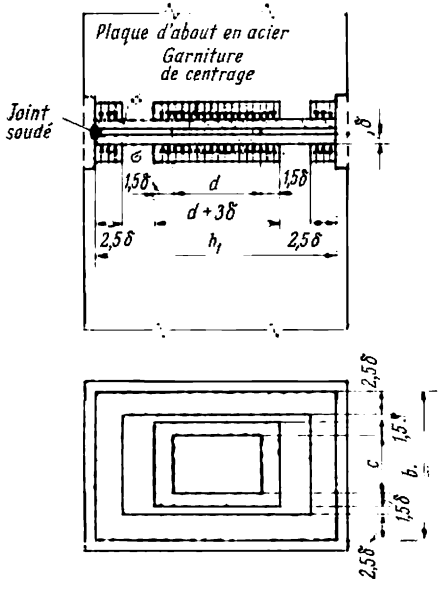


Fig. 13.5

Les expériences qui ont été poursuivies en U.R.S.S. ont démontré que ce joint, bien qu'il puisse considérablement se déformer, garantit une bonne transmission des efforts.

Le soudage suivant le contour permet également d'utiliser ce joint pour des compressions de faible excentricité, lorsque $e_0 = \frac{M}{N} \leqslant 0{,}2\,h$.

Le calcul de la résistance du joint s'effectue en admettant que, grâce à l'élasticité des plaques d'about en acier qui se déforment à la pression, les contraintes du béton en dehors de la garniture de centrage et du contour soudé diminuent sensiblement. Compte tenu des propriétés plastiques, on estime que les contraintes du béton sont identiques sur toute la surface de contact et qu'elles sont nulles en dehors de cette surface (fig. 13.5). On admet d'ailleurs que la propagation de la pression dans les plaques d'about en acier a lieu sous un angle dont la tangente est 1,5.

Ainsi, la surface totale de contact dans le joint:

$$F_{\text{cont}} = F_s + F_g,$$

où F_s est la surface de contact suivant le périmètre du cordon de soudure des plaques d'about;

F_g, la surface de contact de la garniture de centrage.

Compte tenu de la valeur admise de l'angle de propagation de la pression dans la plaque d'about en acier, son épaisseur étant δ, on calcule les surfaces F_s et F_g :

$$F_s = 2{,}5\delta\,[2h_1 + 2\,(b_1 - 5\delta)] = 5\delta\,(h_1 + b_1 - 5\delta)\,; \qquad (13.6)$$

$$F_g = (d + 3\delta)\,(c + 3\delta), \qquad (13.7)$$

b_1, h_1 étant les cotes de la plaque d'about en acier ;
c, d, celles de la garniture de centrage.

Afin de limiter les contraintes de compression locale (écrasement) du béton, on doit observer la condition :

$$\theta = 4 \text{ à } 3\sqrt{\frac{F_{cont}}{F}} \leqslant 2, \qquad (13.7a)$$

F étant la section transversale du poteau.

La condition (13.7a) se trouve pratiquement observée pour les cotes de la garniture de centrage $c \approx \frac{1}{3}\,b$ et $d \approx \frac{1}{3}\,h$.

La valeur de l'effort N_s transmis aux soudures périphériques du joint est déterminée par le rapport des surfaces de contact :

$$N_s = N\,\frac{F_s}{F_{cont}}. \qquad (13.8)$$

D'après les Règlements, on affecte l'effort calculé dans le joint d'un coefficient 1,5.

Les soudures du joint sont calculées suivant les normes et les conditions techniques concernant les projets des ouvrages en acier ; leur épaisseur est donnée par la formule :

$$h_s = \frac{N_s}{0{,}7 m_s R_s \sum l_s}, \qquad (13.9)$$

$\sum l_s$ étant la longueur totale des cordons de soudure du joint, compte tenu de la pénétration incomplète ;
R_s, la résistance calculée du cordon de soudure.

En présence d'un moment fléchissant, l'effort longitudinal supplémentaire est transmis aux deux soudures transversales (perpendiculaires au plan de flexion), on a alors :

$$N_{trans} = \frac{M}{h}. \qquad (13.10)$$

L'effort total transmis à la soudure transversale du joint :

$$N_{trans} = \frac{N_s b}{2\,(b+h)} + \frac{M}{h} \qquad (13.11)$$

L'épaisseur de la soudure :

$$h_s = \frac{N_{trans}}{0{,}7 m_s R_s l}, \qquad (13.12)$$

où $l = b - 1$ est la longueur du cordon de soudure transversal du joint en cm, compte tenu de la pénétration incomplète.

Dans un bâtiment à ossature à étages le moment fléchissant dans le joint soudé des poteaux peut être diminué dans la plupart des cas, en disposant ce joint plus près du milieu de la hauteur de l'étage, où les moments fléchissants, dus aux charges aussi bien verticales que horizontales, s'approchent du zéro.

Pour des moments fléchissants importants, on pratique les joints soudés des poteaux sur des pièces d'attache en cornières et plats d'acier, formant un cadre aux abouts des poteaux à joindre (fig. 13.4,*c*).

A l'extérieur, on soude au cadre d'acier les barres jumelées de l'armature principale. Au montage, on introduit dans l'espace entre les barres longitudinales jumelées des barres-éclisses de raccordement et on les soude. Pour faciliter le montage, le cadre en acier est muni d'œillets en cornières qui reçoivent les boulons de montage pour la fixation provisoire du poteau. Après le soudage des barres de raccordement on enlève les boulons de montage et on coupe les œillets. On procède ensuite au matage du jeu entre les abouts des poteaux avec du mortier sec et on enrobe le frettage du joint.

Le joint des poteaux que nous venons de décrire peut être considéré comme rigide et assurant une continuité absolue du poteau. En pratique, ce joint présente l'inconvénient de nécessiter au montage un bétonnage difficile à exécuter, dont on doit tenir compte dans le calcul de la résistance. Cet inconvénient se révèle particulièrement gênant lorsqu'il est nécessaire de joindre des poteaux à plusieurs étages en bétons de qualités élevées 300 et 400.

13.2.2. Joints des linteaux

On dispose généralement les joints des linteaux aux environs des appuis et, le plus souvent, tout près de la face latérale des poteaux.

Le moment d'appui M agissant au joint provoque une traction dans la partie supérieure du linteau et une compression dans sa partie inférieure ; il peut être remplacé par un couple (fig. 13.6) :

$$N = \pm \frac{M}{z}, \tag{13.13}$$

z étant le bras de levier du couple intérieur.

Dans une jonction le linteau peut reposer sur des consoles en béton armé ou des goussets en acier sortis du poteau, ou sur une table de montage en fers en U installée pour la période du montage.

Dans toutes les constructions des joints, les efforts de traction de la partie supérieure du joint sont supportés par des barres de liaison en acier, qui sont soudées, lors du montage, aux pièces d'attache en acier du linteau ou directement à l'armature supérieure de celui-ci.

Ces barres de liaison peuvent être scellées d'avance dans le béton du poteau et comporter des aciers en attente d'une longueur suffisante pour le soudage d'assemblage (fig. 13.7,*a*,*e*), ou bien elles peuvent être introduites, au montage, dans des canaux ménagés dans le poteau pendant sa fabrication (13.7,*b*,*d*,*f*). Pour les linteaux en *T*, il est possible de disposer les barres de liaison autour du poteau (13.7,*c*).

L'effort de compression de la partie inférieure du linteau et l'effort tranchant peuvent être supportés par les joints de manières différentes. Si le linteau est appuyé sur une console, ces efforts sont transmis par les pièces d'attache en acier, soudées à la partie inférieure du

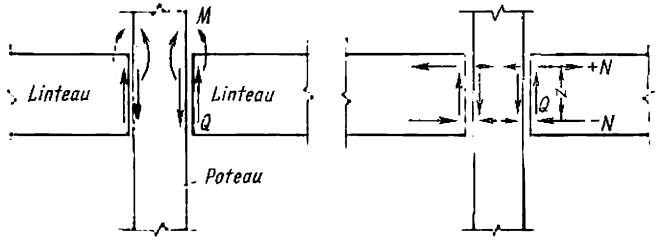


Fig. 13.6

linteau, aux pièces d'attache insérées dans la console. Dans le joint représenté fig. 13.7,*f* la compression en bas du linteau et le cisaillement du joint sont supportés par le béton. A cet effet, lors de la fabrication, on laisse aux abouts du linteau et sur la face latérale du poteau des creux prismatiques permettant d'y former des clavettes lors du bétonnage au montage.

Les joints des linteaux avec les consoles en béton armé peuvent supporter les efforts *M* et *Q* relativement grands ; de ce fait on les utilise pour les charges utiles importantes des planchers et en particulier pour les planchers des bâtiments industriels. Les joints dissimulés des linteaux en angle droit avec le poteau (fig. 13.7,*d*,*e*,*f*) sont principalement utilisés pour les bâtiments civils et les immeubles d'habitation.

Les consoles en acier sortant des poteaux peuvent avoir une section en *U* (obtenue par pliage à froid ou par soudage de plats de 6 à 8 mm d'épaisseur), où l'on introduit le linteau (fig. 13.7,*d*), ou bien en double *T* laminé sur lequel on place le linteau muni d'une entaille correspondante (fig. 13.7,*e*). Pour un joint avec une console d'acier le profil en *U* est toujours à préférer pour ses caractéristiques tant constructives que technologiques. Le joint d'un linteau entaillé aux abouts avec une console en double *T* est d'une réalisation plus compliquée d'autant plus qu'il faut renforcer l'armature du coude rentrant par un frettage supplémentaire et par des pièces d'attache in-

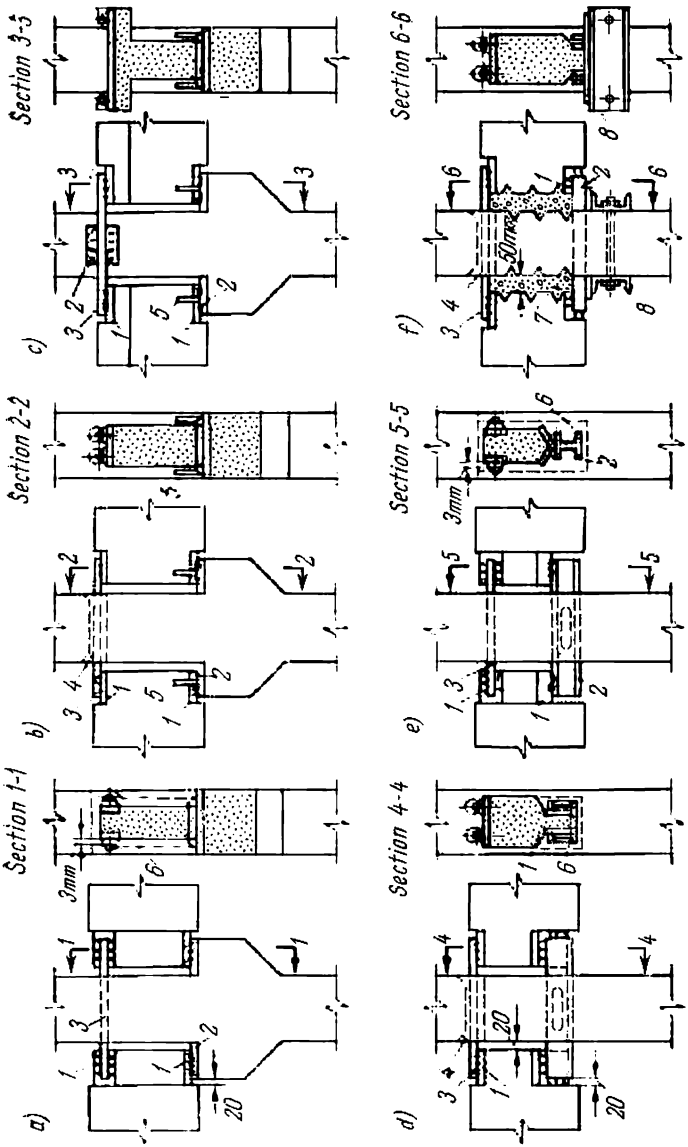


Fig. 13.7. Différentes constructions des joints des linteaux avec un poteau

1 — pièce d'attache en acier du linteau; *2* — *idem*, du poteau; *3* — barres de jonction en acier; *4* — canaux recevant les barres de jonction; *5* — pivot d'assemblage; *6* — mortier de ciment sur grillage; *7* — béton coulé sur place; *8* — support de montage amovible fait de fers en U

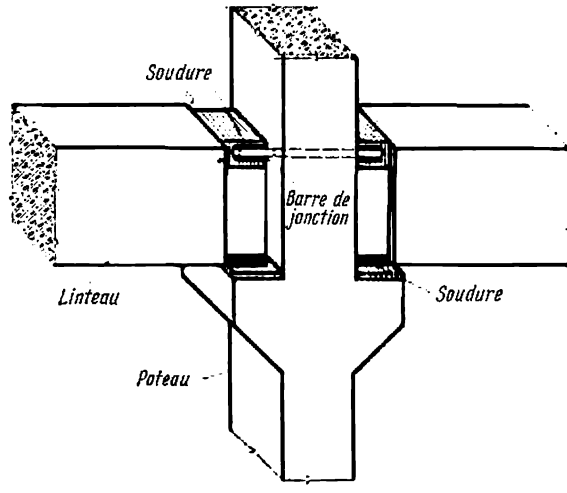


Fig. 13.8. Joint soudé d'un linteau avec un poteau

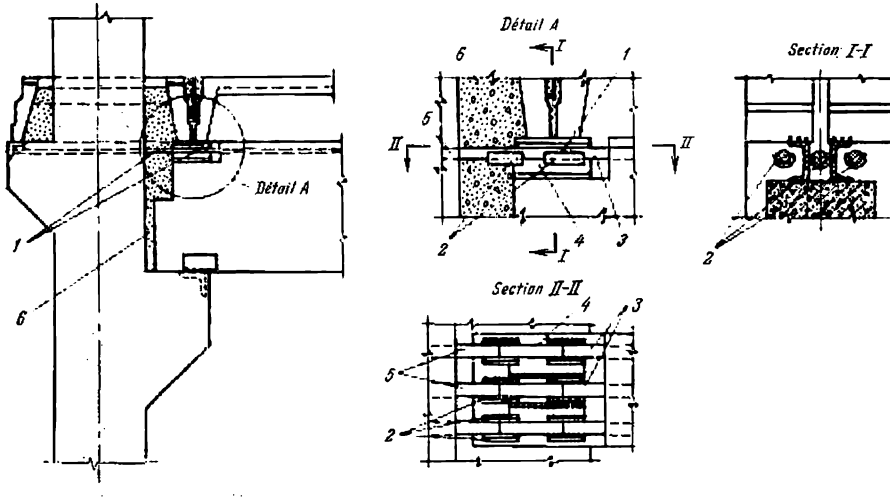


Fig. 13.9. Joint d'un linteau avec un poteau par soudure en bain de fusion des barres d'appui intercalaires

1 — joint soudé des barres sur éclisse semi-circulaire ; *2* — éclisses semi-circulaires ; *3* — barres du linteau ; *4* — barres intercalaires ; *5* — barres du poteau ; *6* — béton coulé sur place

sérées, ce qui augmente la dépense d'aciers et le volume de travaux.

Les joints des linteaux prévoyant le bétonnage (dont on tient compte dans le calcul), bien qu'ils apportent une certaine économie sur l'acier, exigent l'exécution sur le chantier d'un bétonnage très soigné, ce qui, lorsque le volume du béton coulé sur place est faible, rend ce joint peu industriel (c'est-à-dire exige une main-d'œuvre supplémentaire).

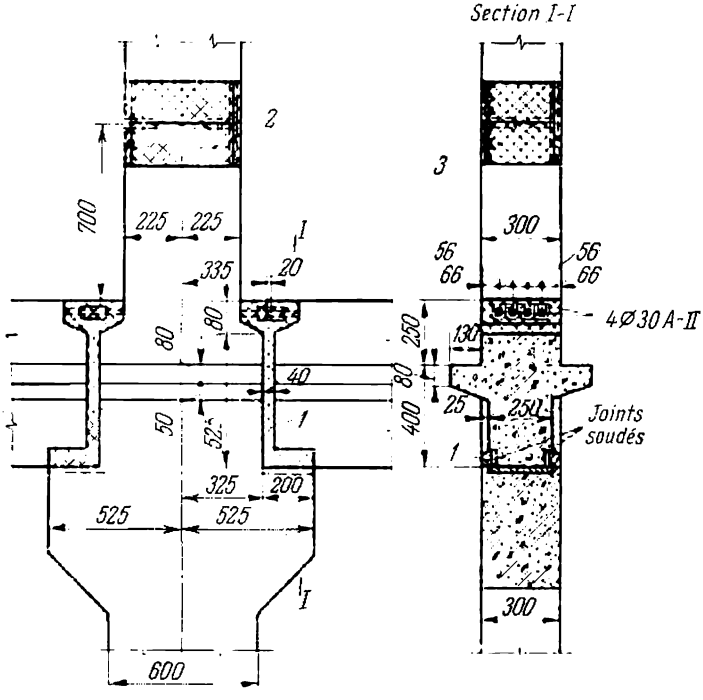


Fig. 13.10. Joint d'un linteau avec un poteau par soudure en bain de fusion des extrémités en attente des armatures d'appui

Pour toutes les solutions constructives des joints des linteaux les pièces d'attache en acier et les jeux sont enduits du mortier de ciment.

La fig. 13.8 représente une vue d'ensemble du joint d'un linteau avec un poteau sur des consoles en béton armé, où les efforts calculés sont transmis par la soudure des pièces d'attache en acier.

Le joint d'un linteau avec un poteau pour le cas des moments d'appui importants est représenté fig. 13.9. Les barres d'appui inter-

calées sont soudées en bain de fusion (sur des semelles demi-rondes) aux aciers en attente de l'armature principale sortant du poteau et du linteau, après quoi la cavité du joint est remplie du béton. Le joint d'un linteau avec un poteau, exécuté par soudage en bain de fusion des aciers en attente de l'armature d'appui (sans pièces intercalaires), est représenté fig. 13.10.

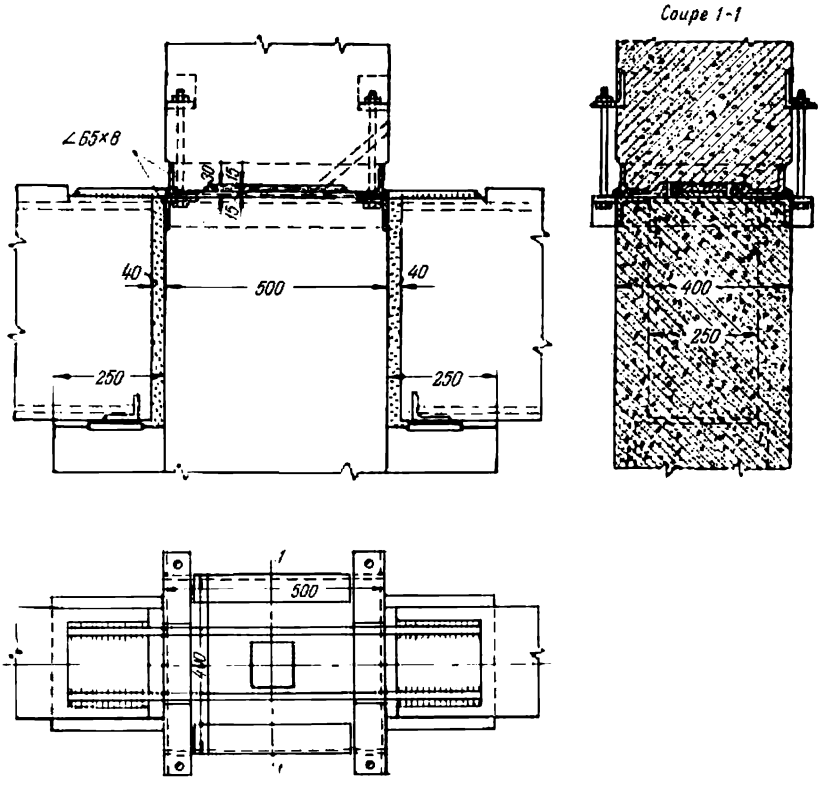


Fig. 13.11. Joint d'assemblage des linteaux avec un poteau et joint des poteaux entre eux réunis dans un seul nœud

Le cas possible d'un joint mixte d'un linteau avec un poteau et de poteaux entre eux est représenté fig. 13.11. Les barres de liaison, passant à travers le jeu entre les extrémités des poteaux, sont soudées aux éclisses des linteaux.

La fig. 13.12 donne la vue d'ensemble du nœud de raccordement entre un linteau et un poteau au moyen de clavettes de béton, sans consoles portantes.

Le calcul du joint d'un linteau avec un poteau comprend celui des barres de liaison tendues et de la console d'appui.

L'effort calculé de traction N du joint est déterminé par la formule (13.13) en prenant le bras de levier du couple intérieur z égal à la distance entre les centres de gravité des pièces d'attache en acier supérieure et inférieure du linteau (ou à la distance entre les centres

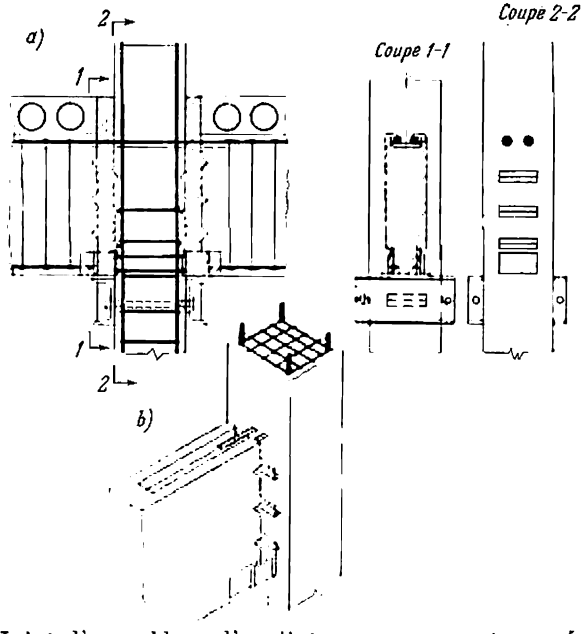


Fig. 13.12. Joint d'assemblage d'un linteau avec un poteau, réalisé à l'aide des clavettes en béton

de gravité des soudures de fixation supérieure et inférieure). La section des barres de jonction est donnée par

$$F_a = \frac{N}{R_a}. \tag{13.14}$$

Dans les joints bétonnés la section F_a peut être prise d'après l'armature d'appui du linteau, en partant de la condition d'égalité des résistances :

$$F_a = F_{a.\,ap} \frac{R_{a.\,ap}}{R_a}, \tag{13.15}$$

où $F_{a.\,ap}$, $R_{a.\,ap}$ sont la section transversale et la résistance calculée de l'armature principale du linteau au droit de l'appui.

L'effort repris par la soudure latérale en cas de soudage d'une barre ronde à la plaque d'attache du linteau (fig. 13.13,*a*) se calcule comme suit :

$$N_s = 0{,}85\, h_s l_s R_s. \tag{13.16}$$

Dans ce cas, on choisit la hauteur de la section de la soudure $h_s = 0{,}25d$, mais pas moins de 4 mm, la largeur $b = 0{,}5\,h$, mais pas inférieure à 8 mm (fig. 13.13,*b*).

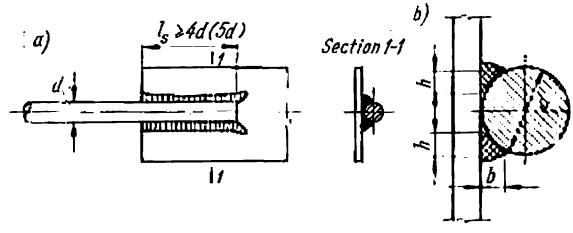


Fig. 13.13. Soudure d'une barre d'acier à la plaque d'attache d'un linteau

D'où la longueur totale des soudures nécessaires pour la fixation des barres de liaison (sans tenir compte de la pénétration incomplète) :

$$\sum l_s \geqslant \frac{1{,}3N}{0{,}85\, h_s R_s}. \tag{13.17}$$

La longueur minimale de la soudure de fixation de la barre doit être $l_s \geqslant 4$ à $5d$.

En calculant les joints soudés d'un linteau avec l'appui d'après un moment égalisé (compte tenu des déformations plastiques), on introduit sur l'effort N un coefficient 1,3.

La console d'appui du linteau (fig. 13.14,*a*) est soumise à l'action d'un effort de compression N et d'un effort tranchant Q du linteau. En supposant que la pression du linteau sur la console se transmet suivant une épure triangulaire, on admet que l'effort tranchant est appliqué au centre de gravité de cette épure. Le moment fléchissant de la console est alors :

$$M_c = \frac{2}{3} lQ, \tag{13.18}$$

où l est la partie de la console travaillant dans le joint.

La largeur d'une console en béton armé est généralement prise égale à celle du poteau et sa portée est déterminée par les exigences d'ordre constructif, en fonction de la disposition des pièces d'attache et des soudures de fixation.

Dans le cas des joints réalisés sans bétonnage, subissant des efforts tranchants importants, la portée de la console doit être vérifiée

compte tenu de la résistance du béton à l'écrasement, la contrainte due à l'écrasement ne devant pas dépasser R_{pr}.

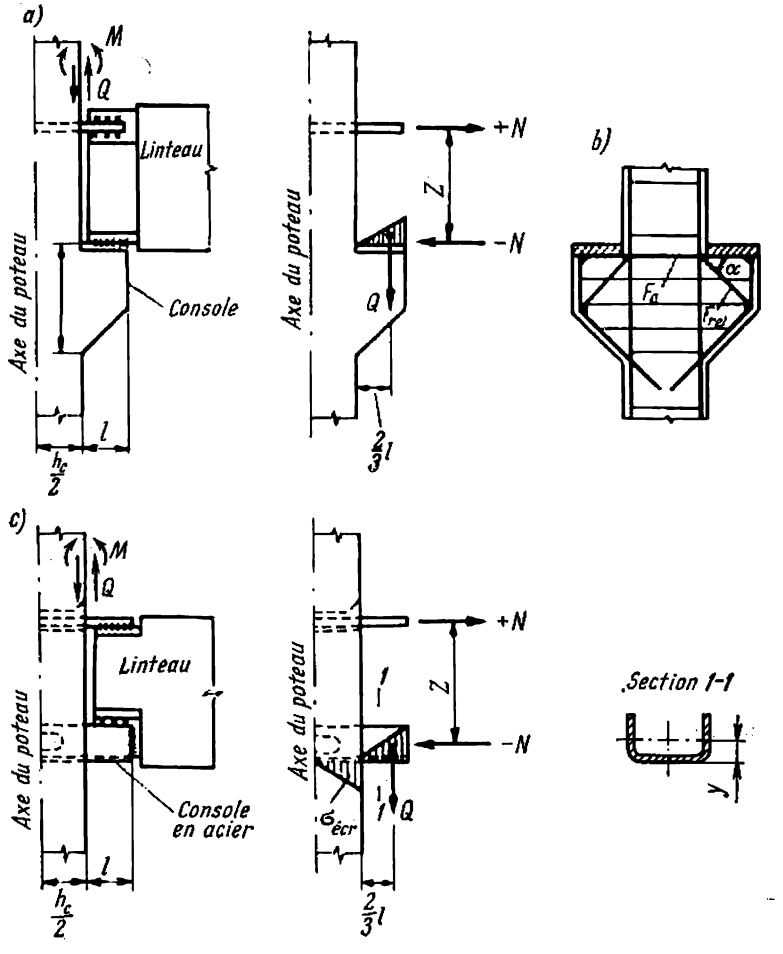


Fig. 13.14

La hauteur de la section de la console est calculée en partant de la résistance de la section inclinée :

$$Q \leqslant R_{tr} b h_0 ; \qquad (13.19)$$

dans ce cas l'armature transversale de la console dépend des conditions constructives.

Si la hauteur de la console est limitée et la condition (13.19) n'est pas satisfaite, la hauteur de la console peut être réduite ;

cependant, dans tous les cas, il est recommandé d'observer la condition :

$$Q \leqslant \frac{1}{6} R_{fl} b h_0. \qquad (13.20)$$

Dans le cas des consoles courtes, quand $l \leqslant 0{,}9h_0$, l'effort tranchant est totalement repris par des barres relevées, dont la section peut être déterminée d'après la formule (fig. 13.14,*b*) :

$$F_{rel} = \frac{Q}{2R_{a.\,ét} \sin \alpha}. \qquad (13.21)$$

L'armature transversale des consoles longues ($l > 0{,}9h_0$) est calculée comme celle des poutres.

La section de l'armature principale supérieure de la console se détermine d'après l'effort de compression N, en supposant que cet effort est appliqué au centre de gravité de la section de l'armature principale, et d'après le moment fléchissant de la console M provoquant la traction de cette armature. On a alors :

$$F_a = \frac{N}{R_a} - \frac{M}{R_a \gamma_0 h_0}. \qquad (13.22)$$

En admettant $\gamma_0 \approx 0{,}9$, nous aurons :

$$F_a = \frac{N}{R_a}\left(1 - \frac{e}{0{,}9h_0}\right), \qquad (13.22a)$$

où $e = \frac{M}{N}$.

La section des plaques d'acier de la console et des pièces d'attache du linteau, soudées à l'armature principale, se détermine en partant de l'effort normal à reprendre :

$$F_{pl} = \frac{N}{R_{pl}}. \qquad (13.23)$$

L'épaisseur d'une plaque métallique δ est fonction de l'épaisseur de la soudure ; on prend $\delta \geqslant \frac{h_s}{1{,}5}$, mais jamais moins de 4 mm.

La longueur des soudures de fixation des pièces d'attache inférieures du linteau à la plaque d'acier de la console, dans les joints non bétonnés, est calculée d'après la formule :

$$\sum l_s = \frac{1{,}3\,(N - T)}{0{,}7 h_s R_s}, \qquad (13.24)$$

où $T = Qf$ est la force de frottement ;

Q, l'effort tranchant au droit de l'appui du linteau ;

$f \approx 0{,}15$, le coefficient de frottement de l'acier sur l'acier.

La fig. 13.14,*c* représente une variante de construction de la console d'acier d'un poteau.

CHAPITRE 14 **PLANCHERS**

14.1. CLASSIFICATION DES PLANCHERS

Les hautes qualités des planchers en béton armé en ce qui concerne leur utilisation, à savoir longévité, résistance au feu, rigidité, propriétés hygiéniques, ainsi que l'économie que présente leur emploi et la possibilité d'assurer leur montage par des méthodes industrielles, ont contribué à leur large application dans la construction de différents bâtiments. A l'heure actuelle les planchers en béton armé sont d'un usage courant pour les maisons d'habitation, les bâtiments civils et industriels.

Les planchers en béton armé des maisons d'habitation et des bâtiments civils doivent assurer un isolement acoustique suffisant, ce qui implique la mise en œuvre de dispositions supplémentaires.

Quel que soit le type de planchers, on peut les diviser en deux groupes principaux du point de vue constructif: planchers à poutres et planchers champignons.

Les planchers à poutres se composent de poutres, allant dans une ou deux directions, et de dalles ou de panneaux qui y prennent appui.

Les planchers champignons ne contiennent pas de poutres et leurs dalles ou panneaux reposent directement sur les poteaux.

Du point de vue exécution, les planchers de ces deux groupes, à poutres et champignons, peuvent être préfabriqués, monolithes ou mixtes. Voici la classification des planchers en béton armé d'après la construction et le procédé d'érection.

Planchers à poutres

1. Planchers à poutres préfabriqués.
2. Planchers monolithes nervurés à dalles à poutres.
3. Planchers monolithes nervurés à dalles appuyées suivant le contour.
4. Planchers à poutres mixtes (semi-fabriqués à joints monolithes).

Planchers champignons

1. Planchers champignons préfabriqués.
2. Planchers champignons monolithes.
3. Planchers champignons mixtes (semi-fabriqués à joints monolithes).

Les dalles faisant partie des planchers diffèrent suivant le rapport des cotes du contour d'appui. Elles peuvent être:

— à poutres si le rapport des cotes $l_2/l_1 > 2$ (fig. 14.1,*a*), travaillant à la flexion dans la courte dimension (dans ce cas on néglige

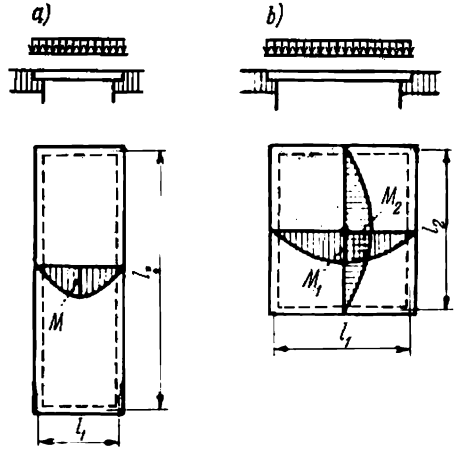


Fig. 14.1. Comportement des dalles sous charges

le moment dans la grande dimension, parce que sa valeur est peu importante);

— appuyées suivant le contour si le rapport des cotes $l_2/l_1 \leqslant 2$ (fig. 14.1, *b*), travaillant à la flexion dans deux directions, avec une armature principale croisée.

A l'heure actuelle, en construisant les bâtiments on utilise de préférence les planchers préfabriqués qui se prêtent très bien à l'industrialisation. Les planchers monolithes sont à présent assez rares, on les rencontre principalement dans les bâtiments érigés d'après des projets individuels, ainsi que dans les bâtiments sollicités par des charges dynamiques importantes.

Dans chaque cas le type de construction d'un plancher est choisi en fonction de la destination du bâtiment, de la grandeur et de la nature des charges, des conditions locales, des moyens de fabrication, etc.

14.2. PLANCHERS À POUTRES PRÉFABRIQUÉS

14.2.1. Composition et construction du plancher

Les planchers à poutres à panneaux sont composés de panneaux préfabriqués et de linteaux (poutres) qui les supportent. L'orientation des linteaux peut être longitudinale ou transversale (fig. 14.2). Les linteaux s'appuient sur les murs et les supports intermédiaires,

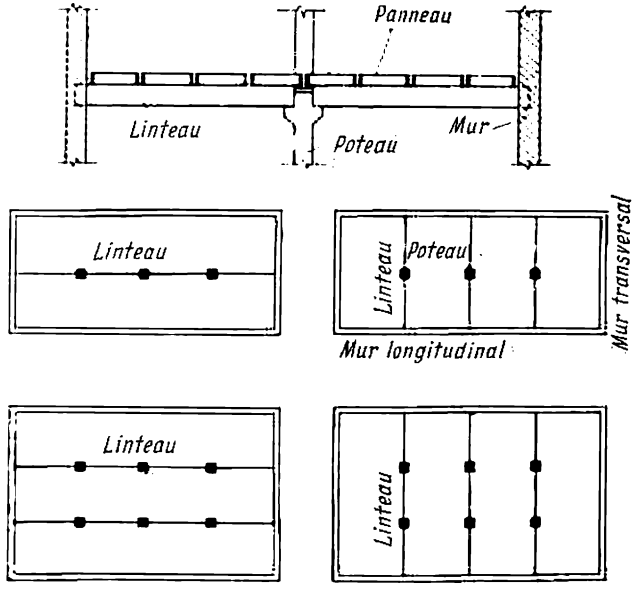


Fig. 14.2. Planchers à poutres préfabriqués

les poteaux. Dans les bâtiments à ossature les poteaux extérieurs servent aussi d'appui aux linteaux. Les linteaux du plancher et les poteaux forment des cadres. Le linteau peut être uni au panneau et former un grand élément préfabriqué prenant appui sur les poteaux et les murs portants. Le plancher ainsi formé s'appelle plancher sans linteaux (fig. 14.3).

Le nombre de travées du plancher dépend de la destination du bâtiment ; elles peuvent être au nombre de deux à trois en direction transversale dans les bâtiments civils et de cinq à six dans les bâti-

ments industriels. Le nombre de travées en direction longitudinale se détermine en fonction de la longueur totale du bâtiment, de la distance entre les joints de dilatation et des dimensions des travées longitudinales.

Pour les planchers des bâtiments industriels on adopte généralement un réseau de poteaux unifié 6 × 6 m ou un réseau agrandi 6 × 12 et 12 × 12 m. Pour d'autres réseaux de poteaux on établit les dimensions des travées en direction transversale multiples de 1 m et le pas en direction longitudinale égal à 6 m.

Pour les bâtiments civils et les maisons d'habitation les dimensions à donner au réseau de poteaux dans les deux sens sont de 2,8 à 6,8 m avec échelonnement de 0,4 m.

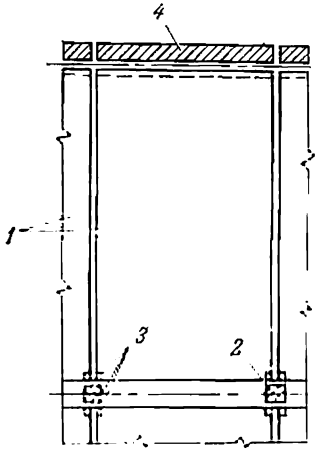


Fig. 14.3. Plancher sans linteaux

1 — grands panneaux ; *2* — poteaux ; *3* — consoles des poteaux servant d'appui aux panneaux ; *4* — panneau de mur porteur

Le choix du réseau de poteaux, du nombre de travées et de la direction des linteaux est le problème de l'établissement du schéma constructif du plancher dont la résolution dépend de plusieurs facteurs.

Destination du bâtiment. On doit tenir compte de la destination du bâtiment (industriel, civil, d'habitation), de son architecture, des conditions d'éclairage, des charges utiles et des exigences techniques concernant la disposition des équipements. Le meilleur éclairage du plafond et du local en entier est obtenu lorsque les linteaux sont orientés dans le sens transversal et la surface inférieure des panneaux est lisse.

Arrangement de l'ensemble du bâtiment. Lorsqu'il faut assurer la rigidité du bâtiment dans le sens transversal par des cadres avec des nœuds rigides, on dispose les linteaux transversalement. Pour les bâtiments civils et les maisons d'habitation (pour des raisons de nivellement) on choisit, de préférence, la direction longitudinale des linteaux.

Indices économiques et techniques de la construction du plancher. Le schéma constructif d'un plancher doit être conçu de manière à obtenir la solution la plus économique, en réduisant au minimum le volume du béton et le poids de l'armature.

En établissant un projet, on étudie plusieurs schémas constructifs du plancher ; en les comparant, on en choisit le plus économique. Il faut encore tenir compte des exigences de limiter la diversité de types et de dimensions des panneaux et des linteaux du plancher,

tout en donnant la préférence aux panneaux les plus grands possibles, compte tenu de la force portante des grues de montage et des moyens de transport (v. chapitre 12).

La dépense totale de béton et d'acier pour la réalisation d'un plancher se compose des dépenses respectives pour la fabrication des panneaux, des linteaux et des poteaux. La majeure partie du béton armé, environ 65 % de la quantité totale, étant dépensée en panneaux du plancher, la solution économique de la construction des panneaux est de première importance.

14.2.2. Calcul des panneaux

Choix de la section transversale des panneaux. Afin de diminuer leur poids, on envisage les panneaux de planchers d'une construction allégée, creux ou nervurés (fig. 14.4). En éliminant le béton de la zone tendue, on ne laisse que des nervures d'une largeur suffisante pour y disposer les armatures soudées et pour assurer au panneau la résistance suffisante suivant la section inclinée. Dans ce cas les panneaux travaillent à la flexion le long de leur travée, entre les linteaux, comme les poutres en T (fig. 14.5).

La table supérieure comprimée de la section du panneau travaille aussi à la flexion entre les nervures. La table inférieure de la zone tendue de la section, formant une cavité fermée, est utilisée lorsqu'il est nécessaire d'arranger un plafond lisse.

Suivant la construction des noyaux dont dispose l'usine, les panneaux peuvent être réalisés avec des creux de forme différente : ovales, ronds, etc. Dans les panneaux de largeur importante on aménage plusieurs creux disposés côte à côte (panneaux à creux multiples).

Ainsi, le principe général de construction des panneaux de section transversale quelconque consiste à éliminer de la zone tendue un volume maximal de béton, toute en conservant des nervures verticales assurant la résistance de l'élément suivant la section inclinée, compte tenu des possibilités technologiques de l'usine productrice.

Suivant la forme de la section transversale, on distingue les panneaux : à creux ovales ou ronds, à nervures inférieures, à nervures supérieures, panneaux pleins.

Les indices économiques et techniques des principaux types de panneaux, conformément aux catalogues des éléments types, sont résumés au tableau 14.1.

Dans les panneaux creux l'épaisseur minimale des tables est de 25 à 30 mm et celle des nervures de 30 à 35 mm. L'épaisseur de la dalle (des tables) des panneaux à nervures inférieures est de 50 à 60 mm.

Les panneaux pleins sont exécutés à deux couches : avec une couche inférieure de 40 mm d'épaisseur en béton lourd (contenant l'armature principale) et une couche supérieure en béton léger de qualité 150.

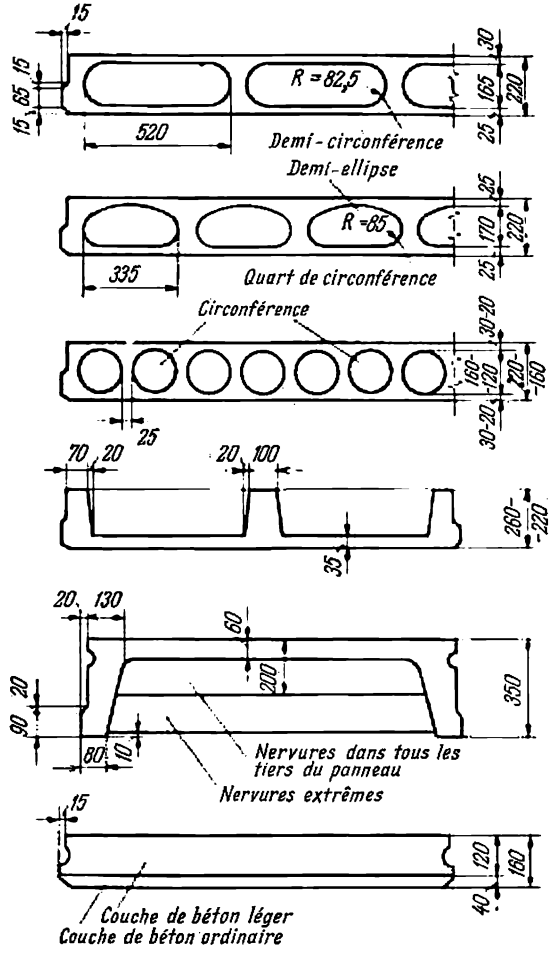


Fig. 14.4. Sections transversales des panneaux de planchers

La largeur nominale des panneaux est établie multiple du module 200 mm ; la largeur constructive est toujours de 10 mm plus petite que la largeur nominale.

La longueur nominale des panneaux est adoptée multiple du module 400 mm : 6,4 ; 6 ; 4,8 ; 3,6 ; 3,2 ; 3 et 2,8 m. La longueur

constructive est inférieure à la valeur nominale de 140 mm pour les trois premières longueurs (pour permettre le passage des conduites de ventilation et de fumée dans les murs) et de 20 à 30 mm, pour toutes les autres longueurs.

Pour différents types de panneaux, à une longueur donnée, les largeurs sont choisies de manière à obtenir les poids n'excédant pas la capacité portante des grues de montage, c'est-à-dire 1,5 ; 3 et 5 t.

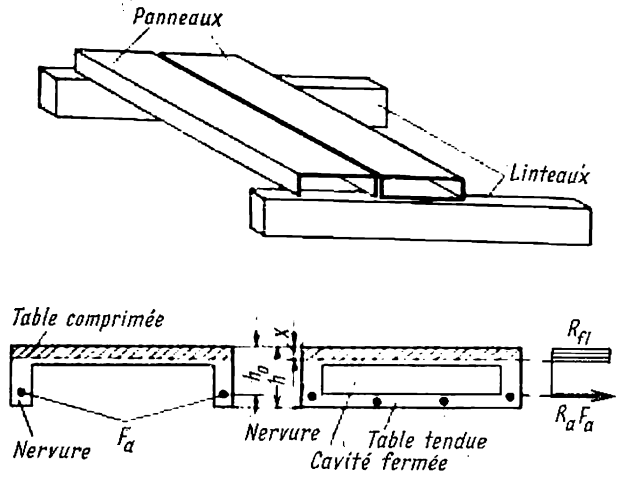


Fig. 14.5. Constructions des panneaux de planchers

Un panneau de 3,6 ou 3,4 m de largeur et d'une portée de 6 m recouvre une chambre d'habitation toute entière. Le poids des panneaux de ces dimensions à creux ovales est de 5 t.

La rentabilité d'un panneau est évaluée d'après l'épaisseur réduite du béton, que l'on obtient en divisant le volume du béton par la surface du panneau.

Parmi les panneaux creux, ce sont les panneaux à creux ovales qui sont les plus économiques au point de vue dépense de béton, leur épaisseur réduite étant de 8,4 cm, alors qu'avec les creux ronds cette épaisseur atteint 12 cm.

Parmi les panneaux nervurés, les plus économiques, en ce qui concerne la dépense de béton, sont les panneaux à nervures supérieures, leur épaisseur réduite étant de 8 cm. Cependant, par suite d'une diminution du bras de levier du couple intérieur, vu l'absence de tables dans la zone comprimée, ces panneaux sont moins économiques en comparaison avec d'autres types. Il faut aussi tenir compte du fait que le prix d'un recouvrement comprend le prix du plancher proprement dit et les panneaux à nervures supérieures

Tableau 14.1

Indices économiques et techniques des panneaux de planchers de 6 m de portée calculés pour charges normalisées de 600 à 700 kg/m²

Type de panneau	Poids d'un m², kg	Epaisseur réduite du béton, cm	Hauteur de la section, mm	Largeurs constructives, mm	Qualité du béton		Caractéristique, classe et dépense d'aciers			
					panneaux ordinaire	panneaux précontraints	ferraillage ordinaire, treillis soudés plans et tridimensionnels	dépense d'acier, kg/m²	aciers précontraints	dépense d'acier, kg/m²
A creux ovales de 520 mm de largeur	195 à 210	7,7 à 8,4	220	2390, 1590, 1190, 990	200	300	Laminés à chaud, crénelés, classe A-II	7,55	Fil d'acier à haute résistance, $d=5$ mm	3,4
Idem, de 335 mm de largeur	230 à 250	9,2 à 10	220	1790, 1590, 1190, 990, 790	200	300	*Idem*, classe A-III	4,5	*Idem*, $d=3$ mm	2,8
A creux ronds, de 159 mm de diamètre	300	12	220	1790, 1590, 1190, 990, 790	200	300	*Idem*, classe A-II	8	*Idem*, $d=5$ mm	3,65
A nervures supérieures	200	8	260	2390, 1590, 1190, 990, 790	200	300	*Idem*	9,1	Laminés à chaud, crénelés, classe A-III ; écrouis par tréfilage	6,4
Continus, en deux couches	315	16	160	1590, 1190, 990, 790		300, couche inférieure ; 150, couche supérieure			Fil d'acier à haute résistance, $d=5$ mm	3,5

demandent un remplissage ou un lambourdage sous le plancher, ce qui augmente le prix du recouvrement.

Les panneaux à nervures inférieures sont utilisés ordinairement pour les planchers préfabriqués des bâtiments industriels appelés à subir des charges utiles importantes (1 000 à 1 500 kg/m²).

Afin de diminuer davantage l'épaisseur et le poids des planchers des bâtiments civils et maisons d'habitation, sans altérer leurs qualités acoustiques, on construit des planchers séparés, composés de deux parties (fig. 14.6). La partie supérieure d'un tel plancher

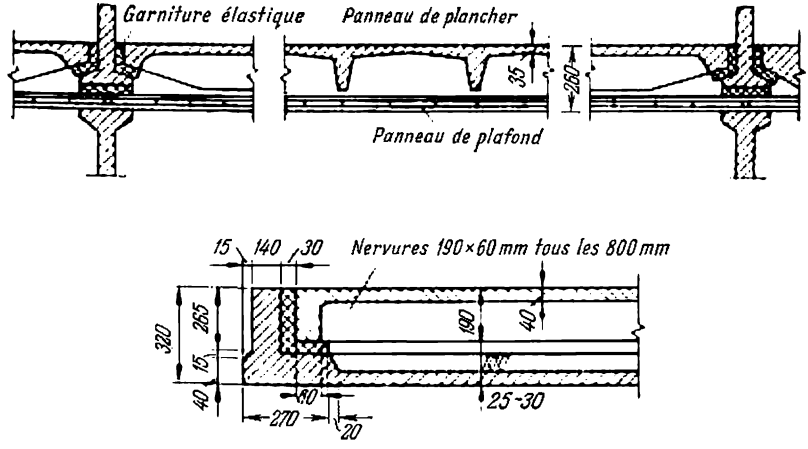


Fig. 14.6. Planchers préfabriqués séparés

supporte la charge utile et peut être constituée par un panneau à nervures inférieures ; le bas, formant un plafond lisse, est séparé de la partie supérieure par une couche d'air. La partie inférieure peut être exécutée sous forme de panneaux suspendus en plaques de plâtre sec et de fibres de bois ou bien en panneaux légers de béton armé à nervures supérieures.

Calcul des panneaux. La charge supportée par les panneaux de planchers est composée de la charge permanente (le poids des panneaux, du plancher proprement dit, des cloisons, etc.) et de la charge utile (surcharges) prévue par les normes ou les cahiers des charges (pour les bâtiments industriels). En multipliant la charge uniformément répartie du plancher par la largeur du panneau, on obtient la charge par unité de longueur du panneau. En calculant les déformations, on considère les charges concentrées locales comme réparties sur la largeur de tous les éléments liés entre eux par bétonnage des joints.

La portée calculée d'un panneau est considérée égale à l'entraxe des appuis (fig. 14.7). Lorsque le panneau repose sur le linteau, la portée calculée est

$$l_0 = l - \frac{b}{2};$$

et lorsqu'il repose sur les tables des linteaux, on a

$$l_0 = l - a - b,$$

où a est la largeur de la table du linteau.

Lorsque l'une des extrémités du panneau s'appuie sur le linteau et l'autre est encastrée dans le mur, la profondeur de l'encastrement étant c:

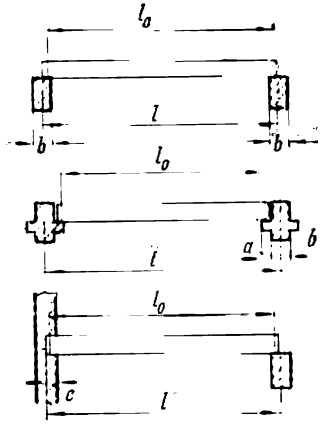


Fig. 14.7. Portées calculées des panneaux

$$l_0 = l - \frac{b}{4} - \frac{c}{2}$$

ou

$$l_0 = l - \frac{a}{2} - \frac{b}{2} - \frac{c}{2}.$$

La hauteur h de la section du panneau pour les portées de 5 à 7 m, la résistance de l'armature principale étant complètement utilisée, est imposée par les conditions de rigidité (flèches limites).

La hauteur de la section du panneau, qui satisfasse simultanément les exigences de résistance et de rigidité, peut être donnée en première approximation par la formule:

$$h = \frac{cl_0 R_a}{E_a} \cdot \frac{g^{norm}\theta + p^{norm}}{q^{norm}}, \qquad (14.1)$$

g^{norm} étant la charge normalisée de longue durée par 1 m² du plancher;

p^{norm}, la charge normalisée de courte durée par 1 m² du plancher;

θ, le coefficient de réduction de la rigidité par suite de l'action de la charge de longue durée; pour les panneaux creux $\theta = 2$, pour les panneaux nervurés à table comprimée $\theta = 1{,}5$;

c, le coefficient qui pour les panneaux creux est de 18 à 20, pour les panneaux nervurés à table comprimée, de 30 à 34. La valeur de c est fonction des aciers employés, étant plus grande pour les aciers de la classe A-II et moins grande pour les aciers de la classe A-III.

Exemple 14.1. Déterminer la hauteur de la section d'un panneau à creux ovales appuyé sur les linteaux d'un plancher préfabriqué; armature en acier crénelé de la classe A-II ($R_a = 2\,700$ kg/cm²); portée calculée $l_0 = 5{,}9$ m; charge normalisée de longue durée $g^{norm} = 340$ kg/m²; charge normalisée de courte durée $p^{norm} = 400$ kg/m²).

Solution. Pour $c = 20$ et $\theta = 2$, on a par la formule (14.1):

$$h = \frac{20 \cdot 590 \cdot 2\,700}{2{,}1 \cdot 10^6} \cdot \frac{340 \cdot 2 + 400}{740} = 22{,}2 \approx 22 \text{ cm}.$$

Avec les mêmes données, pour les panneaux nervurés en T à table dans la zone comprimée pour $c = 34$ et $\theta = 1{,}5$, la hauteur de la section:

$$h = \frac{34 \cdot 590 \cdot 2\,700}{2{,}1 \cdot 10^6} \cdot \frac{340 \cdot 1{,}5 + 400}{740} = 31{,}6 \approx 32 \text{ cm}.$$

La hauteur de la section de panneaux précontraints peut être prise égale à

$$h = \frac{1}{20} \text{ à } \frac{1}{30} l_0. \tag{14.2}$$

En calculant la résistance d'après le moment fléchissant, la largeur calculée de la section du panneau à table dans la zone com-

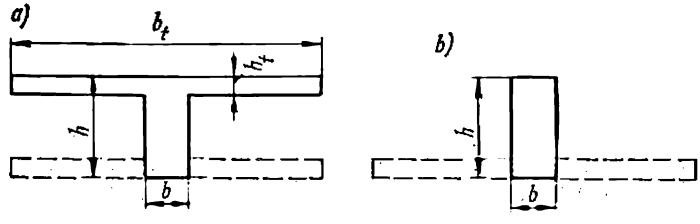


Fig. 14.8. Sections équivalentes des panneaux

primée est prise égale à sa largeur totale (fig. 14.8,*a*). Lorsque l'épaisseur de la table comprimée est petite, h_t/h étant $\leqslant 0{,}1$, la largeur de la table que l'on introduit dans le calcul ne doit pas excéder:

$$b_t = 12(n-1)h_t + b, \tag{14.3}$$

où n est le nombre de nervures dans la section transversale du panneau;

b, la largeur calculée de la nervure égale à la largeur totale de toutes les nervures de la section.

Dans un panneau à nervures inférieures pour une épaisseur de la table $h_t/h < 0{,}1$, mais en présence de nervures transversales, la largeur de la table à introduire dans le calcul est prise égale à la largeur totale du panneau.

Ainsi, le calcul de la résistance des panneaux se réduit au calcul d'une section en T à table dans la zone comprimée.

Dans la plupart des cas l'axe neutre passe dans les limites de la largeur de la table comprimée ; c'est pourquoi, après avoir déterminé

$$A_0 = \frac{M}{R_{fl} b_t h_0^2},$$

on trouve au tableau les valeurs de α et γ_0, on vérifie la condition $x \leqslant \alpha h_0$ et on trouve ensuite la section de l'armature tendue :

$$F_a = \frac{M}{R_a \gamma_0 h_0}.$$

Pour les cas où $x > \alpha h_0$ et l'axe neutre intersecte la nervure, on tient compte dans le calcul de la compression de la nervure (v. chapitre 5).

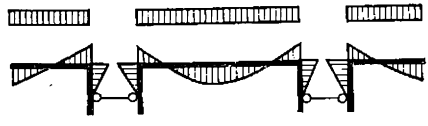


Fig. 14.9

Pour un panneau à nervures supérieures, on admet la largeur calculée de la section égale à la largeur totale des nervures (fig. 14.8,*b*) et on fait le calcul comme pour une section rectangulaire.

L'armature transversale d'un panneau est calculée en partant de la résistance de la section inclinée, en adoptant la largeur calculée b de la nervure égale à la largeur totale des nervures de la section.

Dans le sens transversal, les tables de la section du panneau travaillent à la flexion locale ; on les calcule comme des dalles partiellement encastrées aux appuis et dont la portée l_0 est égale à l'écartement entre les nervures. Dans les panneaux à nervures inférieures l'encastrement à l'appui est assuré grâce au scellage des joints, étant donné que le béton sert de liaison empêchant la rotation de la nervure (fig. 14.9). Lorsqu'on calcule les tables à la flexion locale, le moment fléchissant peut être pris égal à

$$M = \frac{q l_0^2}{11}.$$

Le calcul de rigidité et la vérification des flèches des panneaux en béton armé ordinaire doivent être faits en tenant compte des fissures dans la zone tendue, conformément aux formules du chapitre 7. Pour les panneaux creux on recherche les sections en double T équivalentes.

Pour les panneaux à creux ronds (fig. 14.10) on trouve la section en double T équivalente en partant de la condition que la section du creux rond de diamètre d soit égale à la section du trou carré de côté h_1. Il s'ensuit :

$$h_1 = \frac{d}{2}\sqrt{\pi} \approx 0{,}9d.$$

Pour les panneaux à creux ovales (fig. 14.11) on recherche la section équivalente en double T, en remplaçant la section ovale du creux par une section rectangulaire de mêmes surface et moment

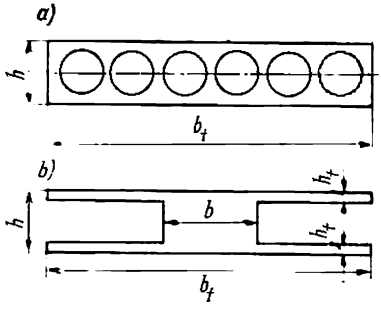


Fig. 14.10. Panneau à creux ronds
a — section donnée ; *b* — section équivalente

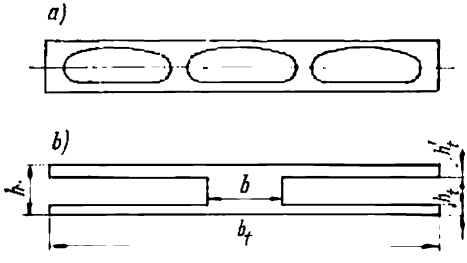


Fig. 14.11. Panneau à creux ovales
a — section donnée ; *b* — section équivalente

d'inertie et en observant la condition de coïncidence des centres de gravité de l'ovale et du rectangle qui le remplace.

Soit b_1 et h_1 la largeur et la hauteur du rectangle équivalent ; F et I, l'aire et le moment d'inertie de l'ovale ; on établit que

$$F = b_1 h_1, \quad I = \frac{b_1 h_1^3}{12} = \frac{F h_1^2}{12},$$

d'où

$$h_1 = \sqrt{\frac{12I}{F}}, \quad b_1 = \frac{F}{h_1}.$$

Pour les panneaux creux ordinaires dont la hauteur de la section $h = 15$ à 25 cm et la largeur des creux n'excède pas 50 cm, on peut rechercher la section équivalente d'une manière simplifiée comme il est indiqué fig. 14.12.

En calculant les flèches il est très important de tenir compte des conditions réelles d'appui des bords des panneaux. Pour les panneaux encastrés dans les murs de pierre le moment d'appui doit être estimé égal à 15 % du moment en travée d'un panneau librement appuyé. Dans les planchers de bâtiments industriels appelés à subir des

charges utiles importantes (dépassant 500 kg/m²), on peut, afin d'en augmenter la rigidité, assurer la continuité des panneaux préfabriqués en introduisant des armatures soudées plates dans les joints longitudinaux entre les panneaux, au-dessus des appuis intermédiaires.

Le calcul des flèches des panneaux précontraints se fait à l'aide des formules du chapitre 11.

Construction des panneaux. Les panneaux sont armés de treillis et carcasses soudés en fils d'acier étirés à froid ou d'aciers crénelés laminés à chaud.

L'armature longitudinale inférieure du panneau constitue son armature principale. Elle est disposée dans les nervures et, dans

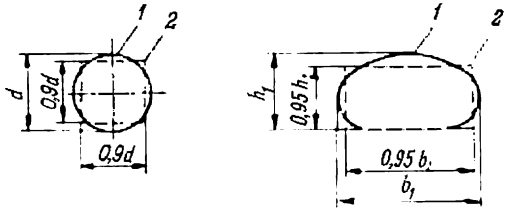


Fig. 14.12. Recherche de la section équivalente
1 — section donnée; *2* — section équivalente

les panneaux creux, entre les nervures. Dans les panneaux nervurés, quand la surface d'appui sur les linteaux est relativement petite, l'armature principale des nervures doit être munie aux extrémités d'ancres spéciales en cornières soudées, qui assurent la fixation des barres sur les appuis (fig. 14.13,*d*).

Des étriers verticaux sont soudés à l'armature principale pour former des carcasses plates. Dans les panneaux nervurés et dans ceux à creux ovales on place les carcasses plates soudées dans toutes les nervures; dans les panneaux à creux ronds on les place dans les nervures extrêmes et dans certaines nervures intermédiaires.

L'armature transversale supérieure (horizontale) subit les efforts de traction à la flexion locale des tables entre les nervures, elle doit être calculée; lorsque l'écartement des nervures est réduit, cette armature est placée en partant des considérations constructives.

L'armature transversale inférieure (horizontale) des panneaux creux ou de ceux à nervures est soudée à l'armature principale ou bien ses extrémités sont introduites dans des mailles des carcasses soudées (fig. 14.13,*a-d*).

L'armature du panneau, constituée par des treillis et carcasses plates soudés, doit former une carcasse tridimensionnelle facile à placer dans le moule lors de la fabrication du panneau.

Les boucles de montage sont fabriquées en ronds d'acier de la classe A-I et soudées aux quatre côtés de l'armature principale du panneau. Dans les panneaux en bétons légers, des treillis supplémentaires sont logés aux endroits de fixation des boucles de montage (fig. 14.13,*e*).

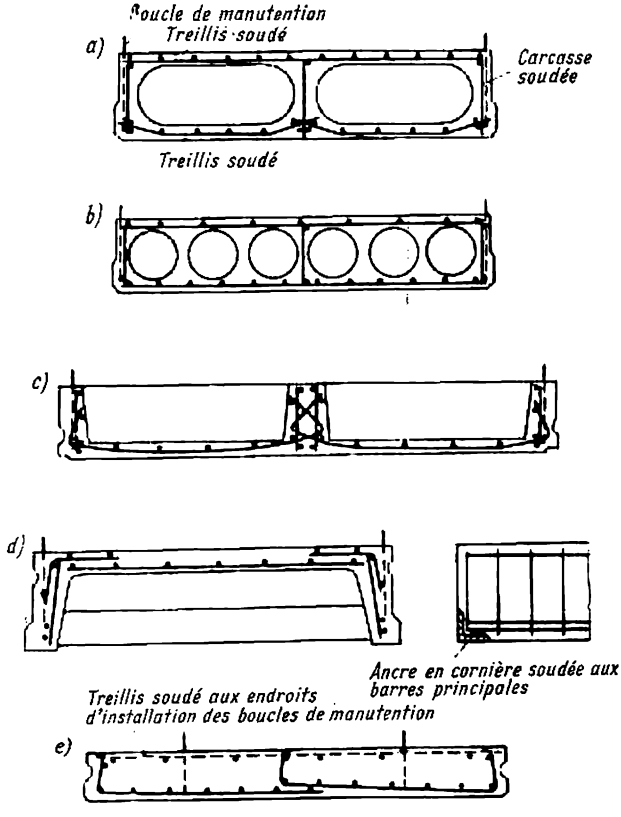


Fig. 14.13. Armatures des panneaux ordinaires

Pour les panneaux précontraints on emploie comme armature le fil d'acier à haute résistance, lisse ou profilé, ainsi que les barres d'acier crénelées. L'armature des panneaux peut être (fig. 14.14): continue, exécutée en enroulant le fil d'acier autour des goujons sur des tables tournantes avant le bétonnage; rectiligne, tendue sur des stands ou dans des moules avant le bétonnage; tendue sur le béton; introduite dans des canaux après le durcissement du béton, ou encore on peut utiliser les barres précontraintes en béton armé.

On choisit le type d'armature et le mode de ferraillage en tenant compte des indices économiques et techniques : dépense d'armature et de béton, équipement disponible et moyens de production de l'usine.

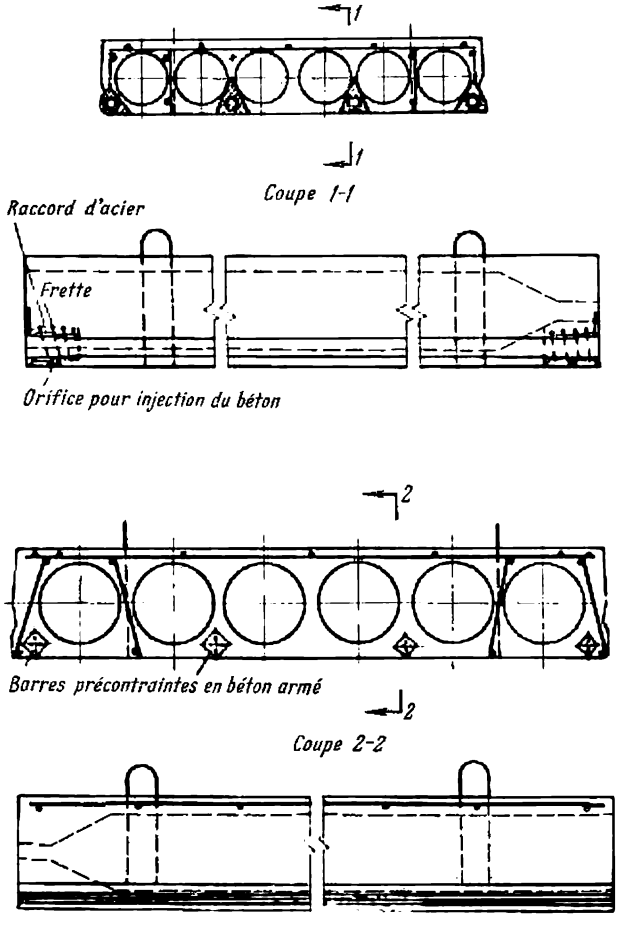


Fig. 14.14. Armatures des panneaux précontraints

L'assemblage de tous types de panneaux, lors du montage, est exécuté par soudage de pièces d'attache en acier et coulage du béton dans les joints entre les panneaux adjacents (fig. 14.15,*a*). Par la suite, le plancher se transforme en un diaphragme horizontal rigide, capable de résister aux charges horizontales.

Lorsque les panneaux sont appuyés sur des murs en briques, la profondeur de l'encastrement doit être de 120 mm. Lorsque les angles des panneaux s'appuient directement sur les poteaux, on aménage dans ces derniers des goussets métalliques. Dans les panneaux à larges creux ovales (520 mm), pour éviter les surcharges locales dues au poids du mur supérieur, on pratique

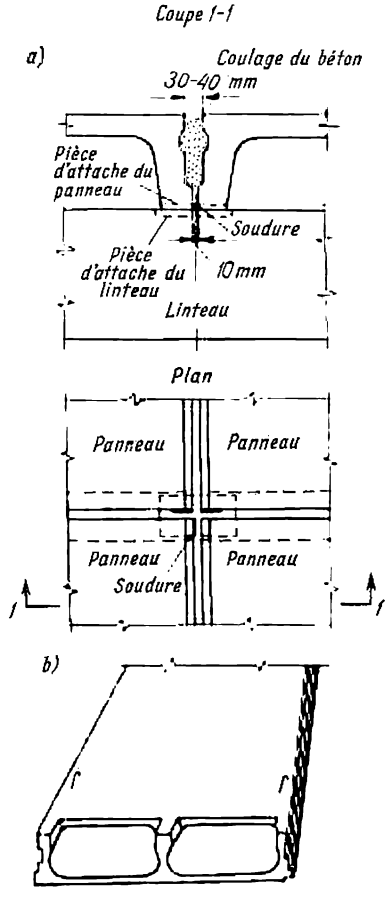


Fig. 14.15. Modes d'assemblage et d'appuis des panneaux

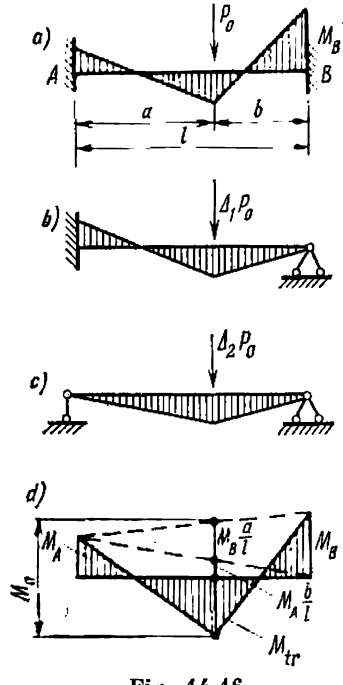


Fig. 14.16

dans la table supérieure des échancrures dont la profondeur correspond à celle de l'encastrement (fig. 14.15,*b*).

14.2.3. Calcul d'un linteau

Généralités. Les linteaux d'un plancher à poutres à plusieurs travées sont des éléments d'une construction à cadre. Cependant, lorsque les extrémités du linteau s'appuient librement sur les murs,

les travées sont égales et la charge utile est relativement faible ($p^{norm} \leqslant 500$ kg/m^2), le linteau peut être calculé comme une poutre continue. Dans ce cas on peut tenir compte des déformations plastiques conduisant à la redistribution et à l'égalisation des moments fléchissants entre les diverses sections.

Principe du calcul des constructions hyperstatiques en béton armé compte tenu des déformations plastiques. Nous avons exposé plus haut (v. chapitre 2) la théorie concernant les déformations plastiques dans la section d'un élément en béton armé fléchi par suite du fluage de l'armature et de la formation des rotules plastiques.

Le calcul des constructions hyperstatiques en béton armé, compte tenu de la redistribution des efforts par suite des déformations plastiques et de la fissuration, est basé sur la méthode de l'équilibre limite mise au point par A. Gvozdev.

Examinons comment se poursuit la redistribution des moments fléchissants dans le cas d'une poutre encastrée à deux appuis. Dès l'apparition d'une rotule plastique sur l'un des appuis pour une charge P_0 (fig. 14.16,*a*), le schéma de travail de la poutre change : elle a désormais un appui encastré et l'autre, articulé (fig. 14.16,*b*). La charge continuant à augmenter, la poutre travaille toujours suivant ce nouveau schéma.

Dès l'apparition de la rotule plastique sur l'autre appui, la charge augmentant de $\Delta_1 P_0$, la poutre devient librement appuyée (fig. 14.16,*c*). La formation d'une rotule plastique dans la travée sous une charge supplémentaire $\Delta_2 P_0$ transforme la poutre en un système variable, c'est-à-dire conduit à la destruction.

Les moments limites calculés dans les sections dangereuses (celles où se forment les rotules plastiques) sont : M_A sur l'appui A ; M_B sur l'appui B ; M_{tr} dans la travée (fig. 14.16,*d*). L'effort limite calculé :

$$P = P_0 + \Delta_1 P_0 + \Delta_2 P_0. \qquad (14.4)$$

En état d'équilibre limite, avant la rupture de la poutre, le moment fléchissant dans la travée peut être trouvé en partant de la condition d'équilibre statique :

$$M_{tr} = M_0 - M_A \frac{b}{l} - M_B \frac{a}{l},$$

d'où

$$M_{tr} + M_A \frac{b}{l} + M_B \frac{a}{l} = M_0, \qquad (14.5)$$

$M_0 = \frac{Pab}{l}$ étant le moment de la poutre posée simplement sur deux appuis.

Ainsi, dans les constructions hyperstatiques, avec l'apparition d'une rotule plastique et l'accroissement ultérieur de la charge, le rapport des valeurs des moments de travée et d'appui varie selon les sections. Dans ce cas, la condition d'équilibre (14.5) est toujours observée : *la somme du moment de travée* M_{tr} *dans une section et des parts des moments d'appuis* $M_A \frac{b}{l}$ *et* $M_B \frac{a}{l}$ *correspondant à cette section est égale au moment* M_0 *d'une poutre simple.*

Il suit de la condition (14.5) que la force portante d'une construction hyperstatique ne dépend pas du rapport des moments

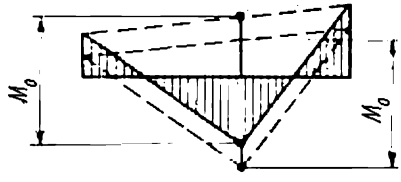


Fig. 14.17

d'appuis et de travée, c'est-à-dire qu'elle ne dépend pas de la succession de formation des rotules plastiques. Cette succession peut être établie d'une façon arbitraire ; il importe d'observer la condition d'équilibre.

Cependant, un changement du rapport des moments fait varier la valeur de la charge qui provoque la formation des premières et de la dernière rotules plastiques, de même qu'il modifie l'ouverture des fissures des premières rotules.

La fig. 14.17 représente les variantes possibles de la redistribution des moments fléchissants d'une poutre encastrée, la condition d'équilibre (14.5) étant observée.

La condition (14.5) a été trouvée plus haut par la méthode de calcul statique. Cependant, cette même condition peut être obtenue par le procédé cinématique en partant du principe de l'égalité des travaux virtuels des forces extérieures et des efforts intérieurs. Dans ce cas, la poutre est considérée comme un système de poutrelles rigides reliées l'une à l'autre aux endroits des rotules plastiques (fig. 14.18).

Soit f la flèche de la poutre sous l'action de la force P ; on a alors les angles de rotation des poutrelles :

$$\varphi_A = \operatorname{tg} \varphi_A = \frac{f}{a} ; \tag{14.6}$$

$$\varphi_B = \operatorname{tg} \varphi_B = \frac{f}{b} . \tag{14.7}$$

Le travail virtuel de la force extérieure P sur le déplacement d'équilibre limite :

$$W_P = Pf. \tag{14.8}$$

Le travail virtuel des efforts intérieurs, c'est-à-dire des moments fléchissants dans les rotules plastiques ;

$$W_M = \sum \varphi M = (\varphi_A + \varphi_B) M_{tr} + \varphi_A M_A + \varphi_B M_B. \tag{14.9}$$

En tenant compte des formules (14.6) et (14.7), l'expression (14.9) prend la forme :

$$W_M = \left(\frac{M_{tr} l}{ab} + \frac{M_A}{a} + \frac{M_B}{b}\right) f. \tag{14.10}$$

La condition d'égalité des travaux virtuels d'après les formu-

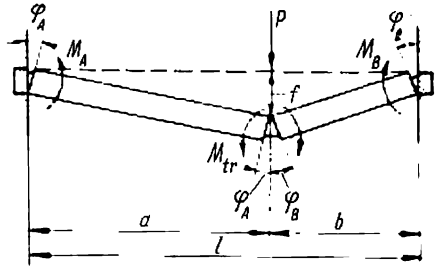


Fig. 14.18

les (14.8) et (14.10) s'écrit comme suit :

$$\left(\frac{M_{tr} l}{ab} + \frac{M_A}{a} + \frac{M_B}{b}\right) f = Pf,$$

d'où la charge limite :

$$P = \frac{M_{tr} l}{ab} + \frac{M_A}{a} + \frac{M_B}{b}. \tag{14.11}$$

En multipliant les deux membres de l'équation (14.11) par le facteur ab/l, on aboutit à la condition d'équilibre (14.5) trouvée plus haut par la méthode statique.

Dans tout projet des constructions hyperstatiques en béton armé on tient compte de la répartition rationnelle de l'armature entre les sections d'appui et de travée, on établit préalablement le rapport des moments fléchissants et on choisit les emplacements des rotules plastiques et la succession de leur formation. Les recherches à l'Institut TSNIPS ont montré qu'une telle égalisation des moments fléchissants est admissible pour les constructions hyperstatiques aussi bien monolithes que préfabriquées.

Le calcul et la mise au point des constructions hyperstatiques en béton armé selon le principe des moments égalisés permet d'alléger le ferraillage des sections, ce qui est très important pour les joints d'assemblage des constructions préfabriquées, de standardiser le ferraillage et d'utiliser, le cas échéant, l'armature identique, faite de treillis et de barres soudés, là où d'après les calculs agissent des moments fléchissants de valeurs différentes. En présence de charges utiles, le calcul d'après les moments égalisés permet de réaliser une économie de 20 à 30 % sur les aciers, par rapport au calcul suivant le schéma élastique.

Il est à noter que, dans les constructions hyperstatiques, la rigidité des sections varie avant qu'elles passent en état d'équilibre limite par suite de la fissuration et du fluage du béton, ce qui conduit à une redistribution des efforts dès le commencement de la mise en charge.

La limitation de l'ouverture des fissures des premières rotules plastiques s'obtient en restreignant le moment égalisé afin qu'il ne diffère pas trop de celui prévu par le schéma élastique et constitue au moins 70 % de ce dernier.

Afin de satisfaire la condition primaire de la méthode d'équilibre limite, c'est-à-dire la formation des rotules plastiques et le développement des déformations locales suffisantes lorsque la construction atteint l'équilibre limite, on doit observer les règles suivantes:

a) établir le projet de la construction de manière à exclure la possibilité de sa destruction par suite d'un cisaillement de la zone comprimée ou d'un écrasement du béton sous l'action des contraintes principales de compression;

b) utiliser des aciers permettant les déformations considérables dans les rotules plastiques; tous les aciers doux, les treillis soudés en fil d'acier étiré à froid, ainsi que les fils lisses de haute résistance répondent à cette condition; il n'est pas recommandé d'utiliser les aciers écrouis ou les fils profilés de haute résistance pour les constructions hyperstatiques, calculées en tenant compte de la redistribution des efforts;

c) comme le montrent les essais, la rotule plastique ne peut pas se former dans n'importe quelle section d'un élément hyperstatique fléchi, mais seulement dans une section dont le ferraillage satisfait la condition $S_b \leqslant 0{,}6S_0$ pour les bétons de qualité 300 et au-dessous ou $S_b \leqslant 0{,}5S_0$ pour les bétons de qualité 400 et au-dessus.

Pour cette raison, lorsqu'on choisit les sections dans lesquelles on envisage la formation des premières rotules plastiques, on doit adopter $\alpha \approx 0{,}3$.

Calcul d'un linteau continu. On admet la portée calculée d'un linteau égale à l'entraxe des poteaux, et dans la première travée,

en cas d'appui sur un mur extérieur, égale à la distance de l'axe d'appui sur le mur jusqu'à l'axe du poteau.

Suivant la forme de la section des panneaux, la charge du linteau sera uniformément répartie ou concentrée. Si le nombre de forces concentrées agissant dans une travée du linteau est supérieur à quatre, la charge est considérée comme uniformément répartie. Le poids propre du linteau est calculé d'après les dimensions de la section établies préalablement, en partant de la condition :

$$h_0 = 1/10 \text{ à } 1/15l; \quad b = 0{,}3 \text{ à } 0{,}4h.$$

On fait le calcul d'un linteau continu d'après les moments égalisés de la manière suivante. En se servant des méthodes ordinaires, comme pour une poutre continue élastique, on détermine les moments fléchissants pour des cas désavantageux de mise en charge : pour les moments maximaux dans les travées impaires ; pour les moments maximaux dans les travées paires ; pour chacun des moments d'appui en tenant compte en même temps de la charge permanente.

Les moments fléchissants M et les efforts tranchants Q d'une poutre continue élastique à portées égales ou différant de 20 % au plus peuvent être déterminés d'après les tableaux de calcul existants :

pour le cas d'une charge uniformément répartie (g permanente et p utile)

$$\left.\begin{aligned} M &= (\alpha g + \beta p)\, l^2; \\ Q &= (\gamma g + \delta p)\, l; \end{aligned}\right\} \qquad (14.12)$$

pour le cas de charges concentrées (G permanente et P utile)

$$\left.\begin{aligned} M &= (\alpha G + \beta P)\, l; \\ Q &= (\gamma G + \delta P), \end{aligned}\right\} \qquad (14.12a)$$

où α et β sont les coefficients pris aux tableaux pour déterminer M sous les charges permanentes et utiles respectivement ;
γ et δ, *idem*, pour déterminer Q.

Les épures des moments d'une poutre élastique, construites pour des charges désavantageuses, sont ensuite égalisées par superposition, sur chacune d'elles, d'une épure supplémentaire provoquée par le moment d'appui supplémentaire dans la rotule plastique (fig. 14.19). Cette épure supplémentaire est construite comme pour un système élastique : elle est rectiligne dans toutes les travées. A chaque mode de mise en charge correspond sa propre épure supplémentaire, construite de telle manière que, dans l'épure égalisée, les moments calculés ne soient pas diminués de plus de 30 %. Pour des charges utiles relativement faibles, lorsque $p \leqslant 1{,}3g$, on peut calculer le linteau continu d'après une méthode simplifiée des mo-

ments égalisés. Dans ce cas on admet comme épure théorique des moments égalisés l'épure des moments d'une poutre continue, construite pour les moments de travée maximaux (c'est-à-dire pour le cas d'une charge utile appliquée toutes les deux travées) (fig. 14.20,*a*). Ce calcul est basé sur le fait qu'un tel mode de chargement garantit que les moments d'appui valent environ 70 % des moments d'appui maximaux de la poutre continue élastique.

Les épures des moments sont tracées suivant les paraboles répondant à l'action d'une charge uniformément répartie et passant par les sommets des ordonnées des moments d'appui égalisés. L'ordonnée de la parabole au milieu de la travée est M_0 ; pour $x = l/4$ ou $x = {}^3/_4 l$, les ordonnées de la parabole sont égales à $0{,}75M_0$ (fig. 14.20,*c*).

Les portions de l'épure des moments avec les ordonnées maximales, construites pour différents modes de chargement, forment une épure enveloppe M. On trace ensuite une épure enveloppe Q dont les charges peuvent ne pas coïncider avec l'épure enveloppe M.

Lorsque les linteaux sont chargés par des forces concentrées, les épures enveloppes M et Q ont la forme représentée fig. 14.20,*b*. Dans ce cas, lorsqu'on détermine M et Q, le poids propre du linteau est également considéré comme une charge concentrée. Par exemple, pour les forces appliquées aux tiers de la travée $G_{\text{lin}} = \frac{g_{\text{lin}} l}{3}$, etc.

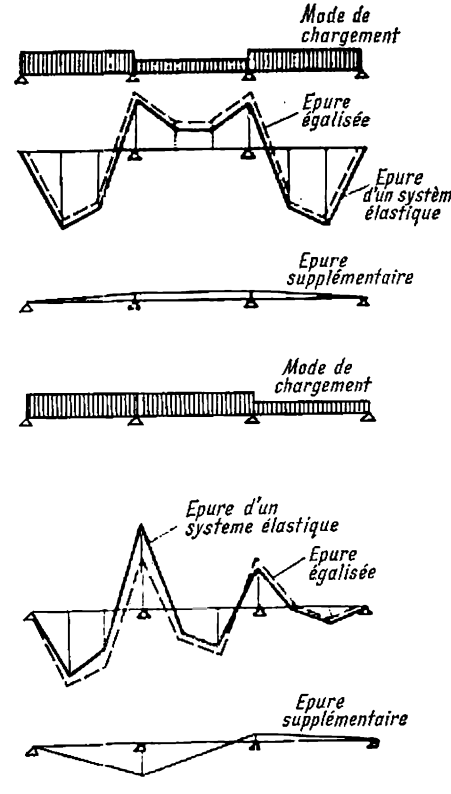


Fig. 14.19

Au droit de l'appui la section calculée du linteau est adoptée égale à la section à la face du poteau (fig. 14.20,*d*) ; dans cette section le moment fléchissant

$$M_f = M - Q\frac{h_{\text{pot}}}{2}. \qquad (14.13)$$

Un plus grand moment M_f se développe du côté de la travée sollicitée exclusivement par la charge permanente, aussi faut-il donner à Q dans la formule (14.13) une valeur qui corresponde à cette charge.

Le linteau est armé par des carcasses soudées avec barres principales en aciers profilés.

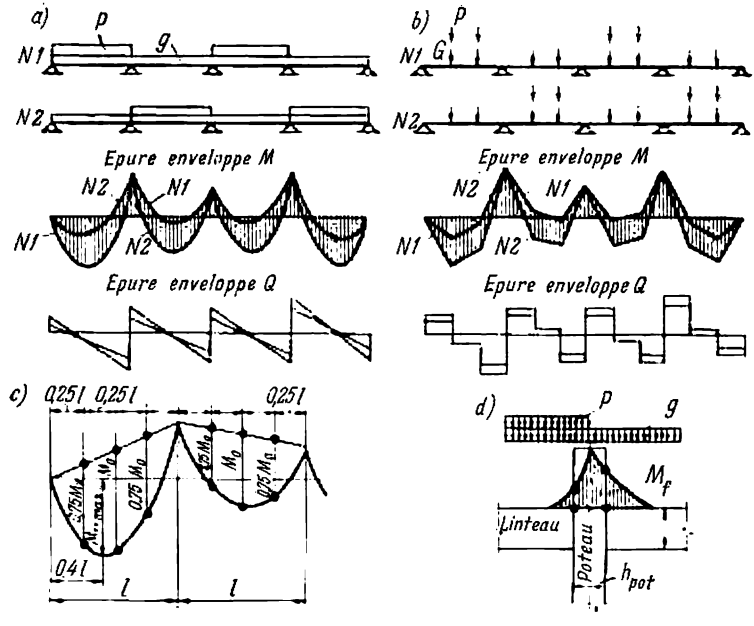


Fig. 14.20

Le béton utilisé est de qualités 150 et 200. En procédant au choix des sections de l'armature d'après les moments fléchissants, on précise d'abord les dimensions de la section du linteau d'après le moment d'appui. Etant donné que le calcul s'effectue selon le principe des moments égalisés, en tenant compte de la formation de la rotule plastique, on adopte ici $\alpha \approx 0{,}3$. Au droit de l'appui la section du linteau étant rectangulaire, on a

$$h_0 = 2\sqrt{\frac{M_f}{bR_a}}.$$

Après avoir définitivement fixé les dimensions de la section du linteau, on procède au choix de la section de l'armature tendue dans quatre sections calculées : dans la première travée et dans une travée

centrale, sur le premier appui intermédiaire et sur l'appui central.

On calcule ensuite les sections inclinées soumises aux efforts tranchants et on établit le diamètre et le pas des barres transversales (étriers). Ce calcul est nécessaire pour trois sections : à gauche et à droite du premier appui intermédiaire et sur l'appui libre extrême.

14.2.4. Construction du linteau

La section du linteau peut être rectangulaire, en T ou en T renversé (fig. 14.21). Lorsque la section du linteau est en T renversé et les panneaux du plancher s'appuient sur ses tables, la hauteur constructive du plancher diminue.

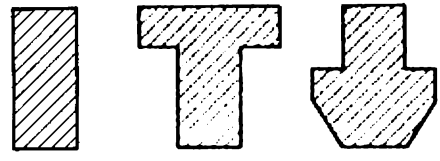


Fig. 14.21. Formes des sections des linteaux préfabriqués

Le joint du linteau avec le poteau est construit (selon les données du chapitre 13) en tenant compte de la nature et de l'importance des efforts supportés par le nœud et de la destination du bâtiment.

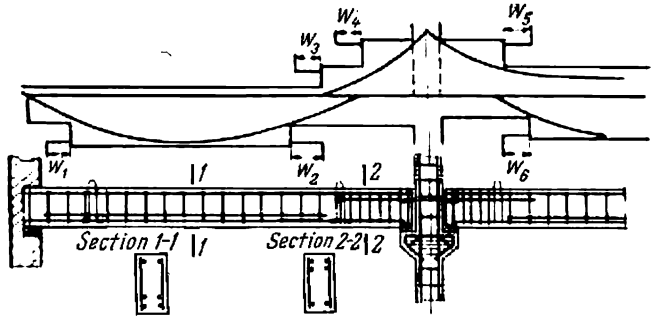


Fig. 14.22. Ferraillage d'un linteau préfabriqué

Un linteau est généralement armé de deux carcasses plates soudées (fig. 14.22). Pour des charges importantes on prévoit, le cas échéant, une troisième carcasse dans la partie centrale de la travée. La présence d'une troisième carcasse dans les sections d'appui rend plus compliquée la fixation des pièces d'attache. La section des

barres tendues, ainsi que leur nombre sont déterminés lorsqu'on choisit les sections d'après les moments fléchissants sur appui et en travée. Au fur et à mesure de l'éloignement de ces sections les ordonnées de l'épure enveloppe M diminuent et par suite, la section de l'armature peut être diminuée elle aussi.

Pour économiser l'acier une partie des barres longitudinales sont arrêtées en travée là où l'épure enveloppe des moments le permet. La section du linteau, dans laquelle la barre tendue n'est plus exigée, d'après les calculs, s'appelle point d'arrêt théorique. Les barres sont arrêtées et scellées à une distance w au-delà du point d'arrêt déterminée d'après les formules du chapitre 6, mais supérieure à $20d$.

Pour vérifier si le linteau est armé d'une façon correcte et économique et que la résistance requise est assurée dans toutes ses sections, on construit une épure de l'armature (l'épure des matériaux). On calcule les ordonnées de l'épure comme le moment des efforts intérieurs dans la section considérée du linteau:

$$M_{scc} = R_a F_a z_b, \tag{14.14}$$

F_a étant la section de l'armature tendue dans la section considérée du linteau;

z_b, le bras de levier du couple intérieur.

L'épure de l'armature a une configuration étagée à gradins verticaux aux points d'arrêt théoriques des barres. Là où l'épure de l'armature s'écarte sensiblement de l'épure M, il y a une marge de résistance (excédent d'aciers tendus); là où les gradins de l'épure de l'armature s'enfoncent dans l'épure M, la résistance de la section est insuffisante.

Etant donné que le bas du linteau au droit de l'appui subit l'effort normal de compression N, il faut pour assurer sa résistance que la section de l'armature principale, prolongée jusqu'à l'appui par-dessous la travée (pour les joints dont le béton n'est pas considéré dans les calculs), constitue au moins 70 % de celle de l'armature d'appui supérieure du linteau. En pratique, cette condition se trouve toujours satisfaite, si le calcul du linteau est effectué par la méthode des moments égalisés. Au besoin, la section de l'armature principale inférieure du linteau, près de l'appui, peut être augmentée par addition d'étriers supplémentaires soudés à la plaque de jonction.

14.2.5. Planchers à panneaux de petites dimensions

Une des variétés des planchers à panneaux préfabriqués est le plancher composé de petits panneaux posés sur des poutres rapprochées (plancher à nervures serrées).

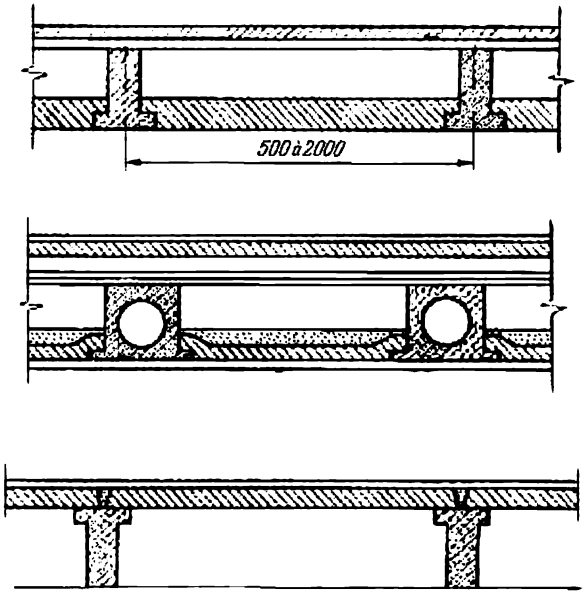


Fig. 14.23. Planchers préfabriqués composés de dalles

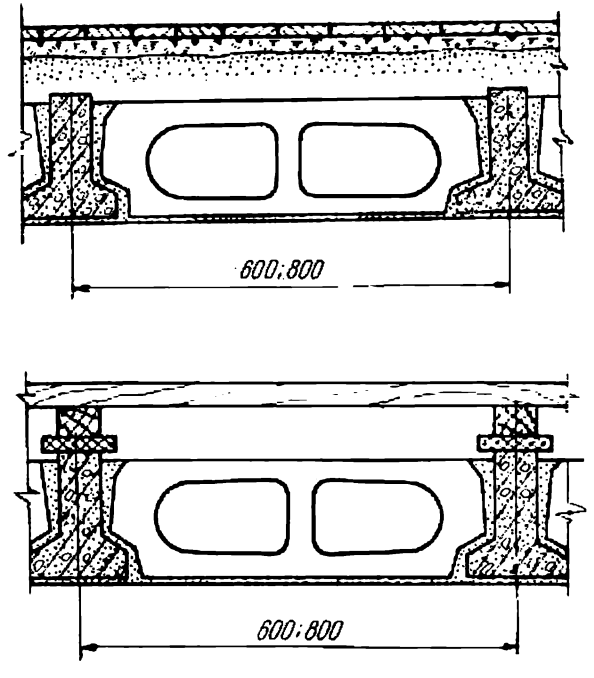


Fig. 14.24. Planchers préfabriqués à nervures serrées composés de briquets creux

Les petits panneaux peuvent se présenter sous forme de dalles posées sur les tables supérieures ou inférieures des poutres (fig. 14.23), ou sous forme de briquets creux posés sur les tables inférieures des poutres (fig. 14.24). Les dalles et les briquets sont généralement fabriqués en bétons légers.

L'espacement des poutres est dans ce cas de 1 m ; elles sont de section allégée, soit en forme de T renversé, soit creuse.

Les planchers à panneaux de petites dimensions présentent l'avantage en ce qui concerne l'économie du métal consommé ; leur défaut est l'exigence d'une main-d'œuvre accrue due au grand nombre d'opérations de montage.

L'utilisation de ce type de planchers ne peut être justifiée que dans le cas d'absence de grues de montage de portance suffisante, ce qui peut avoir lieu dans la construction des bâtiments civils à peu d'étages, agricole, etc.

14.3. PLANCHERS MONOLITHES NERVURÉS À DALLES À POUTRES

14.3.1. Composition du plancher et schéma constructif

Le plancher monolithe nervuré à dalles à poutres (fig. 14.25) se compose d'une dalle, travaillant dans le sens de la petite portée, de poutres secondaires et de poutres principales (linteaux). Tous les éléments du plancher sont réunis en cours de fabrication et faits en bétons de qualités 150 et 200.

Le principe de la construction d'un plancher monolithe à nervures consiste à enlever, pour des raisons d'économie, le béton de la zone tendue où ne sont conservées que les nervures verticales des poutres en T (v. fig. 14.5) contenant l'armature tendue. La table comprimée des nervures travaille à la flexion locale, comme une dalle dont la travée est égale à l'écartement des poutres secondaires. Ces dernières s'appuient sur les poutres principales qui leur sont liées d'une façon monolithique ; les poutres principales s'appuient, à leur tour, sur les poteaux et les murs extérieurs. En travée, les poutres secondaires et principales travaillent comme des poutres en T à table dans la zone comprimée. Il se crée un moment négatif aux appuis de ces poutres et la dalle se trouve dans la zone tendue ; c'est pourquoi la section calculée au droit des appuis est rectangulaire d'une largeur égale à celle de la nervure.

Les poutres principales sont disposées en direction longitudinale ou transversale, leur portée peut être de 6 à 8 m. Les poutres secondaires sont disposées, de préférence, de manière que l'axe de l'une des poutres coïncide toujours avec l'axe du poteau (fig. 14.26).

La portée d'une poutre secondaire peut être de 5 à 7 m, celle de la dalle (le pas des poutres secondaires) de 1,7 à 2,7 m.

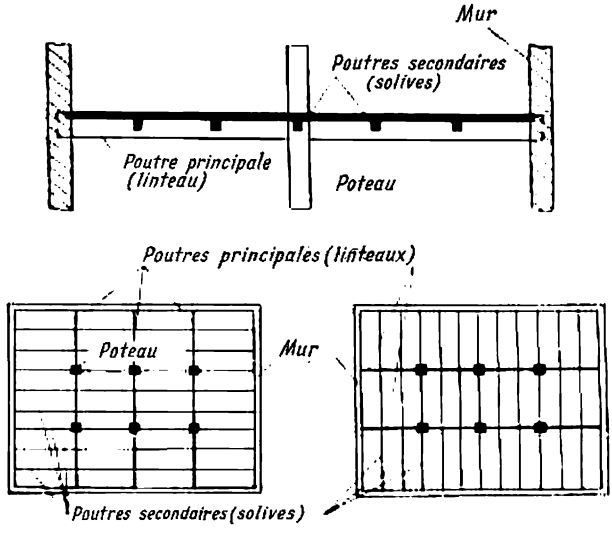


Fig. 14.25. Planchers nervurés à dalles à poutres

Pour des raisons économiques, l'épaisseur de la dalle doit être aussi petite que possible. L'épaisseur minimale de la dalle d'un

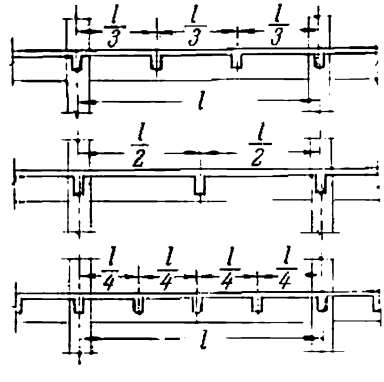


Fig. 14.26

plancher monolithe dépend de la destination du bâtiment. Selon les normes, elle ne doit pas être inférieure à 7 cm pour les planchers entre étages des bâtiments industriels, à 6 cm pour les planchers

entre étages des bâtiments civils. Pour des charges utiles importantes, il peut s'avérer nécessaire d'augmenter l'épaisseur de la dalle. Par exemple, pour des charges utiles de 1 000 à 1 500 kg/m² et une portée de 2,2 à 2,7 m on donne aux dalles une épaisseur de 9 à 10 cm (compte tenu du ferraillage le plus économique).

La hauteur de la section des poutres secondaires peut être de $^1/_{12}$ à $^1/_{20} l_s$, celle des poutres principales de $^1/_8$ à $^1/_{15} l_{princ}$. La largeur de la section des nervures des poutres $b = 0{,}4$ à $0{,}5h$.

L'orientation des poutres principales du plancher est choisie en partant des mêmes considérations que lors du choix de l'orientation des linteaux d'un plancher à panneaux préfabriqués. Il faut en outre prendre en considération que la direction transversale des poutres principales est préférable lorsque les murs longitudinaux comportent de grandes baies de fenêtres dont le haut peut venir se placer directement sous la dalle ; dans ce cas on dispose les poutres principales en face des trumeaux.

14.3.2. Calcul de la dalle, des poutres secondaires et principales

Dalle. La charge par m² de la dalle se compose de la charge permanente g (du poids propre de la dalle, du parquet, etc.) et de la charge utile p (surcharges).

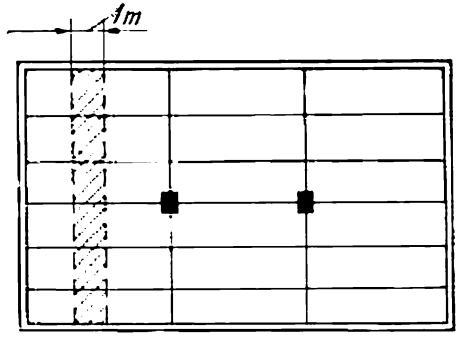


Fig. 14.27

Pour calculer une dalle, on en découpe une bande imaginaire de 1 m de largeur appuyée sur des poutres secondaires (fig. 14.27). Si la largeur de la bande est de 1 m, la charge par m² de la dalle est en même temps la charge par mètre courant de la bande.

De cette manière, la dalle est considérée comme une poutre continue supportant des charges permanente et utile uniformément réparties.

On détermine les moments fléchissants par une méthode simplifiée en tenant compte des déformations plastiques. Si l'armature est faite de treillis en rouleaux soudés, le schéma de calcul le plus convenable est celui des moments fléchissants égaux en travée et

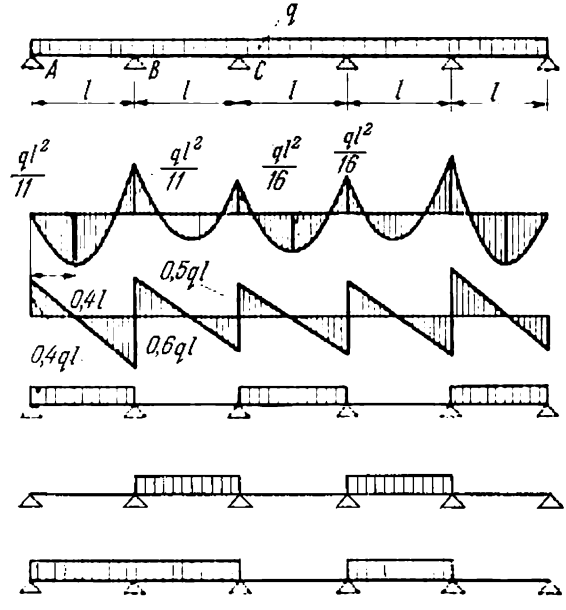


Fig. 14.28

sur appuis. Ainsi, pour une poutre à cinq travées (fig. 14.28) portant une charge uniformément répartie $q = g + p$, les conditions de symétrie exigent que les moments d'appui de part et d'autre de la travée centrale soient égaux entre eux.

En appliquant la condition d'équilibre (14.5) en vue d'égaliser les moments de la section médiane de la travée centrale, où $a = b = l/2$, on a

$$M_{\text{tr}} + \frac{1}{2} M_A + \frac{1}{2} M_B = M_0. \qquad (14.15)$$

Pour une poutre simple portant une charge uniformément répartie

$$M_0 = \frac{ql^2}{8}.$$

En tenant compte de la condition $M_{tr} = M_A = M_B = M$, on tire de l'équation (14.15):

$$M = \frac{ql^2}{16}. \tag{14.16}$$

Sur l'appui libre extrême $M_A = 0$. Le moment maximal dans la première travée apparaît dans la section éloignée de l'appui d'une distance $x \approx 0{,}4l$. En appliquant à cette section la condition (14.5), on a

$$M_{tr} + 0{,}4M_B = M_0. \tag{14.15a}$$

Pour $x = 0{,}4l$, le moment d'une poutre simple

$$M_0 = \frac{qx(l-x)}{2} = 0{,}12ql^2.$$

En tenant compte que selon les conditions du problème $M_{tr} = M_B = M$, on tire de l'équation (14.15a)

$$M = \frac{ql^2}{11{,}65}.$$

En arrondissant le dénominateur (avec une certaine erreur augmentant le moment) on obtient finalement

$$M = \frac{ql^2}{11}. \tag{14.17}$$

Pour des dalles continues à poutres de travées égales ou ne différant pas de plus de 20 %, les moments fléchissants seront déterminés: dans la première travée et sur le premier appui intermédiaire par la formule (14.17); dans les travées centrales et sur les appuis centraux par la formule (14.16). Pour les dalles nervurées bordées sur tout le pourtour par des poutres qui leur sont rendues solidaires et calculées sans tenir compte de la poussée en état d'équilibre limite, les moments fléchissants dans les sections des travées centrales et sur les appuis centraux doivent être diminués de 20 % par rapport aux valeurs calculées.

La portée calculée de la dalle est égale à l'écartement des poutres secondaires et, dans le cas où la dalle s'appuie sur les murs extérieurs, à la distance de l'axe de l'appui à la face de la nervure (fig. 14.29).

Pour les dalles, on ne détermine pas les efforts tranchants et, généralement, on ne fait pas le calcul de la résistance suivant la section inclinée, puisque, dans la plupart des cas, la condition $Q \leqslant R_{tr} b h_0$ se trouve satisfaite.

La section des aciers des dalles est choisie d'après les moments fléchissants comme pour une section rectangulaire de largeur $b = 100$ cm et de hauteur h égale à l'épaisseur de la dalle. La section

des barres longitudinales est déterminée d'après deux moments: celui de la travée centrale et celui de la première travée.

S'il est indispensable de calculer la dalle comme un système élastique (par exemple dans le cas où l'ouverture des fissures des zones tendues est limitée), en supposant une distribution des charges utiles défavorable, on peut utiliser les différents tableaux, en prenant la portée calculée égale à l'entraxe des nervures, ou si leur largeur dépasse $0{,}05l_0$, on la prend égale à $1{,}05l_0$.

Du fait que les poutres secondaires servent d'appuis supplémentaires de la dalle et qu'elles diminuent l'influence de la charge

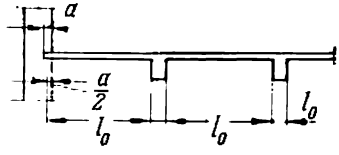


Fig. 14.29

utile des travées chargées sur celles non chargées, on prend comme valeurs calculées des charges permanente et utile:

$$g' = g + \frac{1}{2}p; \quad p' = \frac{1}{2}p,$$

où g et p sont les valeurs réelles des charges permanente et utile.

La section de l'armature est choisie comme suit: en travées, d'après les moments maximaux; sur appuis, d'après le moment à la face de la nervure déterminé comme:

$$M_f = M - Q\frac{b}{2} = M - \frac{qlb}{4},$$

M étant le moment fléchissant de la dalle élastique au droit de l'axe de l'appui;

b, la largeur de la nervure de la poutre secondaire.

Poutre secondaire. La poutre secondaire reprend la charge uniformément répartie de la dalle, calculée comme charge par m^2 multipliée par l'entraxe des nervures. En outre, on tient compte du poids propre de la nervure.

Si l'on veut tenir compte des déformations plastiques, on détermine les moments fléchissants des poutres secondaires continues, à portées égales ou ne différant pas de plus de 20 %, par une méthode simplifiée: notamment, dans la première travée et sur le premier appui intermédiaire par la formule (14.17) et dans les travées centrales et sur les appuis centraux par la formule (14.16).

Dans ces calculs les efforts tranchants sont:
sur l'appui extrême libre:

$$Q_A = 0{,}4ql;$$

sur le premier appui intermédiaire de gauche:

$$Q_B^g = 0{,}6ql;$$

sur le premier appui intermédiaire de droite et sur tous les autres appuis:

$$Q_B^{dr} = Q_c = 0{,}5ql.$$

La portée calculée des poutres secondaires est prise égale à l'écartement des poutres principales ou, si elles s'appuient sur les murs extérieurs, à la distance entre l'axe de l'appui et la face de la poutre principale (fig. 14.30).

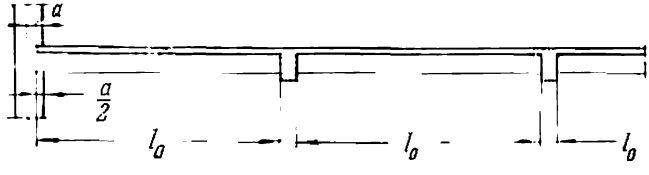


Fig. 14.30

Pour une poutre secondaire à trois travées, il faut admettre le moment fléchissant de la travée centrale égal ou supérieur au moment d'une poutre encastrée, soit:

$$M = \frac{ql^2}{24}.$$

L'enveloppe des moments de la poutre secondaire est construite pour deux cas de mise en charge:

1) la pleine charge $q = g + p$ dans les travées impaires et la charge permanente fictive $g' = g + \frac{1}{4}p$ dans les travées paires;

2) la pleine charge $q = g + p$ dans les travées paires et la charge permanente fictive $g' = g + \frac{1}{4}p$ dans les travées impaires.

La charge fictive $g' > g$ est introduite dans le calcul en vue de déterminer les moments négatifs réels dans la travée de la poutre secondaire. La poutre principale crée des fixations supplémentaires qui, en empêchant la rotation des appuis de la poutre secondaire, diminuent l'influence de la charge utile des travées chargées sur celles non chargées.

Pour la construction de l'enveloppe de M, les moments d'appui et les moments de travée maximaux sont calculés à l'aide des for-

mules (14.16) et (14.17). Les ordonnées des moments minimaux des travées sont construites d'après les paraboles correspondant à l'action de la charge g' et passant par les sommets des ordonnées des moments d'appui (fig. 14.31). Les moments minimaux (négatifs) des travées centrales et la position du moment zéro de la première travée de la poutre secondaire peuvent être également déterminés d'après le tableau 14.2.

En déterminant les sections on doit préciser en premier lieu les dimensions de la section transversale en fonction du moment d'appui sur le premier appui intermédiaire.

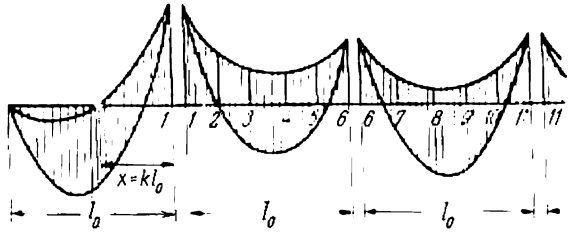


Fig. 14.31

Puisque le calcul est effectué suivant les moments égalisés, on prend $\alpha \leqslant 0\,3$. L'appui est sollicité par un moment négatif et la dalle se trouve dans une zone tendue; c'est pourquoi on fait le calcul comme dans le cas d'une section rectangulaire.

Après avoir définitivement fixé les dimensions de la section b et h, on procède au choix de l'armature principale dans quatre sections à calculer: dans la première travée et dans une travée centrale, elle est choisie comme pour une section en T; sur le premier appui intermédiaire et sur un appui central elle est choisie comme pour une section rectangulaire. Pour tenir compte de l'action du moment négatif dans la travée centrale on fait le calcul comme pour une section rectangulaire.

On calcule ensuite les sections inclinées en fonction de l'effort tranchant et on détermine le diamètre et le pas des barres transversales (étriers). Le calcul se fait pour trois sections: de part et d'autre du premier appui intermédiaire (Q_B^{g}, Q_B^{dr}) et sur l'appui libre extrême (Q_A).

En calculant la poutre secondaire comme un système élastique d'après les tableaux, pour le mode de chargement le plus défavorable, on prend la portée calculée égale à l'entraxe des appuis ou à $1{,}05l_0$, si la largeur des appuis dépasse $0{,}05l_0$. En tenant compte de l'effet soulageant que les poutres principales produisent sur la

Tableau 14.2

Valeurs des coefficients β pour déterminer les ordonnées des moments négatifs et des coefficients *k* pour déterminer la position du moment zéro.
Formules à utiliser : $M = \beta (g+p) l_0^2$; $a = kl$

p/g	Points											*k*
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
0,5	−0,091	−0,025	+0,011	+0,016	−0,008	−0,0625	−0,003	+0,028	+0,028	−0,003	−0,0625	0,167
1	−0,091	−0,035	−0,005	+0,001	−0,018	−0,0625	−0,013	+0,013	+0,013	−0,013	−0,0625	0,200
1,5	−0,091	−0,041	−0,014	−0,008	−0,024	−0,0625	−0,019	+0,004	+0,004	−0,019	−0,0625	0,228
2	−0,091	−0,045	−0,021	−0,014	−0,028	−0,0625	−0,023	−0,003	−0,003	−0,023	−0,0625	0,250
2,5	−0,091	−0,048	−0,023	−0,017	−0,031	−0,0625	−0,025	−0,006	−0,006	−0,025	−0,0625	0,270
3	−0,091	−0,050	−0,027	−0,022	−0,033	−0,0625	−0,025	−0,010	−0,010	−0,028	−0,0625	0,285
3,5	−0,091	−0,052	−0,030	−0,025	−0,035	−0,0625	−0,029	−0,013	−0,013	−0,029	−0,0625	0,304
4	−0,091	−0,053	20,032	−0,026	−0,036	−0,0625	−0,015	−0,015	−0,015	−0,030	−0,0625	0,314
4,5	−0,091	−0,054	−0,033	−0,028	−0,037	−0,0625	−0,032	−0,016	−0,016	−0,032	−0,0625	0,324
5	−0,091	−0,055	−0,035	−0,029	−0,038	−0,0625	−0,033	−0,018	−0,018	−0,033	−0,0625	0,333

valeur des moments négatifs, on prend les charges théoriques, permanente g' et utile p', égales à :

$$g' = g + \frac{1}{4} p;$$

$$p' = \frac{3}{4} p.$$

Les sections sont déterminées : dans les travées, d'après les moments maximaux, et sur appuis, d'après les moments à la face de la poutre principale donnés par la formule :

$$M_f = M - Q \frac{b}{2},$$

où Q est l'effort tranchant dans la section d'appui de la poutre secondaire ;

b, la largeur de la nervure de la poutre principale.

Poutre principale. La poutre principale reprend la charge concentrée des poutres secondaires égale à leurs réactions d'appui (généralement sans tenir compte de la continuité). En outre, on prend en considération le poids propre de la poutre principale.

Tout ce qui a été dit plus haut à propos du calcul d'un linteau de plancher à poutres préfabriquées se rapporte entièrement au calcul de la poutre principale du plancher monolithe nervuré. Si les fissures sont inadmissibles, la poutre principale est calculée comme un système élastique.

Aux endroits d'intersection de la poutre secondaire avec la poutre principale, au-dessus du poteau, dans la zone supérieure, se croisent les armatures de trois genres : l'armature supérieure de la dalle et les armatures des poutres secondaire et principale. C'est pourquoi on admet que sur l'appui de la poutre principale, selon le nombre de nappes d'armature, $a = 6$ à 9 cm.

La particularité de la détermination des sections de la poutre principale du plancher monolithe d'après les moments fléchissants consiste en ce que la poutre principale, en s'opposant au moment positif dans la travée, travaille comme une poutre en T dont la largeur de la table $b_t = {}^l/_3$.

S'il est indispensable de calculer la poutre principale comme un système élastique, on se sert des tableaux. Les sections en travées et sur appuis sont choisies suivant les moments maximaux et minimaux ; pour le moment calculé sur appuis est pris celui à la face du poteau :

$$M_f = M - Q \frac{h}{2},$$

où Q est l'effort tranchant dans la section d'appui de la poutre principale ;

h, la hauteur de la section du poteau.

14.3.3. Construction des dalles et des poutres continues munies de treillis soudés plats et tridimensionnels

Dalle. Les dalles nervurées à plusieurs travées égales ou ne différant pas de plus de 20 % sont armées de treillis en rouleaux, avec l'armature principale jusqu'à 5,5 mm de diamètre posée longitudinalement, en déroulant le rouleau sur le fond du coffrage en travers des poutres secondaires (fig. 14.32).

Dans une dalle continue, le moment fléchissant provoque la tension dans la zone inférieure en travée et dans la zone supérieure

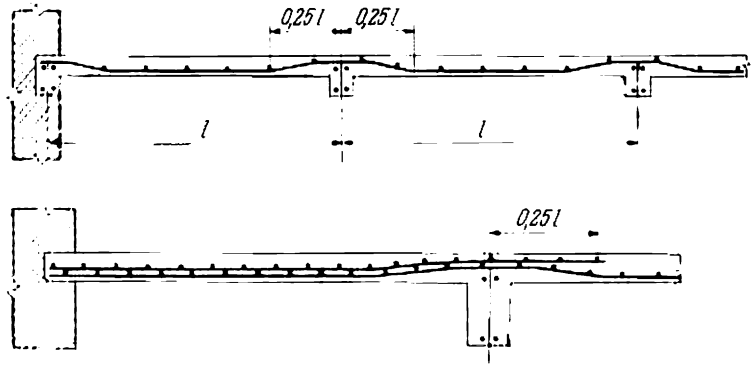


Fig. 14.32. Ferraillage des dalles à poutres avec des treillis en rouleaux

au-dessus des appuis ; pour cette raison les treillis en rouleaux sont relevés et passés en haut vers les appuis. Le relèvement du treillis commence à une distance de $0{,}25l$ de l'axe de la poutre.

Sur les appuis de la dalle, les treillis sont posés sur les barres supérieures des armatures des poutres secondaires ; dans les travées, ils sont fixés au coffrage avec des clous coudés. Pour former une couche d'enrobage nécessaire en béton on place sur le coffrage des pièces spéciales d'épaisseur convenable en mortier de ciment.

Vu l'importance du moment fléchissant, il est nécessaire d'employer dans la première travée l'armature tendue d'une section supérieure à celle des travées centrales, c'est pourquoi on pose dans la première travée un treillis supplémentaire qui doit passer au-delà du premier appui à $0{,}25l$. Il est permis de remplacer le treillis supplémentaire par des barres isolées coudées aux extrémités, que l'on ligature au treillis principal. Le ferraillage décrit ci-dessus s'appelle armature continue.

Dans les cas où la dalle doit avoir une armature principale plus forte, de 6 mm de diamètre et plus, les dalles à poutres apparentes à plusieurs travées sont armées de treillis en rouleaux avec disposition transversale de l'armature principale. Ce mode de ferraillage de la dalle a reçu le nom de ferraillage séparé (fig. 14.33). Les treillis sont déroulés le long des poutres secondaires au bas de la dalle dans les travées et en haut, sur les appuis. Les treillis au-dessus des appuis sont disposés symétriquement à partir de l'axe de la poutre

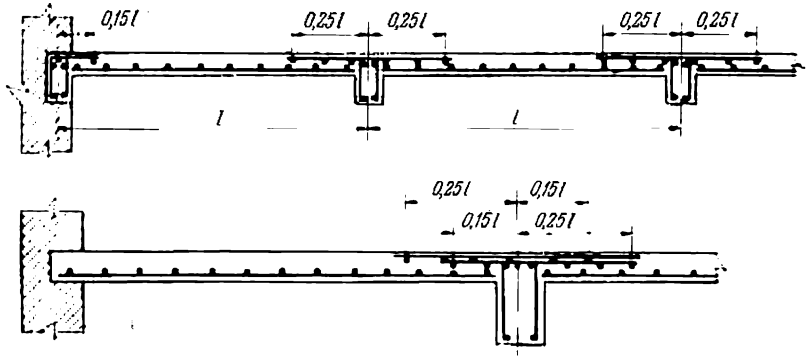


Fig. 14.33. Ferraillage séparé des dalles à poutres avec des treillis soudés

secondaire et ont une largeur de $0{,}5l$. Si la dalle est de grande portée et a une épaisseur de 9 à 10 cm, son ferraillage aux appuis se fait, pour des raisons de l'économie du métal, avec deux treillis d'une largeur $0{,}4l$ chacun. Si la dalle a pour appui extrême une nervure intimement liée à celle-ci, on place sur le dessus de la nervure un treillis constructif prolongé de $0{,}15l$ au-delà de l'axe de la nervure.

Poutre secondaire. Dans les travées, les poutres secondaires (solives) sont d'habitude armées de carcasses plates qui, avant d'être mises dans le coffrage, sont réunies en carcasses spatiales par soudure des barres transversales horizontales. Dans les poutres étroites et légères, il suffit d'avoir une seule carcasse plate dans la travée. Les carcasses des poutres secondaires sont prolongées jusqu'aux faces des poutres principales (fig. 14.34).

Sur les appuis, les poutres secondaires sont armées de treillis avec disposition transversale de l'armature principale. A cet effet on déroule les treillis en rouleaux au-dessus des poutres principales ou bien on place les treillis plats sur toute la longueur au-dessus des poutres principales. Au voisinage des poteaux, les treillis qui devraient passer au-dessus des appuis sont interrompus; à leur place on met des barres supplémentaires ou des morceaux de treillis sup

plémentaires d'une section égale à celle des barres principales du treillis arrêté au-dessus des poteaux, calculée pour la largeur du poteau.

La section totale de toutes les barres principales des treillis au-dessus de l'appui, situés dans l'intervalle des axes des panneaux voisins de la dalle, est prise pour section calculée de l'armature tendue de la poutre secondaire sur l'appui.

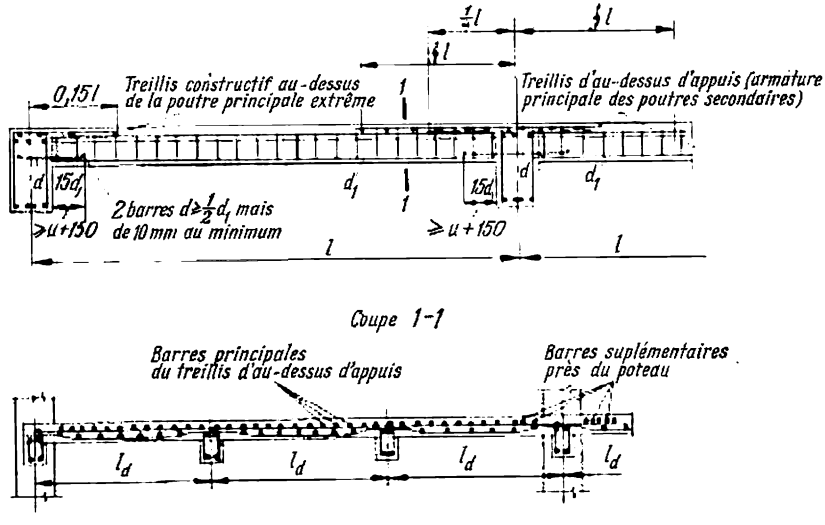


Fig. 14.34. Ferraillage d'une poutre secondaire avec des carcasses soudées

Lorsque les portées des poutres secondaires sont importantes, pour des raisons de l'économie d'acier, l'armature tendue au-dessus de l'appui peut être formée par deux treillis se recouvrant partiellement. Au-dessus de l'appui extrême, l'armature de la poutre secondaire est faite avec des treillis constructifs.

Les endroits d'interruption des treillis au-dessus des appuis sont établis conformément à l'épure des moments négatifs. Lorsque le rapport de la charge utile à la charge permanente $p/g \leqslant 3$, l'armature tendue est en partie interrompue : 50 % de section à une distance de $^1/_4 l$ de l'axe de l'appui et 75 % de section à une distance de $^1/_3 l$ de l'axe de l'appui ; par la suite, l'interruption de l'armature se fait d'après la valeur possible des moments négatifs dans la travée.

Les armatures de la poutre secondaire, prolongées jusqu'à l'appui, sont liées entre elles, en bas, par les barres d'about (traversant la poutre principale) d'un diamètre $d \geqslant 0{,}5 d_1$, mais supérieur à 10 mm, d_1 étant le diamètre des barres principales de la poutre secondaire.

Les barres d'about sont liées, en bas, aux barres des carcasses plates ; on les fait passer au-delà de la face de la poutre principale à une distance égale à $15d_1$ au moins ; si les barres principales sont lisses, on les prolonge, en outre, au moins d'un pas des barres transversales des carcasses augmenté de 50 mm.

Poutre principale. Dans la travée la poutre principale est armée de deux ou de trois treillis plats, qui, avant d'être installés dans

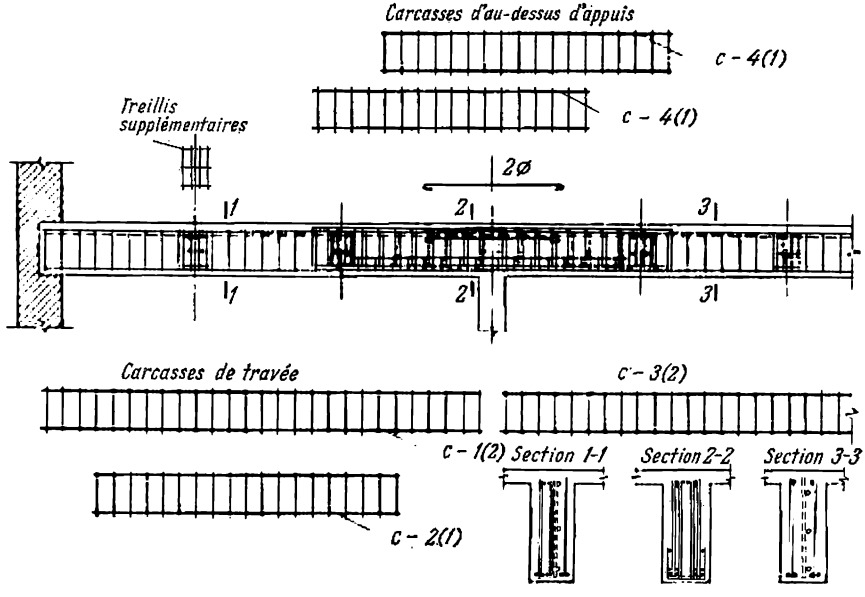


Fig. 14.35. Ferraillage d'une poutre principale avec des carcasses soudées

le coffrage, sont réunis en carcasses spatiales. Deux treillis sont prolongés jusqu'à la face du poteau, et le troisième (s'il est prévu) est arrêté conformément à l'épure des moments. Il est également possible d'interrompre un certain nombre de barres suivant l'épure de l'armature. Le ferraillage de la poutre principale sur l'appui est réalisé par deux treillis autonomes, que l'on fait passer à travers celui des poteaux (fig. 14.35). L'armature à l'appui peut être formée de treillis comme dans le cas des poutres secondaires ; dans ce cas on dispose les treillis, qui doivent passer au-dessus des appuis, des deux côtés du poteau sur une largeur inférieure à $^1/_3$ de la distance entre les poutres principales.

Sur l'appui, les poutres secondaires peuvent avoir des fissures dans la zone tendue ; c'est pourquoi le transfert de leur pression

d'appui sur la poutre principale se produit, en effet, par l'intermédiaire de la zone comprimée (inférieure) de la poutre secondaire, c'est-à-dire au milieu de la hauteur de la poutre principale (fig. 14.36). Cette charge concentrée locale est reprise par l'armature transversale de la poutre principale ainsi que par les treillis supplémentaires aux droits des appuis des poutres secondaires.

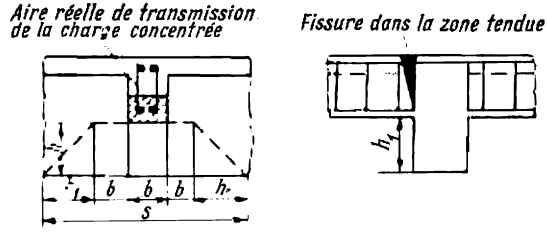


Fig. 14.36

La section de l'armature transversale, travaillant dans ce cas en porte-à-faux, est donnée par la formule :

$$F = \frac{P}{R_a}.$$

La longueur de la zone dans laquelle on tient compte de l'armature transversale, qui supporte la charge concentrée, est déterminée à l'aide de la formule :

$$s = 2h_1 + 3b.$$

Les points d'arrêt des treillis ou des barres isolées sont définis par la construction de l'épure de l'armature.

14.3.4. Construction des dalles et des poutres à armatures ligaturées

Le ferraillage des dalles et des poutres de plancher avec l'armature constituée de barres isolées ligaturées ne répond pas aux exigences de l'industrialisation de la construction ; aussi est-il rarement utilisé dans les constructions modernes. On emploie principalement les armatures soudées qui facilitent beaucoup les travaux de ferraillage.

En armant les dalles à plusieurs travées d'armatures ligaturées, on relève une partie de barres en les faisant passer de la zone inférieure de la travée à la zone supérieure au droit de l'appui. Les barres

des dalles ne sont relevées que dans le but de résister aux moments négatifs aux appuis.

Dans les dalles dont l'épaisseur ne dépasse pas 10 cm, les parties relevées font un angle de 30° avec la surface de la dalle, et pour les dalles plus épaisses, cet angle est égal à 45°.

On pourvoit les dalles de 8 cm d'épaisseur ou plus de barres relevées alternées (fig. 14.37,*a*). L'armature supérieure est prolongée

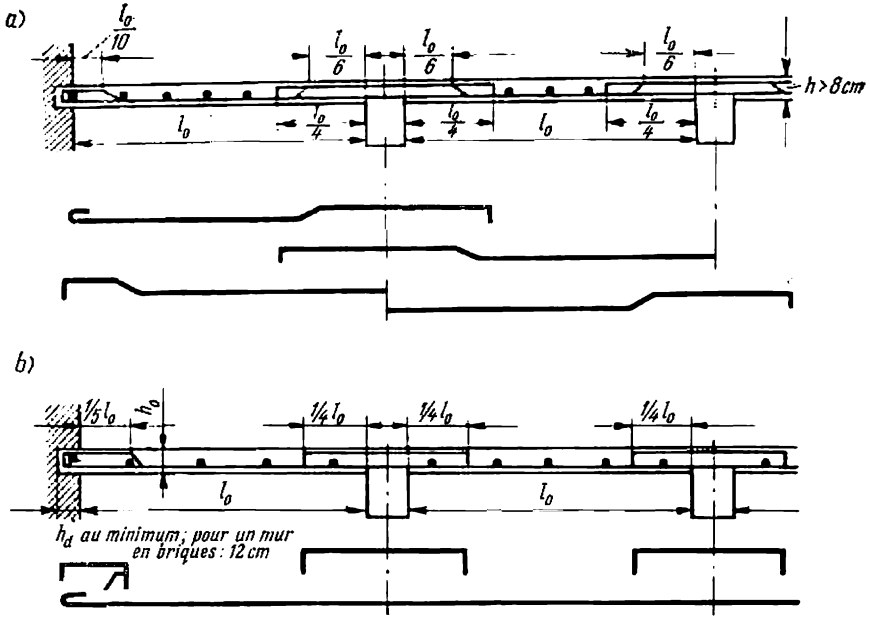


Fig. 14.37. Ferraillage des dalles à poutres avec des barres ligaturées

au-delà de l'appui d'une distance de $^1/_4 l_0$ si $p < 3g$, et de $^1/_3 l_0$ si $p \geqslant 3g$, et est terminée par des crochets droits. L'armature inférieure, prolongée jusqu'aux appuis, se termine aux appuis extrêmes par des crochets demi-ronds; aux appuis intermédiaires elle est dépourvue de crochets puisqu'ici elle se trouve dans la zone comprimée.

Les dalles dont l'épaisseur est inférieure à 8 cm sont pourvues d'armatures droites (fig. 14.37,*b*); les barres inférieures sont continues, les barres supérieures ont la forme de courtauds (étriers) à crochets droits, assurant la stabilité de l'armature pendant sa mise en place dans le coffrage.

L'armature des poutres secondaires à plusieurs travées et des poutres principales (fig. 14.38) est constituée par les barres isolées,

dont une partie doit être relevée au droit de l'appui, pour résister aux moments négatifs, et l'autre (au nombre de deux au moins) est prolongée en bas jusqu'à l'appui.

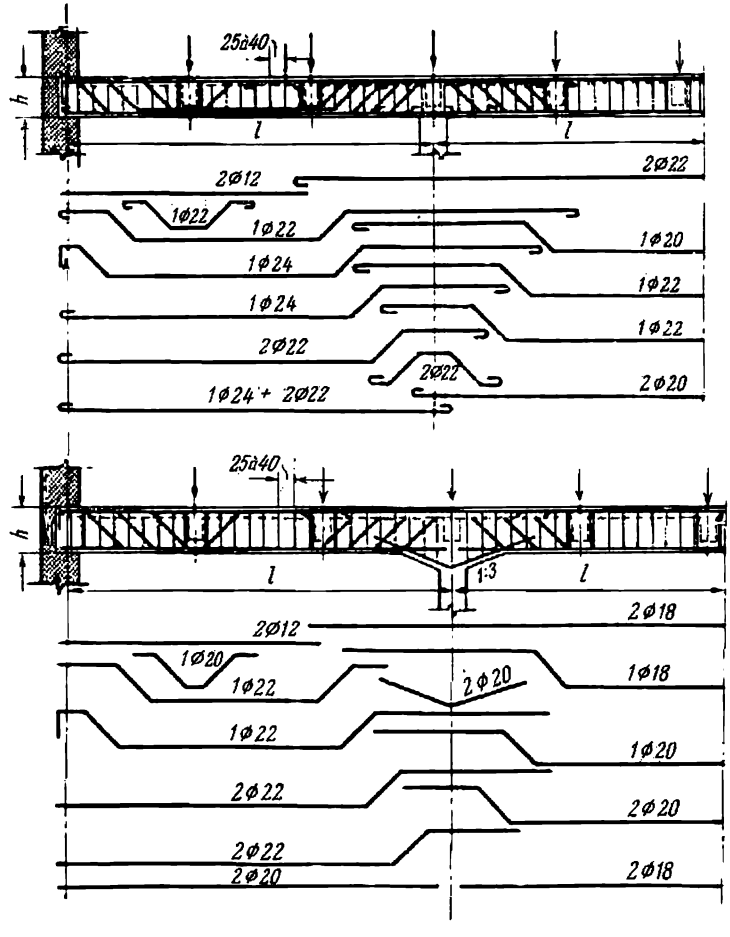


Fig. 14.38. Ferraillage des poutres avec des barres ligaturées

Outre les barres relevées, on pose au droit de l'appui des barres droites supplémentaires près des faces latérales de la poutre, afin de résister aux moments négatifs.

Lorsqu'il y a un excédent de l'armature supérieure au-dessus de l'appui, on coupe une partie de barres relevées (les plus proches du milieu de la travée). Si l'armature transversale, obtenue par le

relèvement de l'armature inférieure longitudinale, est insuffisante, on pose des barres relevées supplémentaires dont les extrémités se terminent dans la zone comprimée (fig. 14.39,*a*). L'utilisation des barres «flottantes» (fig. 14.39,*b*) est inadmissible du fait de l'insuffisance de leur travail.

L'inclinaison des barres relevées dans les poutres constitue généralement 45°, mais elle ne doit pas être inférieure à 30°. Dans les poutres dont $h > 80$ cm on admet une inclinaison des barres relevées égale à 60°.

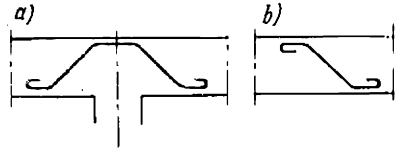


Fig. 14.39

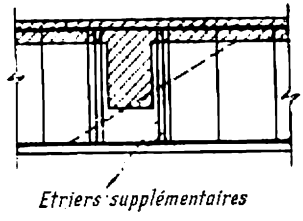


Fig. 14.40

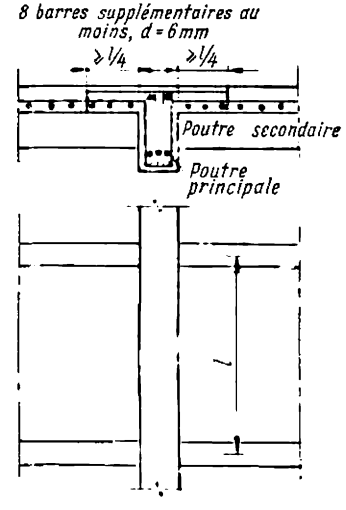


Fig. 14.41

L'armature longitudinale des poutres, prolongée en bas jusqu'à l'appui, doit passer au-delà du nu extérieur de l'appui d'une distance de 15*d* au moins.

Il est recommandé de pourvoir les poutres de planchers nervurés monolithes d'étriers ouverts. Dans les poutres principales, pour supporter la charge concentrée locale provenant des poutres secondaires, on met des deux côtés de chaque poutre secondaire deux étriers supplémentaires de la même section que celle des étriers de la poutre principale (fig. 14.40). Pour faciliter la mise en place des étriers, on pose les barres droites des poutres, dans la travée en bas et au-dessus des appuis en haut, ainsi que les barres de montage, près des faces latérales de la poutre.

L'armature de la dalle d'un plancher nervuré passe parallèlement aux poutres principales. Afin de supporter les contraintes de traction, engendrées le long du plan de contact de la dalle avec la

poutre principale, il est indispensable de poser une armature supplémentaire perpendiculaire à la poutre principale composée de huit barres au moins de 6 mm de diamètre par 1 mètre courant et dont la section n'est pas inférieure à $^1/_3$ de la section de l'armature principale de la dalle. Cette armature doit s'introduire dans la dalle de chaque côté de la face de la poutre principale à $^1/_4$ au moins de la portée calculée de la dalle (fig. 14.41).

14.3.5. Planchers hourdés

Les planchers hourdés représentent une variété des planchers monolithes nervurés. Ils se caractérisent par des nervures plus

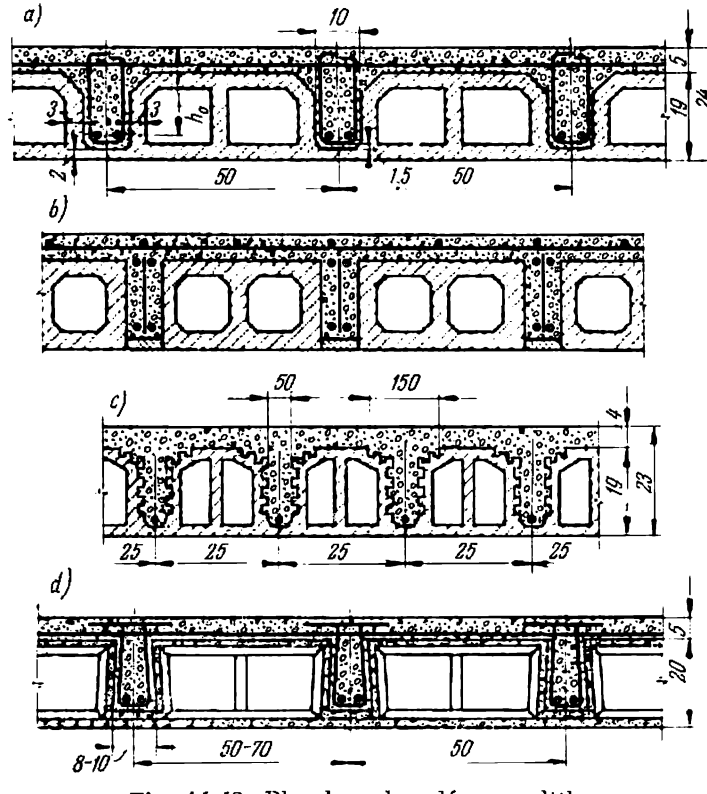


Fig. 14.42. Planchers hourdés monolithes

serrées dont l'intervalle est rempli soit de blocs en béton léger ou en céramique, soit de boîtes légères en bois ou en roseaux, etc. (fig. 14.42).

Les planchers hourdés permettent de former un plafond lisse, dont on a besoin dans certains cas pour des raisons d'architecture ou d'hygiène ; en outre ils ont une faible conductibilité acoustique. Pour cette raison ils sont utilisés surtout dans les bâtiments civils et dans les immeubles d'habitation.

L'écartement entre deux nervures consécutives dépend des dimensions des blocs ; il est généralement inférieur à 50 cm. L'épaisseur des nervures peut être de 6 à 10 cm. La portée d'un plancher hourdé peut atteindre 7 m. A partir de 5 m de portée, pour une meilleure répartition de la charge, on envisage des nervures transversales dont l'épaisseur est égale à celle des nervures principales. L'épaisseur minimale de la dalle doit être de 3 ou 4 cm.

Les nervures sont armées de carcasses plates soudées, généralement à raison d'une carcasse par nervure. L'armature de la dalle est composée de treillis soudés, situés à peu près au milieu de l'épaisseur de la dalle. Les épaisseurs minimales tolérées de l'enrobage sont 1,5 cm pour les nervures et 1 cm pour la dalle.

Les planchers hourdés peuvent être librement posés ou continus ; dans le dernier cas les nervures reposent sur les poutres principales en béton armé. Pour assurer la résistance au moment d'appui on pose en haut de la section de la nervure une barre de renfort, que l'on relie à l'armature de montage de la nervure et prolonge au-delà de l'appui à une distance jusqu'à $^1/_3 l$.

Les portées de la dalle étant faibles, celle-ci n'est pas calculée et son ferraillage se fait avec des treillis suivant les considérations constructives.

Le calcul des nervures se fait de la même manière que celui des poutres secondaires du plancher nervuré. La charge courante d'une nervure est déterminée à partir des charges sollicitant une bande de largeur égale à l'entraxe des nervures. La hauteur des nervures est fixée généralement à $^1/_{20} l$ au moins pour un appui simple et à $^1/_{25} l$ au moins si les extrémités sont encastrées. Les poutres principales du plancher hourdé sont calculées en tenant compte de l'action d'une charge uniformément répartie.

14.4. PLANCHERS MONOLITHES NERVURÉS À DALLES APPUYÉES SUIVANT LE CONTOUR

14.4.1. Schéma constructif du plancher

Ces planchers sont constitués par les dalles dont le rapport des côtés $l_2/l_1 \leqslant 2$, travaillant à la flexion dans les deux sens, et par les poutres qui les soutiennent. Tous les éléments du plancher sont rendus solidaires les uns des autres par bétonnage.

Les dimensions de la dalle peuvent atteindre 4 à 6 m. Dans ce cas, les poutres seront disposées dans les deux sens suivant les axes des poteaux et auront la même hauteur (fig. 14.43,*a*). Les planchers sans poteaux intermédiaires et composés des dalles de petites dimensions (inférieures à 2 m) s'appellent planchers à caissons (fig. 14.43,*b*).

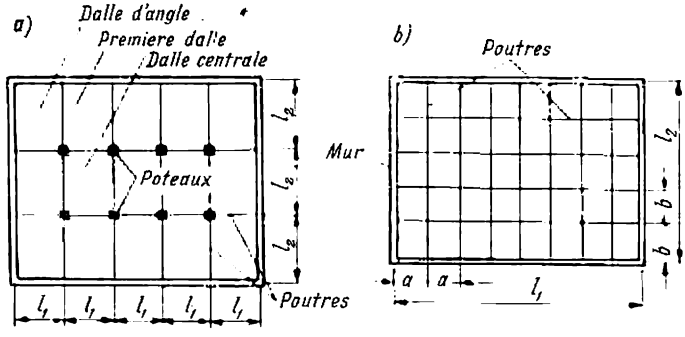


Fig. 14.43. Planchers nervurés à dalles appuyées suivant le contour

L'épaisseur de la dalle dépend de ses dimensions et de la charge qu'elle supporte ; elle peut varier de 8 à 14 cm.

Les planchers à dalles appuyées suivant le contour sont utilisés principalement, pour des raisons d'architecture, dans différents

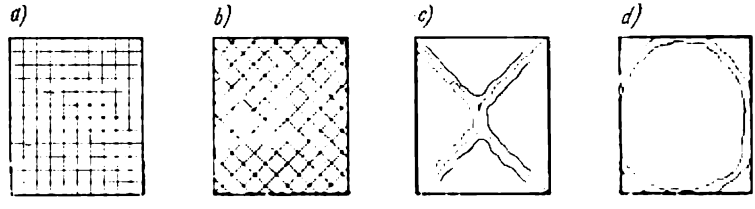


Fig. 14.44

locaux de bâtiments, par exemple pour la couverture d'un vestibule, d'une salle, etc. En ce qui concerne l'économie de l'armature et du béton, les planchers considérés sont moins avantageux que les planchers nervurés.

Les essais des dalles à armature principale croisée sous charge ont démontré que la charge limite de rupture et le caractère de la destruction de la dalle sont sensiblement les mêmes pour les armatures orthogonale et diagonale (fig. 14.44,*a*, *b*). Cependant, la confection des treillis orthogonaux est plus simple ; pour cette raison on les emploie actuellement pour le ferraillage des dalles.

Le caractère de la destruction des dalles appuyées suivant le contour, sous l'action d'une charge uniformément répartie, est présenté fig. 14.44,*c*, *d*. Sur la face inférieure d'une dalle encastrée suivant le contour les fissures sont dirigées le long des bissectrices des angles, et sur sa face supérieure elles se développent parallèlement aux côtés, en s'arrondissant aux angles pour devenir perpendiculaires aux diagonales.

Lorsque les dalles sont librement appuyées, les angles de la dalle, sous l'action de la charge, ont tendance à se soulever, et la plus grande pression se trouve exercée aux points médians du contour. La force portante de ces dalles se trouvait épuisée lorsque les angles étaient soulevés et le béton était détruit à proximité des angles et dans la travée.

Le caractère de la destruction des dalles en béton armé appuyées suivant le contour a une grande importance pour le calcul de la force portante et la construction de l'armature.

14.4.2. Construction des dalles appuyées suivant le contour

Les dalles appuyées suivant le contour sont armées de treillis soudés, ce mode de ferraillage étant le plus simple et le plus industriel.

Dans les dalles dont la portée dépasse 2,5 m, l'armature est faite de treillis autonomes en travée et sur appui. Dans les travées, en bas, on pose des treillis plats soudés ou des morceaux de treillis, reliés en largeur par un joint de travail, alors que sur les appuis on déroule, le long des poutres, des treillis de frettage. Pour réaliser une économie du métal on pose dans la travée deux treillis de dimensions différentes, l'un sur l'autre (fig. 14.45,*a*). La surface de chacun d'eux constitue 50 % de la surface calculée. L'un des treillis est prolongé jusqu'à l'appui, l'autre est situé dans la partie centrale de la dalle et se trouve à une distance l_{extr} des appuis.

On admet pour la largeur l_{extr} des bandes extrêmes:

$^1/_4 l_1$ pour les panneaux entièrement encastrés ou à encastrure élastique suivant le contour;

$^1/_8 l_1$ pour les panneaux librement appuyés, fût-ce par un seul côté;

l_1 étant la portée de la dalle dans la direction de son plus petit côté.

Pour les dalles dont les portées sont inférieures à 2,5 m l'armature est faite d'un treillis roulé. Dans ce cas, si les portées dans la même direction ne diffèrent que de 20 %, on déroule le treillis (dont l'armature principale longitudinale ne dépasse pas 5,5 mm) en direction du plus petit côté du panneau, comme ceci a lieu pour

la dalle à nervures (v. fig. 14.32). Lorsque le rapport des côtés du panneau est égal ou inférieur à 1,5, on utilise un treillis à mailles carrées, avec des barres d'un même diamètre dans les deux sens. Lorsque le rapport des côtés est supérieur à 1,5, on utilise un treillis à barres principales disposées en long en tenant compte du travail

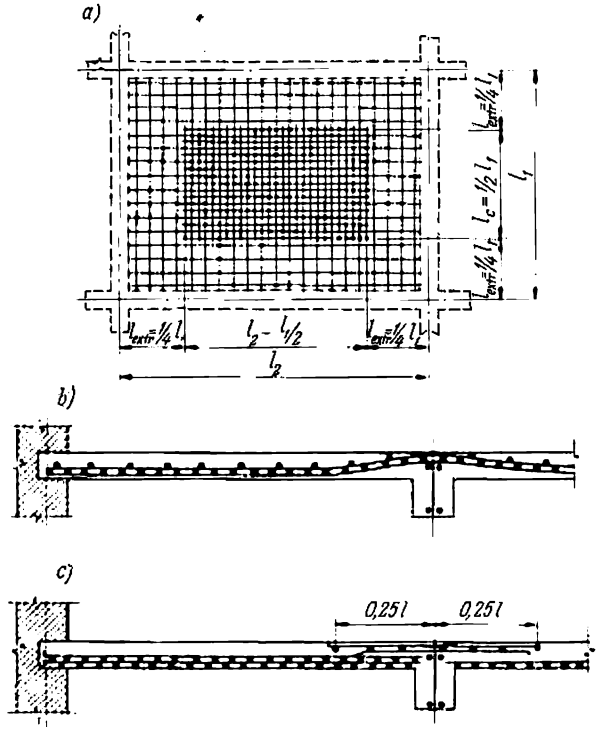


Fig. 14.45. Ferraillage des dalles appuyées suivant le contour

de l'armature de répartition en direction du grand côté. Suivant la largeur, les treillis roulés sont joints bout à bout par un joint de travail.

Au-dessus des poutres qui sont parallèles à la direction de déroulement du treillis, on déroule, sur le haut de la dalle, le treillis à l'armature principale transversale (frettage) (v. fig. 14.33), destinée à supporter le moment d'appui en direction du grand côté. La largeur de ce treillis est prise égale à la moitié du petit côté de la dalle.

Dans la première travée des dalles à plusieurs panneaux (où le moment fléchissant est supérieur à celui des travées centrales), on pose un treillis roulé supplémentaire (fig. 14.45,*b*) ou un treillis

plat (fig. 14.45,*c*), et dans les panneaux aux coins de la dalle, on pose au besoin les barres de renfort isolées.

Dans le cas où la dalle est armée de treillis roulés à l'armature principale transversale plus de 5,5 mm de diamètre, on utilise les armatures autonomes, comme pour les dalles à nervures (v. fig. 14.33). Les treillis roulés sont déployés dans ce cas dans deux directions perpendiculaires.

Si les dalles appuyées suivant le contour sont armées de treillis étroits à l'armature principale longitudinale, on pose ces treillis en deux nappes et de manière que l'armature principale soit disposée dans deux directions réciproquement perpendiculaires (fig. 14.46). Les treillis d'une nappe sont posés sans recouvrement dans la direction secondaire.

14.4.3. Calcul des dalles appuyées suivant le contour

La théorie du calcul des dalles appuyées suivant le contour est basée sur la méthode d'équilibre limite proposée par A. Gvozdev. Suivant cette méthode, à l'épuisement de la force portante de la dalle précède la formation d'un réseau de fissures s'ouvrant sur les faces inférieures et supérieures.

A l'état d'équilibre limite, la dalle est considérée comme un système de maillons, unis l'un à l'autre suivant les lignes de rupture par des rotules plastiques (fig. 14.47,*a*). Le calcul se fait par la méthode cinématique.

Les moments calculés de la dalle aux rotules plastiques sont fonction de la section de l'armature intersectée par les lignes de rupture et sont déterminés par l'expression:

$$M = R_a F_a z,$$

M étant le moment fléchissant (dû aux charges calculées) par unité de largeur de la section de la dalle;

F_a, la section de l'armature principale par unité de largeur de la section de la dalle.

Dans le cas général, chaque panneau de la dalle du plancher est sollicité par six moments fléchissants: deux moments de travée M_1 et M_2 et quatre moments d'appui M_I, M'_I, M_{II}, M'_{II} (fig. 14.47,*b*).

A l'état d'équilibre limite, sous charge, la surface plane de la dalle se transforme en surface d'un corps, qui a pour faces des maillons triangulaires et trapézoïdaux, unis suivant les lignes de rupture par des rotules plastiques. Dans ce cas la hauteur f de ce corps est égale à la flèche maximale et l'angle de rotation des maillons sera:

$$\varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = \frac{2f}{l_1} \qquad (14.18)$$

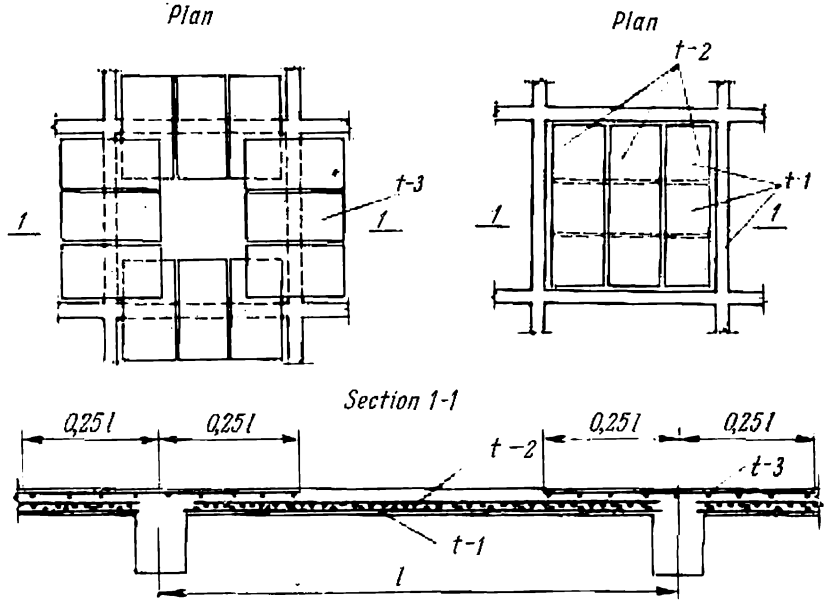


Fig. 14.46. Ferraillage des dalles appuyées suivant le contour avec des treillis étroits

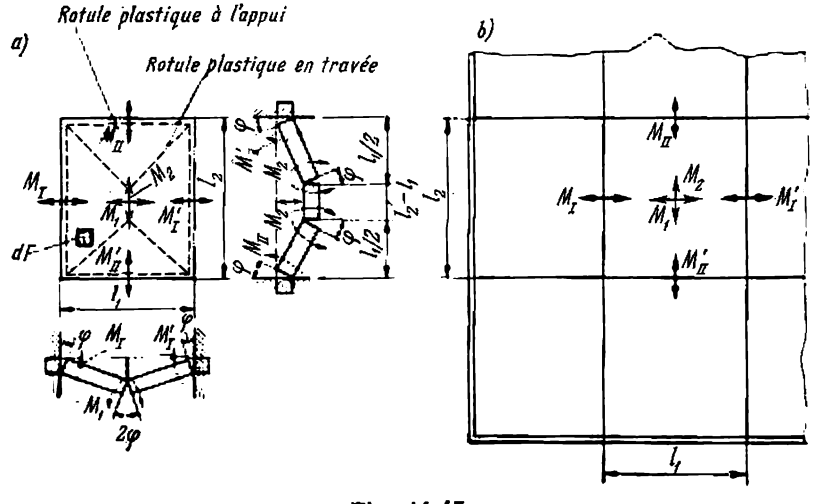


Fig. 14.47

Le travail virtuel de la charge extérieure uniformément répartie $q=g+p$ sur les déplacements d'équilibre limite se calcule comme suit :

$$W_q=\int_F yq\,dF=q\int_F y\,dF=qV, \tag{14.19}$$

y étant le déplacement de la surface considérée dF ;

$V=\frac{fl_1(3l_2-l_1)}{6}$, le volume du corps limité par le plan initial et les surfaces des maillons de la dalle en état d'équilibre limite (volume des déplacements).

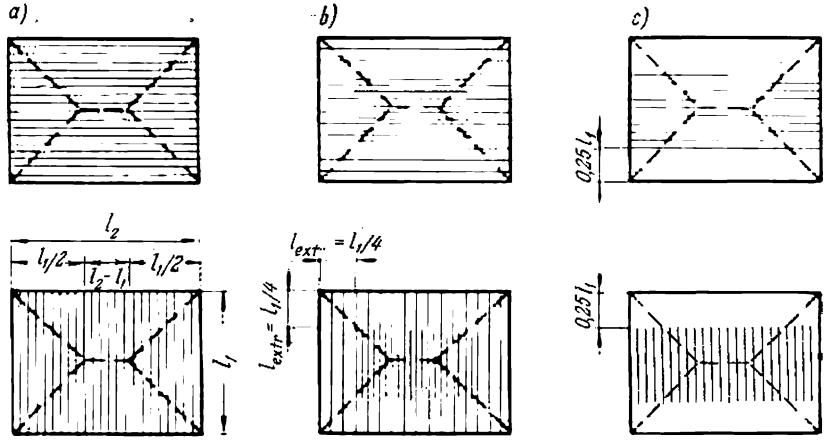


Fig. 14.48

Le travail virtuel des efforts intérieurs (des moments fléchissants dans les rotules plastiques), le ferraillage de la dalle étant uniforme dans deux directions (fig. 14.48,*a*), est exprimé par

$$W_M=\sum\varphi M=(2\varphi M_1+\varphi M_{\rm I}+\varphi M'_{\rm I})\,l_2+(2\varphi M_2+\varphi M_{\rm II}+\varphi M'_{\rm II})\,l_1,$$

et d'après la formule (14.18) :

$$W_M=\frac{2f}{l_1}[(2M_1+M_{\rm I}+M'_{\rm I})\,l_2+(2M_2+M_{\rm II}+M'_{\rm II})\,l_1]. \tag{14.20}$$

De la condition d'égalité des travaux virtuels des forces intérieures et extérieures il découle :

$$\frac{qfl_1(3l_2-l_1)}{6}=\frac{2f}{l_1}[(2M_1+M_{\rm I}+M'_{\rm I})\,l_2+(2M_2+M_{\rm II}+M'_{\rm II})\,l_1],$$

d'où

$$\frac{ql_1^2(3l_2-l_1)}{12}=(2M_1+M_{\rm I}+M'_{\rm I})\,l_2+(2M_2+M_{\rm II}+M'_{\rm II})\,l_1. \tag{14.21}$$

Si l'armature des dalles est faite de treillis soudés plats, pour une largeur $l_{extr} = {}^1/_4 l_1$, la section de l'armature inférieure intersectée par les rotules plastiques devient deux fois plus petite dans la bande extrême (fig. 14.48,*b*), et, par conséquent, les moments de travée des rotules plastiques dans la bande extrême seront $M_1/2$ et $M_2/2$.

Alors, le travail des moments fléchissants sur les déformations des maillons sera donné par

$$W_M = \frac{2f}{l_1}\left[(2M_1 + M_I + M'_I)\, l_2 - \frac{1}{2} M_1 l_1 + \right.$$
$$\left. + (2M_2 + M_{II} + M'_{II})\, l_1 - \frac{1}{2} M_2 l_1\right]. \qquad (14.20a)$$

En égalisant les travaux d'après les formules (14.19) et (14.20a) on a après transformations

$$\frac{q l_1^2 (3l_2 - l_1)}{12} = (2M_1 + M_I + M'_I)\, l_2 +$$
$$+ \left(\frac{3}{2} M_2 - \frac{1}{2} M_1 + M_{II} + M'_{II}\right) l_1. \qquad (14.22)$$

On obtient d'une manière analogue, pour $l_{extr} = \frac{1}{8} l_1$:

$$\frac{q l_1^2 (3l_2 - l_1)}{12} = (2M_1 + M_I + M'_I)\, l_2 +$$
$$+ \left(\frac{7}{4} M_2 - \frac{1}{4} M_1 + M_{II} + M'_{II}\right) l_1. \qquad (14.23)$$

Les dalles appuyées suivant le contour et dont l'armature est constituée de treillis roulés, relevés vers le haut à une distance égale à $0{,}25 l_1$, sont calculées en tenant compte du fait que les bandes extrêmes sont dépourvues d'armature dans la partie inférieure (fig. 14.48,*c*) et que les moments de travée des rotules plastiques dans ces bandes sont nuls. Dans ce cas le travail des moments fléchissants à la déformation des maillons sera :

$$W_M = \frac{2f}{l_1}[(2M_1 + M_I + M'_I)\, l_2 - M_1 l_1 +$$
$$+ (2M_2 + M_{II} + M'_{II})\, l_2 - M_2 l_1]. \qquad (14.20b)$$

En égalisant les travaux d'après les formules (14.19) et (14.20b), on obtient

$$\frac{q l_1^2 (3l_2 - l_1)}{12} (2M_1 + M_I + M'_I)\, l_2 + (M_2 - M_1 + M_{II} + M'_{II})\, l_1. \qquad (14.24)$$

Les dalles appuyées suivant le contour et armées de treillis roulés indépendants, y compris les treillis étroits (v. fig. 14.46), se calculent d'après la formule (14.21).

En calculant les dalles d'après la méthode d'équilibre limite, on doit prendre en considération que la formule de calcul contient six moments inconnus. En admettant que les rapports des moments calculés sont dans les limites recommandées par le tableau 14.3, on réduit le nombre d'inconnues dans la formule à une seule. Si, dans ce cas, un ou plusieurs bords de la dalle sont librement appuyés, les moments d'appuis correspondants sont nuls.

Les portées calculées l_1 et l_2 de la dalle sont prises égales à l'écartement des poutres et, si la dalle est librement appuyée, à la distance entre l'axe de l'appui sur le mur et le nu de la poutre.

Tableau 14.3

Limites admissibles des rapports entre les moments calculés des dalles appuyées suivant le contour

l_2/l_1	M_2/M_1	M_I/M_1 et M'_I/M_1	M_{II}/M_1 et M'_{II}/M_1
1 à 1,5	0,2 à 1	1,3 à 2,5	1,3 à 2,5
1,5 à 2	0,15 à 0,5	1 à 2	0,2 à 0,75

Exemple 14.2. Déterminer le moment fléchissant d'une dalle carrée librement appuyée, avec les côtés $l_1 = l_2 = l$, armée d'un treillis plat, pour $l_{extr} = \frac{1}{8} l$.

Solution. En admettant $M_1 = M_2 = M_{tr}$ et considérant que $M_I = M'_I = M_{II} = M'_{II} = 0$, on a d'après la formule (14.23):

$$M_{tr} = \frac{ql^2}{21}.$$

Exemple 14.3. Déterminer le moment fléchissant d'une dalle carrée encastrée, avec les côtés $l_1 = l_2 = l$, armée de treillis plats, pour $l_{extr} = \frac{1}{4} l$.

Solution. En admettant $M_1 = M_2 = M_{tr}$ et $M_I = M'_I = M_{II} = M'_{II} = 1{,}3\, M_1 = M_{app}$, on obtient d'après la formule (14.22):

$$M_{tr} = \frac{ql^2}{49{,}2}\ ;\ M_{app} = \frac{ql^2}{37{,}8}.$$

Exemple 14.4. Déterminer les moments fléchissants d'une dalle à panneaux appuyée suivant le contour (fig. 14.49), le rapport des côtés des panneaux étant $l_2/l_1 = 1{,}5$, armée de treillis en rouleau dans la direction l_1.

Solution. La formule (14.24) donne:

dans les travées centrales et sur les appuis centraux, compte tenu de ce que $M_1 = M_I = M'_I$, $M_2 = 0{,}5\, M_1$ et $M_{II} = M'_{II} = 0$:

en direction l_1 :

$$M_{tr} = M_{app} = \frac{ql_1^2}{18,9} ;$$

en direction l_2 :

$$M_{tr} = \frac{ql_1^2}{37,8} ;$$

dans la première travée et sur le premier appui intermédiaire, avec le même rapport des moments $M_1 = M_I^t$ et $M_2 = 0,5\ M_1$ et étant donné que $M_I = M_{II} = M'_{II} = 0$:

en direction l_1 :

$$M_{tr} = M_{app} = \frac{ql_1^2}{13,7} ;$$

en direction l_2 :

$$M_{tr} = \frac{ql_1^2}{27,4} .$$

Pour les dalles bordées suivant le périmètre de poutres, qui en sont solidaires, et calculées sans tenir compte de la poussée apparaissant en état d'équilibre limite, les grandeurs des moments fléchissants doivent être diminuées par rapport à celles calculées: de 20 %

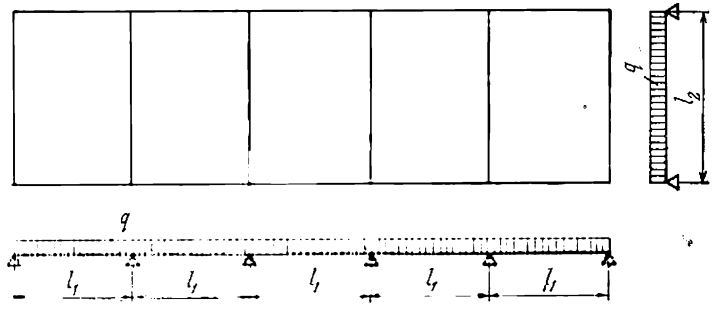


Fig. 14.49. Schéma d'une dalle continue appuyée suivant le contour

dans les sections des travées centrales et au voisinage des appuis centraux, de 20 % dans les sections des premières travées et des premiers appuis si $l_{extr}/l < 1,5$ et de 10 % si $1,5 \leqslant l_{extr}/l \leqslant 2$, où l est la portée calculée de la dalle dans le sens perpendiculaire au bord du plancher et l_{extr}, la portée calculée de la dalle dans le sens parallèle au bord du plancher.

Le choix des sections de l'armature des dalles appuyées suivant le contour se fait d'après les formules et les tableaux relatifs aux sections rectangulaires. L'épaisseur de la dalle peut être admise arbitrairement en partant de ce que la rigidité est suffisante: en cas d'encastrement élastique suivant le contour $h \geqslant {}^1/_{50} l_1$ et en cas

d'appui libre $h \geqslant {}^1/_{45} l_1$; pour des bétons légers on admet comme épaisseur minimale les valeurs ${}^1/_{42} l_1$ et ${}^1/_{38} l_1$ respectivement, l_1 étant la petite portée de la dalle.

Dans la direction du petit côté, l'armature principale est placée dans la travée au-dessous de l'armature allant dans la direction du grand côté. Conformément à une telle disposition de l'armature dans chaque direction on détermine l'épaisseur nécessaire de la dalle.

Le calcul des dalles appuyées suivant le contour en tant que systèmes élastiques, par les méthodes élaborées dans la théorie de l'élasticité pour les plaques isotropes, convient peu pour les dalles en béton armé. Dès l'apparition des fissures dans la zone tendue sous charges de service la dalle n'est plus sollicitée par les moments de torsion et son genre de travail ne correspond plus aux conditions initiales d'un système théorique élastique.

14.4.4. Poutres de planchers à dalles appuyées suivant le contour

En calculant les poutres, on admet que la charge uniformément répartie de la dalle leur est transmise en conformité avec les surfaces de charge en forme de triangles et de trapèzes (fig. 14.50,*a*).

Pour déterminer les surfaces de charge on trace, en plan, les bissectrices des angles de la dalle jusqu'à leur intersection (fig. 14.50,*b*). En multipliant la charge de la dalle $g + p$ par la surface de charge correspondante on obtient la charge totale P dans la travée d'une poutre pour une mise en charge des deux côtés:

pour une poutre de portée l_1 :

$$P_1 = \frac{(g+p)\, l_1^2}{2} ;$$

pour une poutre de portée l_2 :

$$P_2 = \frac{(g+p)\, l_1 (2l_2 - l_1)}{2} .$$

Dans une poutre librement appuyée, les moments fléchissants engendrés par cette charge seront:

$$M_1 = \frac{(g+p)\, l_1^3}{12} ; \qquad (14.25)$$

$$M_2 = \frac{(g+p)\, l_1 (3l_2^2 - l_1^2)}{24} . \qquad (14.26)$$

Les poutres continues sont calculées en tenant compte des déformations plastiques ; les portées calculées sont prises égales à l'écartement des poteaux ou à la distance entre l'axe d'appui sur le mur (en cas d'appui simple) et le nu du premier poteau. Pour simplifier

le calcul on considère la portée de la poutre égale à la portée de la dalle entre les nervures (c'est-à-dire en admettant une certaine augmentation de la portée calculée de la poutre). Dans ce cas il est aussi indispensable de tenir compte de la charge uniformément

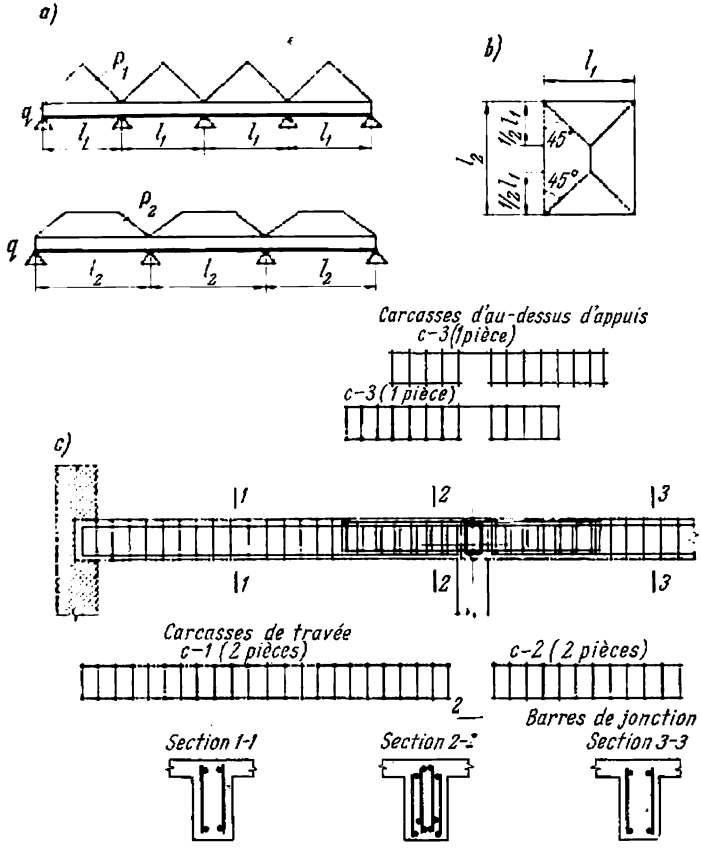


Fig. 14.50. Poutres des planchers avec dalles appuyées suivant le contour

répartie q du poids propre de la poutre et de la partie de plancher portant la charge utile sur la largeur b de la poutre.

Les moments fléchissants correspondants de la poutre continue seront :

dans la première travée et sur le premier appui intermédiaire

$$M = 0{,}7M_0 + \frac{ql^2}{11};$$

dans les travées centrales et sur les appuis centraux

$$M = 0{,}5M_0 + \frac{ql^2}{16},$$

M_0 étant défini d'après les formules (14.25) et (14.26).

Dans une poutre à trois travées, le moment dans la travée centrale doit être pris au moins égal au moment d'une poutre encastrée :

$$M = 0{,}4M_0 + \frac{ql^2}{24}.$$

Les moments négatifs dans les travées sont déterminés à l'aide de l'épure répondant à l'action de la charge permanente dans toutes les travées et de la charge utile dans les travées voisines et passant par les sommets des ordonnées des moments d'appuis calculés.

Les efforts tranchants d'une poutre continue sont définis d'après les formules :

$$Q_A = 0{,}5\,(P + ql) - \frac{M_B}{l};$$

$$Q_B^{\text{g}} = 0{,}5\,(P + ql) + \frac{M_B}{l};$$

$$Q_B^{\text{dr}} = Q_C^{\text{g}} = Q_C^{\text{dr}} = 0{,}5\,(P + ql),$$

M_B étant le moment sur le premier appui intermédiaire.

Le choix des sections et le mode de ferraillage de la poutre sont les mêmes que pour les poutres principales d'un plancher nervuré à dalles à poutres. Etant donné qu'aux appuis les armatures des poutres doivent se croiser et traverser l'armature du poteau, l'armature inférieure de la poutre doit être arrêtée aux environs du poteau (fig. 14.50,*c*) et remplacée par des barres d'about supplémentaires lors du montage.

14.4.5. Planchers à caissons

Les planchers à caissons sont employés pour des raisons esthétiques et architecturales pour des locaux importants des bâtiments civils (vestibules, salles de théâtres, salles de vente des magasins, etc.) ne possédant pas de poteaux intérieurs. Les poutres des planchers à caissons sont disposées dans deux directions mutuellement perpendiculaires avec un pas relativement petit, jusqu'à 2 m, formant ainsi des plafonds à caissons (carrés ou rectangles) à poutres. Généralement, la hauteur des poutres est la même dans les deux directions.

Les locaux devant être couverts de planchers à caissons doivent être rectangulaires avec un rapport des côtés $l_2 : l_1 \leqslant 1{,}5$ (fig. 14.51,*a*) ; s'ils sont plus étirés on les divise à l'aide des poteaux de la manière exposée fig. 14.51,*b*.

Outre les caissons orthogonaux, on emploie les caissons diagonaux dont les poutres sont disposées sous 45° par rapport aux murs du local qu'on couvre (fig. 14.51,*c*). Si l'on utilise un tel plancher, le plan du local n'est plus limité par le rapport des côtés qui est indiqué ci-dessus, il peut être plus étiré.

La particularité du travail statique d'un plancher à caissons diagonaux consiste en ce que les poutres courtes situées aux angles servent d'appuis élastiques intermédiaires aux poutres plus longues. En ce qui concerne la consommation du béton armé, les deux types du plancher à caissons, diagonaux et orthogonaux, sont équivalents.

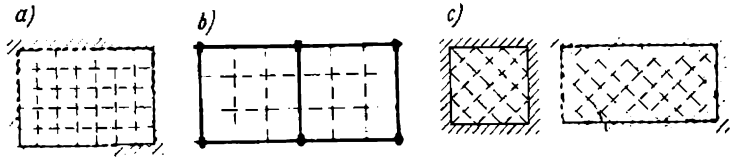


Fig. 14.51. Schémas des planchers à caissons

Les dalles des planchers à caissons sont calculées comme les dalles appuyées suivant le contour. Lorsque la longueur des côtés de la dalle ne dépasse pas 2 m, son épaisseur peut être égale à 6 ou 7 cm.

Les poutres des planchers à caissons des portées l_1 et l_2, s'appuyant sur les murs et n'ayant pas de poteaux intermédiaires, peuvent être calculées d'après une méthode simplifiée. Les distances entre les poutres dans chaque direction étant a et b (fig. 14.52,*a*), les moments fléchissants seront pour les poutres situées au milieu du plancher:

$$M_1 = \frac{q_1 a l_1^2}{8}; \tag{14.27}$$

$$M_2 = \frac{q_2 b l_2^2}{8}, \tag{14.28}$$

q_1 et q_2 étant les parties de la charge totale q par 1 m² du plancher, transmises dans les deux directions, c'est-à-dire:

$$q = q_1 + q_2. \tag{14.29}$$

Les charges q_1 et q_2 sont déterminées en supposant que les flèches au même point des deux bandes réciproquement perpendiculaires du plancher (fig. 14.52,*b*) sont égales.

La flèche centrale des bandes des portées l_1 et l_2 et d'une largeur égale à l'unité sera:

$$f = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_1 l_1^4}{EI_1} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_2 l_2^4}{EI_2}.$$

Etant donné que les moments d'inertie I_1 et I_2 des bandes dans chaque direction du plancher sont égaux pour des poutres de même hauteur, on obtient:

$$q_1 l_1^4 = q_2 l_2^4. \tag{14.30}$$

En résolvant ensemble les équations (14.29) et (14.30), on trouve:

$$q_1 = q \frac{l_2^4}{l_1^4 + l_2^4}; \quad q_2 = q \frac{l_1^4}{l_1^4 + l_2^4}.$$

Les poutres latérales ont des flèches plus petites et sont sollicitées par des moments fléchissants moindres. On estime, approximativement, que le moment fléchissant d'une poutre latérale, distante de x du bord du plancher, est proportionnel à sa flèche. Dans

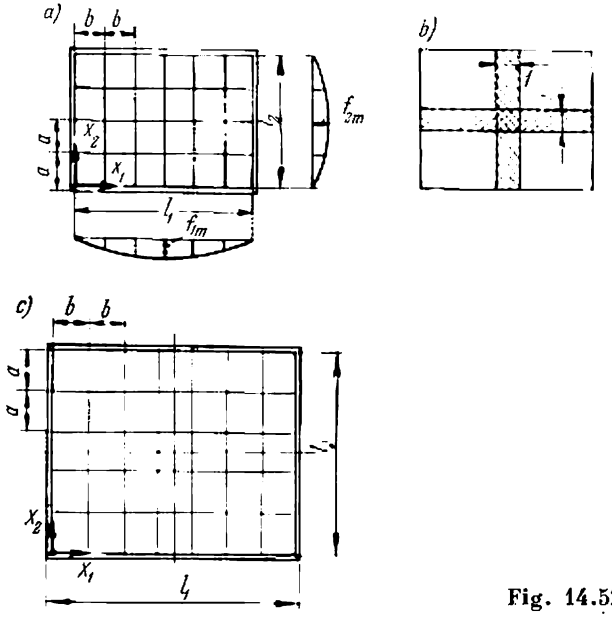


Fig. 14.52

une section quelconque, distante de x de l'appui, la flèche d'une poutre librement appuyée est:

$$f = \frac{16}{5}(\alpha - 2\alpha^3 + \alpha^4) f_m = k f_m,$$

f_m étant la flèche de la poutre au milieu de la travée;

$$\alpha = \frac{x}{l}.$$

De même, les moments fléchissants des poutres latérales sont exprimés par les relations :

$$M_{1x} = k_1 M_1 ; \tag{14.31}$$

$$M_{2x} = k_2 M_2 , \tag{14.32}$$

où

$$k_1 = \frac{16}{5}(\alpha_2 - 2\alpha_2^3 + \alpha_2^4) ; \quad \alpha_2 = \frac{x_2}{l_2} ;$$

$$k_2 = \frac{16}{5}(\alpha_1 - 2\alpha_1^3 + \alpha_1^4) ; \quad \alpha_1 = \frac{x_1}{l_1} ,$$

M_1 et M_2 étant les moments d'après les formules (14.27) et (14.28).

Cette méthode de calcul est aussi applicable aux planchers qui n'ont pas de poutres sur les axes de symétrie en plan (fig. 14.52,*c*). Dans ce cas les moments fléchissants sont calculés d'après le moment d'une poutre fictive située sur les axes du plancher, à l'aide des formules (14.31) et (14.32). Avec plus de précision les poutres des planchers à caissons de petites dimensions peuvent être calculées en admettant que les flèches w des points d'intersection des poutres des deux directions sont inconnues (en négligeant la torsion), ou bien par la méthode des différences finies conformément à l'équation différentielle :

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D} .$$

14.5. PLANCHERS À POUTRES SEMI-FABRIQUÉS À JOINTS MONOLITHES

14.5.1. Généralités

Un plancher semi-fabriqué comporte des éléments préfabriqués et des parties coulées au chantier. Le béton durci de ces parties unit la construction en un système monolithique travaillant comme un tout.

Les éléments préfabriqués du plancher servent généralement d'ossature au béton coulé sur place ; en même temps ces éléments contiennent l'armature principale le plus souvent précontrainte. Au besoin, l'armature de renfort peut être posée aux endroits devant être bétonnés pendant le montage des éléments préfabriqués. Ces éléments sont fabriqués en béton de haute qualité, alors que le béton utilisé pour le bétonnage sur place peut être de qualité ordinaire.

Les expériences démontrent que dans une construction mixte le béton coulé sur place, grâce à l'adhérence au béton des éléments

précontraints préfabriqués, suit les déformations de ce dernier et les fissures dans ce béton ne peuvent se développer avant qu'elles n'apparaissent dans le béton précontraint. Les essais ont aussi démontré qu'un travail conjugué des éléments préfabriqués précontraints est possible non seulement avec le béton lourd, mais aussi avec les bétons légers de qualités médiocres (75 à 100).

L'efficacité économique de l'utilisation des planchers mixtes, comme dans le cas des planchers préfabriqués, est due au fait qu'ils ne demandent pas de coffrage ni d'échafaudage ; en même temps le prix de revient des éléments coulés sur place d'un plancher est inférieur à celui des éléments préfabriqués.

Ainsi, la combinaison des avantages du béton préfabriqué avec ceux du béton coulé sur place constitue l'essentiel de la construction mixte d'un plancher.

Cependant il faut tenir compte du fait que la construction mixte d'un plancher nécessite l'organisation au chantier de deux procédés de travail à technologies différentes et l'utilisation de différents mécanismes. Pour cette raison l'emploi d'un plancher mixte demande plus de main-d'œuvre au chantier, et dans certains cas cette construction n'est plus avantageuse en comparaison avec la construction préfabriquée.

En U.R.S.S. les constructions mixtes ne sont pas utilisées à une vaste échelle parce qu'elles sont moins industrielles que les constructions préfabriquées. Dans certains pays étrangers elles sont plus employées.

14.5.2. Construction des planchers

Dans le plancher présenté fig. 14.53, les éléments précontraints préfabriqués sont placés tous les 0,5 à 1 m. On dispose entre eux des éléments préfabriqués curvilignes en béton ou en béton faiblement armé, servant d'ossature, et on coule dessus le béton dont on tient compte dans le calcul comme travaillant conjointement avec les éléments préfabriqués.

Si la portée à couvrir ne dépasse pas 9 mètres, on utilise les planchers avec des éléments précontraints sous forme d'une planche, servant d'ossature portante et travaillant dans la zone tendue de la poutre (fig. 14.54). On place sur ceux-ci des éléments en béton faiblement armé en forme de cuvette, puis on coule du béton dessus, comme dans un coffrage.

Dans les planchers continus du type que nous venons de décrire on pose au-dessus des appuis l'armature supplémentaire ou les éléments précontraints, tout comme dans la travée.

Les éléments préfabriqués précontraints, planches ou autres pièces, destinés à être utilisés dans les planchers nervurés mixtes,

ont les dimensions et l'armature normalisées (fig. 14.55). La section de la planche est de 50 × 250 mm et la longueur de 3 à 5,5 m. L'armature de la planche se compose de barres de 3,4 mm de diamètre au nombre de 6 à 11. Le travail conjoint des planches pré-

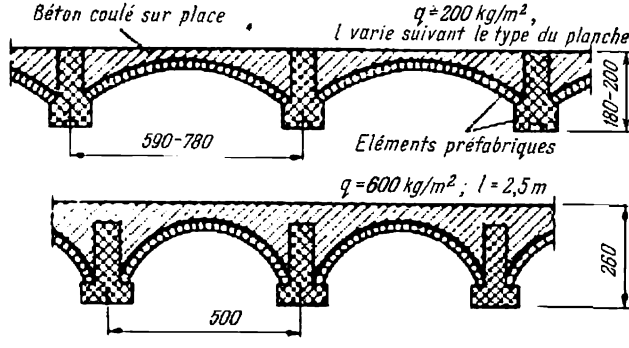


Fig. 14.53. Planchers semi-fabriqués à joints monolithes à nervures serrées

fabriquées avec le béton coulé sur place est assuré grâce à l'adhérence du béton des éléments, ainsi qu'au bétonnage, des rainures des planches au chantier.

Dans les dalles des planchers, l'épaisseur de la couche du béton coulé sur place au-dessus des planches est de 50 à 76 mm.

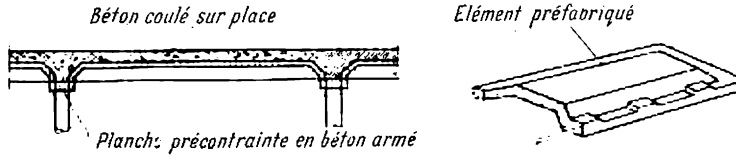


Fig. 14.54. Plancher semi-fabriqué à joints monolithes

Des éléments précontraints d'une section en forme de cuvette (ou d'une autre section) servent d'ossature aux poutres de planchers. La continuité de la construction s'obtient en posant l'armature supérieure au-dessus des appuis.

La construction d'un plancher mixte à poutres, dont le béton coulé sur place au prix de revient inférieur constitue 30 % du volume total du béton armé du plancher, est élaborée par l'Institut de recherche du béton armé (fig. 14.56).

Le fond précontraint préfabriqué de la poutre principale de ce plancher a la forme d'une planche; son armature est constituée

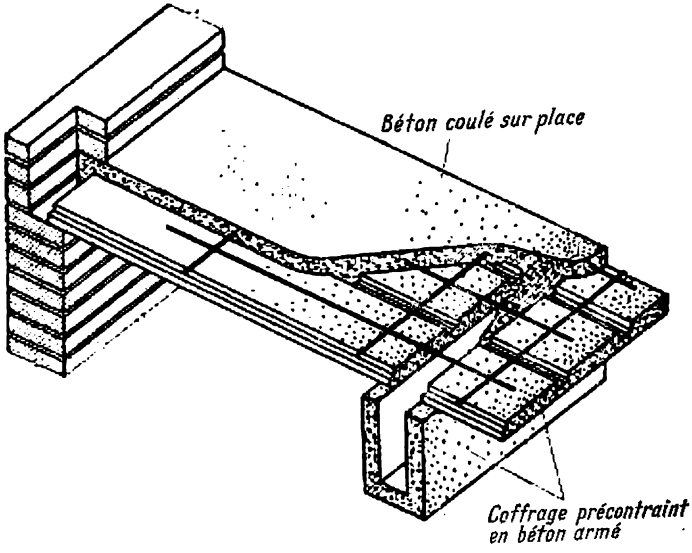


Fig. 14.55. Plancher nervuré semi-fabriqué à joints monolithes

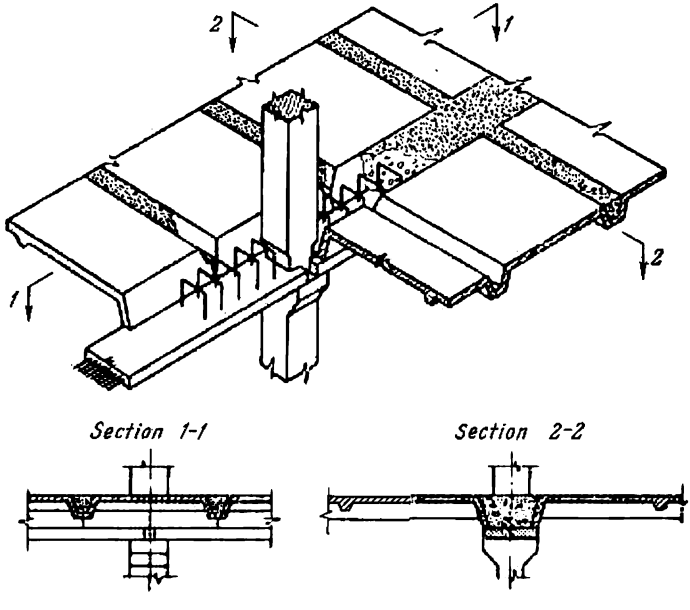


Fig. 14.56. Plancher nervuré semi-fabriqué à joints monolithes dont l'ossature est composée de grands panneaux en béton armé

de fils d'acier de haute résistance. Des panneaux préfabriqués précontraints en forme de cuvettes renversées prennent appui sur ce fond. Le béton est coulé dans les rainures entre les pans latéraux des panneaux voisins. La continuité de la poutre principale et des panneaux du plancher est obtenue dans ce cas en posant par le haut (avant le bétonnage) l'armature d'au-dessus d'appuis précontrainte. Pour améliorer l'adhérence du béton préfabriqué au béton coulé sur place on fait saillir des étriers du fond des poutres principales.

Les éléments continus des planchers mixtes sont calculés compte tenu des déformations plastiques, ce qui permet de diminuer la quantité d'armature mise lors du montage. La possibilité d'emploi de la méthode des moments égalisés a été vérifiée par des essais spéciaux réalisés par l'Institut de recherches du béton armé (NIIJB) sur les dalles continues préfabriquées avec bétonnage sur place.

14.6. PLANCHERS CHAMPIGNONS PRÉFABRIQUÉS

Les planchers champignons préfabriqués représentent un système de panneaux préfabriqués, posés directement sur les champignons (chapiteaux) des poteaux, autrement dit, ce sont des planchers à poutres larges (fig. 14.57). Pour créer une construction rationnelle du point de vue de sa fabrication, les champignons et les poteaux sont confectionnés séparément.

Les champignons sont destinés principalement à assurer une liaison rigide du plancher avec les poteaux, à servir d'appui aux panneaux préfabriqués, à transmettre la charge au poteau et à diminuer les portées calculées des panneaux.

En règle générale, pour les planchers champignons on emploie un réseau carré de poteaux. Les projets types des bâtiments à planchers champignons prévoient le réseau de poteaux de 6×6 m.

Les avantages des planchers champignons sont: meilleure utilisation du volume des locaux, amélioration des conditions d'éclairage du plafond et de ventilation des locaux, facilité de pose des conducteurs et d'organisation des communications les plus diverses. Enfin, par suite de la moindre hauteur constructive du plancher diminuent la hauteur totale de l'édifice à étages et la consommation des matériaux pour les murs.

Pour les planchers des dépôts à étages, des réfrigérateurs, des grandes boucheries, ainsi que des autres bâtiments industriels à charges utiles importantes on utilise de préférence des planchers champignons. Pour les charges utiles à partir de 1 000 kg/m^2 les planchers champignons sont plus économiques que les planchers à poutres.

Un plancher champignon comporte trois éléments principaux: champignon, panneau d'au-dessus des poteaux et panneau de travée (fig. 14.57).

Le champignon (fig. 14.57,*c*) s'appuie sur les tables du poteau et supporte la charge des panneaux d'au-dessus des poteaux allant dans deux directions réciproquement perpendiculaires et travaillant

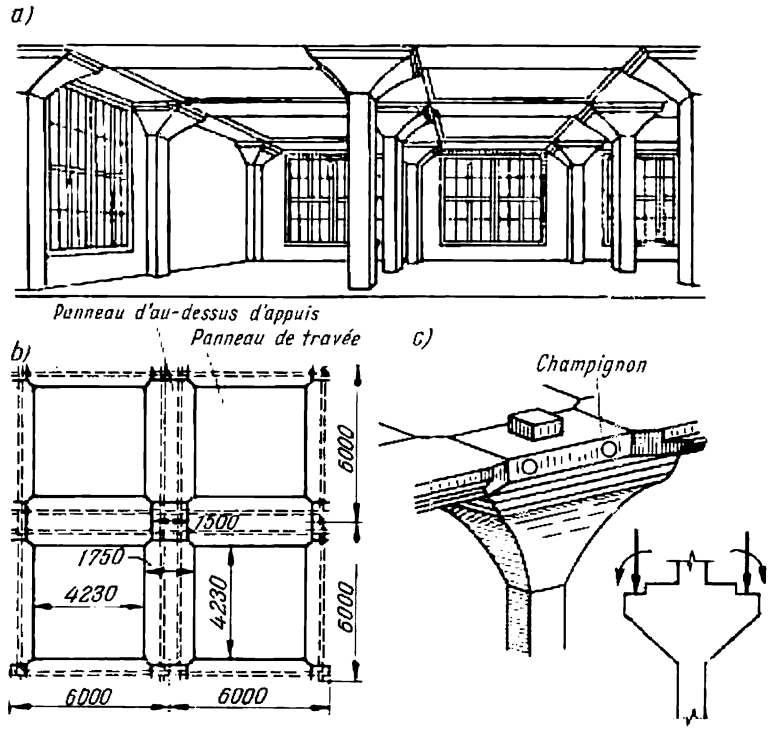


Fig. 14.57. Plancher champignon préfabriqué
a — vue générale; *b* — plan; c — champignon du poteau

comme des poutres. Pour réaliser la continuité, les panneaux d'au-dessus des poteaux sont reliés par le haut à l'aide des pièces d'attache soudées.

Le panneau de travée, s'appuyant par ses quatre côtés sur les panneaux d'au-dessus des poteaux pourvus de tables, travaille à la flexion dans deux directions comme une dalle appuyée suivant le contour.

Ainsi, selon son schéma constructif un plancher champignon travaille de la même manière qu'un plancher à poutres dont les

dalles sont appuyées suivant le contour, à la différence qu'à la place de poutres sont posés les panneaux d'au-dessus des poteaux.

Les recherches expérimentales concernant les planchers champignons préfabriqués, réalisées par l'Institut de recherches scientifiques des bâtiments industriels (NIIPS) de l'U.R.S.S., ont démontré que la force portante et la rigidité de ces planchers sont suffisantes et que les panneaux d'au-dessus des poteaux, travaillant à la flexion dans le sens longitudinal, se déforment très peu dans le

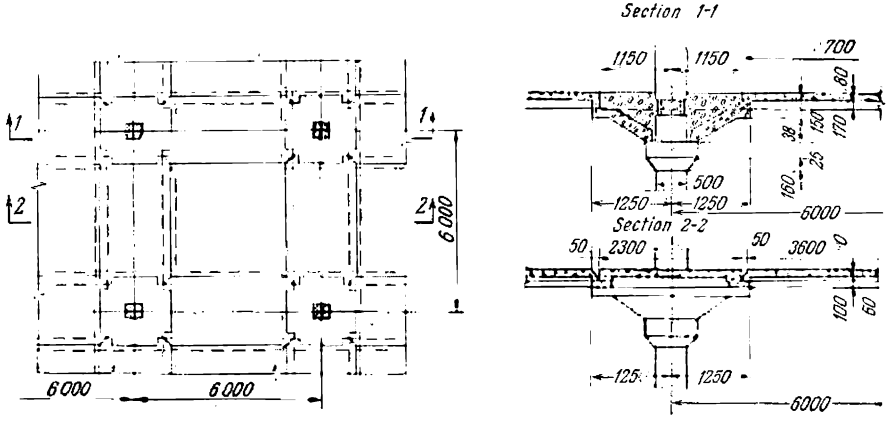


Fig. 14.58. Plancher champignon préfabriqué à panneaux nervurés

sens transversal. Pour cette raison l'armature principale dans ces panneaux peut être répartie uniformément suivant la section transversale, sans qu'elle soit concentrée aux bords.

Afin de réaliser une économie sur le béton et diminuer le poids, les panneaux préfabriqués d'un plancher champignon sont faits creux ou nervurés.

La fig. 14.58 représente un plancher champignon préfabriqué étudié par l'Institut de construction des boucheries. Les panneaux du plancher sont pourvus de nervures. Le champignon a la forme d'un tronc de pyramide creuse et s'appuie sur une table aménagée en haut du poteau. Le béton est coulé dans le creux du champignon lors du montage.

Le tableau 14.4 contient les indices techniques et économiques des planchers champignons préfabriqués.

Pour choisir définitivement le type de plancher préfabriqué, réunissant les avantages constructifs et économiques, il est nécessaire de poursuivre des recherches expérimentales et d'exploitation.

Pendant le calcul des éléments d'un plancher champignon préfabriqué, les moments fléchissants du panneau de travée peuvent être

Tableau 14.4

Indices techniques et économiques des planchers préfabriqués sans poutres apparentes

Type de construction	Charge utile sur plancher, kg/m²	Poids des éléments à assembler, t	Qualité du béton	Dépense par 1 m² du plancher		Dépense de béton pour les joints monolithes, en % par rapport à la dépense totale	Dépense d'acier profilé, en % par rapport à la dépense totale
				béton, cm	acier, kg		
A champignon plat (NIIPS)	1 000	1,8 à 5	200 à 300	21,3 (19,5)	25,3 (21,3)	2,9 (3,15)	12,1 (10)
A champignon pyramidal (Promstroïproekt)	1 000	1,9 à 5	200 à 300	24,2 (21,9)	24,3 (21,1)	7,1 (8)	4,5 (5)

Remarque. Entre parenthèses sont donnés les indices pour les éléments du plancher sans tenir compte des poteaux.

obtenus comme pour une dalle appuyée suivant le contour. Les essais d'un plancher champignon expérimental à panneaux nervurés ont démontré que, compte tenu de l'encastrement partiel des nervures périphériques et de l'élasticité du contour d'appui, le moment de travée d'un panneau carré peut être estimé comme suit:

$$M = \frac{ql^2}{27},$$

q étant la charge par m²;
l, la portée calculée du panneau.

Les panneaux d'au-dessus des poteaux peuvent être calculés comme une poutre continue, c'est-à-dire en tenant compte des déformations plastiques. Les sections d'appui sont calculées d'après le moment fléchissant

$$M = \frac{ql^2}{24};$$

les sections de travée, d'après le moment

$$M = \frac{ql^2}{12};$$

$q = g + p$ étant la charge calculée par unité de longueur du panneau d'au-dessus des poteaux.

Pour un schéma de travail à moments égalisés :

$$M_{tr} = M_{app} = \frac{ql^2}{16}.$$

La portée calculée des panneaux d'au-dessus des poteaux est prise égale à l'écartement entre les bords d'un champignon, multiplié par le coefficient 1,05. Les panneaux sont fabriqués par la méthode ordinaire avec l'utilisation de treillis et de carcasses soudés.

Les champignons sont calculés dans les deux directions, en tenant compte de la charge due aux pressions d'appui et aux moments des panneaux d'au-dessus des poteaux. L'armature calculée doit être posée sur le haut du champignon. L'armature des parois du champignon est choisie en partant des considérations constructives. En outre, en calculant les champignons, on tient compte de la charge de montage, comme pour le cas des consoles.

Les poteaux de l'ossature du bâtiment sont calculés à la résistance aux efforts N et M provenant de la charge des étages supérieurs et de la charge utile unilatérale du plancher considéré ; pour les poteaux extrêmes on prend les moments fléchissants dus à la charge totale du plancher. Les moments fléchissants des poteaux sont déterminés par une méthode simplifiée, d'après la rigidité courante des poteaux et des panneaux du plancher, aboutissant au même nœud de la construction :

pour les poteaux de milieu

$$M = \frac{pl^2}{12} \cdot \frac{i_{pot}}{\Sigma i_{pot} + 2i_{pan}} ;$$

pour les poteaux extrêmes

$$M = \frac{(g+p)\,l^2}{12} \cdot \frac{i_{pot}}{\Sigma i_{pot} + i_{pan}}.$$

Dans ce cas la rigidité courante du panneau $i_{pan} = \frac{I_{pan}}{l}$ est déterminée d'après la rigidité d'un plancher à joints monolithes dont la largeur est égale à l'entraxe des poteaux.

Pour déterminer la rigidité courante d'un poteau, son moment d'inertie est calculé comme celui d'une section en béton et la longueur du poteau est prise à la distance du haut du plancher inférieur jusqu'au bas du champignon.

14.7. PLANCHERS CHAMPIGNONS MONOLITHES

14.7.1. Schéma constructif du plancher

Un plancher champignon monolithe n'est autre chose qu'une dalle continue appuyée directement sur les champignons des poteaux (fig. 14.59,*a*).

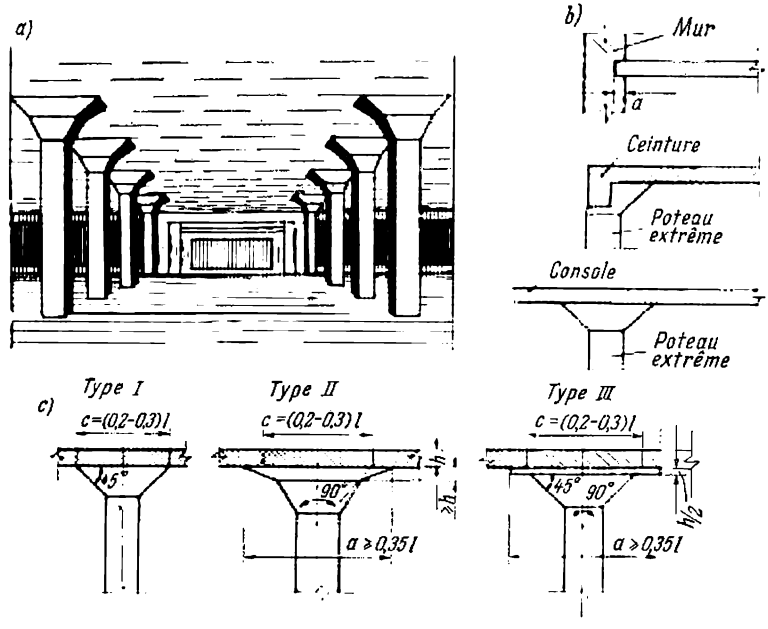


Fig. 14.59. Plancher champignon monolithe
a — vue générale; *b* — différentes constructions de l'appui extrême de la dalle; *c* — types des champignons

La présence des champignons à la partie supérieure des poteaux est dictée par les considérations constructives. En effet, il est nécessaire de: 1) créer une rigidité suffisante de l'assemblage de la dalle avec le poteau; 2) assurer la résistance au cisaillement de la dalle suivant le périmètre du champignon; 3) diminuer la portée calculée de la dalle et répartir plus régulièrement les moments suivant sa largeur.

Suivant le contour de l'édifice, la dalle peut prendre appui sur les murs ou la ceinture de contour ou bien former le porte-à-faux au-delà des champignons des poteaux extrêmes (fig. 14.59,*b*).

Les planchers champignons sont construits avec un réseau de poteaux carré ou rectangulaire à portées égales. Pour un réseau rectangulaire le rapport de la grande portée à la petite est limité par $l_2/l_1 \leqslant 1{,}5$. Le réseau des poteaux carré est le plus rationnel; le réseau le plus utilisé est de 6×6 m.

Pour appuyer une dalle sans nervures sur les poteaux dans les bâtiments industriels, on utilise (conformément à l'instruction du TSNIPS) trois types de champignons (fig. 14.59,*c*): type I pour les charges peu élevées, types II et III pour les charges importantes. Pour tous les trois types de champignons, la distance c entre les

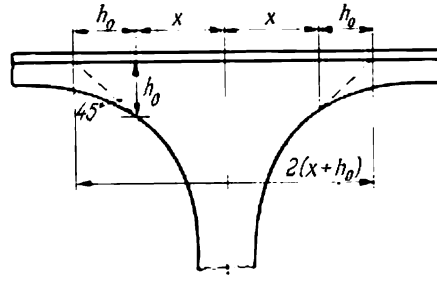


Fig. 14.60

points d'intersection des chanfreins avec la surface inférieure de la dalle est choisie en supposant que la pression d'appui dans le béton agit sous 45°. Cette distance est prise égale à $(0{,}2$ à $0{,}3)l$.

Les dimensions et la configuration des champignons doivent être choisies de manière à éliminer toute possibilité de cisaillement de la dalle sans nervures suivant le périmètre du champignon. Et pour cela, à une distance quelconque x (et respectivement y dans la direction perpendiculaire au plan du dessin) (fig. 14.60), à partir de l'axe du poteau, doit être observée la condition de résistance suffisante au cisaillement qui s'écrit comme suit:

$$Q \leqslant 0{,}75 R_{tr} b h_0,$$

où

$$Q = q\,[l_1 l_2 - 4\,(x + h_0)\,(y + h_0)]\,; \qquad (14.33)$$

$$b = 4\,(x + y + h_0). \qquad (14.34)$$

On peut aussi vérifier les dimensions du champignon d'après le diagramme présenté fig. 14.61. La courbe limite, qui correspond

au paramètre $A = \frac{350\,R}{q^{\text{norm}}}$, doit entièrement passer à l'intérieur de la configuration du champignon appliquée sur le diagramme de la façon indiquée dans l'angle du diagramme.

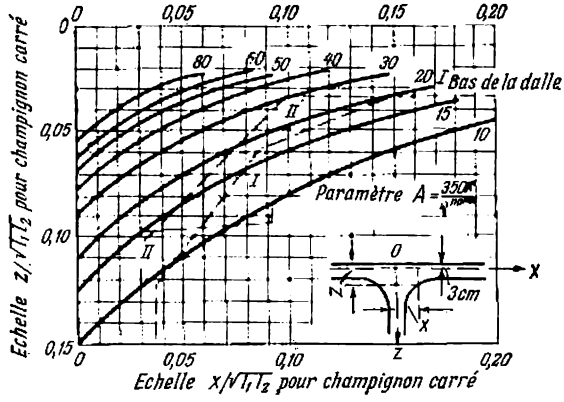


Fig. 14.61. Graphique pour déterminer les dimensions d'un champignon

L'épaisseur d'une dalle sans nervures considérée suffisamment rigide peut être prise égale à $h = \frac{1}{32}$ à $\frac{1}{35}\,l_2$, où l_2 est la grande portée pour un réseau de poteaux rectangulaire ; pour les planchers en béton léger $h = \frac{1}{27}$ à $\frac{1}{30}\,l_2$.

14.7.2. Calcul d'un plancher champignon

Généralités. Le calcul d'une dalle sans nervures par les méthodes de la théorie de l'élasticité a été élaboré par différents auteurs (B. Galerkine, Markus, Levé) ; il a contribué à élucider le caractère du travail d'un tel plancher sous charge. La dalle sans nervures était considérée comme une planche élastique appuyée sur les champignons des poteaux. Cependant, malgré la rigueur mathématique, ces méthodes ne permettent pas d'utiliser complètement la force portante d'un plancher champignon en béton armé et d'adapter le calcul aux modes rationnels de ferraillage, étant donné les imperfections suivantes : 1) elles ne tiennent pas compte du fait que les dalles sans nervures au lieu de reposer librement sur les champignons des poteaux y sont scellées ; 2) elles présument que la réaction d'appui est uniformément répartie sur la surface du champignon, ce qui conduit

à une exagération des moments fléchissants ; 3) enfin ces méthodes négligent les déformations plastiques, ce qui ne permet pas de redistribuer les moments parmi diverses sections de la dalle.

Voyons ci-dessous deux méthodes de calcul d'une dalle sans nervures, élaborées expérimentalement : 1) méthode de l'Institut TSNIPS ; 2) méthode d'équilibre limite.

Méthode de calcul d'un plancher champignon proposée par l'Institut TSNIPS. Cette méthode de calcul, datée de 1933, a été élaborée par A. Gvozdev et V. Mourachev à la base d'un grand nombre d'expériences, faites en U.R.S.S. et aux Etats Unis ; elle est simplifiée par l'introduction des coefficients empiriques, qui diminuent la dépense d'aciers. La méthode fournit des indications sur le calcul des planchers à portées égales et inégales.

Calcul d'un plancher champignon à portées égales. On suppose, pour le calcul, que les réactions d'appuis sur les champignons sont réparties suivant un diagramme triangulaire et on admet que la portée calculée du panneau est égale à la distance entre les centres de gravités de ces diagrammes (fig. 14.62,*a*), autrement dit que

$$l_0 = l - \frac{2c}{3}.$$

Lorsque le plancher est librement appuyé sur le mur, la portée calculée est prise égale à

$$l_0 = l - \frac{c}{3} + \frac{h}{2},$$

l étant la portée depuis l'axe du poteau jusqu'à la face du mur.

Le calcul se fait pour la charge totale $q = g + p$ dans les deux directions, sans tenir compte de la mise en charge défavorable des portées. En considérant le panneau rectangulaire de côtés l_1 et l_2 comme une poutre de portée l_0 et dont la largeur est égale à l'entraxe des poteaux dans l'autre direction, on trouve pour la direction l_1 la charge courante ql_2 et le moment de poutre

$$M_0 = \frac{ql_2}{8}\left(l_1 - \frac{2c_1}{3}\right)^2 = 0{,}125\, ql_2 l_1^2 \left(1 - \frac{2c_1}{3l_1}\right)^2.$$

En désignant la charge totale du panneau par $P = ql_1l_2$, on obtient

$$M_0 = 0{,}125 Pl_1 \left(1 - \frac{2c_1}{3l_1}\right)^2. \qquad (14.35)$$

Dans la direction l_2 le moment de poutre du panneau est

$$M_0 = 0{,}125 Pl_2 \left(1 - \frac{2c_2}{3l_2}\right)^2. \qquad (14.36)$$

Pour un panneau carré :

$$M_0 = 0{,}125 Pl \left(1 - \frac{2c}{3l}\right)^2. \qquad (14.37)$$

Pour déterminer les moments dans les sections calculées et pour construire les armatures on divise le plan du plancher en bandes dites « d'au-dessus des poteaux » et « de travée », dont la largeur

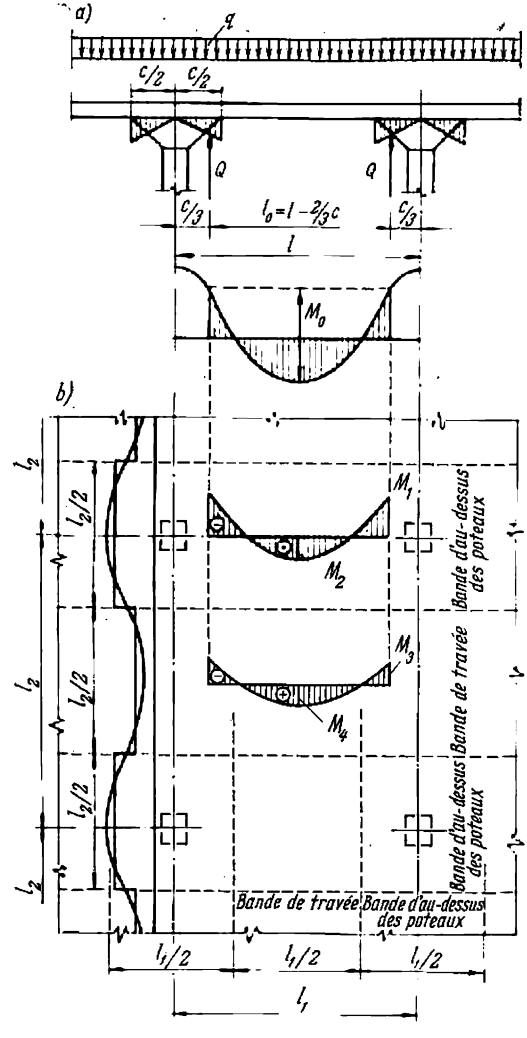


Fig. 14.62

est égale à la moitié de l'entraxe des poteaux dans chaque direction (fig. 14.62,*b*). Dans chaque bande apparaissent les moments positifs et négatifs, qui sont plus importants dans la bande d'au-dessus des

poteaux que dans celle de travée. Dans la direction de la largeur de la bande les moments varient suivant une certaine courbe, mais pour un calcul pratique on les suppose constants à l'intérieur d'une bande et variant par gradins d'une bande à l'autre.

En tenant compte d'une redistribution possible des moments par suite des déformations plastiques, on détermine les moments dans quatre sections calculées du panneau de la dalle de manière que leur somme soit égale au moment de poutre M_0. Pour le panneau médian d'un plancher champignon on admet:

moment d'appui négatif de la bande d'au-dessus des poteaux $M_1 = 0{,}5\ M_0$

moment de travée positif de la bande d'au-dessus des poteaux $M_2 = 0{,}2\ M_0$

moment d'appui négatif de la bande de travée $M_3 = 0{,}15\ M_0$

moment de travée positif de la bande de travée $M_4 = 0{,}15\ M_0$

Total: $M_1 + M_2 + M_3 + M_4 = M_0$

La répartition générale des moments sur toute la surface du plancher, dans les directions l_1 et l_2 (fig. 14.63,*a*), est effectuée en tenant compte de ce que dans la première travée la valeur des moments est influencée par le degré d'encastrement de la dalle aux poteaux extérieurs et par l'existence d'une bande d'appui sur une poutre de ceinture ou sur le mur.

Dans la première travée, les moments calculés de la dalle sont déterminés à l'aide des moments correspondants des travées centrales, multipliés par les coefficients donnés au tableau 14.5.

Les coefficients α, β, γ sont déterminés d'après le diagramme (fig. 14.63,*b*) en fonction du rapport de la somme des rigidités couran-

Tableau 14.5

Moments fléchissants dans la première travée d'une dalle sans nervures

Moments	Bandes	
	d'au-dessus des poteaux	de travée
Moment négatif sur le premier appui intermédiaire	$M_5 = \alpha M_1$	$M_7 = \alpha M_3$
Moment positif dans la première travée	$M_6 = \beta M_2$	$M_8 = \beta M_4$
Moment négatif sur l'appui extrême	$M_{1\ \mathrm{extr}} = \gamma M_1$	$M_{3\ \mathrm{extr}} = \gamma M_3$

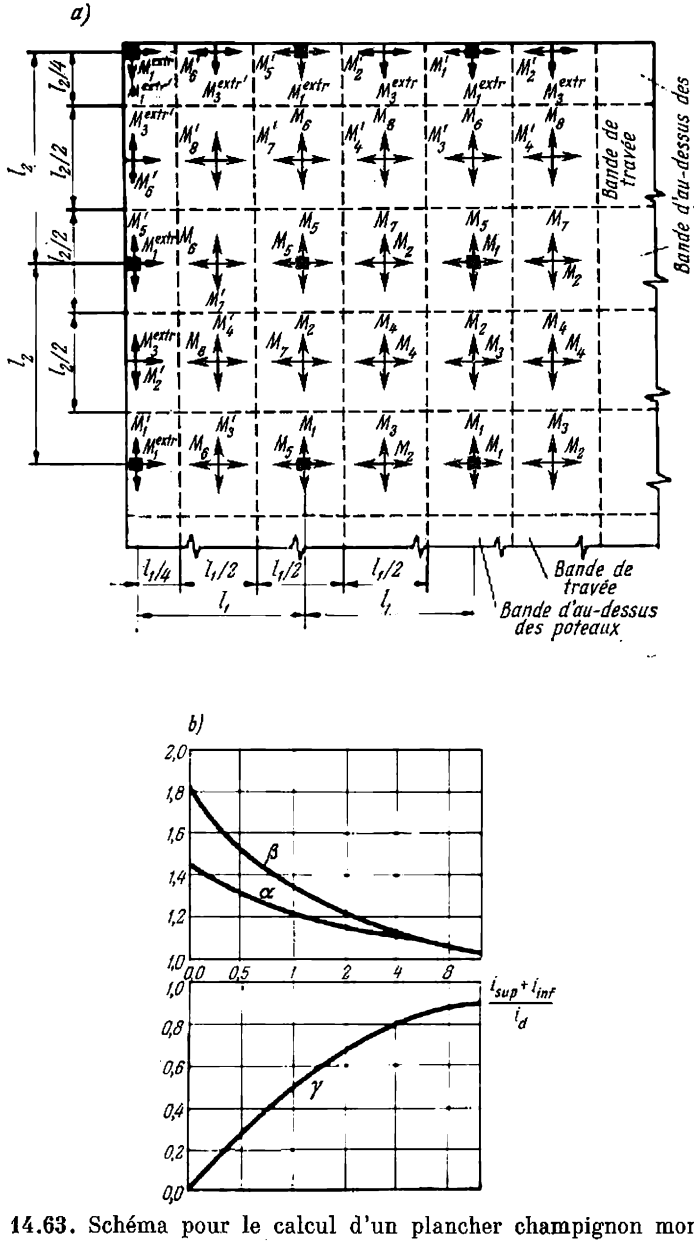


Fig. 14.63. Schéma pour le calcul d'un plancher champignon monolithe
a — répartition des moments sur la surface d'une dalle ; *b* — graphiques pour définir les moments

tes des poteaux extrêmes supérieur et inférieur à la rigidité courante de la dalle (du linteau), c'est-à-dire en fonction du rapport :

$$\frac{i_{\text{sup}}+i_{\text{inf}}}{i_{\text{d}}}=\left(\frac{I_{\text{sup}}}{l_{\text{sup}}}+\frac{I_{\text{inf}}}{l_{\text{inf}}}\right):\frac{I_{\text{d}}}{l_1}. \qquad (14.38)$$

Le moment d'inertie de la dalle (du linteau)

$$I_{\text{d}}=\frac{l_2h^3}{12}.$$

Le moment d'inertie du poteau est considéré constant sur toute sa longueur et égal au moment d'inertie de la section du béton.

Les moments fléchissants dans les bandes voisines des murs par mètre courant de la largeur constituent :

$$M_1'=0{,}5M_1;\quad M_2'=0{,}5M_2;\quad M_3'=0{,}8M_3;\quad M_4'=0{,}8M_4.$$

Les moments M_1, M_2, M_3, M_4 de ces formules sont aussi pris par mètre courant de la largeur de la bande.

Le choix de l'armature s'effectue pour chaque section calculée en fonction du moment correspondant des bandes d'au-dessus des poteaux et de travée suivant la formule :

$$F_{\text{a}}=\frac{0{,}7M}{R_{\text{a}}z}, \qquad (14.39)$$

où 0,7 est le coefficient empirique tenant compte des efforts de poussée dans la structure, du travail du béton dans la zone tendue et d'autres facteurs, qui augmentent la force portante de la dalle sans nervures ;

$z = 0{,}9\ h_0$, le bras de levier du couple intérieur.

La hauteur utile h_0 de la section de la dalle pour les couches extérieure et intérieure de l'armature diffère de la valeur du diamètre des barres d, mais, pratiquement, dans les calculs elle peut être prise $h - d - 15$ cm. Au-dessus du poteau, pour les champignons du type I, la hauteur utile h_0 de la section est prise égale à celle de la dalle et, pour les champignons des types II et III, à $1{,}5\ h - d - 15$ cm.

Les poutres de ceinture entourant le plancher champignon doivent avoir une hauteur égale ou supérieure à $2{,}5\ h$; elles sont calculées de la même manière que les poutres des planchers à caissons, c'est-à-dire pour être capables de supporter la charge transmise de la dalle sans nervures suivant un triangle ou un trapèze.

Le calcul d'une dalle sans nervures ni champignons peut être fait d'après les formules des planchers champignons ordinaires en supposant que $c = 0$. On doit vérifier la résistance de la dalle à l'effort tranchant au droit du poteau et, s'il est indispensable

de diminuer les contraintes de traction obliques, il faut faire un champignon en acier aux dimensions réduites, scellé dans la dalle.

Si l'on emploie des panneaux carrés ou rectangulaires ayant des portées égales et un rapport des côtés inférieur à 1,33, la répartition

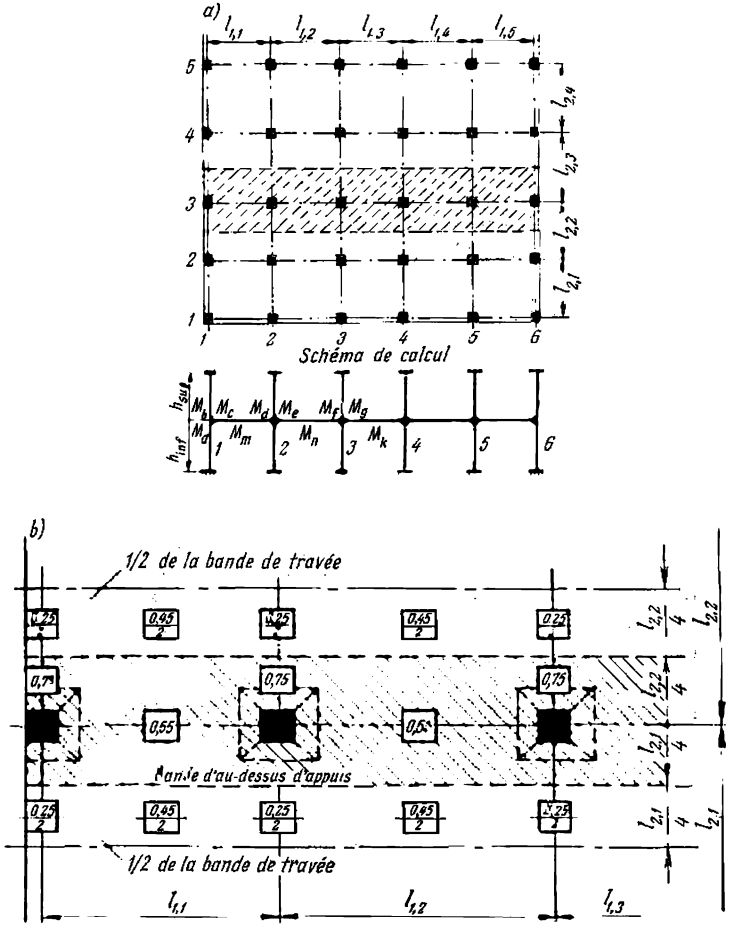


Fig. 14.64

des moments sur le champ de la dalle sans nervures ni champignons différera peu de celle des moments des planchers champignons ordinaires.

Le *calcul des planchers champignons à portées inégales* se fait par la méthode des cadres fictifs. Cette méthode consiste à remplacer,

dans deux directions, le plancher champignon par un cadre à plusieurs travées, avec un linteau sous forme d'une dalle et à poteaux aboutissant au nœud considéré et encastrés aux extrémités opposées (fig. 14.64,*a*). La largeur du linteau est supposée égale à la moitié de la somme des travées voisines de la dalle découpée dans la direction perpendiculaire. La longueur calculée du linteau est prise, compte tenu des champignons, tout comme dans les planchers à travées égales; la longueur calculée des poteaux est prise égale à

$$l_0 = l_{\text{pot}} - \frac{c}{2},$$

l_{pot} étant la longueur géométrique du poteau (hauteur de l'étage).

Les cadres de chaque direction sont calculés à l'action de la charge totale sans toutefois tenir compte de la distribution de la charge utile en zigzag ou par bandes. On peut adopter ce schéma de charge grâce à l'égalisation des moments due aux déformations plastiques.

Les moments fléchissants des linteaux, déduits du calcul du cadre, sont répartis entre les bandes d'au-dessus des poteaux et celles de travée de la manière suivante: a) moment positif: 45 % sur la bande de travée et 55 % sur la bande d'au-dessus des poteaux; b) moment négatif: 25 % sur la bande de travée et 75 % sur la bande d'au-dessus des poteaux (fig. 14.64,*b*). Dans les panneaux extrêmes (voisins des murs) on calcule les moments en direction du bord du plancher conformément au tableau 14.5.

Les poteaux d'un plancher champignon sont calculés à la compression excentrée, en déterminant les moments fléchissants par la méthode simplifiée.

Pour les poteaux centraux on admet que la charge utile est appliquée par bandes, toutes les deux travées. Dans ce cas le moment de nœud (des poutres encastrées) est réparti proportionnellement aux rigidités courantes des éléments convergeants au nœud:

pour le poteau supérieur

$$M_{\text{sup}} = \frac{pl_2^2 + g(l_2^2 - l_1^2)}{12} \cdot \frac{i_{\text{sup}}}{\Sigma i}, \qquad (14.40)$$

pour le poteau inférieur

$$M_{\text{inf}} = \frac{pl_2^2 + g(l_2^2 - l_1^2)}{12} \cdot \frac{i_{\text{inf}}}{\Sigma i}, \qquad (14.41)$$

où p et g sont les charges utile et permanente par mètre courant du linteau;

l_2 et l_1, la grande et la petite portées calculées de la dalle sans nervures, qui sont contiguës au poteau considéré;

i_{sup} et i_{inf}, les rigidités courantes des poteaux supérieur et inférieur ;

Σi, la somme des rigidités de tous les éléments convergeant au nœud.

Lorsque les portées du plancher sont égales, les moments fléchissants des poteaux centraux supérieur et inférieur valent :

$$M_{sup} = \frac{pl_0^2}{12} \cdot \frac{i_{sup}}{\Sigma i}; \tag{14.42}$$

$$M_{inf} = \frac{pl_0^2}{12} \cdot \frac{i_{inf}}{\Sigma i}. \tag{14.43}$$

Les poteaux extrêmes situés suivant le périmètre de l'édifice sont calculés d'après le moment et l'effort tranchant obtenus en calculant le cadre fictif. Lorsque les portées du plancher sont égales, les moments des poteaux extrêmes sont calculés d'après la somme des moments des bandes d'au-dessus des poteaux et de travée, compte tenu des rigidités courantes des poteaux supérieur et inférieur, à l'aide des formules :

$$M_{sup} = (M_{1\,extr} + M_{3\,extr}) \frac{i_{sup}}{i_{sup} + i_{inf}}; \tag{14.44}$$

$$M_{inf} = (M_{1\,extr} + M_{3\,extr}) \frac{i_{inf}}{i_{sup} + i_{inf}}. \tag{14.45}$$

Calcul d'un plancher champignon par la méthode d'équilibre limite. Le calcul du plancher champignon par la méthode d'équilibre limite a été élaboré par A. Chtchépotiev et V. Boulgakov sous la direction de A. Gvozdev en 1940.

Il a été établi expérimentalement que pour une dalle sans nervures les charges dangereuses sont : la charge de bande qui agit dans toutes les deux travées et la charge uniformément répartie sur toute la surface. Si de tels chargements ont lieu, deux schémas de distribution des rotules plastiques linéaires et de cassure de la dalle sont bien possibles.

Si la *charge de bande* s'exerce sur une seule rangée de panneaux de portée l_1 égale à l'entraxe des poteaux, il se forme en état d'équilibre limite de cette construction trois rotules plastiques parallèles réunissant deux maillons aux endroits de rupture (fig. 14.65,*a*).

En travée la rotule plastique se forme suivant l'axe des panneaux, avec fissures ouvertes à la partie inférieure. Près des appuis, les rotules plastiques se forment à une distance c_1 de l'axe du poteau, fonction de la forme et des dimensions des champignons, avec fissures ouvertes à la partie supérieure. Dans les panneaux extrêmes librement appuyés sur le mur par leurs bords extérieurs, il ne se forme que deux rotules, l'une dans la travée et l'autre à proximité de l'appui, près de la première file de poteaux intermédiaires.

Si le plancher champignon est soumis à l'action d'une *charge uniformément répartie*, dans les panneaux centraux se forment les rotules plastiques linéaires réciproquement perpendiculaires et parallèles aux files de poteaux, les fissures desquelles s'ouvrent en bas; en outre, chaque panneau est divisé par des rotules plastiques en quatre maillons, tournant autour des rotules plastiques linéaires d'appui, dont les axes se trouvent dans la zone des champignons, le plus souvent à 45° par rapport aux files de poteaux (fig. 14.65,*b*,*c*). Dans les panneaux centraux, au-dessus des rotules plastiques d'appui, les fissures ne s'ouvrent qu'à la partie supérieure mais elles coupent l'épaisseur de la dalle toute entière suivant les files de poteaux.

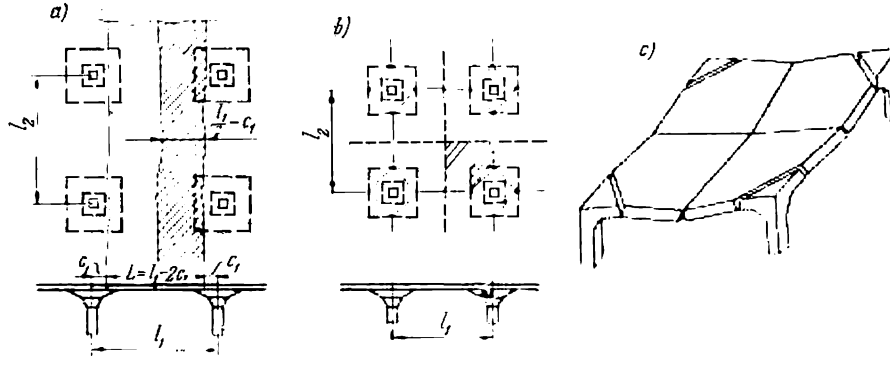


Fig. 14.65

En ce qui concerne les panneaux extrêmes du plancher, ici le schéma de formation des rotules plastiques linéaires varie selon la construction des appuis (panneaux librement posés sur le mur, présence des demi-champignons sur les poteaux et des poutres de bordure, etc.).

Les formules de calcul de la force portante d'une dalle sans nervures en état d'équilibre limite peuvent être obtenues par des méthodes de calcul statique ou cinématique. Ci-bas on utilise la méthode statique.

Lors de la mise en *charge par bandes*, pour le cas de rupture d'une bande isolée avec formation de deux maillons liés par trois rotules linéaires, on fait le calcul du panneau central dans l'hypothèse d'équilibre des moments de toutes les forces appliquées à l'élément de portée $\frac{l_1-2c_1}{2}$ et de largeur l_2, par rapport à l'axe situé dans le plan de la section d'appui (de rotule) et passant par le centre de gravité de la section d'appui, c'est-à-dire en partant de la con-

dition :

$$\frac{ql_2\left(\frac{l_1}{2}-c_1\right)^2}{2} \leqslant R_a\,(F_{app}z_{app}+F_{tr}z_{tr}), \qquad (14.46)$$

où $q = g + p$ est la charge par m² de la dalle ;
c_1 et c_2, les distances de rotules plastiques d'appui jusqu'aux files de poteaux les plus proches dans les directions l_1 et l_2 ;
F_{app}, la section de l'armature dans la rotule plastique d'appui dans les limites d'un seul panneau de largeur l_2 ;
F_{tr}, la section de l'armature dans la rotule plastique de travée dans les limites d'un panneau de largeur l_2 ;
z_{app} et z_{tr}, les bras de levier des couples intérieurs dans les rotules d'appui et de travée.

Introduisons les désignations $\theta_{app} = \frac{F_{app}}{F_{a\,1}}$ et $\theta_{tr} = \frac{F_{tr}}{F_{a\,1}}$ pour les coefficients de distribution de l'armature entre les sections d'appuis et de travées, où $F_{a\,1} = F_{app} + F_{tr}$ est la section totale de l'armature.

En substituant θ_{app} et θ_{tr} dans la relation (14.46), on obtient

$$\frac{ql_2(l_1-2c_1)^2}{8} \leqslant R_aF_{a\,1}z_{tr}\left(\theta_{app}\frac{z_{app}}{z_{tr}}+\theta_{tr}\right). \qquad (14.47)$$

Lors d'une répartition uniforme de la charge, le moment des forces extérieures est égal à

$$\frac{q}{\sqrt{2}}\left\{\frac{l_1l_2}{4}\left[\frac{l_1+l_2}{4}-(c_1+c_2)\right]+\frac{(c_1+c_2)^3}{6}\right\}.$$

Le moment des forces intérieures qui agissent dans les rotules plastiques suivant le contour du maillon considéré, par rapport à la rotule plastique d'appui, peut être exprimé comme suit :

$$\frac{R_a}{2\sqrt{2}}\left[(F_{app\,1}+F_{app\,2})\,z_{app}+(F_{tr\,1}+F_{tr\,2})\,z_{tr}\right].$$

Il en vient la condition d'équilibre :

$$\frac{ql_1l_2}{8}\left[\frac{l_1+l_2}{2}-2c+\frac{4}{3}\cdot\frac{c^3}{l_1l_2}\right] \leqslant$$
$$\leqslant \frac{R_a}{2}\left[(F_{app\,1}+F_{app\,2})\,z_{app}+(F_{tr\,1}+F_{tr\,2})\,z_{tr}\right]. \qquad (14.48)$$

Pour un panneau carré, dont l'armaturage est identique dans les deux sens, cette inégalité se simplifie et prend la forme :

$$\frac{ql^3}{8}\left[1-2\frac{c}{l}+\frac{4}{3}\left(\frac{c}{l}\right)^3\right] \leqslant R_a\,(F_{app}z_{app}+F_{tr}z_{tr}) =$$
$$= R_aF_{a\,1}z_{tr}\left(\theta_{app}\frac{z_{app}}{z_{tr}}+\theta_{tr}\right), \qquad (14.49)$$

où c est la cathète du triangle rectangle qui se détache du quart de panneau;

$F_{app\ 1}$ et $F_{app\ 2}$, les sections de l'armature d'appui (supérieure) sur la largeur du panneau;

$F_{a\ 1}$, la somme des sections de l'armature d'une seule direction en travée et sur appui, sur la largeur du panneau.

Lorsqu'on calcule les panneaux centraux, il est recommandé d'admettre:

$$\theta_{app} = 0{,}50 \text{ à } 0{,}67; \quad \theta_{tr} = 0{,}50 \text{ à } 0{,}33;$$

$$\frac{c_1}{l_1} \text{ et } \frac{c_2}{l_2} \text{ dans les limites de } 0{,}08 \text{ à } 0{,}12.$$

Lorsqu'on calcule les panneaux extrêmes, on considère plusieurs cas d'après le mode d'appui de la dalle sans nervures suivant le contour. Dans tous ces cas la condition d'équilibre (14.46) varie, principalement en fonction du schéma de rupture de la bande du panneau, parallèlement ou perpendiculairement au bord.

14.7.3. Ferraillage d'une dalle sans nervures

Conformément à l'épure des moments on dispose l'armature d'une dalle sans nervures dans les bandes d'au-dessus des poteaux et de travée de manière analogue à celle des dalles continues. Le ferraillage

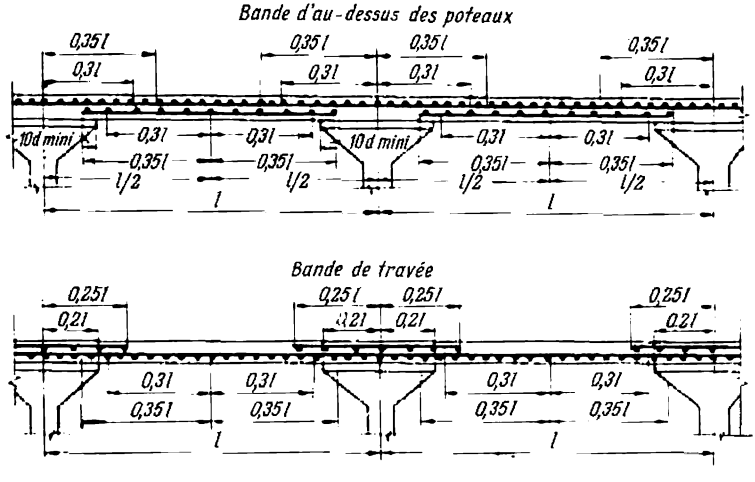


Fig. 14.66. Ferraillage d'un plancher champignon monolithe à l'aide de treillis soudés

se fait séparément avec des treillis soudés roulés ou plats (fig. 14.66), joints dans les deux sens.

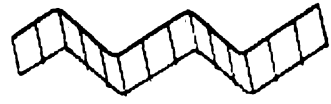


Fig. 14.67. Support pour la mise en place des treillis supérieurs

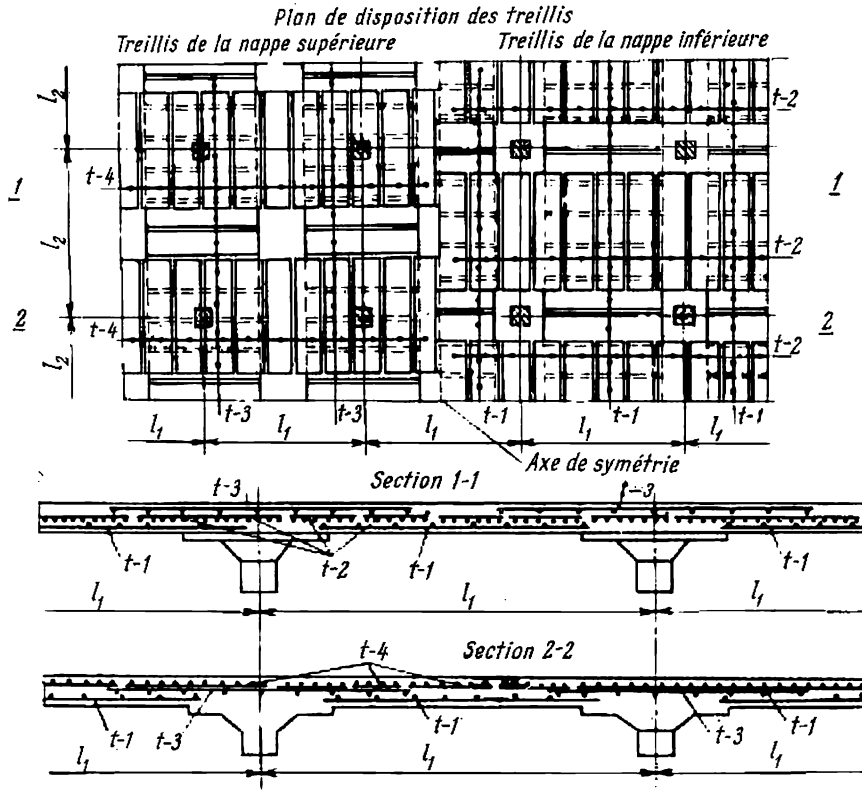


Fig. 14.68. Ferraillage d'un plancher champignon monolithe à l'aide de treillis étroits

Les barres inférieures des bandes d'au-dessus des poteaux et de travée doivent être prolongées de chaque côté du centre de la travée : 50 % de 0,3l et 50 % de 0,35l.

Les barres supérieures des bandes d'au-dessus des poteaux sont prolongées de part et d'autre de l'axe de la file de poteaux 50 % de $0{,}3l$ et 50 % de $0{,}35l$, celles des bandes de travée le sont de $0{,}2l$ et de $0{,}25l$ respectivement. Les treillis supérieurs sont posés sur différents supports, par exemple en forme de carcasses plates pliées en zigzags (fig. 14.67).

On peut aussi employer comme l'armature les treillis minces avec barres principales longitudinales. Dans les zones situées en

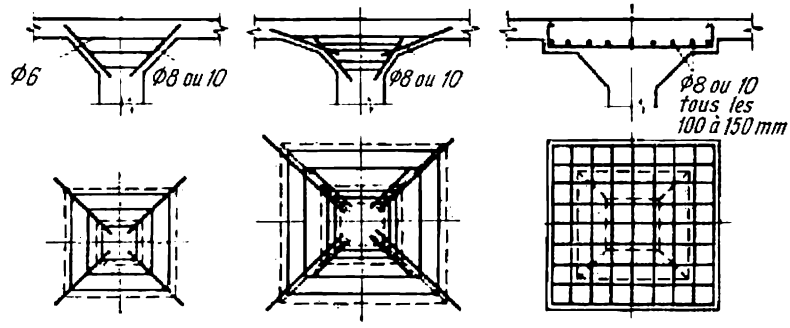


Fig. 14.69. Ferraillage des champignons monolithes

bas de la bande de travée et en haut de la bande d'au-dessus des poteaux, où les efforts de traction agissent dans les deux sens, les treillis doivent être placés en deux nappes réciproquement perpendiculaires (fig. 14.68).

Au droit des poteaux les treillis supérieurs sont soit écartés, soit percés de trous, où l'on place des barres supplémentaires pour compenser l'armature arrêtée.

Le ferraillage des champignons des poteaux est réalisé d'après les considérations constructives (fig. 14.69) ; son but principal est de résister aux efforts de retrait et de dilatation.

14.8. PLANCHERS CHAMPIGNONS SEMI-FABRIQUÉS À JOINTS MONOLITHES

De même que pour d'autres types de planchers monolithes, les éléments préfabriqués de grandes dimensions, tels que les panneaux d'au-dessus des poteaux et de travée servent de coffrage pour le béton coulé sur place.

La fig. 14.70 représente un plancher champignon en éléments préfabriqués à joints monolithes, étudié à l'Institut du béton armé. Lors de l'assemblage, on fixe provisoirement les champignnos sur

les poteaux à l'aide de frettes amovibles. Les champignons deviennent solidaires des poteaux après le coulage du béton et la formation des clavettes en béton à la surface des poteaux.

Dans les deux directions réciproquement perpendiculaires, les dalles d'au-dessus des poteaux d'une épaisseur de 5 à 6 cm sont placées sur les champignons de ces derniers. Au centre on place

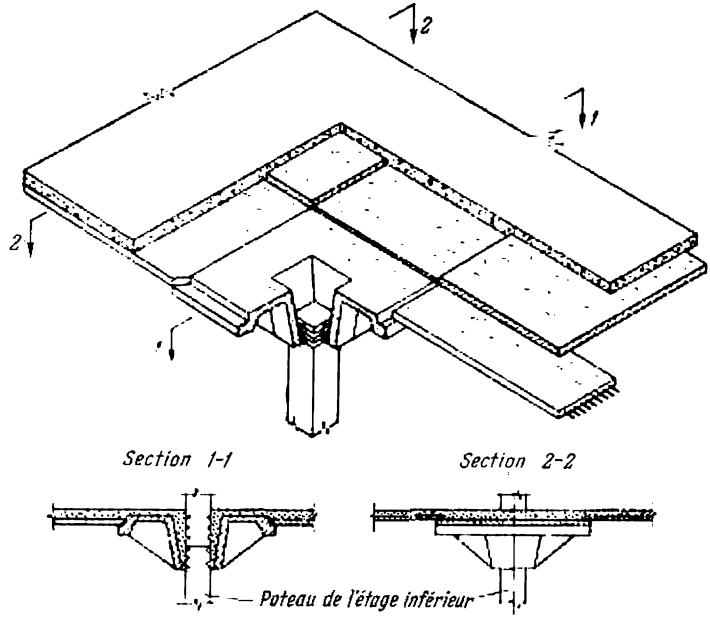
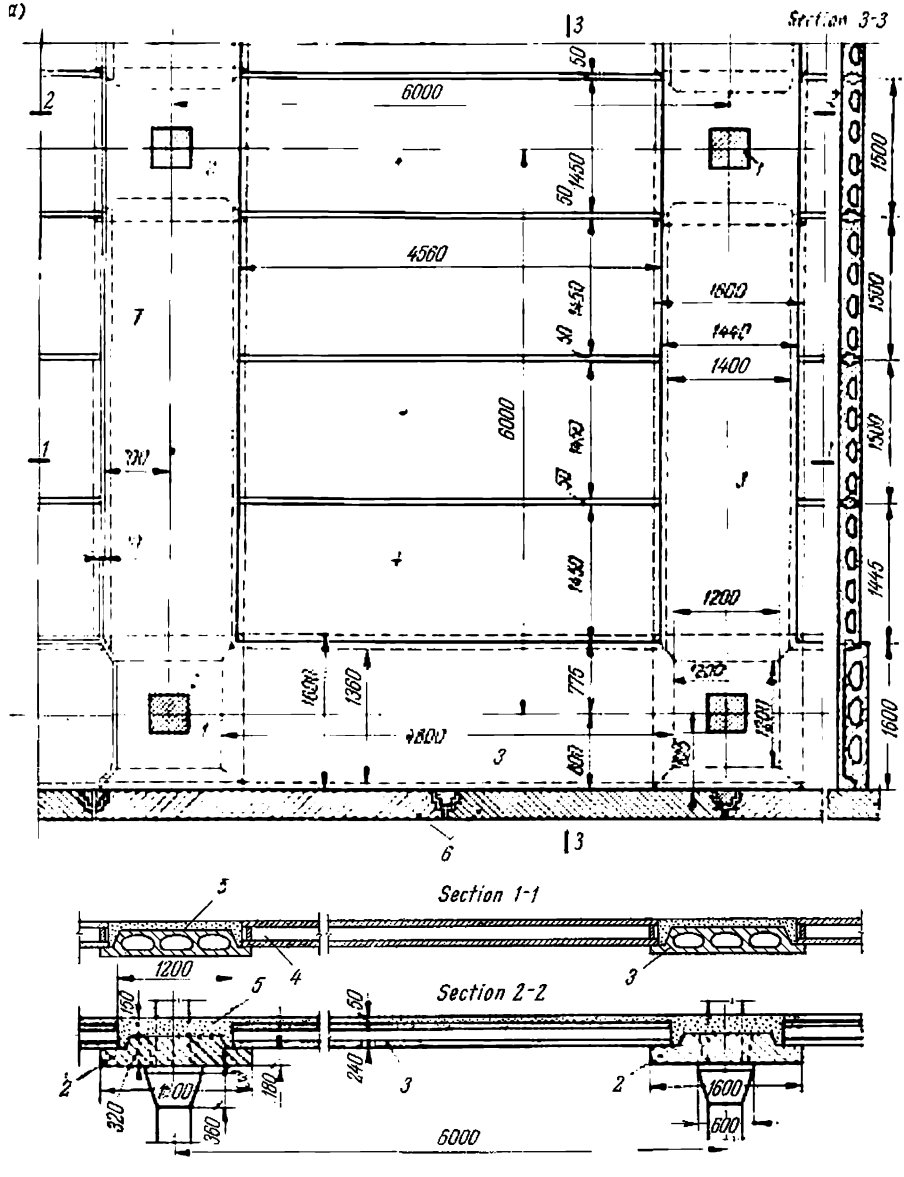


Fig. 14.70. Plancher champignon semi-fabriqué à joints monolithes

une dalle de travée de la même épaisseur, appuyée suivant le contour. Les dalles préfabriquées sont toujours précontraintes et armées de fil d'acier de haute résistance.

Sur les dalles préfabriquées qui forment ainsi l'ossature du plancher on étale des couches de béton d'une épaisseur de 4 à 5 cm sur la dalle de travée et de 9 à 10 cm sur les dalles d'au-dessus des poteaux. La continuité est assurée par la pose de l'armature supérieure non contrainte, faite de treillis soudés, aux endroits où agissent les moments négatifs.

Un tel plancher ne demande pas de pièces d'attache insérées, dont la présence augmenterait la dépense d'acier ; en outre le béton coulé sur place, dont le prix de revient est relativement bas, constitue 46 % de la quantité totale du béton du plancher.



La construction du plancher semi-fabriqué à joints monolithes envisagée par l'Institut NIIPS (fig. 14.71) diffère de la précédente par ce qu'elle est composée de panneaux d'au-dessus des poteaux

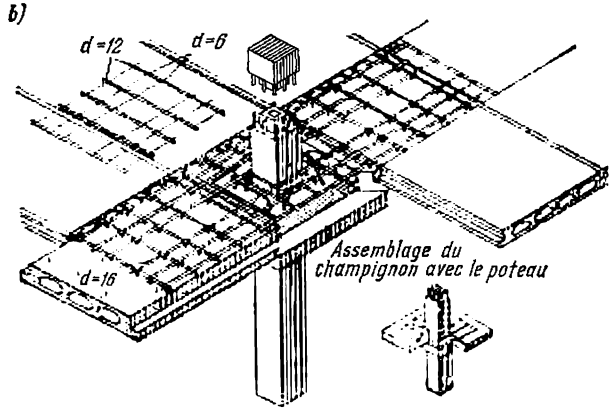


Fig. 14.71. Plancher champignon semi-fabriqué à joints monolithes avec un coffrage en béton armé travaillant comme une poutre
a — plan et coupe ; *b* — détail du nœud d'appui

allant dans une direction et de panneaux de travée allant dans l'autre direction. Les panneaux précontraints du plancher ont une section à trous ovales ; leur poids n'excède pas 3 t.

Les champignons sous forme de dalles de 1,6 × 1,6 m de côté et de 32 cm d'épaisseur prennent appuis sur les tables des poteaux ; ils subissent la pression exercée par les panneaux d'au-dessus des poteaux. Les panneaux de travée sont mis sur les quarts d'appui des panneaux d'au-dessus des poteaux. La hauteur relativement réduite du champignon permet d'utiliser au mieux le volume des locaux.

La couche de béton n'est étalée que sur les panneaux d'au-dessus des poteaux et sur la dalle du champignon. La continuité de la construction est obtenue grâce aux treillis supérieurs, destinés à reprendre les moments négatifs ; le volume du béton coulé sur place ne fait que 11 % de la quantité totale du béton du plancher.

Les panneaux de travée et ceux d'au-dessus des poteaux sont calculés compte tenu de l'encastrement aux appuis :

les sections d'appui des dalles, d'après le moment fléchissant

$$M = \frac{ql^2}{24};$$

les sections de travée, d'après le moment fléchissant

$$M = \frac{ql^2}{12}.$$

Une combinaison rationnelle des éléments préfabriqués précontraints, armés de fil d'acier de haute résistance, avec la conti-

nuité du plancher et la forme constructive avantageuse réduit sensiblement la dépense de béton et d'acier.

Les constructions des planchers champignons semi-fabriqués à joints monolithes décrites ci-dessus ont pour une charge utile de 1000 kg/m² et le réseau de poteaux de 6 × 6 m une épaisseur réduite du béton de 14,7 à 15,6 cm et la consommation en aciers de 10,1 à 11,6 kg/m².

Cependant, comme nous l'avons déjà noté, les planchers champignons semi-fabriqués à joints monolithes augmentent le volume des travaux à exécuter au chantier et entraînent certaines complications technologiques.

Les vérifications expérimentales de ce type de plancher sont encore à poursuivre.

14.9. CHOIX DU TYPE DE PLANCHER BASÉ SUR DES CONSIDÉRATIONS TECHNIQUES, ÉCONOMIQUES ET AUTRES

Le type de plancher doit avant tout être choisi selon la destination du bâtiment.

Pour les bâtiments civils et les immeubles d'habitation on utilise les planchers préfabriqués, de préférence en grands panneaux à poutres, ces derniers étant les plus industriels. Toute forme de section des panneaux est admissible: creuse, à nervures ou pleine (avec emploi des bétons légers), répondant dans chaque cas particulier aux exigences d'économie. Les panneaux préfabriqués précontraints sont préférables étant plus rigides, résistant mieux à la fissuration et requérant moins de métal.

Dans ce cas il faut toujours prendre des mesures pour assurer les qualités acoustiques du plancher.

Si les grands panneaux ne peuvent pas être confectionnés en usine faute d'équipements nécessaires ou si l'on ne dispose pas de grues de capacité portante requise, ainsi que dans le cas d'un faible volume de travaux à exécuter, il est bien possible d'employer d'autres types de planchers préfabriqués, tels que planchers à poutres avec de menus panneaux confectionnés au chantier. Parfois, dans ces conditions il peut être avantageux d'utiliser un plancher hourdé avec des blocs en béton léger ou des caissons légers (de paille, de roseau, etc.).

Pour les bâtiments industriels ce sont aussi les planchers préfabriqués que l'on utilise principalement. Les charges utiles étant relativement faibles (jusqu'à 500 kg/m²), on peut utiliser des planchers à poutres avec des panneaux creux à plusieurs cavités; pour des charges plus grandes il convient d'utiliser des planchers à pan-

neaux nervurés ou des planchers champignons. Ces derniers sont convenables pour les charges utiles de 1 000 kg/m² et plus ou bien dans le cas où les conditions d'emploi requièrent un plancher lisse (réfrigérateurs, etc.). Pour les charges utiles importantes les planchers semi-préfabriqués à joints monolithes sont également avantageux.

Pour les bâtiments érigés d'après les projets individuels, de configuration assez compliquée et quand il n'y a pas de mécanismes de transport et de levage nécessaires, il est bien possible d'utiliser des planchers monolithes, à poutres ou champignons, en fonction de la charge utile, des portées et du genre de production.

Ainsi, le type de plancher doit être choisi conformément à la destination du bâtiment, à la charge utile, à la portée à couvrir; il est aussi fonction des procédés de fabrication, compte tenu des conditions et des particularités de la région où l'on construit. Dans chaque cas particulier on doit argumenter la possibilité technique et l'utilité économique de la construction; la préférence doit être toujours donnée aux éléments préfabriqués répondant mieux aux exigences de l'industrialisation et du progrès technique dans la construction.

14.10. EXEMPLE DU CALCUL D'UN PLANCHER À POUTRES PRÉFABRIQUÉ

Elaborer le projet d'un plancher à poutres préfabriqué d'un bâtiment industriel à quatre étages (y compris le rez-de-chaussée) ayant les dimensions en plan 21 × 36 m et un réseau de poteaux 6 × 7 m. Les murs extérieurs du bâtiment sont en blocs de béton, les poteaux intérieurs, en béton armé. La charge normalisée du plancher $p^{norm} = 500$ kg/m², le coefficient de surcharge $n = 1{,}2$. Calculer les panneaux du plancher préfabriqué suivant deux versions: creux et nervurés, dans chaque version les panneaux étant précontraints et ordinaires. Le poids maximal des éléments préfabriqués est de 3 t (d'après la capacité portante de la grue de montage).

14.10.1. Schéma constructif du plancher

Adoptons la disposition transversale des linteaux d'une portée de 7 m; dans ce cas les linteaux des larges baies de fenêtre le long du grand côté du bâtiment ne seront pas chargés par les panneaux du plancher. La portée des panneaux sera de 6 m (fig. 14.72).

Prenons la largeur des panneaux nervurés du plancher égale à 1 400 mm (multiple de la portée de 7 000 mm) avec table de 50 mm d'épaisseur. Les panneaux nervurés posés le long des poteaux ser-

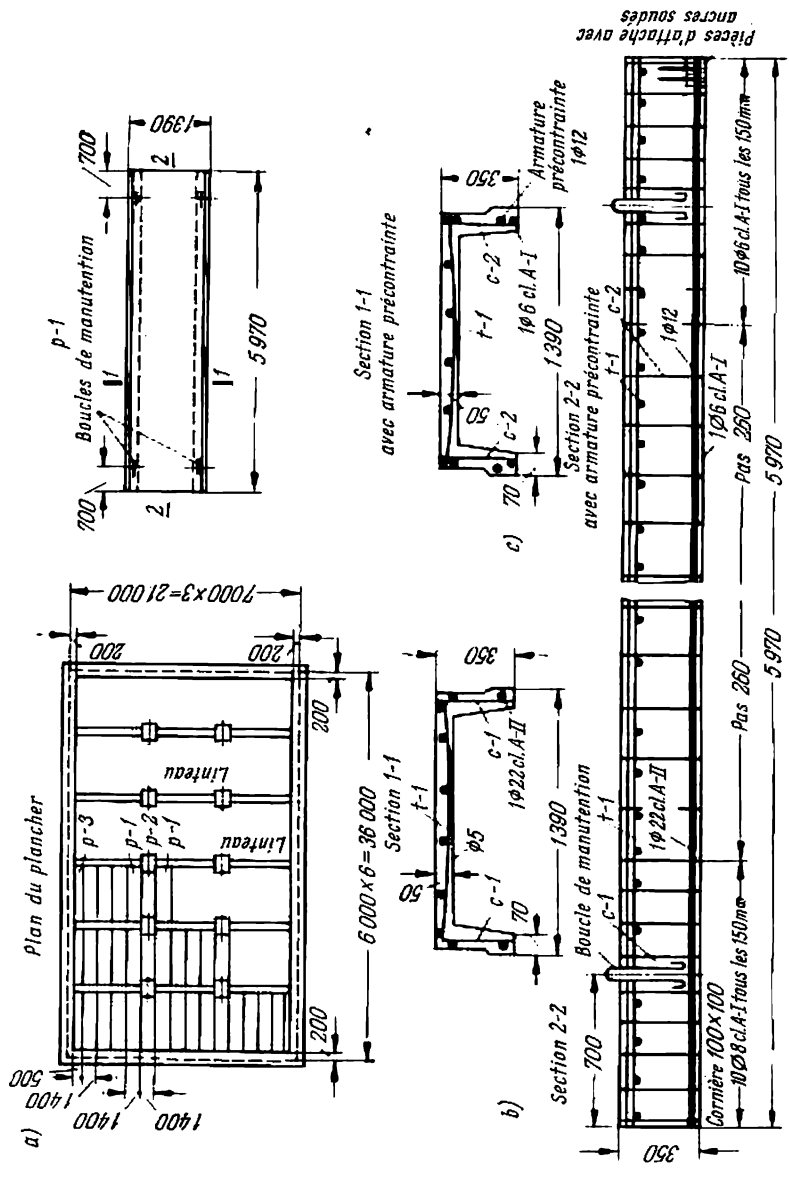


Fig. 14.72. Plancher composé de panneaux nervurés

a — plan du plancher; *b* — ferraillage d'un panneau nervuré non précontraint; *c* — *idem*, précontraint; *1* — treillis; *c* — carcasse; *p* — panneau

vent d'entretoises et ceux qui sont mis près des murs extérieurs servent d'éléments complémentaires de 500 mm de large. Le poids d'un mètre carré du panneau nervuré est de 250 kg et le poids total d'un panneau est égal à $250 \cdot 1{,}4 \cdot 6 = 2\,100$ kg.

Le poids et la portée des panneaux de plancher à creux ovales étant respectivement de 210 kg/m² et de 6 m, la capacité de charge de la grue de montage de 3 t, leur largeur peut atteindre $\frac{3\,000}{210 \cdot 6} = 2{,}38$ m.

Attendu que dans le sens longitudinal sur les poteaux sont mises des entretoises de 400 mm de largeur et que les murs longitudinaux sont rattachés à l'axe de piquetage à une distance de 200 mm, dans une travée vont se placer trois panneaux à creux d'une largeur nominale de 2 200 mm.

14.10.2. Calcul d'un panneau nervuré

Supposons que les dimensions de la section du linteau soient:

$$h = 1/10l = 1/10 \cdot 700 = 70 \text{ cm}; \quad b = 0{,}3h = 0{,}3 \cdot 70 \approx 20 \text{ cm}.$$

Etant donné que le panneau prend appui sur le linteau, la portée calculée du panneau sera:

$$l_0 = l - \frac{b}{2} = 6 - \frac{0{,}2}{2} = 5{,}9 \text{ m}.$$

Admettons que le panneau nervuré est de 140 cm de largeur et que sa table a 5 cm d'épaisseur (v. fig. 14.72).

Le calcul des charges par m² du plancher est donné au tableau 14.6.

La charge calculée par mètre courant d'un panneau de 1,4 m de largeur est

$$q = 1{,}4 \cdot 960 = 1\,350 \text{ kg/m courant}.$$

La charge normalisée par mètre courant du panneau se compose:

de la charge de longue durée (c'est-à-dire de toute la charge permanente et d'une partie des surcharges):

$$g^{\text{norm}} = 324 + (500 - 150) \cdot 1{,}4 = 940 \text{ kg/m courant};$$

des surcharges qui sollicitent le plancher pendant une courte durée de temps (pour un bâtiment industriel):

$$p^{\text{norm}} = 150 \cdot 1{,}4 = 210 \text{ kg/m courant};$$

de la charge normalisée totale:

$$940 + 210 = 1\,150 \text{ kg/m courant}.$$

Tableau 14.6

Charges normalisées et calculées par m² du plancher

Genre de la charge	Charge normalisée, en kg/m²	Coefficient de surcharge	Charge calculée, en kg/m²
Charge permanente			
Poids propre du panneau nervuré	250	1,1	275
Mortier de ciment 20 mm	44	1,2	53
Plancher à carreaux	30	1,1	33
Total	324		360
Surcharges	500	1,2	600
Charge totale calculée	360+600=960 kg/m²		

Moment fléchissant et effort tranchant dus à la charge calculée (pour le calcul de la résistance):

$$M = \frac{ql_0^2}{8} = \frac{1\,350 \cdot 5{,}9^2}{8} = 5\,860 \text{ kgm};$$

$$Q = \frac{ql_0}{2} = \frac{1\,350 \cdot 5{,}9}{2} = 3\,980 \text{ kg}.$$

Moment fléchissant et effort tranchant dus à la charge normalisée (pour le calcul des flèches et de la résistance à la fissuration):

action de la charge normalisée totale:

$$M = \frac{1\,150 \cdot 5{,}9^2}{8} = 4\,980 \text{ kgm};$$

$$Q = \frac{1\,150 \cdot 5{,}9}{2} = 3\,400 \text{ kg};$$

action de la charge normalisée de longue durée:

$$M = \frac{940 \cdot 5{,}9^2}{8} = 4\,100 \text{ kgm};$$

$$Q = \frac{940 \cdot 5{,}9}{2} = 2\,780 \text{ kg}.$$

Données de calcul. Le béton est de qualité 200; $R_{fl}^{norm} = 180$ kg/cm²; $R_{fl} = 100$ kg/cm²; $R_{tr}^{norm} = 16$ kg/cm²; $R_{tr} = 7{,}2$ kg/cm²; module initial d'élasticité du béton $E_b = 265\,000$ kg/cm². Les barres principales longitudinales des car-

casses soudées sont en acier de la classe A-II ($R_a = 2\,700$ kg/cm^2), les barres transversales (étriers) et de montage (frettes), en acier de la classe A-I ($R_a = 2\,100$ kg/cm^2 et $R_{a\,ét} = 1\,700$ kg/cm^2); les treillis soudés des tables supérieures et inférieures du panneau sont en fils d'acier de 5,5 mm de diamètre, $R_a = 3\,150$ kg/cm^2.

Détermination de la hauteur de la section du panneau. En partant de la résistance exigée et en observant la rigidité nécessaire on détermine la hauteur de la section d'un panneau à nervures d'après la formule (14.1):

$$h = \frac{33 \cdot 590 \cdot 2\,700}{2{,}1 \cdot 10^6} \frac{940 \cdot 1{,}5 + 210}{1\,150} = 35 \text{ cm}.$$

Admettons $h = 35$ cm, $h_0 = h - 3 = 32$ cm et la largeur des nervures en bas 7 cm. La largeur totale des nervures de la section, compte tenu du béton coulé dans les joints entre les panneaux, $b = 2 \cdot 7{,}5 = 15$ cm.

La section admise satisfait à la condition:

$$Q = 3\,980 \leqslant 0{,}25 R_{fl} b h_0 = 0{,}25 \cdot 100 \cdot 15 \cdot 32 = 12\,000 \text{ kg}.$$

Calcul de la résistance des sections normales. Le rapport $\frac{h'_t}{h} = \frac{5}{35} = 0{,}142 > 0{,}1$, donc, on introduit dans le calcul la largeur nominale $b'_t = 140$ cm de la table de la section en T (dans ce cas les joints entre les panneaux doivent être remplis de béton).

Calculons:

$$A_0 = \frac{M}{R_{fl} b'_t h_0^2} = \frac{586\,000}{100 \cdot 140 \cdot 32^2} = 0{,}041.$$

Au tableau 5.3 trouvons $\alpha = 0{,}04$; $\gamma_0 = 0{,}98$. La hauteur de la zone comprimée $x = \alpha h_0 = 0{,}04 \cdot 32 = 1{,}3$ cm $< h'_t = 5$ cm; l'axe neutre passe dans les limites de la table comprimée.

La section de l'armature longitudinale:

$$F_a = \frac{M}{R_a \gamma_0 h_0} = \frac{586\,000}{2\,700 \cdot 0{,}98 \cdot 32} = 7{,}0 \text{ cm}^2.$$

Prenons 2 barres de 22 mm de diamètre de la classe A-II avec $F_a = 7{,}6$ cm^2 (+8 %).

Calcul de la résistance des sections inclinées. Vérifions si l'armature transversale doit être calculée:

$$Q = 3\,980 > R_{tr} b h_0 = 7{,}2 \cdot 15 \cdot 32 = 3\,450 \text{ kg},$$

d'où l'on conclut que l'armature transversale doit être déterminée par le calcul.

L'armature placée dans chaque nervure longitudinale est constituée d'une barre longitudinale principale de 22 mm de diamètre

à laquelle sont soudés, d'un seul côté, les étriers. En tenant compte du procédé de soudure par points, le diamètre des étriers est approximativement égal à $d/3 \approx 8$ mm ; alors $f_{ét} = 0{,}5$ cm², $n = 2$; $F_{ét} = 2 \cdot 0{,}5 = 1{,}0$ cm².

L'effort par unité de longueur, sollicitant les barres transversales, est calculé d'après la formule (6.15) :

$$q_{ét} = \frac{(3\,980 + 1\,700 \cdot 1)^2}{0{,}6 \cdot 100 \cdot 15 \cdot 32^2} = 35{,}5 \text{ kg/cm courant.}$$

Déterminons le pas des étriers d'après les trois conditions :

1) $u = \dfrac{R_{a.\,ét} f_{ét} n}{q_{ét}} = \dfrac{1\,700 \cdot 1}{35 \cdot 5} = 48$ cm,

2) $u = \dfrac{0{,}1 \cdot R_{tl} b h_0^2}{Q} = \dfrac{0{,}1 \cdot 100 \cdot 25 \cdot 32^2}{3\,980} = 38{,}5$ cm,

3) $u = \dfrac{h}{2} = \dfrac{35}{2} = 17{,}5$ cm ou $u \leqslant 15$ cm.

Admettons définitivement le pas des étriers :
pour les secteurs voisins des appuis de $l/4$ de longueur

$$u = 15 \text{ cm} ;$$

pour le reste de la travée (lorsque $h = 35$ cm)

$$u = {}^{3}/_{4} h = \frac{3 \cdot 35}{4} = 26 \text{ cm.}$$

Calcul de la table supérieure à la flexion locale. La portée calculée $l_0 = 115$ cm. La charge calculée par m² de la table supérieure, compte tenu du poids propre de la table de 5 cm d'épaisseur, sera, conformément au tableau 14.6 :

permanente	225 kg/m²
surcharges	600 kg/m²

charge totale $q = 825$ kg/m².

Le moment fléchissant de la table est :

$$M = \frac{q l_0^2}{11} = \frac{825 \cdot 1{,}15^2}{11} = 100 \text{ kgm.}$$

Choix de la section de l'armature principale :

$$h_t = h_0 - 1{,}5 = 5 - 1{,}5 = 3{,}5 \text{ cm} ; \quad b = 100 \text{ cm} ;$$

$$A_0 = \frac{10\,000}{100 \cdot 100 \cdot 3{,}5^2} = 0{,}088 ; \quad \gamma_0 = 0{,}96 ;$$

$$F_a = \frac{10\,000}{3\,150 \cdot 0{,}96 \cdot 3{,}5} = 0{,}97 \text{ cm}^2.$$

Prenons un treillis soudé en fil d'acier étiré à froid, à disposition transversale des barres principales de 5 mm de diamètre tous les 20 cm, avec barres secondaires de 4 mm; $F_a = 0{,}98$ cm^2.

Calcul des flèches d'un panneau à nervures. Le moment de résistance élasto-plastique du béton d'une section en T avec table dans la zone comprimée, calculé avant la fissuration d'après les formules (7.11) et (7.12), sera $W_{b.f} = 9\,800$ cm^3, la largeur moyenne des nervures étant $b = 20$ cm, $a_{enc} = \frac{5}{2} = 2{,}5$ cm, $\delta_{enc} = \frac{2{,}5}{35} = 0{,}072$.

Pour pouvoir calculer les flèches, déterminons les paramètres généraux d'une section en béton armé d'après les formules (7.21) et (7.24):

$$\mu = \frac{7{,}6}{15 \cdot 32} = 0{,}016;$$

$$n = \frac{2{,}1 \cdot 10^6}{2{,}65 \cdot 10^5} = 7{,}9;$$

$$\gamma' = \frac{(140-15)\,5}{15 \cdot 32} = 1{,}30;$$

$$T = 1{,}3\left(1 - \frac{5}{2 \cdot 32}\right) = 1{,}19.$$

Maintenant calculons séparément les flèches f_1, f_2, f_3.

a) Flèche f_1 due à l'action de courte durée de toute la charge normalisée.

D'après la formule (7.23a) nous aurons

$$L = \frac{498\,000}{180 \cdot 17 \cdot 32^2} = 0{,}183.$$

Calculons d'après la formule (7.23) la hauteur relative de la zone comprimée de la section fissurée:

$$\xi = \frac{1}{1{,}8 + \frac{1 + 5\,(0{,}183 + 1{,}19)}{10 \cdot 0{,}016 \cdot 7{,}9}} = 0{,}124,$$

dans ce cas $x = \xi h_0 = 0{,}124 \cdot 32 = 3{,}95$ cm $< h'_t = 5$ cm; c'est pourquoi nous déterminons encore une fois ξ comme pour une section rectangulaire d'une largeur $b = b'_t = 140$ cm. Alors

$$\mu = \frac{7{,}6}{140 \cdot 32} = 0{,}0017;\ \gamma' = 0;\ T = 0;$$

$$L = \frac{498\,000}{180 \cdot 140 \cdot 32^2} = 0{,}019;$$

$$\xi = \frac{1}{1{,}8 + \frac{1 + 5 \cdot 0{,}019}{10 \cdot 0{,}0017 \cdot 7{,}9}} = 0{,}1;$$

$$x = \xi h_0 = 0{,}1 \cdot 32 = 3{,}2 \text{ cm}.$$

Calculons le bras de levier du couple des forces intérieures:

$$z = 32 - \frac{3,2}{2} = 30,4 \text{ cm}.$$

D'après la formule (7.2):

$$\psi_a = 1,3 - 1,1 \frac{1\,280}{4\,980} = 1,02 > 1;$$

admettons $\psi_a = 1$.

Lorsque $\psi_b = 0,9$; $\nu = 0,6$; $F_{b.t} = F_b = \xi b h_0 = 0,1 \cdot 140 \cdot 32 = 450$ cm², déterminons la rigidité de la section d'après la formule (7.1):

$$B = \frac{1}{\frac{1}{2,1 \cdot 10^6 \cdot 7,6} + \frac{\frac{32 \cdot 30,4}{0,9}}{0,5 \cdot 2,65 \cdot 10^5 \cdot 450}} = 13 \cdot 10^9 \text{ kgcm}^2.$$

Calculons la flèche d'après la formule (7.31):

$$f_1 = sl^2 \frac{M}{B} = \frac{5}{48} 590^2 \cdot \frac{498\,000}{13 \cdot 10^9} = 1,4 \text{ cm}.$$

b) Flèche initiale (de courte durée) f_2 due à l'action prolongée de la charge normalisée.

Les valeurs de ξ et z_1 varient peu; pratiquement on peut admettre qu'elles sont les mêmes que dans le cas de calcul de la flèche f_1.

Calculons d'après la formule (7.2):

$$\psi_a = 1,3 - 1,1 \frac{1\,280}{4\,100} = 1,0.$$

Pratiquement la valeur de $B = 13 \cdot 10^9$ kgcm² ne varie pas non plus.

Calculons la flèche $f_2 = \frac{5}{48} \cdot 590^2 \frac{4\,100}{13 \cdot 10^9} = 1,14$ cm.

c) Flèche f_3 due à l'action prolongée de la charge normalisée.

Admettons que les valeurs de ξ et z sont les mêmes que celles ci-dessus.

Calculons:

$$\psi_a = 1,3 - 0,8 \frac{1\,280}{4\,100} = 1,05 > 1.$$

Admettons $\psi_a = 1$.

Lorsque $\nu = 0,15$, la rigidité de la section

$$B = \frac{1}{\frac{1}{2,1 \cdot 10^6 \cdot 7,6} + \frac{\frac{32 \cdot 30,4}{0,9}}{0,15 \cdot 2,65 \cdot 10^6 \cdot 450}} = 9,85 \cdot 10^9 \text{ kgcm}^2.$$

Calculons la flèche f_3:

$$f_3 = \frac{5}{48} \cdot 590^2 \cdot \frac{4\,100}{9,85 \cdot 10^9} = 1,51 \text{ cm}.$$

d) Flèche totale du panneau

$$f = f_1 - f_2 + f_3 = 1{,}4 - 1{,}14 + 1{,}51 = 1{,}77 \text{ cm}.$$

La flèche relative du panneau est :

$$\frac{f}{l_0} = \frac{1{,}77}{590} = \frac{1}{324} < \frac{1}{300}.$$

Calcul à la fissuration. Le moment de résistance élasto-plastique W_f d'une section en T en béton armé (dont la table est située dans la zone comprimée), avant la fissuration, peut être calculé à l'aide des formules (7.5) et (7.7). Lorsque $b_t = 0$ et $h_t = 0$, on a, en omettant les calculs :

$$W_f = 13\,400 \text{ cm}^3.$$

Déterminons le moment de résistance d'une section en T en béton armé à table dans la zone comprimée, après la formation des fissures, à l'aide de la formule (7.25) :

$W_a = F_a \cdot z_1 = 7{,}6 \cdot 29{,}6 = 225$ cm² (le calcul de z_1 voir plus haut).

Calculons d'après la formule (2.56) la distance entre les fissures l_f, ayant préalablement trouvé k_1 et u :

$$k_1 = \frac{W_f}{nW_a} - 2 = \frac{13\,400}{1{,}9 \cdot 225} - 2 = 5{,}5 ;$$

$$u = \frac{F_a}{S} = \frac{d}{4} = 0{,}55 \text{ cm} ;$$

$$l_f = k_1 nu\eta = 5{,}5 \cdot 7{,}9 \cdot 0{,}55 \cdot 0{,}7 = 17 \text{ cm}.$$

Calculons séparément les ouvertures des fissures a_{f1}, a_{f2}, a_{f3}.

a) Ouverture des fissures a_{f1} due à l'action de courte durée de toute la charge normalisée.

Calculons la contrainte de l'armature principale :

$$\sigma_a = \frac{\mu}{W_a} = \frac{498\,000}{225} = 2\,230 \text{ kg/cm}^2.$$

Déterminons l'ouverture des fissures d'après la formule (2.62) :

$$a_{f1} = \psi_a \frac{\sigma_a}{F_a} l_f = 1 \cdot \frac{2\,230}{2{,}1 \cdot 10^6} \cdot 17 = 0{,}018 \text{ cm} = 0{,}18 \text{ mm}.$$

b) Ouverture initiale des fissures a_{f2} sous l'action prolongée de la charge normalisée.

Calculons la contrainte de l'armature principale :

$$\sigma_a = \frac{4\,100}{225} = 1\,840 \text{ kg/cm}^2.$$

Déterminons l'ouverture des fissures :

$$a_{f\,2} = 1 \cdot \frac{1\,840}{21 \cdot 10^6} \cdot 17 = 0{,}0145 \text{ cm} = 0{,}15 \text{ mm}.$$

c) Ouverture des fissures $a_{f\,3}$ due à la charge normalisée de longue durée.

Etant donné $\sigma_a = 1\,840$ kg/cm²,

$$a_{f\,3} = 1 \cdot \frac{1\,840}{2{,}1 \cdot 10^6} \cdot 17 = 0{,}15 \text{ mm}.$$

d) Ouverture totale des fissures :

$$a_f = a_{f\,1} - a_{f\,2} + a_{f\,3} = 0{,}18 - 0{,}15 + 0{,}15 = 0{,}18 < 0{,}3 \text{ mm}.$$

Calcul de l'ouverture des fissures inclinées. Calculons d'après les formules (8.2) à (8.5) :

la contrainte de traction du béton dans une section inclinée :

$$t = \frac{Q}{bh_0} = \frac{3\,400}{15 \cdot 32} = 7{,}1 \text{ kg/cm}^2;$$

le taux d'armatures relatif aux étriers :

$$\mu_{ét} = \frac{F_{ét}}{bu} = \frac{2 \cdot 0{,}5}{15 \cdot 15} = 0{,}0045;$$

la distance entre les fissures inclinées :

$$l_f = \frac{\eta_{ét} d_{ét}}{3\mu_{ét}} = \frac{1 \cdot 0{,}5}{3 \cdot 0{,}0045} = 37 \text{ cm}$$

($\eta_{ét} = 1$ pour les étriers en acier de la classe A-I).

Ouverture des fissures inclinées :

$$a_f = \frac{4 \cdot 7{,}1^2 \cdot 37}{0{,}0045 \cdot 21 \cdot 10^6 \cdot 180} = 0{,}0044 \text{ cm} = 0{,}044 \text{ mm} < 0{,}3 \text{ mm}.$$

Vérification de la résistance d'un panneau aux efforts de montage. Quatre boucles de montage en acier rond de la classe A-I sont placées à une distance $a = 0{,}7$ m des extrémités du panneau. Compte tenu du coefficient dynamique 1,5 (et du coefficient de surcharge $n = 1$), la charge du poids propre du panneau pendant le levage sera :

$$q = 1{,}5 \cdot 250 \cdot 1{,}4 = 525 \text{ kg/m}.$$

Le moment fléchissant négatif de la console :

$$M = \frac{qa^2}{2} = \frac{525 \cdot 0{,}7^2}{2} = 132 \text{ kgm}.$$

Ce moment sollicite les barres longitudinales supérieures (barres de montage) des carcasses.

En posant $\gamma_0 = 0{,}9$, nous trouvons :

$$F_a = \frac{13\,200}{2\,100 \cdot 0{,}9 \cdot 32} = 0{,}22 \text{ cm}^2.$$

Adoptons 2 barres de 10 mm de diamètre de la classe A-I avec $F_a = 1{,}57 \text{ cm}^2 > 0{,}22 \text{ cm}^2$.

Déterminons le diamètre des barres des boucles de montage. Lorsqu'on lève le panneau en l'accrochant par deux boucles, l'effort repris par une boucle sera :

$$N = \frac{525 \cdot 6}{2} = 1\,575 \text{ kg}.$$

En supposant que cet effort n'est repris que par une seule branche de la boucle, nous obtenons la section nécessaire de la boucle :

$$F_a = \frac{N}{R_a} = \frac{1\,575}{2\,100} = 0{,}75 \text{ cm}^2.$$

Adoptons donc pour les boucles les barres de 12 mm de diamètre dont la section $F_a = 1{,}13 \text{ cm}^2 > 0{,}75 \text{ cm}^2$.

14.10.3. Calcul d'un panneau nervuré précontraint

L'armature du panneau est constituée de fils d'acier de haute résistance $d = 5$ mm ; $R_a = 9\,500$ kg/cm² ; $R_a^{norm} = 15\,000$ kg/cm². Le béton est de qualité 400 ; $R_{fl} = 210$ kg/cm² ; $R_f = 17{,}5$ kg/cm² ; le rapport des modules $n = 5{,}15$. La construction du panneau correspond à la deuxième catégorie de résistance à la fissuration. Les autres données sont les mêmes que dans le cas du panneau nervuré ordinaire étudié plus haut (v. fig. 14.72).

Déterminer l'armature longitudinale du panneau et vérifier sa résistance à la fissuration.

Données concernant la fabrication des panneaux. La tension des armatures en fils d'acier sur les appuis (moules) est réalisée à l'aide des dispositifs mécaniques. Pour activer le durcissement du béton l'élément confectionné est soumis à l'étuvage ; la différence entre la température du moule et celle de l'élément est de 20 °C.

L'effort de précontrainte se transmet des appuis au béton lorsque la résistance sur cubes du béton atteint la valeur :

$$R_0 = 0{,}75R = 0{,}75 \cdot 400 = 300 \text{ kg/cm}^2.$$

La section F'_p de l'armature contrainte ne varie pas, l'ouverture des fissures dans la zone précontrainte (lors de la précontrainte) va être limitée par l'armature de montage longitudinale des nervures et de la table du panneau.

Choix de la section de l'armature longitudinale:

$$A_0 = \frac{586\,000}{210 \cdot 140 \cdot 32^2} = 0{,}019\,;\ \gamma_0 = 0{,}99.$$

La section de l'armature longitudinale précontrainte:

$$F_p = \frac{586\,000}{9\,500 \cdot 32 \cdot 0{,}99} = 1{,}95\ \text{cm}^2.$$

Admettons 10 barres de 5 mm de diamètre avec $F_p = 1{,}95$ cm^2.

Calculons les pertes de la précontrainte de l'armature d'après les formules (11.1) à (11.12).

Admettons que la tension initiale contrôlée de l'armature en fil d'acier est égale à $0{,}75\ R_a^{norm} = 0{,}75 \cdot 15\,000 = 11\,200$ kg/cm^2.

Pertes avant la compression du béton. Pertes dues à la relaxation des tensions de l'armature en fil d'acier:

$$\sigma_3 = \left(0{,}27 \frac{\sigma_0}{R_a^{norm}} - 0{,}1\right) \sigma_0 = (0{,}27 \cdot 0{,}75 - 0{,}1)\,11\,200 = 1\,200\ \text{kg/cm}^2$$

Pertes dues aux déformations des ancres et des moules:

$$\sigma_4 = (\lambda_1 + \lambda_2) \frac{E_a}{l} = 0{,}2 \frac{1{,}8 \cdot 10^6}{600} = 600\ \text{kg/cm}^2$$

(pour le cas de tension sur les appuis $\lambda_1 = 0$ et $\lambda_2 = 2 \cdot 1 = 2$ mm).

Pertes dues à la différence de température:

$$\sigma_7 = 20 \cdot \Delta t = 20 \cdot 20 = 400\ \text{kg/cm}^2.$$

Les premières pertes:

$$\sigma_{t1} = \sigma_3 + \sigma_4 + \sigma_7 = 1\,200 + 600 + 400 = 2\,200\ \text{kg/cm}^2.$$

Pertes après la compression du béton. Pertes dues au retrait du béton:

$$\sigma_1 = 400\ \text{kg/cm}^2.$$

Pertes dues au fluage du béton, d'après la formule approximative (11.3):

$$\sigma_2 = k \frac{R}{R_0}\, 0{,}08\sigma_0 = 1 \cdot \frac{1}{0{,}75}\, 0{,}08 \cdot 11\,200 = 1\,200\ \text{kg/cm}^2.$$

Les deuxièmes pertes:

$$\sigma_{t2} = \sigma_1 + \sigma_2 = 400 + 1\,200 = 1\,600\ \text{kg/cm}^2.$$

Pertes totales

$$\sigma_t = \sigma_{t1} + \sigma_{t2} = 2\,200 + 1\,600 = 3\,800\ \text{kg/cm}^2.$$

La précontrainte de l'armature, compte tenu de toutes les pertes, sera:

$$\sigma_0 = 11\,200 - 3\,800 = 7\,400\ \text{kg/cm}^2.$$

L'effort de l'armature contrainte, compte tenu du coefficient de précision $m_p = 0{,}9$ de l'effort de précontrainte, lorsque $\sigma_0 = 0{,}9 \times$ $\times 7\,400 = 6\,660$ kg/cm², sera :

$$N_0 = 0{,}9 \cdot 7\,400 \cdot 1{,}95 = 13\,000 \text{ kg}.$$

Vérification de la résistance à la fissuration. Calculons d'abord le moment de résistance élasto-plastique d'une section en T précontrainte avant la formation des fissures, d'après les formules (11.49) et (11.50), lorsque

$$F_d = 0 \text{ et } F_a = F'_a = F'_t = 0,$$

$$F_r = 20 \cdot 35 + 120 \cdot 5 + 5{,}15 \cdot 1{,}95 = 1\,310 \text{ cm}^2,$$

$$x_f = 35\left(1 - \frac{700 + 20\,600 \cdot 0{,}928}{2 \cdot 1\,310 + \frac{13\,000}{175}}\right) = 0{,}46 \cdot 35 = 16{,}2 \text{ cm},$$

$$W_f = 0{,}5 \cdot 20 \cdot 18{,}8 \cdot 40{,}4 + \frac{2 \cdot 600}{18{,}8} 13{,}7 \cdot 2{,}9 +$$

$$+ 1{,}95\left(2 \cdot 5{,}15 + \frac{6\,660}{17{,}5}\right) 26{,}6 = 30\,300 \text{ cm}^3,$$

$$M_f = R_f W_f = 17{,}5 \cdot 30\,300 = 530\,000 \text{ kgcm} = 5\,300 \text{ kgm}.$$

La condition de résistance à la fissuration $M = 4\,980 < M_f = 5\,300$ kgm est assurée.

On calcule ensuite les flèches du panneau d'après la rigidité B comme pour un matériau compact, compte tenu du travail des zones comprimée et tendue du béton et de l'action prolongée d'une partie de la charge. Etant donné que $F'_p = 0$, il se créera des fissures dans la partie supérieure du panneau lors de la précontrainte, pour cette raison les normes exigent que les flèches soient majorées de 15 %.

Déterminons maintenant M_f d'après les moments des noyaux (d'après les formules approximatives prévues par les normes). Pour cela nous allons calculer les caractéristiques géométriques de la section réduite.

Moment statique par rapport à l'arête inférieure de la nervure :

$$S_r = 20 \cdot 35 \cdot 17{,}5 + 120 \cdot 5 \cdot 32{,}5 + 5{,}15 \cdot 2{,}34 \cdot 3 = 31\,700 \text{ cm}^3.$$

Ordonnée du centre de gravité :

$$y = \frac{S_r}{F_r} = \frac{31\,700}{1\,310} = 24{,}1 \text{ cm}.$$

Moment d'inertie de la section réduite :

$$I_r = \frac{20 \cdot 35^3}{12} + 700 \cdot 6{,}6^2 + \frac{120 \cdot 5^3}{12} + 600 \cdot 8{,}4^2 +$$

$$+ 5{,}15 \cdot 2{,}34 \cdot 21{,}1^2 = 151\,200 \text{ cm}^4.$$

Moment de résistance élasto-plastique pour le bord inférieur de la section :

$$W_0 = \frac{I_r}{y} = \frac{151\,200}{24{,}1} = 6\,280 \text{ cm}^3.$$

Distance jusqu'au point du noyau :

$$r_n = \frac{W_0}{F_r} = \frac{6\,280}{1\,310} = 4{,}8 \text{ cm}.$$

Moment de résistance élasto-plastique d'une section réduite non précontrainte pour le bord inférieur :

$$W_f = \gamma W_0 = 1{,}75 \cdot 6\,280 = 11\,000 \text{ cm}^3.$$

Excentricité de l'effort de compression :

$$e_0 = y - a = 24{,}1 - 3 = 21{,}1 \text{ cm}.$$

Calculons M_f d'après la formule (11.53) :

$$M_f = R_f \cdot W_f + N_0 (e_0 + r_n) = 17{,}7 \cdot 11\,000 + 13\,000\,(21{,}1 + 4{,}8) =$$
$$= 540\,000 \text{ kgcm} = 5\,400 \text{ kgm}.$$

La condition de résistance à la fissuration $M = 4\,980 < M_f = 5\,400$ kgm est donc assurée.

14.10.4. Calcul des panneaux à creux

Examinons un panneau à creux d'une largeur de 220 mm ayant quatre creux ovales de 500 mm de large, aux tables supérieure et inférieure de 30 mm d'épaisseur (fig. 14.73).

Le calcul de la charge par mètre carré du plancher intermédiaire est donné au tableau 14.7.

La charge calculée par mètre courant d'un panneau de 2,2 m de large :

$$q = 2{,}2 \cdot 970 = 2\,120 \text{ kg/m courant}.$$

La charge normalisée par mètre courant du panneau est :

charge de longue durée (c'est-à-dire toute la charge permanente et une partie des surcharges) :

$$g^{norm} = (328 + 500 - 150) \cdot 2{,}2 = 1\,480 \text{ kg/m courant};$$

surcharges qui sollicitent le plancher pendant une courte durée de temps :

$$p^{norm} = 150 \cdot 2{,}2 = 330 \text{ kg/m courant};$$

charge normalisée totale :

$$q^{norm} = 1\,480 + 330 = 1\,810 \text{ kg/m courant}.$$

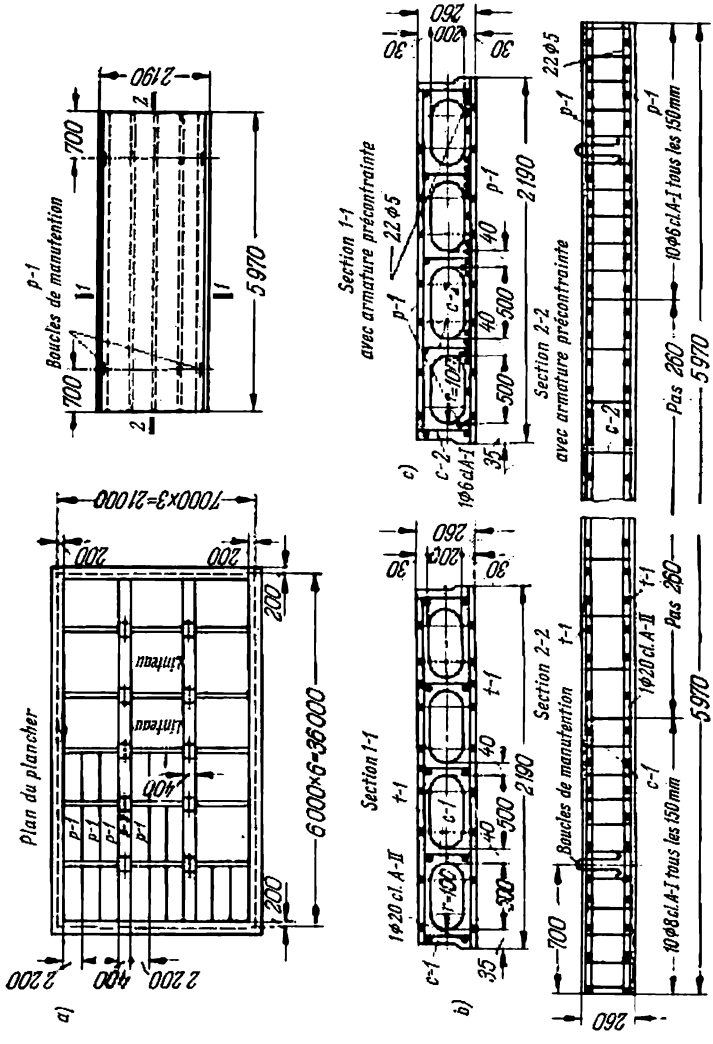


Fig. 14.73. Plancher composé de panneaux à creux ovales

a — plan du plancher ; *b* — ferraillage d'un panneau à creux ovales non précontraint ; *c* — *idem*, précontraint ; *t* — treillis ; *c* — carcasse ; *p* — panneau

Tableau 14.7

Charges normalisées et calculées par m² du plancher

Genre de la charge	Charge normalisée, en kg/m²	Coefficient de surcharge	Charge calculée, en kg/m²
Charge permanente			
Poids propre du panneau à creux	210	1,1	231
Mortier de ciment 40 mm	88	1,2	105,6
Plancher à carreaux	30	1,1	33
Total	328		appr. 370
Surcharges	500	1,2	600
Charge totale calculée	370+600=970 kg/m²		

Moment fléchissant et effort tranchant dus à la charge calculée (pour le calcul de la résistance):

$$M=\frac{ql_0^2}{8}=\frac{2\,120\cdot 5{,}9^2}{8}=9\,200 \text{ kgm};$$

$$Q=\frac{ql_0^2}{2}=\frac{2\,120\cdot 5{,}9}{2}=6\,260 \text{ kg}.$$

Moments fléchissants dus à la charge normalisée (pour le calcul des flèches et de la résistance à la fissuration):

action de la charge normalisée totale:

$$M=\frac{1\,810\cdot 5{,}9^2}{8}=7\,890 \text{ kgm},$$

action de la charge normalisée de longue durée:

$$M=\frac{1\,480\cdot 5{,}9^2}{8}=6\,460 \text{ kgm}.$$

Données de calcul. Le béton et l'armature sont les mêmes que pour les panneaux à nervures.

Détermination de la hauteur de la section du panneau. En se basant sur la nécessité d'assurer la résistance et la rigidité requises, on détermine la hauteur de la section du panneau d'après la formule (14.1):

$$h=\frac{18\cdot 590\cdot 2\,700}{2{,}1\cdot 10^6}\cdot\frac{1\,480\cdot 2+330}{1\,810}=25 \text{ cm}.$$

Admettons $h = 26$ cm; alors $h_0 = 23$ cm. La largeur totale des nervures de la section avec quatre creux de 500 mm de largeur chacun est égale à $b = 220 - 4 \cdot 50 = 20$ cm. Dans ce cas la largeur d'une nervure est égale à $\frac{20}{5} = 4$ cm.

La section adoptée du panneau satisfait à la condition

$$Q = 6\,260 < 0{,}25 R_{fl} b h_0 = 0{,}25 \cdot 100 \cdot 20 \cdot 23 = 11\,500 \text{ kg}.$$

Calcul de la résistance des sections normales. Le rapport $\frac{h'_t}{h} = \frac{3}{26} = 0{,}115 > 0{,}1$, on introduit dans le calcul toute la largeur nominale $b'_t = 220$ cm de la table de la section en T (les joints entre les panneaux doivent être remplis de béton).

Calculons:

$$A_0 = \frac{920\,000}{100 \cdot 220 \cdot 23^2} = 0{,}079.$$

Au tableau 5.3 trouvons $\alpha = 0{,}0825$, $\gamma_0 = 0{,}96$. La hauteur de la zone comprimée $x = \alpha h_0 = 0{,}0825 \cdot 23 = 1{,}9$ cm $< h'_t = 3$ cm; l'axe neutre passe dans les limites de la table comprimée.

La section de l'armature longitudinale:

$$F_a = \frac{M}{R_a \gamma_0 h_0} = \frac{920\,000}{2\,700 \cdot 0{,}96 \cdot 23} = 15{,}5 \text{ cm}^2.$$

Admettons 5 barres de 20 mm de diamètre de la classe A-II avec $F_a = 15{,}7$ cm^2 (+1,3 %).

Calcul de la résistance des sections inclinées. Vérifions si l'armature transversale doit être calculée:

$$Q = 6\,260 > R_{tr} b h_0 = 72 \cdot 20 \cdot 23 = 3\,320 \text{ kg};$$

l'armature transversale est à calculer.

L'armature placée dans chaque nervure longitudinale est constituée d'une barre longitudinale principale de 20 mm de diamètre à laquelle sont soudés, d'un seul côté, les étriers. En tenant compte du procédé de soudure par points, le diamètre des étriers ne doit pas être plus de 8 mm; alors

$$f_{ét} = 0{,}5 \text{ cm}^2, \quad h = 5, \quad F_{ét} = 5 \cdot 0{,}5 = 2{,}5 \text{ cm}^2.$$

Calculons maintenant d'après la formule (6.15) l'effort courant sollicitant les étriers:

$$q_{ét} = \frac{(6\,260 + 1\,700 \cdot 2{,}5^2)}{0{,}6 \cdot 100 \cdot 20 \cdot 23^2} = 173 \text{ kg/cm-courant}.$$

Déterminons le pas des étriers suivant les trois conditions :

1) $u = \frac{R_a . \acute{e}t f_{\acute{e}t} h}{q_{\acute{e}t}} = \frac{1\,700 \cdot 2{,}5}{173} = 24{,}5$ cm ;

2) $u = \frac{0{,}1 R_{fl} b h_0^2}{Q} = \frac{0{,}1 \cdot 100 \cdot 20 \cdot 23^2}{6\,260} = 16{,}9$ cm ;

3) $u \leqslant 15$ cm en partant des considérations constructives.

Pour les secteurs voisins des appuis de $l/4$ de longueur admettons définitivement le pas u des étriers égal à 15 cm.

Calcul de la table supérieure à la flexion locale. La portée calculée $l = 50$ cm. La charge calculée par m² de la table supérieure, compte tenu du poids propre de la table de 3 cm d'épaisseur, est la suivante :

permanente	220 kg/m²
surcharges	600 kg/m²
charge totale q =	820 kg/m²

Le moment fléchissant de la table vaut :

$$M = \frac{820 \cdot 0{,}5^2}{11} = 18{,}6 \text{ kgm.}$$

Choix de la section de l'armature principale :

$$h_0 = \frac{h'_t}{2} = 1{,}5 \text{ cm}; \; b = 100 \text{ cm};$$

$$A_0 = \frac{1\,860}{100 \cdot 100 \cdot 1{,}5^2} = 0{,}078 ;$$

$$F_a = \frac{1\,860}{3\,150 \cdot 0{,}96 \cdot 1{,}5} = 0{,}396 \text{ cm}^2.$$

Admettons un treillis soudé en fil d'acier étiré à froid avec barres principales et barres de répartition de 3 mm de diamètre, espacées de 17,5 cm ; $F_a = 0{,}40$ cm².

Calcul des flèches d'un panneau à creux. Réduisons la section d'un panneau à creux à une section équivalente en double T d'après les indications du chapitre 14. Remplaçons les creux ovales par des creux rectangulaires de la même section et du même moment d'inertie.

La section du creux ovale :

$$F = \frac{3{,}14 \cdot 20^2}{4} + 30 \cdot 20 = 914 \text{ cm}^2.$$

Le moment d'inertie du creux ovale :

$$I = \frac{30 \cdot 20^3}{12} + \frac{3{,}14 \cdot 20^4}{64} = 27\,850 \text{ cm}^4.$$

La hauteur du creux rectangulaire équivalent :

$$h_1 = \sqrt{\frac{12I}{F}} = \sqrt{\frac{12 \cdot 27\,850}{914}} = 19{,}2 \text{ cm}.$$

La largeur du creux rectangulaire équivalent :

$$b_1 = \frac{F}{h_1} = \frac{914}{19{,}2} = 47{,}75 \text{ cm} \approx 48 \text{ cm}.$$

La largeur d'une nervure de la section en double T équivalente :

$$b = 220 - 4 \cdot 48 = 28 \text{ cm}.$$

La hauteur des tables supérieure et inférieure de la section en double T équivalente :

$$h_t' = h_t = \frac{26 - 19{,}2}{2} = 3{,}4 \text{ cm}.$$

Le moment de résistance élasto-plastique de la section en double T en béton, calculé avant la formation des fissures selon les formules (7.5) à (7.10), sera $W_{b.f} = 19\,450$ cm^3.

Calculons le moment correspondant à la formation des fissures dans une section en béton :

$$M_{b.f} = 0{,}8 W_{b.f} R_{tr}^{norm} = 0{,}8 \cdot 19\,450 \cdot 16 = 245\,000 \text{ kgcm} = 2\,450 \text{ kgm}.$$

Pour pouvoir calculer les flèches, déterminons les paramètres généraux d'une section en béton armé d'après les formules (7.21) et (7.24) :

$$\mu = \frac{15{,}70}{28 \cdot 23} = 0{,}0243 ; \quad n = \frac{2 \cdot 1 \cdot 10^6}{2{,}65 \cdot 10^5} = 7{,}90 ;$$

$$\gamma' = \frac{(220 - 28) \cdot 3{,}4}{28 \cdot 23} = 1{,}015 ;$$

$$T = 1{,}015 \left(1 - \frac{3{,}4}{2 \cdot 23}\right) = 0{,}94.$$

Calculons séparément f_1, f_2, f_3.

a) Flèche f_1 due à l'action de courte durée de toute la charge normalisée.

Calculons d'après la formule (7.23a) :

$$L = \frac{789\,000}{180 \cdot 28 \cdot 23^2} = 0{,}296.$$

Calculons d'après la formule (7.23) la hauteur relative de la zone comprimée de la section fissurée :

$$\xi = \frac{1}{1{,}8 + \frac{1 + 5(0{,}2 \cdot 96 + 0{,}94)}{10 \cdot 0{,}0243 \cdot 7{,}90}} = 0{,}184.$$

La hauteur de la zone comprimée $x = \xi h_0 = 0{,}184 \cdot 26 = 4{,}8$ cm $>$ $> 3{,}4$ cm.

Calculons le bras de levier du couple des forces intérieures dans la section fissurée, après avoir calculé $\delta'_t = \frac{h'_t}{h_0} = \frac{3{,}4}{23} = 0{,}184$:

$$z_1 = 23\left[1 - \frac{0{,}184^2 + 1{,}015 \cdot 0{,}148}{2\,(0{,}184 + 1{,}015)}\right] = 21{,}3 \text{ cm}.$$

Calculons la valeur de ψ_a d'après la formule (7.2) :

$$\psi_a = 1{,}3 - 1{,}1 \cdot \frac{2\,450}{7\,890} = 0{,}96.$$

La rigidité de la section, lorsque $\psi_b = 0{,}9$, $\nu = 0{,}5$ et $F_b = (0{,}154 + 1{,}015) \cdot 26 \cdot 23 = 700$ cm^2, selon la formule (7.1), est égale à

$$B = \frac{23 \cdot 21{,}3}{\frac{0{,}96}{2{,}1 \cdot 10^6 \cdot 15{,}7} + \frac{0{,}9}{0{,}5 \cdot 2{,}65 \cdot 10^5 \cdot 700}} = 12{,}8 \cdot 10^9 \text{ kgcm}^2.$$

Calculons maintenant la flèche d'après la formule (7.31)

$$f = sl^2 = \frac{M}{B} = \frac{5}{48} \cdot 590^2 \cdot \frac{789\,000}{12{,}8 \cdot 10^9} = 2{,}21 \text{ cm}.$$

b) Flèche initiale (de courte durée) f_2 due à l'action prolongée de la charge normalisée.

Les valeurs de ξ et z_1 ne varient pratiquement pas ; aussi peut-on admettre qu'elles sont les mêmes que pour le calcul de la flèche f_1.

Calculons d'après la formule (7.2) :

$$\psi_a = 1{,}3 - 1{,}1 \frac{2\,450}{6\,460} = 0{,}89.$$

La rigidité de la section, quand $\psi_b = 0{,}9$, $\nu = 0{,}5$ et $F_b = (0{,}166 + 1{,}015) \cdot 28 \cdot 23 = 760$ cm^2, est égale à

$$B = \frac{23 \cdot 21{,}3}{\frac{0{,}89}{2{,}1 \cdot 10^6 \cdot 15{,}7} + \frac{0{,}9}{0{,}5 \cdot 2{,}65 \cdot 10^6 \cdot 760}} = 13{,}4 \cdot 10^9 \text{ kgcm}^2.$$

Calculons maintenant la flèche f_2 :

$$f_2 = \frac{5}{48} \cdot 590^2 \frac{646\,000}{13 \cdot 4 \cdot 10^9} = 1{,}75 \text{ cm}.$$

c) Flèche f_3 due à l'action prolongée de la charge normalisée.

Admettons que les valeurs de ξ et z_1 sont les mêmes que celles ci-dessus. Calculons :

$$\psi_a = 1{,}3 - 0{,}8 \frac{2\,450}{6\,460} = 1{,}0.$$

La rigidité de la section, quand $\psi_b = 0{,}9$, $\nu = 0{,}15$ et $F_b = 760$ cm², est égale à

$$B = \frac{23 \cdot 21{,}2}{\frac{1{,}0}{2{,}1 \cdot 10^6 \cdot 15{,}7} + \frac{0{,}9}{0{,}15 \cdot 2{,}65 \cdot 10^5 \cdot 760}} = 8{,}47 \cdot 10^9 \text{ kgcm}^2.$$

Calculons la flèche f_3 :

$$f_3 = \frac{5}{48} \cdot 590^2 \cdot \frac{646\,000}{848 \cdot 10^9} = 2{,}77 \text{ cm}.$$

d) Flèche totale du panneau (avec le coefficient 0,8 qui tient compte de l'influence de la forme de la section à creux sur la flèche du panneau) :

$$f = 0{,}8\,(2{,}26 - 1{,}75 + 2{,}77) = 2{,}62 \text{ cm}.$$

La flèche relative du panneau :

$$\frac{f}{l_0} = \frac{2{,}62}{590} = \frac{1}{224} < \frac{1}{200}.$$

Calcul à la fissuration. Le moment élasto-plastique de résistance d'une section en double T en béton armé, avant la fissuration, est égal à $W_f = 26\,000$ cm³ d'après les formules (7.5) et (7.7).

Déterminons le moment de résistance élasto-plastique d'une section en T en béton armé après la formation des fissures d'après la formule (7.25) :

$W_a = F_a z_1 = 15{,}7 \cdot 21{,}3 = 334$ cm³ (le calcul de z_1 voir plus haut).

Faisons le calcul de la distance l_f entre les fissures d'après la formule (2.56), ayant préalablement calculé k_1 et u :

$$k_1 = \frac{W_f}{nW_a} - 2 = \frac{26\,000}{7{,}9 \cdot 334} - 2 = 7{,}8 ;$$

$$u = \frac{F}{S} = \frac{d}{4} = \frac{2}{4} = 0{,}5 ;$$

$$l_f = k_1 n u \eta = 7{,}8 \cdot 7{,}9 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}7 = 21{,}7 \text{ cm}.$$

Calculons séparément a_{f1}, a_{f2}, a_{f3}.

a) Ouverture des fissures a_{f1} due à l'action de courte durée de toute la charge normalisée.

Déterminons la contrainte de l'armature principale :

$$\sigma_a = \frac{M}{W_a} = \frac{7\,890}{334} = 2\,360 \text{ kg/cm}^2.$$

Calculons maintenant l'ouverture des fissures d'après la formule (2.56) :

$$a_{f1} = \psi_a \frac{\sigma_0}{E_a} l_f = 0{,}96 \frac{2\,360}{2{,}1 \cdot 10^6} \cdot 21{,}7 = 0{,}0234 \text{ cm} = 0{,}234 \text{ mm}.$$

b) Ouverture initiale des fissures (de courte durée) a_{f2} *due à l'action prolongée de la charge normalisée.*

Calculons la contrainte de l'armature principale :

$$\sigma_a = \frac{646\,000}{334} = 1\,940 \text{ kg/cm}^2;$$

$$a_{f2} = 0{,}89 \cdot \frac{1\,940}{21 \cdot 10^6} \cdot 21{,}7 = 0{,}0178 \text{ cm} = 0{,}178 \text{ mm}.$$

c) Ouverture des fissures a_{f3} *due à l'action prolongée de la charge normalisée.*

Calculons la contrainte de l'armature principale :

$$\sigma_a = 1\,940 \text{ kg/cm}^2;$$

$$a_{f3} = 1 \cdot \frac{1\,940}{2{,}1 \cdot 10^6} \cdot 21{,}7 = 0{,}020 \text{ cm} = 0{,}2 \text{ mm}.$$

d) Ouverture totale des fissures :

$$a_f = 0{,}234 - 0{,}178 + 0{,}2 = 0{,}256 < 0{,}3 \text{ mm}.$$

On calcule ensuite la fissuration des sections inclinées.

14.10.5. Calcul d'un panneau à creux précontraint

L'armature d'un panneau à creux est faite en fils d'acier de haute résistance de $d = 5$ mm, $R_a = 9\,500$ kg/cm², $R_a^{norm} = 15\,000$ kg/cm². Le béton est de qualité 400. $R_{fl} = 210$ kg/cm²; $R_f = 17{,}5$ kg/cm². Le rapport des modules $n = 5{,}15$. Le panneau appartient à la deuxième catégorie de résistance à la fissuration; les dimensions de la section et toutes les autres données sont les mêmes que pour le panneau creux ordinaire calculé ci-dessus (v. fig. 14.73).

On demande de choisir la section de l'armature longitudinale et vérifier la résistance à la fissuration.

Choix de la section de l'armature longitudinale

Calculons :

$$A_0 = \frac{920\,000}{210 \cdot 220 \cdot 23^2} = 0{,}038; \quad \gamma_0 = 0{,}98.$$

La section de l'armature principale précontrainte est déterminée comme suit :

$$F_p = \frac{920\,000}{9\,500 \cdot 0{,}98 \cdot 23} = 4{,}35 \text{ cm}^2.$$

Admettons 22 barres de 5 mm de diamètre avec $F_p = 4{,}3$ cm² (—1 %).

(L'armature F'_p n'est pas utilisée).

Vérification de la résistance du panneau à la fissuration. La précontrainte de l'armature, compte tenu de toutes les pertes, est $\sigma_0 = 7\,400$ kg/cm². Pour $m_p = 0{,}9$, $\sigma_0 = 6\,600$ kg/cm² et $N_0 = 6\,600 \cdot 4{,}3 = 28\,700$ kg.

Procédons au calcul du moment de résistance de la section en double T précontrainte, avant la formation des fissures, d'après les formules (11.49) et (11.50):

$$F_r = 28 \cdot 26 + 3{,}4 \cdot 192 \cdot 2 + 5{,}15 \cdot 4{,}3 = 2\,065 \text{ cm}^2;$$

$$x_f = 26\left(1 - \frac{730 + 2 \cdot 652 \cdot 0{,}935}{2 \cdot 2\,065 - 652 + \frac{28\,700}{17{,}5}}\right) = 0{,}615 \cdot 26 = 15{,}9 \text{ cm};$$

$$W_f = 0{,}5 \cdot 28 \cdot 10{,}1 \cdot 31{,}9 + 652 \cdot 19 + \frac{2 \cdot 652}{10{,}1} 14{,}2 \cdot 3{,}6 +$$

$$+ 4{,}3\left(10{,}3 + \frac{6\,600}{17{,}5}\right) 17{,}7 = 53\,000 \text{ cm}^3;$$

$$M_f = R_f W_f = 17{,}5 \cdot 53\,000 = 930\,000 \text{ kgcm} = 9\,300 \text{ kgm}.$$

La condition de résistance à la fissuration $M = 7\,890 < 9\,300$ kgm est observée.

14.10.6. Calcul d'un linteau continu

Le linteau est une poutre continue à trois travées dont les extrémités s'appuient librement sur les murs (fig. 14.74). La portée de la travée centrale du linteau est égale à l'entraxe des poteaux $l = 7$ m, celle de la travée extrême à partir de l'axe de l'appui sur le mur (lorsque la profondeur de l'encastrement est de 30 cm) jusqu'à l'axe des poteaux est $l = 7 - 0{,}2 + \frac{0{,}3}{2} = 6{,}95$ m.

Lorsque dans une travée du linteau il y a plus de quatre nervures des panneaux, la charge des panneaux sur le linteau est considérée uniformément répartie.

Calcul de la charge par mètre courant du linteau

Charge permanente normalisée

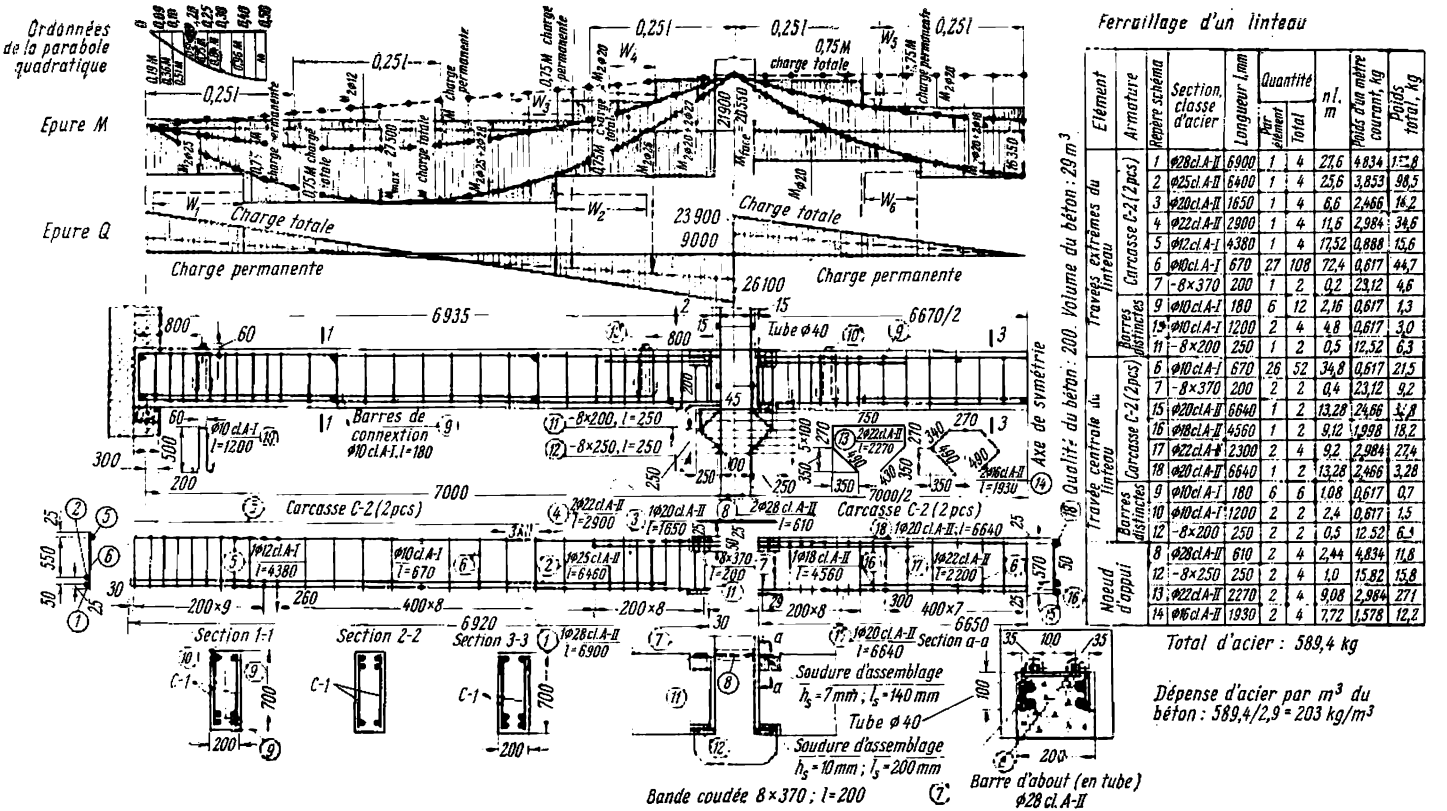
panneaux et plancher $326 \cdot 6 = 1\,968$ kg/m

poids propre du linteau $0{,}2 \cdot 0{,}7 \cdot 2\,500 = 350$ kg/m

$$g^{norm} = 2\,300 \text{ kg/m}.$$

Surcharges normalisées

$$p^{norm} = 500 \cdot 6 = 3\,000 \text{ kg/m}.$$



Ferraillage d'un linteau

Elément	Armature	Repère schéma	Section, classe d'acier	Longueur l mm	Quantité par élément	Quantité Total	nl, m	Poids d'un mètre courant, kg	Poids total, kg
Travées extrêmes du linteau	Carcasse C-2 (2pcs)	1	ø28 cl.A-II	6900	1	4	27,6	4,834	133,8
		2	ø25 cl.A-II	6400	1	4	25,6	3,853	98,5
		3	ø20 cl.A-II	1650	1	4	6,6	2,466	16,2
		4	ø22 cl.A-II	2900	1	4	11,6	2,984	34,6
		5	ø12 cl.A-I	4380	1	4	17,52	0,888	15,6
		6	ø10 cl.A-I	670	27	108	72,4	0,617	44,7
		7	-8×370	200	1	2	0,2	23,12	4,6
	Barres distinctes	9	ø10 cl.A-I	180	6	12	2,16	0,617	1,3
		19	ø10 cl.A-I	1200	2	4	4,8	0,617	3,0
		11	-8×200	250	1	2	0,5	12,52	6,3
Travée centrale du linteau	Carcasse C-2 (2pcs)	6	ø10 cl.A-I	670	26	52	34,8	0,617	21,5
		7	-8×370	200	2	2	0,4	23,12	9,2
		15	ø20 cl.A-II	6640	1	2	13,28	24,66	3,8
		16	ø18 cl.A-II	4560	1	2	9,12	1,998	18,2
		17	ø22 cl.A-II	2300	2	4	9,2	2,984	27,4
		18	ø20 cl.A-II	6640	1	2	13,28	2,466	3,28
	Barres distinctes	9	ø10 cl.A-I	180	6	6	1,08	0,617	0,7
		10	ø10 cl.A-I	1200	2	2	2,4	0,617	1,5
		12	-8×200	250	2	2	0,5	12,52	6,3
Noeud d'appui		8	ø28 cl.A-II	610	2	4	2,44	4,834	11,8
		12	-8×250	250	2	4	1,0	15,82	15,8
		13	ø22 cl.A-II	2270	2	4	9,08	2,984	27,1
		14	ø16 cl.A-II	1930	2	4	7,72	1,578	12,2

Qualité du béton : 200. Volume du béton : 29 m³

Total d'acier : 589,4 kg

Dépense d'acier par m³ du béton : 589,4/2,9 = 203 kg/m³

Fig. 14.74. Ferraillage d'un linteau

Charge totale normalisée

$$q^{\text{norm}} = 2\,300 + 3\,000 = 5\,300 \text{ kg/m}.$$

Charge permanente normalisée

$$g^{\text{norm}} = 2\,300 + 3\,000 - 150 \cdot 6 = 4\,400 \text{ kg/m}.$$

Surcharges normalisées

$$p^{\text{norm}} = 150 \cdot 6 = 900 \text{ kg/m}.$$

Charge calculée

Charge permanente normalisée

panneaux et plancher $370 \cdot 6 = 2\,220$ kg/m

poids propre du linteau $0{,}2 \cdot 0{,}7 \cdot 2\,500 \cdot 1{,}1 = 385$ kg/m

$$g = 2\,600 \text{ kg/m}.$$

Charge utile calculée

$$p = 600 \cdot 6 = 3\,600 \text{ kg/m}.$$

Charge totale calculée

$$q = 2\,600 + 3\,600 = 6\,200 \text{ kg/m}.$$

Détermination des moments fléchissants et des efforts tranchants. Le calcul des moments fléchissants d'un linteau à trois travées pour les différents schémas de mise en charge est donné au tableau 14.8.

Les efforts tranchants sont calculés pour les différents schémas de mise en charge comme suit.

Pour les schémas 1 et 2 :

$$Q_A = (0{,}4 \cdot 2\,600 + 0{,}45 \cdot 3\,600)\,6{,}95 = 19\,000 \text{ kg};$$

$$Q_B^{\text{g}} = -(0{,}6 \cdot 2\,600 + 0{,}55 \cdot 3\,600)\,7{,}95 = -25\,200 \text{ kg};$$

$$Q_B^{\text{dr}} = 0{,}5 \cdot 2\,600 \cdot 7{,}0 = 9\,000 \text{ kg}.$$

Pour les schémas 1 et 3 :

$$Q_A = (0{,}4 \cdot 2\,600 - 0{,}05 \cdot 3\,600)\,6{,}95 = 6\,100 \text{ kg};$$

$$Q_B^{\text{g}} = -(0{,}6 \cdot 2\,600 + 0{,}05 \cdot 3\,600)\,6{,}95 = -12\,300 \text{ kg};$$

$$Q_B^{\text{dr}} = (0{,}5 \cdot 2\,600 + 0{,}5 \cdot 3\,600)\,7{,}0 = 21\,600 \text{ kg}.$$

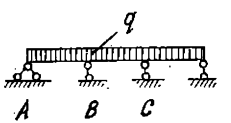
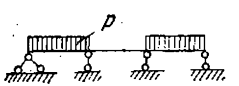
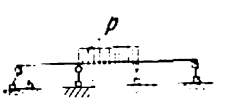
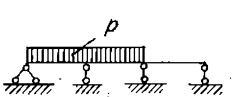
Pour les schémas 1 et 4 :

$$Q_A = (0{,}4 \cdot 2\,600 + 0{,}383 \cdot 3\,600)\,6{,}95 = 16\,700 \text{ kg};$$

$$Q_B^{\text{g}} = -(0{,}6 \cdot 2\,600 + 0{,}617 \cdot 3\,600)\,6{,}95 = -26\,100 \text{ kg};$$

$$Q_B^{\text{dr}} = (0{,}5 \cdot 2\,600 + 0{,}583 \cdot 3\,600)\,7{,}0 = 23\,900 \text{ kg}.$$

Tableau 14.8

n° du schéma de mise en charge	Schéma de mise en charge	Moments fléchissants, kgm		
		M_1	M_2	M_3
1		$0{,}08 \cdot 260 \cdot 6{,}95^2 = 10\,500$	$0{,}025 \cdot 2\,600 \cdot 7^2 = 3\,150$	$-0{,}1 \cdot 2\,600 \cdot \left(\frac{6{,}95+7}{2}\right)^2 = -12\,900$
2		$0{,}100 \cdot 3\,600 \cdot 6{,}95^2 = 18\,550$	$-0{,}05 \cdot 3\,600 \cdot 7^2 = -8\,820$	$-0{,}05 \cdot 3\,600 \cdot \left(\frac{6{,}95+7}{2}\right)^2 = -9\,000$
3		$-0{,}025 \cdot 3\,600 \cdot 6{,}95^2 = -4\,600$	$0{,}075 \cdot 3\,600 \cdot 7^2 = 13\,200$	$-0{,}05 \cdot 3\,600 \cdot \left(\frac{6{,}95+7}{2}\right)^2 = -9\,000$
4		12 450	9 475	$-0{,}117 \cdot 3\,600 \cdot \left(\frac{6{,}95+7}{2}\right)^2 = -21\,100$
5	Le plus désavantageux	$10\,500 + 18\,555 = 29\,050$	$3\,150 + 13\,200 = 16\,350$ $3\,150 - 8\,820 = -5\,670$	$-12\,900 - 21\,100 = -34\,000$

Le calcul du linteau se fait en tenant compte de la nouvelle répartition des moments.

En guise d'épure des moments égalisés adoptons l'épure M correspondant aux schémas de mise en charge 1 et 2 ou bien 1 et 3 pour lesquels les moments dans les travées sont maximaux. Dans ce cas le moment calculé sur appui est

$$M = -12\,900 - 9\,000 = -21\,900 \text{ kgm},$$

et au nu du poteau, lorsque $h_{pot} = 30$ cm, il est :

$$M = -21\,900 + 9\,000\frac{0,3}{2} = -20\,550 \text{ kgm}.$$

Pour les schémas 1 et 4 le moment d'appui calculé (maximal) au nu du poteau est

$$M = -34\,000 + 23\,900\,\frac{0,3}{2} = -30\,400 \text{ kgm}.$$

Par conséquent, le moment d'appui au nu du poteau, calculé d'après le schéma élastique dans l'hypothèse des moments égalisés, diminue de

$$\frac{30\,400 - 20\,550}{30\,400}\,100 = 32,3\ \%,$$ ce qui est admissible.

Données de calcul. Le béton est de qualité 200 avec $R_{fl}^{norm} = 180$ kg/cm², $R_{fl} = 100$ kg/cm², $R_{tr}^{norm} = 16$ kg/cm², $R_{tr} = 7,2$ kg/cm².

Armature : carcasses soudées composées de barres principales longitudinales et d'étriers en acier de la classe A-II, $R_a = 2\,700$ kg/cm², $R_{a.\,ét} = 2\,150$ kg/cm² ; pièces d'attache, boucles de levage, etc., en acier de la classe A-I, $R_a = 2\,100$ kg/cm².

Détermination de la hauteur de la section du linteau. La hauteur de la section du linteau est déterminée d'après le moment d'appui au nu du poteau, lorsque $\alpha \approx 0,3$ et $r_0 = 2$ (étant donné que, sur appui, le moment égalisé est déduit de la condition de formation d'une rotule plastique) ; ensuite elle est vérifiée d'après le moment de travée maximal de manière que les conditions $\alpha \leqslant 0,55$ et $A_0 \leqslant 0,4$ soient remplies.

Calculons h_0 pour $b = 20$ cm :

$$h_0 = 2\sqrt{\frac{M}{R_{fl}b}} = 2\sqrt{\frac{2\,055\,000}{100 \cdot 20}} = 65 \text{ cm}.$$

Posons $h = h_0 + a = 65 + 6 = 71$ cm. Admettons $h = 70$ cm, alors $h_0 = 64$ cm.

Vérifions la section du linteau d'après le moment en travée :

$$A_0 = \frac{M}{R_{fl}bh_0^2} = \frac{2\,905\,000}{100 \cdot 20 \cdot 64^2} = 0,366 < 0,4.$$

Vérifions, en outre, la condition $Q = 26\,100 \leqslant 0{,}25.\ R_{fl} b h_0 = 0{,}25 \cdot 20 \cdot 64 \cdot 100 = 32\,000$ kg; la condition est satisfaite.

Choix de la section de l'armature longitudinale d'après les moments fléchissants. Section dans la première travée.

Pour $A_0 = 0{,}366$, $\gamma_0 = 0{,}76$ calculons:

$$F_a = \frac{M}{R_a \gamma_0 h_0} = \frac{2\,905\,000}{2\,700 \cdot 0{,}76 \cdot 64} = 22{,}3 \text{ cm}^2.$$

Admettons 2 ∅ 25 A-II + 2 ∅ 28 A-II avec $F_a = 22{,}14$ cm² (—0,7 %).

Section dans la travée centrale

Etant donné

$$A_0 = \frac{1\,635\,000}{100 \cdot 20 \cdot 64^2} = 0{,}206,\ \gamma_0 = 0{,}880,$$

$$F_a = \frac{1\,635\,000}{2\,700 \cdot 0{,}88 \cdot 64} = 10{,}75 \text{ cm}^2.$$

Admettons 2 ∅ 20 A-II + 2 ∅ 18 A-II avec $F_a = 11{,}37$ cm² (+5 %).

L'armature supérieure dans la travée (eu égard au moment négatif) est adoptée en traçant l'épure des matériaux; on admet 2 ∅ 20 A-II avec $F_a = 6{,}28$ cm².

Section sur appui

$$\text{Avec } A_0 = \frac{2\,055\,000}{100 \cdot 20 \cdot 64^2} = 0{,}25,\ \gamma_0 = 0{,}854,$$

$$F_a = \frac{2\,055\,000}{2\,700 \cdot 0{,}854 \cdot 64} = 14{,}0 \text{ cm}^2.$$

Admettons du côté de la première travée 2 ∅ 28 A-II + +2 ∅ 12A-II avec $F_a = 14{,}58$ cm² (+ 4,1 %) et du côté de la travée centrale 2 ∅ 22 A-II avec $F_a = 13{,}88$ cm² (—0,9 %).

Calcul des sections inclinées aux efforts tranchants

Section sur le premier appui intermédiaire de gauche

Vérifions la condition $Q_B^g = 26\,100$ kg $> R_{tr} b h_0 = 7{,}2 \cdot 20 \cdot 64 = 9\,200$ kg. Le calcul démontre que les barres transversales sont nécessaires.

L'armature principale longitudinale de 28 mm de diamètre étant disposée d'un seul côté de la carcasse, les conditions de soudure nécessitent que le diamètre $d_{ét}$ des étriers soit de l'ordre de $\frac{d}{3} = \frac{28}{3} \approx 10$ mm, leur section $f_{ét} = 0{,}785$ cm². Le nombre de carcasses $n = 2$.

Calculons :

$$q_{\text{ét}} = \frac{(26\,100 + 2\,150 \cdot 0{,}785 \cdot 2)^2}{0{,}6 \cdot 20 \cdot 64^2 \cdot 100} = 1\,800 \text{ kg/cm}.$$

Déterminons les pas des étriers suivant les trois conditions :

1) $u = \frac{2\,150 \cdot 0{,}785 \cdot 2}{180} = 19$ cm ;

2) $u = \frac{0{,}1 \cdot 100 \cdot 20 \cdot 64^2}{26\,940} = 30$ cm ;

3) $u = \frac{70}{3} = 23{,}3$ cm.

Pour les secteurs voisins des appuis de $l/4$ de longueur admettons le pas des étriers égal à 20 cm et dans la partie centrale de la travée sur une longueur $l/2$, le pas sera 40 cm $< \frac{3}{4}h = 52{,}5$ cm.

Section sur l'appui extrême

$$Q_A = 18\,960 \text{ kg} > 9\,200 \text{ kg},$$

d'où l'on conclut que les étriers doivent être calculés.

Etant donné que pour l'appui extrême et le premier appui intermédiaire de gauche on utilise la même carcasse, $d_{\text{ét}} = 10$ mm.

L'armature principale longitudinale passe au-delà du bord de l'appui libre de 29 cm (le linteau est encastré à 30 cm dans le mur) ; c'est ainsi que la condition d'ancrage de l'armature longitudinale est observée

$$l_{\text{encastr}} = 10 \cdot d = 10 \cdot 2{,}8 = 28 \text{ cm} < 29 \text{ cm}$$

(dans le cas où cette condition n'est pas observée, il est indispensable d'augmenter, près de l'appui, la section des étriers).

Faisons le calcul :

$$q_{\text{ét}} = \frac{(19\,000 + 2\,150 \cdot 0{,}785 \cdot 2)^2}{0{,}6 \cdot 20 \cdot 64^2 \cdot 100} = 102 \text{ kg/cm}.$$

Déterminons le pas des étriers :

1) $u = \frac{2\,150 \cdot 0{,}785 \cdot 2}{102} = 33{,}5$ cm ;

2) $u = \frac{0{,}1 \cdot 100 \cdot 20 \cdot 64^2}{18\,960} = 42{,}5$ cm ;

3) $u = \frac{70}{3} = 23{,}3$ cm.

Admettons pour les secteurs voisins des appuis d'une longueur $l/4$ un pas $u = 20$ cm.

Section sur le premier appui intermédiaire de droite $Q_B^{dr} = 23\,900$ kg ; $d_{ét} = 10$ mm ; $n = 2$.

Procédons au calcul :

$$q_{ét} = \frac{(23\,960 + 2\,150 \cdot 0{,}785 \cdot 2)^2}{0{,}6 \cdot 20 \cdot 64^2 \cdot 100} = 149 \text{ kg/cm}.$$

Déterminons le pas des étriers :

1) $u = \frac{2\,150 \cdot 0{,}785 \cdot 2}{149} = 22{,}5$ cm ;

2) $u = \frac{0{,}1 \cdot 100 \cdot 20 \cdot 64}{23\,700} = 34{,}5$ cm ;

3) $u = \frac{70}{3} = 23{,}3$ cm.

Admettons un pas $u = 20$ cm.

On procède ensuite au calcul de la fissuration du linteau dans les sections normales et inclinées.

Calcul du joint du linteau avec le poteau. Les linteaux s'appuient sur les consoles en béton armé aménagées sur les poteaux. Dénivellation des centres de gravité des pièces d'attache du linteau sur l'appui :

$$z = 70 - 5 = 65 \text{ cm}.$$

Effort de traction agissant dans le joint du linteau à l'appui :

$$N = \frac{20\,550}{0{,}65} = 31\,500 \text{ kg}.$$

Section des barres d'about supérieures sur appui :

$$F_a = \frac{31\,500}{2\,700} = 11{,}6 \text{ cm}^2.$$

Nous acceptons 2 ∅ 28 A-II avec $F_a = 12{,}32$ cm² (+6 %).

Pour réaliser la fixation des barres d'about, nous adoptons d'avance le joint soudé de hauteur $h_j = \frac{1}{4} 28 = 7$ mm ; d'après la formule (13.17) trouvons :

$$\sum l_j = \frac{1{,}3 \cdot 31\,500}{0{,}85 \cdot 0{,}7 \cdot 1\,400} = 49{,}5 \text{ cm}.$$

Chacune des deux barres est fixée par des soudures bilatérales. Par suite, $l_j = \frac{49{,}5}{2 \cdot 2} = 12{,}4$ cm.

Compte tenu des défauts de soudure :

$$l_j = 13{,}4 \approx 14 \text{ cm}.$$

D'après le minimum constructif :

$$l_j = 5 \cdot d = 5 \cdot 2{,}8 = 14 \text{ cm}.$$

Compte tenu du jeu de 1,5 cm entre le linteau et le poteau, la longueur de la barre d'about sera

$$l = h_{\text{pot}} + 2 \cdot 1{,}5 + 2l_{\text{j}} = 30 + 3 + 28 = 61 \text{ cm}.$$

La section de la plaque de jonction inférieure du linteau (que l'on soude à l'armature longitudinale du linteau) est :

$$F_{\text{pl}} = \frac{31\,500}{2\,100} = 15 \text{ cm}^2.$$

L'épaisseur de la plaque $\delta = \frac{F_{\text{pl}}}{b_{\text{lin}}} = \frac{15}{20} = 0{,}75 \text{ cm} = 7{,}5 \text{ mm}.$

Nous adoptons $\delta = 10$ mm.

La plaque d'appui de la console en béton armé doit avoir la même épaisseur.

La longueur des soudures de fixation du linteau à la plaque d'appui de la console, lorsque $h_{\text{j}} = 10$ mm, sera, selon la formule (13.24) :

$$\sum l_{\text{j}} = \frac{1{,}3\,(31\,500 - 26\,100 \cdot 0{,}15)}{0{,}7 \cdot 1 \cdot 1\,400} = 36{,}5 \text{ cm}.$$

La longueur de la soudure de chaque côté du linteau, compte tenu des défauts de soudure, sera :

$$l_{\text{j}} = \frac{36{,}5}{2} + 1 = 19{,}2 \approx 20 \text{ cm}.$$

En se basant sur des considérations constructives, nous admettons la portée de la console égale à 25 cm. Déterminons les dimensions minimales de la surface d'appui du linteau :

$$l = \frac{Q}{b_{\text{lin}} R_{\text{pr}}} = \frac{26\,100}{20 \cdot 80} = 16{,}2 \text{ cm} < 25 \text{ cm}.$$

Déterminons ensuite la hauteur de la console d'appui d'après la formule (13.20) :

$$h_0 = \frac{6Q}{R_{\text{f}} b} = \frac{6 \cdot 26\,100}{100 \cdot 30} = 52 \text{ cm},$$

$$h = 52 + 3{,}5 = 55{,}5 \text{ cm} ;$$

adoptons $h = 55$ cm et $h_0 = 51{,}5$ cm.

La section nécessaire des barres relevées, pour $\alpha = 45°$, d'après la formule (13.21) :

$$F_{\text{rel}} = \frac{26\,100}{2 \cdot 2\,700 \cdot 0{,}71} = 6{,}8 \text{ cm}^2.$$

Prenons 2 ∅ 22 A-II avec $F_{\text{a}} = 7{,}6$ cm².

Selon la formule (13.18) le moment fléchissant de la console :

$$M_{\text{con}} = \frac{2}{3} \cdot 0{,}25 \cdot 26\,100 = 4\,350 \text{ kgm}.$$

La section de l'armature horizontale fléchie, d'après la formule (13.22), sera :

$$F_a = \frac{1}{2\,700}\left(31\,500 - \frac{43\,500}{0{,}9 \cdot 51{,}5}\right) = 8{,}15 \text{ cm}^2.$$

Nous acceptons 3 ⌀ 20 A-II avec $F_a = 9{,}42$ cm².

Calcul de la résistance du linteau aux charges de montage. Procédons à la vérification de la résistance du linteau au cours du montage (les joints d'appui étant soudés) d'après le moment négatif dans la travée centrale, lorsque les panneaux ne s'appuient que sur les travées extrêmes.

Charges calculées des travées extrêmes :

poids propre du linteau

$$0{,}2 \cdot 0{,}7 \cdot 2\,500 \cdot 1{,}1 = 385 \text{ kg/m};$$

poids des panneaux

$$250 \cdot 6 \cdot 1{,}1 = 1\,650 \text{ kg/m};$$

surcharges lors du montage, compte tenu du coefficient $n = 1{,}3$:

$$100 \cdot 1{,}3 \cdot 6 = 780 \text{ kg/m}.$$

Au total : $q = 385 + 1\,650 + 780 = 2\,735$ kg/m.

Charge calculée dans la travée centrale :

poids propre du linteau avec $n = 0{,}9$

$$0{,}2 \cdot 0{,}7 \cdot 2\,500 \cdot 0{,}9 = 315 \text{ kg/m}.$$

Le moment négatif dans la section calculée de la travée centrale à une distance de l'ordre de 2,5 m de l'appui :

$$M = -0{,}05 \cdot 2\,735 \left(\frac{6{,}95 \cdot 7}{2}\right)^2 + \frac{315}{2} 2{,}5\,(7{,}0 - 2{,}5) = 4\,600 \text{ kgm}.$$

Dans la section calculée l'armature supérieure est 2 ⌀ 20 A-II avec $F_a = 6{,}28$ cm². Alors :

$$\alpha = \frac{6{,}28}{20 \cdot 66} \cdot \frac{2\,700}{100} = 0{,}128\,;\ \gamma_0 = 0{,}94\,;$$

$$M_{sec} = 32\,700 \cdot 6{,}28 \cdot 64 \cdot 0{,}94 = 1\,010\,000 \text{ kgcm} =$$

$$= 10\,100 \text{ kgm} > 4\,600 \text{ kgm},$$

donc, la résistance à la fissuration est assurée.

CHAPITRE 15 FONDATIONS EN BÉTON ARME

15.1. GÉNÉRALITÉS

Les fondations en béton armé sont employées à une vaste échelle pour l'édification des bâtiments industriels et civils. On distingue trois types de fondations : a) semelles isolées (sous chaque poteau) ; b) semelles continues ou filantes (sous des murs porteurs et files de poteaux dans une seule ou dans deux directions) ; c) radiers généraux (sous l'édifice tout entier).

Les semelles isolées sont les plus simples et les plus employées. On les construit pour des charges relativement faibles et lorsque les poteaux sont suffisamment espacés.

Les semelles continues sous les files de poteaux sont envisagées dans les conditions où les semelles des fondations isolées sont proches l'une de l'autre, ce qui a lieu dans le cas des charges considérables et d'un sol tendre. L'utilisation des semelles continues est particulièrement recommandée pour les sols hétérogènes et les charges extérieures différentes, puisqu'elles permettent de niveler l'inégalité de tassement du sol.

On a recours aux radiers généraux lorsque la portance des semelles continues est insuffisante. Les radiers compensent beaucoup mieux les tassements et les dénivellements que les semelles continues. On les utilise pour les sols tendres et hétérogènes et lorsque les charges sont importantes et réparties irrégulièrement.

Le prix de revient des fondations vaut de 4 à 6 % du prix total du bâtiment. Une élaboration soigneuse de la construction des fondations permet d'obtenir une économie remarquable. Pour des bâtiments importants, le choix de la construction des fondations se fait à la suite d'une comparaison du coût, des dépenses de matériaux et de main-d'œuvre, requises pour différentes solutions constructives.

Les fondations peuvent être préfabriquées ou monolithes.

15.2. SEMELLES ISOLÉES SOUS LES POTEAUX

15.2.1. Constructions des semelles préfabriquées

Selon les dimensions, les semelles préfabriquées sont faites d'un seul élément ou en blocs.

Les semelles préfabriquées types d'un seul élément (fig. 15.1) sont de dimensions réduites. Elles sont confectionnées en béton de qualités 150 et 200 et posées sur un lit de sable et gravier damé

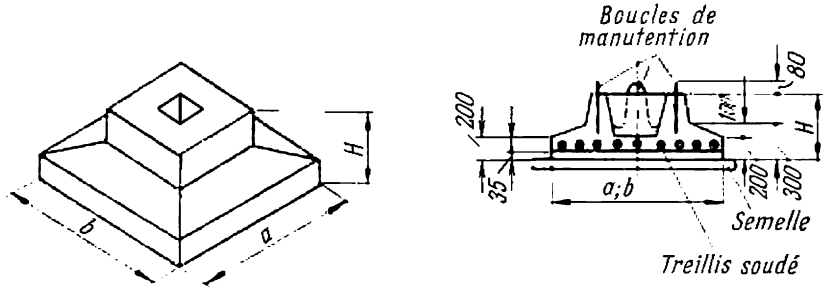


Fig. 15.1. Semelles préfabriquées des poteaux en béton armé

de 10 cm d'épaisseur. Les fondations ne sont armées que dans la semelle, avec des treillis soudés. L'épaisseur minimale de la couche d'enrobage des aciers doit être de 35 mm. S'il n'y a pas de lit de sable et de gravier, la couche d'enrobage doit être supérieure à 70 mm.

Les poteaux préfabriqués sont encastrés dans les logements spéciaux des semelles. La profondeur d'encastrement est prise égale à 1-1,5 h_{pot} (fig. 15.2,*a*). Dans ce cas l'épaisseur de la dalle inférieure du logement ne doit pas être moins de 200 mm. Les jeux minimaux entre le poteau et les parois du logement sont pris égaux à 50 mm en bas et à 75 mm en haut. Lors de la mise en place, le poteau est posé sur des garnitures ou dans un dispositif de guidage ; on le soumet ensuite au dressage et remplit les jeux de béton de qualité 200 à agrégats fins.

Les logements des semelles peuvent être hauts ou bas (fig. 15.2,*b*). Les semelles à logements hauts sont plus convenables parce qu'elles permettent d'achever entièrement les travaux dits travaux du cycle zéro (remblayage, nivellement du plâcher).

Lorsque les semelles ont des dimensions considérables, on les préfabrique en plusieurs blocs assemblés (fig. 15.3). De telles fonda-

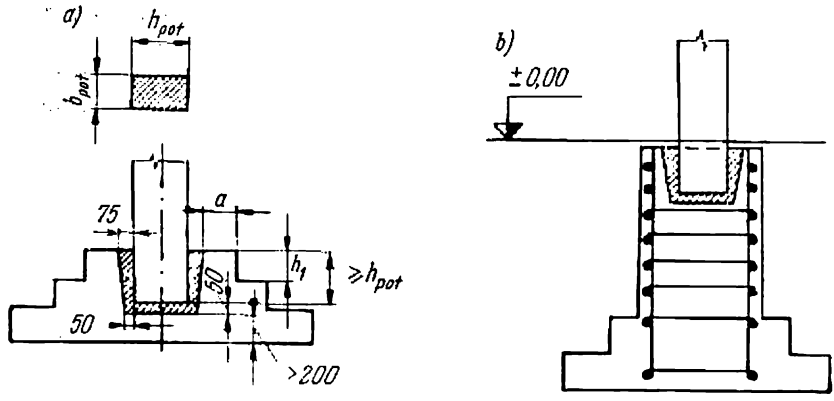


Fig. 15.2. Assemblage des poteaux préfabriqués avec les semelles

tions nécessitent plus de matériaux que celles faites d'un seul élément. C'est pourquoi la construction des semelles en blocs demande encore à être perfectionnée.

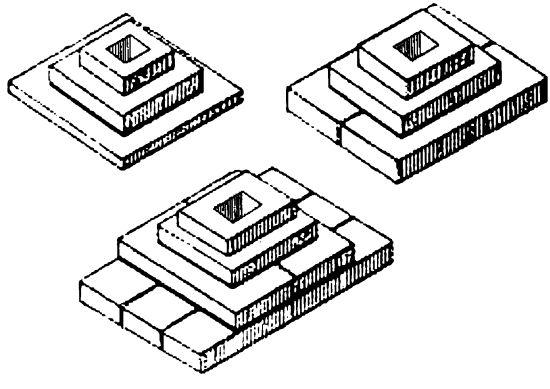


Fig. 15.3. Semelles composées de blocs en béton armé

Les moments et les poussées horizontales étant importants, il est nécessaire d'unir les blocs des semelles préfabriquées les uns aux autres à l'aide de barres en attente, d'ancrages, de garnitures soudées, etc.

15.2.2. Construction des semelles monolithes

Les semelles monolithes sont construites étagées ou en forme de pyramides; les premières sont plus pratiques car leur coffrage est moins compliqué. Les types des semelles agréés par la pratique sont présentés fig. 15.4,*a*,*b*,*c*,*d*. La hauteur totale H de ces semelles est adoptée de manière qu'on n'aurait pas besoin de les armer d'étriers ou de barres relevées. Les principaux efforts de contraction

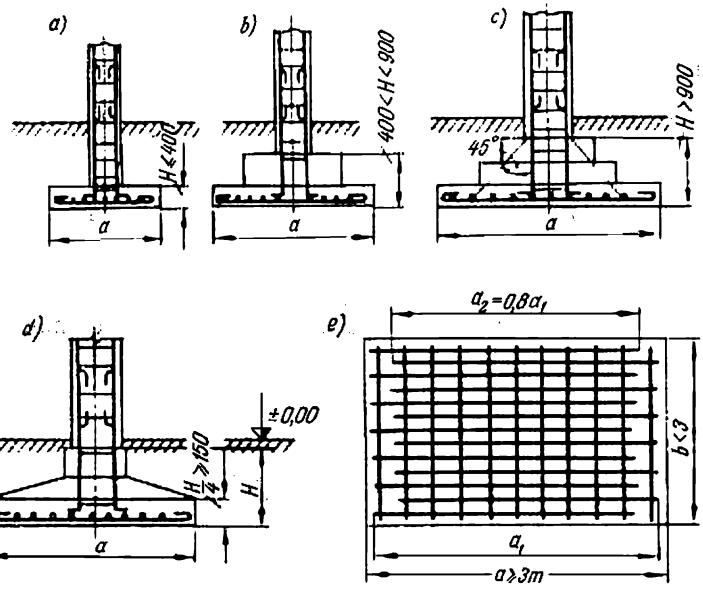


Fig. 15.4. Semelles monolithes à gradins

engendrés par le poteau sont dirigés dans la semelle en s'écartant de la verticale dans les limites de 45°. C'est en tenant compte de cet écart que l'on fixe les dimensions des gradins supérieurs de la semelle. Les semelles monolithes et les semelles préfabriquées ne sont armées que de treillis soudés larges et étroits. Lorsque la dimension d'un côté de la semelle dépasse trois mètres, pour réduire la dépense d'acier, il est permis d'utiliser les treillis dont la moitié de barres s'arrêtent à une distance de $^1/_{10}$ de leur longueur du bord (fig. 15.4,*e*).

Pour assurer le joint de la semelle avec un poteau monolithe on laisse en attente une partie de son armature d'une section égale

à la section calculée de l'armature du poteau du côté de la fondation. Dans la semelle, les barres en attente sont réunies entre elles à l'aide d'étriers de façon à former une carcasse (fig. 15.5,*a*). Les barres en attente en acier profilé sont faites sans crochets et placées sur les garnitures en béton ou en briques. Les armatures lisses en attente sont coudées en bas sous angle droit pour être posées sur le treillis horizontal de la semelle. Le scellement minimal des barres en attente dans la semelle est de $25d$, où d est le diamètre maximal de l'armature longitudinale principale du poteau. Les joints des barres en attente

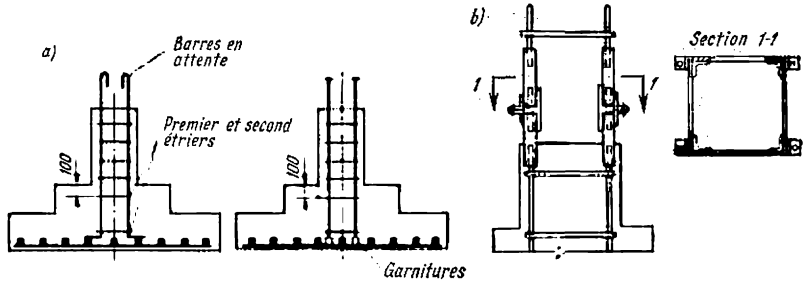


Fig. 15.5. Armatures en attente des semelles

doivent être situés au-dessus du niveau du plancher. Dans le cas des armatures ligaturées, l'armature des poteaux est jointe à l'armature en attente des semelles par recouvrement, sans soudure, suivant les règles générales de construction des joints d'about. Dans les poteaux soumis à la compression simple ou excentrée à faible excentricité ($e_0 \leqslant 0{,}2\ h_0$), l'armature du poteau et l'armature en attente sont jointes à un seul niveau, alors que dans les poteaux soumis à une compression fortement excentrée ($e_0 > 0{,}2\ h_0$) elles sont jointes au moins à deux niveaux de chaque côté. S'il y a trois barres d'un côté de la section du poteau, on joint tout d'abord la barre centrale ; si la section toute entière ne comporte que quatre barres, les joints doivent être obligatoirement soudés.

Pour les armatures soudées, les barres des poteaux sont liées à celles en attente par soudage à l'arc.

La construction du joint doit faciliter la mise en place et la soudure. La fig. 15.5, *b* donne un exemple d'un joint soudé.

Pour faciliter l'appui du coffrage des poteaux monolithes, les dimensions transversales de la partie supérieure des semelles sont augmentées de 50 mm par rapport aux dimensions de la section transversale des poteaux.

15.2.3. Calcul des semelles

On détermine les dimensions de la semelle en calculant la fondation d'après les déformations. On peut ne pas calculer la semelle si la pression moyenne due aux charges normalisées est inférieure à la résistance calculée de la fondation, celle-ci dépendant de la qualité et de l'état du sol ainsi que des dimensions absolues de la semelle et de sa profondeur.

Les autres dimensions de la semelle et son armature sont déterminées de la même façon que pour les éléments en béton armé ordinaires, en tenant compte de la résistance aux efforts engendrés par des charges calculées.

Semelles soumises à une compression simple. Les essais ont révélé que la répartition de pression sur la semelle de la fondation est irrégulière, étant fonction de la rigidité de la fondation, des qualités du sol, de la valeur moyenne de pression (fig. 15.6). Quand on fait le calcul on considère conventionnellement que la pression est uniformément répartie.

La surface requise de la semelle d'une fondation (fig. 15.7) est :

$$F_s = ab = \frac{N^{norm}}{R - \gamma_{moy} H_1}, \qquad (15.1)$$

où N^{norm} est l'effort normalisé agissant sur la semelle ;
R, la résistance calculée du sol ;
H_1, la profondeur de fondation ;
$\gamma_{moy} \approx 2$ t/m^3, le poids apparent moyen du matériau de la fondation et du sol sur les gradins.

Le produit $\gamma_{moy} H_1$ permet de tenir compte, d'une façon approximative, de l'influence du poids propre de la fondation et du sol qu'elle porte sur les dimensions de la semelle. Si on ne prévoit pas de conditions spéciales, les semelles soumises à une compression simple sont généralement carrées ou de forme voisine de celle-ci en plan. Etant donné que N^{norm} n'est pas calculé à part, on peut le déterminer en divisant sa valeur calculée par le coefficient moyen de surcharge n_{moy} égal à 1,15, pour les bâtiments à étages et les bâtiments sans étages sans ponts roulants, et à 1,25 pour les bâtiments sans étages équipés de ponts roulants.

La hauteur minimale d'une fondation à semelle carrée est déterminée en tenant compte de la résistance du béton au poinçonnement, en supposant que le poinçonnement aura lieu suivant la surface d'une pyramide tronquée dont les faces latérales, commençant près des poteaux, sont inclinées sous 45°, c'est-à-dire d'après la formule :

$$P \leqslant 0{,}75 R_{tr} h_0 b_{moy}, \qquad (15.2)$$

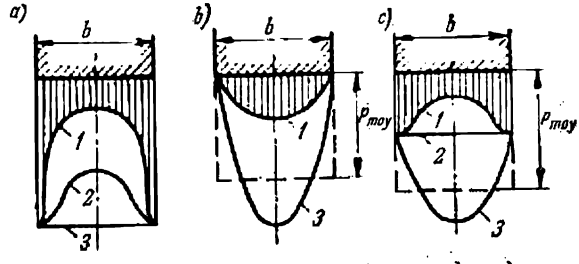
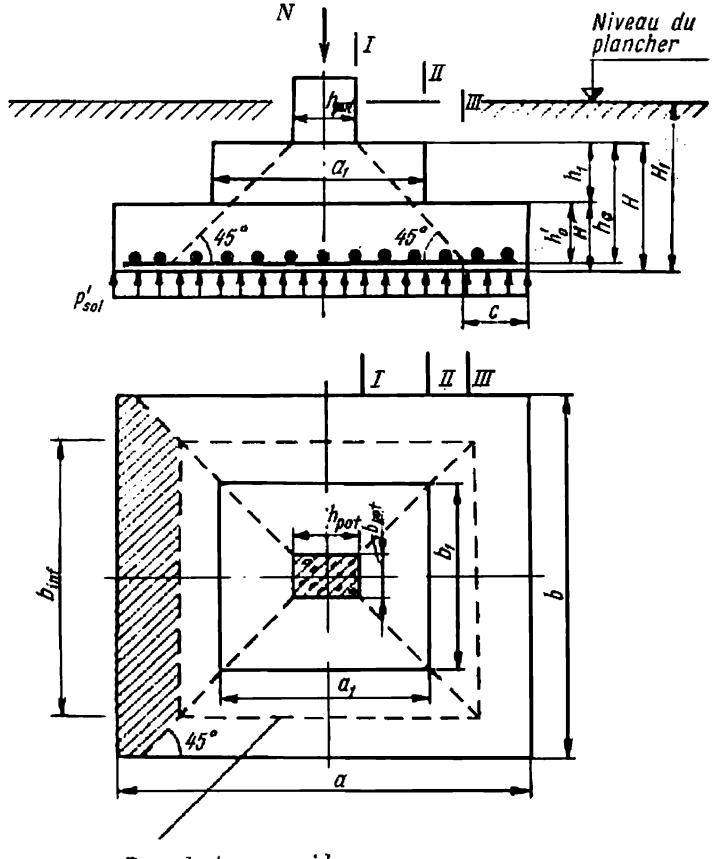


Fig. 15.6. Epures de pression sur le sol

a — sol cohérent; *b* — sol incohérent; c — sol peu cohérent; *1* — période initiale de mise en charge; *2* — période intermédiaire; *3* — période finale



Base de la pyramide de poinçonnement

Fig. 15.7

où R_{tr} est la résistance calculée du béton à la traction;

$b_{moy} = 2\,(h_{pot} + b_{pot} + 2h_0)$, la moyenne arithmétique des périmètres supérieur et inférieur de la pyramide de poinçonnement dans les limites de la hauteur utile h_0 de la semelle;

0,75, le coefficient empirique qui tient compte du caractère conventionnel de la configuration admise.

L'effort de poinçonnement calculé est pris égal à l'effort calculé N, agissant dans la section du poteau au niveau du haut de la semelle, moins la pression du sol s'exerçant sur la surface de la base de la pyramide de poinçonnement:

$$P = N - F_{base} p'_{sol}, \tag{15.3}$$

où

$$p'_{sol} = \frac{N}{F_s};$$

$$F_{base} = (h_{pot} + 2h_0)\,(b_{pot} + 2h_0).$$

La formule (15.3) ne tient pas compte du poids de la semelle ni du poids du sol qu'elle porte puisqu'ils ne participent pas au poinçonnement de la semelle. La hauteur utile de la semelle peut être calculée d'après une formule approximative déduite des expressions (15.2) et (15.3):

$$h_0 = -\frac{h_{pot} + b_{pot}}{4} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{N}{0{,}75R_{tr} + p'_{sol}}}. \tag{15.4}$$

Les fondations à semelle rectangulaire sont aussi calculées au poinçonnement d'après la relation (15.2), en admettant que

$$\left.\begin{aligned} P &= Fp'_{sol}; \\ b_{moy} &= 0{,}5\,(b_{pot} + b_{inf}), \end{aligned}\right\} \tag{15.5}$$

où F est la surface de la partie hachurée de la semelle sur la fig. 15.7;

b_{pot} et b_{inf}, les côtés supérieur et inférieur d'une même face de la pyramide de poinçonnement.

La hauteur totale de la semelle et les dimensions des gradins supérieurs sont déterminées en tenant compte des exigences constructives exposées ci-dessus.

Sous l'effet de la réaction du sol, dirigée du bas vers le haut, les faces extérieures de la semelle travaillent comme des consoles encastrées dans les sections I — I suivant le pan du poteau, II — II suivant le pan du gradin supérieur, III — III suivant le bord de la pyramide de poinçonnement.

La hauteur utile du gradin inférieur est choisie de manière à satisfaire à la condition de résistance à l'effort tranchant en l'absence

d'armature transversale dans la section inclinée commençant dans la section III — III.

L'effort par unité de largeur de cette section:

$$p'_{sol} \cdot c \leqslant R_{tr} h'_0, \tag{15.6}$$

où

$$c = 0{,}5\,(a - h_{pot} - 2h_0).$$

En outre, la hauteur utile du gradin inférieur doit être vérifiée d'après la résistance au poinçonnement à l'aide de la relation (15.2).

Les armatures de la semelle sont déterminées en calculant les sections normales I — I et II — II. Les moments fléchissants calculés dans ces sections sont:

$$\left.\begin{aligned} M_I &= 0{,}125 p'_{sol} (a - h_{pot})^2 b; \\ M_{II} &= 0{,}125 p'_{sol} (a - a_1)^2 b. \end{aligned}\right\} \tag{15.7}$$

La section de l'armature principale pour toute la largeur de la semelle est déterminée en admettant que $z_b = 0{,}9h_0$ et $z'_b = 0{,}9h'_0$:

$$\left.\begin{aligned} F_{aI} &= \frac{M_I}{0{,}9h_0 R_a}; \\ F_{aII} &= \frac{M_{II}}{0{,}9h'_0 R_a}. \end{aligned}\right\} \tag{15.8}$$

Le taux d'armatures dans la section calculée ne doit pas être inférieur au taux admissible pour les éléments fléchis.

Lorsque la semelle est rectangulaire, la section de l'armature doit être calculée dans les deux sens.

Exemple 15.1. Calculer la semelle d'un poteau de 35 × 35 cm soumis à une compression simple; $N^{norm} = 80$ t, $N = 90$ t; béton de qualité 200 ($R_{tr} = 6{,}4$ kg/cm² = 64 t/m²); armature de la classe A-III ($R_a = 3\,400$ kg/cm²); sol aréno-argileux dur ($R = 2{,}5$ kg/cm² = 25 t/m²); profondeur de la fondation 1,75 m.

Solution. La surface de la semelle d'après la formule (15.1):

$$F_s = \frac{80}{25 - 2 \cdot 1{,}75} = 3{,}64 \text{ m}^2.$$

Convenons que les dimensions de la semelle sont 1,9 × 1,9 m et sa surface $F_s = 3{,}61$ m².

La pression du sol d'après l'expression (15.3):

$$p'_{sol} = \frac{90}{1{,}9 \cdot 1{,}9} = 24{,}9 \text{ t/m}^2 = 2{,}49 \text{ kg/cm}^2.$$

La hauteur utile minimale H_{min} de la fondation résulte de la condition de non-poinçonnement suivant l'expression (15.4):

$$h_0 = \frac{0{,}35 + 0{,}35}{4} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{90}{0{,}75 \cdot 64 + 25}} = 0{,}38 \text{ m},$$

d'où

$$H_{min} = h_0 + a = 38 + 4 = 42 \text{ cm}$$

La hauteur minimale de la fondation d'après les exigences constructives (fig. 15.2, *a*) est :

$$H_{\min} = h_{\text{pot}} + 25 \text{ cm} = 35 + 25 = 60 \text{ cm}.$$

Admettons la construction de la semelle conformément à la fig. 15.8.

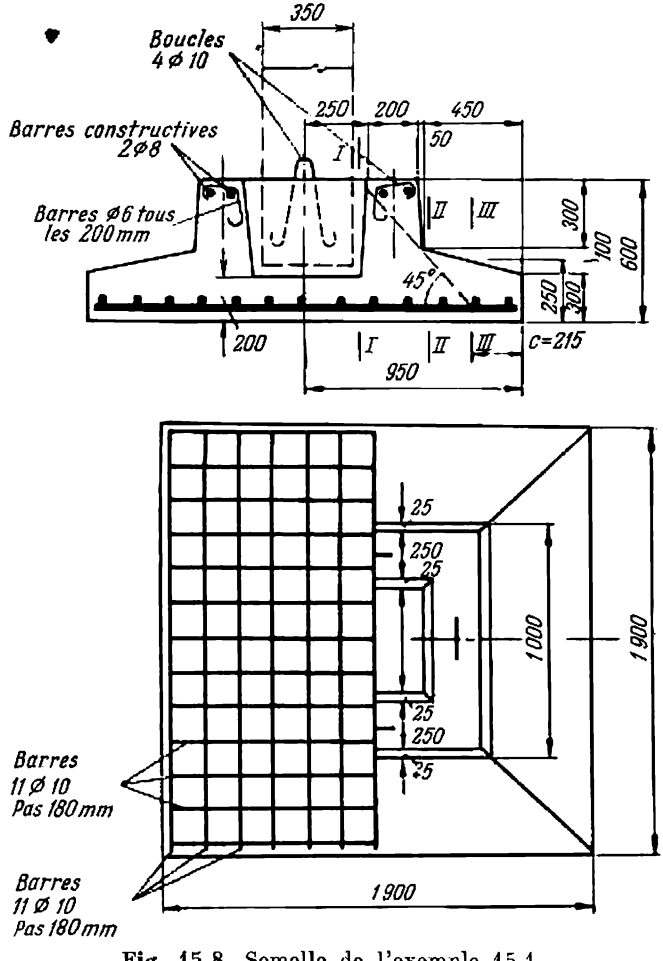


Fig. 15.8. Semelle de l'exemple 15.1.

Vérifions maintenant la résistance du gradin inférieur pour la hauteur utile $h_0' = 30 - 4 = 26$ cm de la section calculée.

a) D'après la relation (15.6):

$$c = 0{,}5\,(190 - 35 - 2 \cdot 56) = 21{,}5 \text{ cm};$$

$$p'_{\text{sol}} \cdot c = 2{,}49 \cdot 21{,}5 = 53{,}6 < R_{\text{tr}} h_0' = 6{,}4 \cdot 2{,}6 = 166 \text{ kg}.$$

b) D'après la relation (15.2), compte tenu de l'expression (15.3) :

$$F_{\text{base}} = (0{,}35 + 2 \cdot 0{,}56)^2 = 2{,}16 \text{ m}^2 ;$$

$$P = 90 - 2{,}16 \cdot 24{,}9 = 36{,}2 \text{ t} ;$$

$$b_{\text{moy}} = 4\,(1 + 0{,}26) = 5{,}04 \text{ m} ;$$

$$P = 36{,}2 < 0{,}75 R_{\text{tr}} h_0' b_{\text{moy}} = 0{,}75 \cdot 64 \cdot 0{,}26 \cdot 5{,}04 = 62{,}8 \text{ t}.$$

Les conditions (15.2) et (15.6) sont satisfaites.

Trouvons les moments fléchissants calculés dans les sections I—I et II—II suivant les formules (15.7) :

$$M_{\text{I}} = 0{,}125 \cdot 2{,}49\,(190 - 35)^2\,190 = 1\,420\,000 \text{ kgcm} ;$$

$$M_{\text{II}} = 0{,}125 \cdot 2{,}49\,(190 - 100)^2\,190 = 480\,000 \text{ kgcm}.$$

La section de l'armature principale d'après les formules (15.8) sera :

$$F_{\text{aI}} = \frac{1\,420\,000}{0{,}9\,(60 - 4)\,3\,400} = 8{,}28 \text{ cm}^2 ;$$

$$F_{\text{aII}} = \frac{480\,000}{0{,}9\,(30 - 4)\,3\,400} = 6{,}05 \text{ cm}^2.$$

Admettons un treillis soudé à l'armature principale allant dans les deux sens et composée de 11 barres de 10 mm de diamètre de la classe A-III dont le pas est de 18 cm ($F_{\text{a}} = 8{,}64$ cm^2). Le taux d'armatures des sections calculées:

$$\mu_{\text{I}} = \frac{8{,}64 \cdot 100}{100\,(60 - 4)} = 0{,}15 \text{ \%} ;$$

$$\mu_{\text{II}} = \frac{8{,}64 \cdot 100}{190\,(30 - 4)} = 0{,}17 \text{ \%},$$

excédant $\mu_{\min} = 0{,}1$ % d'après les normes.

Dans les semelles préfabriquées assemblées en grands blocs (v. fig. 15.3), comme l'ont démontré les essais, au stade intermédiaire de mise en charge l'adhésion du sabot à la dalle se trouve dérangée, après quoi ils travaillent séparément. Cependant, les efforts de frottement entre la dalle et le sabot sont d'une importance sensible. La condition de résistance de la semelle peut être exprimée comme pour une section composée (fig. 15.9):

$$M \leqslant R_{\text{a}}\,(F_{\text{a. d}} z_{\text{d}} + F_{\text{a. sab}} z_{\text{sab}}) + T\,(z_{\text{s}} - z_{\text{d}}), \qquad (15.9)$$

où

$$z_{\text{d}} = h_{0\,\text{d}} - 0{,}5 x_{\text{d}} ; \quad z_{\text{sab}} = h_{0\,\text{sab}} - 0{,}5 x_{\text{sab}} ;$$

$$z_{\text{s}} = h_{0\,\text{s}} - 0{,}5 x_{\text{sab}} ;$$

$$x_{\text{d}} = \frac{R_{\text{a}} F_{\text{a. d}} - T}{R_{\text{fl}} b_{\text{d}}} ; \quad x_{\text{sab}} = \frac{R_{\text{a}} F_{\text{a. sab}} + T}{R_{\text{fl}} b_{\text{sab}}}.$$

Dans une section quelconque la force de frottement

$$T_h = \alpha_h \beta f N, \qquad (15.10)$$

α_h étant le rapport, pour la section considérée, de la partie extérieure du volume de l'épure des forces de frottement au volume total de cette épure;

$\beta \approx 0{,}7$, le coefficient qui tient compte de la composante de la force de frottement normale à la section;

$f \approx 0{,}5$, le coefficient de frottement du béton sur béton;

N, l'effort calculé agissant sur la fondation.

Si $x_d \leqslant 0$ ou $R_a F_{a.d} < T$, la dalle et le sabot travaillent comme une construction monolithe.

Semelles soumises aux charges excentrées. Les fondations destinées à reprendre les charges excentrées sont réalisées avec des semelles

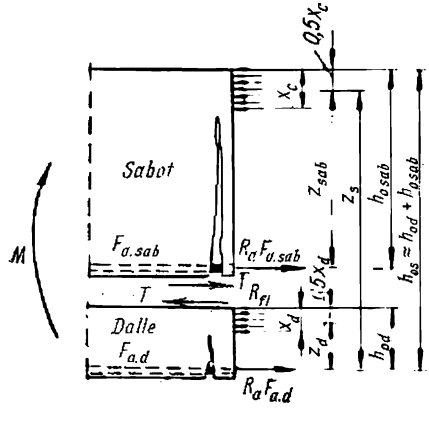


Fig. 15.9

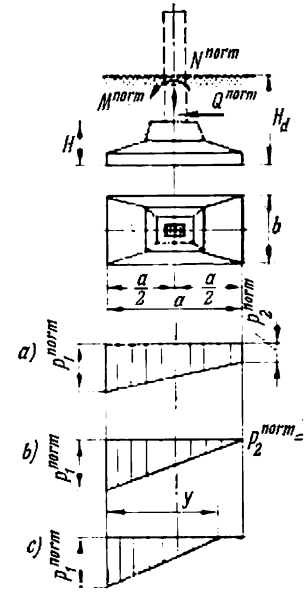


Fig. 15.10

rectangulaires, allongées dans le plan d'action du moment. Les pressions de bord sous la semelle de la fondation sont calculées d'après les formules connues:

lorsque

$$e = \frac{M_s^{norm}}{N_s^{norm}} \leqslant \frac{a}{6} \quad \text{(fig. 15.10,}a\text{)},$$

$$p_{1,2}^{norm} = \frac{N_s^{norm}}{ab}\left(1 \pm \frac{6e}{a}\right); \qquad (15.11)$$

et lorsque

$$e = \frac{M_s^{norm}}{N_s^{norm}} > \frac{a}{6}, \quad \text{(fig. 15.10,}c\text{)}$$

$$p_1^{norm} = \frac{2N_s^{norm}}{by} = \frac{2N_s^{norm}}{3b\,(0{,}5a - e)}. \tag{15.12}$$

Dans ces formules :

$$N_s^{norm} = N^{norm} + \gamma_{moy} H_1 F_s ; \tag{15.13}$$

$$M_s^{norm} = M^{norm} + Q^{norm} H, \tag{15.13a}$$

où N^{norm}, M^{norm}, Q^{norm} sont respectivement la force normale, le moment fléchissant et l'effort tranchant normalisés, agissant dans la section du poteau au niveau du haut de la fondation ; N_s^{norm} et M_s, les efforts correspondants qui se manifestent au niveau de la semelle de la fondation.

Selon les impératifs des normes, les pressions de bord sur le sol pour les combinaisons principales aussi bien que pour les combinaisons auxiliaires des charges ne doivent pas dépasser 1,2 R, R étant la résistance calculée de la fondation, et la pression moyenne $p_{moy}^{norm} = \frac{N^{norm}}{F_s} \leqslant R$.

Le degré admissible de l'irrégularité des pressions de bord dépend du genre des constructions qui s'appuient sur la fondation. On admet $p_2^{norm} \geqslant 0{,}25\ p_1^{norm}$ pour les bâtiments équipés de ponts roulants d'une capacité portante supérieure à 75 t et pour des estacades ouvertes (fig. 15.10,a) ; pour les bâtiments équipés de ponts roulants d'une capacité portante inférieure à 75 t on admet l'épure des pressions suivant la fig. 15.10,b ; pour les bâtiments sans ponts roulants, lorsqu'on envisage les combinaisons auxiliaires des charges, il est possible d'utiliser l'épure suivant la fig. 15.10,c, en mettant hors du travail $^1/_4$ au maximum de la semelle ($y \geqslant {}^3/_4\ a$). Pour déterminer les dimensions de la semelle d'une fondation on peut utiliser les formules du tableau 15.1.

Une semelle soumise à des charges excentrées se calcule de la même manière qu'une semelle sous charges centrées. Dans ce cas-là, la pression calculée sur le sol est déterminée d'après les efforts calculés sans tenir compte du poids de la fondation et du remblai qu'elle porte. Notamment :

lorsque $e_0 \leqslant \frac{a}{6}$,

$$p'_{1,2} = \frac{N}{ab}\left(1 \pm \frac{6e_0}{a}\right) ; \tag{15.14}$$

lorsque $e_0 > \frac{a}{6}$,

$$p'_1 = \frac{2N}{by}, \tag{15.15}$$

où

$$e_0 = \frac{M_s}{N} = \frac{M + QH}{N}.$$

Les moments fléchissants qui agissent sur les consoles de la fondation peuvent être calculés en remplaçant les épures trapézoïdales des pressions par des épures équivalentes rectangulaires. Le calcul de la résistance au poinçonnement se fait d'après les relations (15.5).

Tableau 15.1

Données pour dimensionnement des semelles de fondation rectangulaires soumises à des charges excentrées

n° du schéma théorique	Epure des pressions sous la semelle de fondation	Formules pour déterminer les côtés a et b
1	$\leqslant R$; $p_1^{norm} = 1{,}2R$; $0 < p_2^{norm} \leqslant 0{,}8R$	$a = e_0 (2 + \sqrt{1{,}055k - 2{,}5})$; $k = \frac{N^{norm}}{(1{,}2R - \gamma_{moy} H_1) me_0^2}$; $b = ma$
2	$0{,}6R$; $p_1^{norm} = 1{,}2R$; $p_2^{norm} = 0$	$a = 6e_0 \left(1 - \frac{\gamma_{moy} H_1}{0{,}6R}\right)$; $b = \frac{N^{norm}}{a(0{,}6R - \gamma_{moy} H_1)}$
3	$< 0{,}6R$; $p_1^{norm} = 1{,}2R$; y; a; $\alpha = \frac{y}{a} \geqslant 0{,}75$	$a = 5e_0 \frac{0{,}6R\alpha - \gamma_{moy} H_1}{R\alpha(1{,}5 - \alpha)}$; $b = \frac{N^{norm}}{a(0{,}6R\alpha - \gamma_{moy} H_1)}$

Symboles : m, le rapport donné des côtés de la semelle ; $\gamma_{moy} = 2$ t/m³, le poid apparent moyen de la fondation portant le remblai ; H_1, la profondeur de la fondation ; e_0, l'excentricité due à l'action du moment par rapport à la semelle de la fondation (sans tenir compte du poids de la fondation et du remblai qu'elle porte).

Exemple 15.2. Déterminer les dimensions de la semelle d'une fondation sollicitée par une charge excentrée: $N^{\text{norm}}=200$ t; $e_0=0{,}2$ m; $Q^{\text{norm}}=0$; sol argileux dur ($R=2{,}5$ kg/cm² pour une largeur conventionnelle de la semelle de 0,6 à 1 m et une profondeur de 1,5 à 2 m; pour une largeur de 5 m la valeur de R est supérieure de 20 %); profondeur de la fondation $H_1=2$ m. Rapport admissible des pressions de bord $p_2^{\text{norm}} \geqslant 0{,}25\, p_1^{\text{norm}}$ suivant le genre de la construction.

Solution. Admettons au préalable:

$$R'=1{,}1R=1{,}1\cdot 2{,}5=2{,}75 \text{ kg/cm}^2=27{,}5 \text{ t/m}^2.$$

C'est le schéma 1 du tableau 15.1 qui correspond aux conditions du problème. Admettons le rapport $m=0{,}8$, alors:

$$k=\frac{200}{(1{,}2\cdot 27{,}5-2\cdot 2)\,0{,}8\cdot 0{,}2^2}=216;$$

$$a=0{,}2\,(2+\sqrt{1{,}055\cdot 216-2{,}5})=3{,}4 \text{ m};$$

$$b=ma=0{,}8\cdot 3{,}4=2{,}72 \text{ m}.$$

Admettons $a=3{,}4$ m; $b=2{,}8$ m.

Vérifions les dimensions admises de la semelle. L'effort normalisé au niveau de la semelle sera d'après la formule (15.13):

$$N_s^{\text{norm}}=200+2\cdot 2\cdot 3{,}4\cdot 2{,}8=238 \text{ t}.$$

A ce niveau son excentricité sera:

$$e=\frac{N^{\text{norm}}e_0}{N_s^{\text{norm}}}=0{,}2\,\frac{200}{238}=0{,}168<\frac{a}{6}=\frac{340}{6}=0{,}567 \text{ m}.$$

Les pressions de bord d'après la formule (15.11) sont:

$$p_1^{\text{norm}}=\frac{238}{3{,}4\cdot 2{,}8}\left(1+\frac{6\cdot 0{,}168}{3{,}4}\right)=32{,}5 \text{ t/m}^2=3{,}25 \text{ kg/cm}^2;$$

$$p_2^{\text{norm}}=\frac{238}{3{,}4\cdot 2{,}8}\left(1-\frac{6\cdot 0{,}168}{3{,}4}\right)=17{,}5 \text{ t/m}^2=1{,}75 \text{ kg/cm}^2.$$

L'excès de la largeur conventionnelle de la fondation permet d'augmenter la résistance du sol de $\frac{2{,}8-1}{5-1}\,20\,\%=9\,\%$.

La plus grande pression de bord peut être prise égale à

$$R'=1{,}2R\cdot 1{,}09=3{,}27 \text{ kg/cm}^2.$$

On voit que

$$p_1^{\text{norm}}=3{,}25<R'=3{,}27 \text{ kg/cm}^2$$

et

$$p_2^{\text{norm}}=1{,}75>0{,}25\,p_1^{\text{norm}}=0{,}25\cdot 3{,}25=0{,}81 \text{ kg/cm}^2.$$

Ainsi les dimensions obtenues de la semelle satisfont aux conditions prescrites.

15.3. FONDATIONS À SEMELLES CONTINUES

15.3.1. Fondations à semelles continues sous murs portants

Les murs portants sont en général posés sur des fondations à semelles continues préfabriquées. Elles se composent de blocs-semelles et de blocs de fondation (fig. 15.11). Les blocs-semelles peuvent être pleins, nervurés ou creux ; on les pose l'un contre l'autre ou

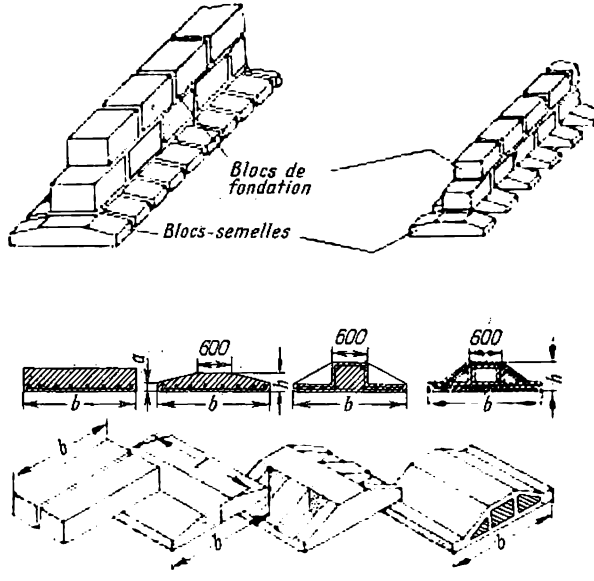


Fig. 15.11. Fondations continues préfabriquées sous les murs

en ménageant des intervalles. On ne calcule que les blocs-semelles dont les tables travaillent comme des consoles, sollicitées par la réaction du sol p'_{sol} (sans tenir compte du poids du bloc-semelle et du remblai qu'il porte). D'après le moment

$$M = 0{,}5 p'_{sol} c^2,$$

où c est la portée de la console, on choisit les aciers de la semelle ; d'après l'effort tranchant

$$Q = p'_{sol} c,$$

on détermine son épaisseur à condition que le ferraillage soit fait sans étriers ni barres relevées.

15.3.2. Fondations à semelles continues sous files de poteaux

Les fondations à semelles continues sous files de poteaux sont réalisées en forme de bandes isolées dans le sens longitudinal ou transversal (fig. 15.12,*a*) et en forme de bandes croisées (longrines) (fig. 15.12,*b*). Les fondations à semelles continues peuvent être

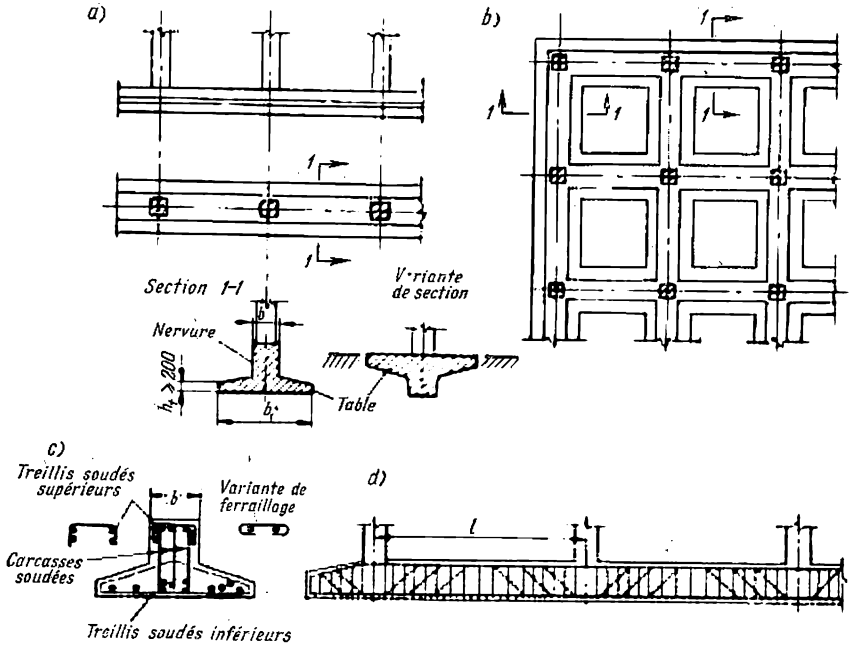


Fig. 15.12. Fondations continues monolithes sous les poteaux

préfabriquées ou monolithes avec une section transversale en T renversé. Lorsque le sol est cohérent, on utilise parfois le T avec la table en haut. Dans ce cas, le volume des travaux de terrassement et de coffrage diminue tandis que l'excavation mécanisée devient plus compliquée.

Les encorbellements de la table de la semelle en T travaillent comme des consoles encastrées dans la nervure. L'épaisseur de la table est choisie de manière à ne pas recourir aux étriers ni aux barres relevées. Les tables de petite portée sont prises d'épaisseur constante ; lorsque la portée est grande l'épaisseur de la table varie en croissant vers la nervure.

La nervure du T, sollicitée par les charges concentrées du poteau d'en haut et par la réaction uniformément répartie du sol d'en bas, travaille à la flexion dans le sens longitudinal.

Le ferraillage des nervures se fait de la même façon que celui des poutres continues. On détermine les aciers principaux longitudinaux en calculant les sections normales selon le moment, les étriers et les barres relevées, en calculant à l'effort tranchant les sections inclinées. Pour augmenter la rigidité des semelles continues on choisit leur section d'après un faible taux d'armatures qui ne doit néanmoins pas être inférieur aux taux admissibles pour les éléments fléchis. En procédant à l'étude de la construction, on doit prévoir la possibilité d'une mise en charge irrégulière de la fondation au cours de l'édification du bâtiment et d'un tassement irrégulier du sol. Dans ce but on place dans les nervures l'armature continue longitudinale supérieure et inférieure au taux $\mu = 0{,}2$ à 0,4 % de chaque côté.

Les nervures sont armées de carcasses soudées ou liées (fig. 15.12,*c*, *d*). Le nombre de carcasses soudées plates dans la section transversale de la nervure dépend de sa largeur b et doit être au moins deux pour $b \leqslant 400$ mm, trois pour $400 < b \leqslant 800$ mm et quatre pour $b > 800$ mm. Il est recommandé de fixer les barres longitudinales supérieures sur toute la longueur au moyen des treillis soudés dans le plan horizontal (treillis en forme d'une auge ou plats, munis de crochets aux bouts des étriers) ; dans le plan vertical, en plaçant les étriers avec espacements de $20d$, où d est le diamètre des barres longitudinales.

Si les nervures sont armées de carcasses ligaturées, le nombre de branches verticales des étriers doit être au moins trois quand la largeur de la nervure $b \leqslant 400$ mm, au moins quatre quand $400 < b \leqslant 800$ mm et au moins six quand $b > 800$ mm. Les étriers doivent être fermés ; leur diamètre minimal doit être de 8 mm et leur pas maximal de $15d$.

La distance entre les barres de l'armature principale longitudinale peut être fixée d'après les règles générales ; dans les fondations lourdes, pour augmenter la granulométrie des agrégats de béton, ces distances seront supérieures à 100 mm. L'armature longitudinale de la section de la nervure comprend celle des carcasses et treillis. Une partie de l'armature principale longitudinale inférieure (jusqu'à 30 %) peut être répartie sur toute la largeur de la table.

La fig. 15.13 représente le ferraillage des tables munies de treillis soudés ou de carcasses ligaturées (en barres isolées). Il est préférable d'utiliser de larges treillis soudés ayant l'armature principale dans les deux directions : les barres longitudinales sont utilisées comme armature des nervures et les barres transversales comme celle de la table. Lorsque l'armature est composée de treillis

étroits, on les place en deux nappes (fig. 15.13,*a*), en disposant dans la nappe inférieure les treillis constituant l'armature principale de la table. Les treillis sont placés sans recouvrement, sauf les treillis supérieurs que l'on joint, dans la direction longitudinale, à recouvrement sans soudure, conformément aux règles concernant la jonction des treillis soudés dans la direction principale. Pour les tables de grande portée (plus de 750 mm) la moitié de l'armature

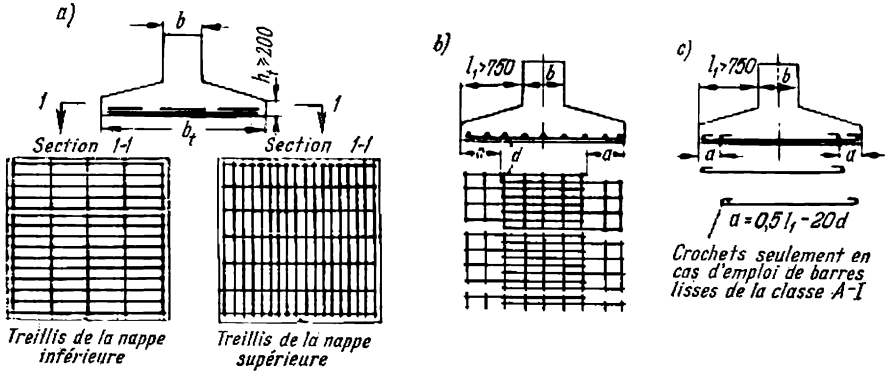


Fig. 15.13. Ferraillage des fondations continues

principale peut être arrêtée à une distance $a = 0{,}5l_1 - 20d$ de l'extrémité (fig. 15.13,*b*, *c*). Dans le cas où l'on craint l'apparition de moments négatifs dans la table, on envisage l'emploi d'une armature supérieure (v. fig. 15.12,*c*, en pointillé).

15.3.3. Calcul des fondations à semelles continues

Généralités. Le calcul d'une fondation à semelles continues en béton armé comprend : la détermination de la pression du sol sur la semelle, le calcul des efforts internes agissant dans les sections de la fondation et la détermination de la section transversale de la semelle et de l'armature nécessaire.

Sous charge, la semelle continue et la base travaillent en commun, formant un système unique. Leur interaction engendre une pression du sol répartie suivant la semelle. Pour déterminer cette pression il faut distinguer deux genres de fondations : 1) absolument rigides, dans lesquelles les déformations de la construction sont faibles par rapport aux déformations de la base et par conséquent peuvent être négligées, et 2) fondations élastiques ou fondations

à rigidité finie, dont les déformations sont comparables à celles de la base.

Les fondations absolument rigides sont celles, où les semelles sont relativement courtes et l'entraxe des poteaux est faible. La répartition de la pression suivant la semelle d'une telle fondation peut être approximativement appréciée linéaire comme pour les semelles isolées.

Les semelles de grande longueur, supportant la charge des poteaux très espacés l'un de l'autre, sont des fondations élastiques. Ces fondations sont à calculer comme les poutres sur une base élastique ; la répartition de la pression suivant la semelle est très irrégulière.

La difficulté de leur calcul consiste dans le fait qu'il est impossible d'exprimer, sous forme mathématique, les propriétés physiques d'une grande variété de sols et de leurs stratifications. Il existe toute une série de méthodes d'évaluation de la déformabilité des bases. Deux méthodes sont les plus connues. Dans l'une d'elles la base est considérée comme un milieu élastique possédant un module de réaction du sol ; dans l'autre la base est considérée comme un demi-espace élastique. La première théorie a été développée dans les travaux de Vinkler, P. Pasternak, A. Krylov, G. Doutov, G. Klichévitch et d'autres chercheurs ; la seconde, dans les travaux de G. Proktor, N. Guersévanov, M. Gorbounov-Possadov, V. Florine, B. Gémotchkine et autres.

C'est l'hypothèse de Fousse-Vinkler qui sert de condition pour le calcul des poutres sur base élastique compte tenu du module de réaction du sol. Cette hypothèse présume que le tassement dans un point donné du sol de fondation ne dépend pas du tassement dans les autres points et est proportionnel à la pression p exercée dans ce point, c'est-à-dire :

$$p = Cy, \tag{15.16}$$

où C est le module de réaction du sol (coefficient de proportionnalité) considéré constant.

Conformément à cette condition, le sol de fondation n'est tassé que dans les limites de la semelle de l'édifice, alors qu'en réalité le tassement du sol a lieu au-delà de la semelle, c'est-à-dire que le sol aux environs de la fondation se trouve aussi entraîné dans le travail de la fondation, suivant son périmètre. Par conséquent, la valeur du module C dépend des dimensions absolues de la surface de charge. Les expériences ont appris qu'à l'extérieur de la surface de charge les tassements du sol de fondation s'amortissent rapidement. Dans les conditions d'expériences, leur influence sur le module C est notable, alors qu'en pratique, quand les fondations ont de grandes dimensions, cette influence est au contraire insignifiante.

La théorie, qui traite le sol de fondation en tant que demi-espace élastique, tient compte de la cohérence du sol dans toutes les direc-

tions, ce qui permet d'évaluer l'influence réciproque des tassements des points isolés du sol de fondation, ainsi que le travail du sol en dehors de la fondation. Cependant dans le calcul d'après cette méthode, même si les charges sont minimes, la contrainte dans le sol près du contour de la semelle de fondation acquiert une valeur infinie, ce qui ne répond pas à la réalité. En outre, d'après cette théorie, le sol est supposé homogène dans tout le demi-espace malgré l'accroissement de sa densité et de son élasticité au fur et à mesure de l'enfoncement. C'est pourquoi la théorie du demi-espace élastique ne peut pas être étendue sur les sols non cohérents, hétérogènes et stratifiés en couches. La comparaison avec les mesures expérimentales montre que le travail de ce modèle du sol de fondation en dehors de la fondation est sensiblement surestimé. La tendance d'améliorer cette méthode a fait naître une nouvelle idée progressive du calcul des poutres sur couche élastique, qui fut poussée dans les travaux de S. Davydov, V. Vlassov, N. Léontiev jusqu'à son application pratique.

P. Pasternak a proposé un modèle perfectionné du sol de fondation élastique à deux modules de réaction du sol, déterminés expérimentalement, et qui est exempt des défauts des deux modèles précédents. Les recherches ont montré que pour les sols tendres, c'est-à-dire quand les fondations à semelles continues sont les plus employées, l'influence du deuxième module sur les résultats définitifs est insignifiante et par suite il n'est pas nécessaire d'en tenir compte.

Le défaut général de toutes les méthodes de calcul dites « élastiques » consiste en ce qu'elles représentent le sol de fondation comme un milieu dont la déformation est linéaire, alors que dans la plupart des cas les sols ne sont pas élastiques. Le caractère conventionnel du calcul est encore aggravé par le fait que, jusqu'à présent, les déformations plastiques du béton et de l'armature et la répartition des efforts ne peuvent pas être estimées d'une façon efficace dans les calculs des fondations à semelles continues. Ceci nous force de considérer toutes les méthodes de calcul élastiques comme des méthodes approximatives. Compte tenu de tout ce que nous venons de dire, il convient de recommander de calculer les semelles continues en béton armé comme les poutres sur couche élastique avec un seul module de réaction par la méthode qui est plus exacte, plus universelle et mieux étudiée que les autres et se distingue par une simplicité remarquable par rapport aux autres méthodes. Nous l'exposons dans l'interprétation de P. Pasternak.

Le module de réaction C peut être pris: 0,3 à 1 pour les sols très tendres, 1 à 3 pour les sols tendres; 3 à 8 pour les sols semi-compacts, 8 à 20 pour les sols assez compacts et 400 à 800 kg/cm^3 pour les sols rocheux.

Calcul des semelles continues en tant que poutres sur base élastique. En appliquant à l'équation d'une poutre (fig. 15.14)

$$q = bp = bCy \tag{15.17}$$

les relations connues de la Résistance des matériaux :

$$\left.\begin{aligned} M'' &= -(p_0 - q); \\ M^{IV} &= q'' = bCy''; \\ M &= -EIy'', \end{aligned}\right\} \tag{15.18}$$

on peut obtenir l'équation différentielle :

$$\frac{s^4}{4} M^{IV} + M = 0, \tag{15.19}$$

dans laquelle la grandeur

$$s = \sqrt[4]{\frac{4EI}{bC}} \tag{15.20}$$

a une dimension linéaire et s'appelle caractéristique linéaire d'une poutre sur base élastique.

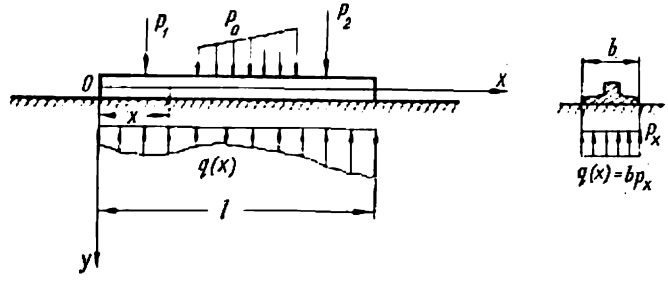


Fig. 15.14

Lorsque $\lambda = \frac{l}{s} < 0{,}75$ (l étant la longueur de la poutre), la poutre est appelée *rigide* (son fléchissement peut être négligé) ; lorsque $0{,}75 < \lambda < 3$, on l'appelle *courte*, et, lorsque $\lambda > 3$, on l'appelle *longue*. Ces limites ne sont que conventionnelles ; certains écarts sont tolérables en pratique.

La solution générale de l'équation (15.19) prend l'aspect suivant :

$$M = C_1 e^{-\varphi} \cos\varphi + C_2 e^{-\varphi} \sin\varphi + C_3 e^{\varphi} \cos\varphi + C_4 e^{\varphi} \sin\varphi \tag{15.21}$$

ou en fonctions trigonométriques hyperboliques :

$$M = D_1 \operatorname{ch}\varphi \cos\varphi + D_2 \operatorname{sh}\varphi \cos\varphi + D_3 \sin\varphi \operatorname{ch}\varphi + D_4 \sin\varphi \operatorname{sh}\varphi, \tag{15.22}$$

où $\varphi = \frac{x}{s}$;

x étant la coordonnée courante ;

ch $\varphi = \frac{e^{\varphi} + e^{-\varphi}}{2}$ et sh $\varphi = \frac{e^{\varphi} - e^{-\varphi}}{2}$, les fonctions hyperboliques.

Calcul des poutres longues. Dans les poutres longues (fig. 15.15,*a*) les efforts de bord à l'extrémité de longueur $\varphi = \lambda$ sont nuls d'après les conditions du problème, c'est-à-dire $M = 0$ et $Q = 0$. Ceci est vrai si dans l'expression (15.21) $C_3 = 0$ et $C_4 = 0$.

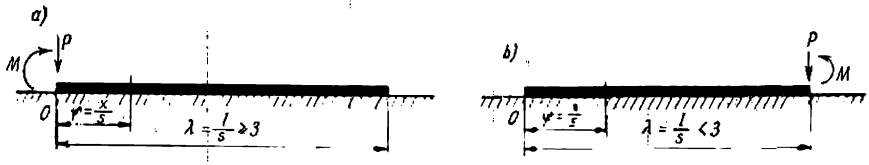


Fig. 15.15

Ainsi la solution générale de l'équation (15.19) pour les poutres longues se simplifie et prend l'aspect suivant :

$$M = C_1 e^{-\varphi} \cos \varphi + C_2 e^{-\varphi} \sin \varphi = C_1 \eta_1 + C_2 \eta_2. \qquad (15.23)$$

Par conséquent, les paramètres initiaux d'une extrémité de la poutre longue n'exercent aucune influence sur son autre extrémité. Pratiquement cette influence n'a plus d'importance lorsque $\lambda > 3$.

La différenciation successive de l'équation (15.23) donne l'expression de l'effort tranchant Q et des déplacements w (tassement) et d (angle de rotation) multiples de EI.

Etant donné :

$$w = EIy = q \frac{EI}{bC} = q \frac{s^4}{4} \qquad (15.24)$$

et

$$d = w',$$

on a

$$Q = M' = \frac{1}{s} [-C_1 e^{-\varphi} (\cos \varphi + \sin \varphi) + C_2 e^{-\varphi} (\cos \varphi - \sin \varphi)] =$$

$$= \frac{1}{s} (-C_1 \eta_3 + C_2 \eta_4) ; \qquad (15.25)$$

$$w = q \frac{s^4}{4} = M'' \frac{s^4}{4} = \frac{s^2}{2} (C_1 e^{-\varphi} \sin \varphi - C_2 e^{-\varphi} \cos \varphi) =$$

$$= \frac{s^2}{2} (C_1 \eta_2 - C_2 \eta_1) ; \qquad (15.26)$$

$$d = w' = \frac{s}{2} [C_1 e^{-\varphi} (\cos \varphi - \sin \varphi) + C_2 e^{-\varphi} (\cos \varphi + \sin \varphi)] =$$

$$= \frac{s}{2} (C_1 \eta_4 + C_2 \eta_3). \qquad (15.27)$$

Tableau 15.2

Coefficients de Zimmermann

φ	η_1	η_2	η_3	η_4
0	1	0	1	1
0,1	0,9004	0,0903	0,9907	0,81
0,2	0,8024	0,1627	0,9651	0,6398
0,3	0,7078	0,2189	0,9267	0,4888
0,4	0,6174	0,261	0,8784	0,3564
0,5	0,5323	0,2908	0,8231	0,2415
0,6	0,453	0,3099	0,7628	0,1431
0,7	0,3798	0,3199	0,6997	0,0599
0,8	0,313	0,3223	0,6354	−0,0093
0,9	0,2528	0,3185	0,5712	−0,0657
1	0,1988	0,3096	0,5083	−0,1108
1,1	0,151	0,2967	0,4476	−0,1457
1,2	0,1092	0,2807	0,3899	−0,0716
1,3	0,0729	0,2626	0,3355	−0,1897
1,4	0,0419	0,243	0,2849	−0,2011
1,5	0,0158	0,2226	0,2384	−0,2068
1,6	−0,0059	0,2018	0,1959	−0,2077
1,7	−0,0236	0,1812	0,1576	−0,2047
1,8	−0,0376	0,161	0,1234	−0,1985
1,9	−0,0484	0,1415	0,0932	−0,1899
2	−0,0564	0,1231	0,0667	−0,1794
2,1	−0,0618	0,1057	0,0439	−0,1675
2,2	−0,0652	0,0896	0,0244	−0,1548
2,3	−0,0668	0,0748	0,008	−0,1416
2,4	−0,0669	0,0613	−0,0056	−0,1282
2,5	−0,0658	0,0491	−0,0166	−0,1149
2,6	−0,0636	0,0383	−0,0254	−0,1019
2,7	−0,0608	0,0287	−0,032	−0,0895
2,8	−0,0573	0,0204	−0,0369	−0,0777
2,9	−0,0535	0,0133	−0,0403	−0,0666
3	−0,0493	0,00703	−0,04226	−0,0563
3,1	−0,045	0,00187	−0,04314	−0,04688
3,2	−0,0407	−0,00238	−0,04307	−0,03831
3,3	−0,0364	−0,00582	−0,04224	−0,0306
3,4	−0,0322	−0,00853	−0,04079	−0,02374

Suite

φ	η_1	η_2	η_3	η_4
3,5	−0,0283	−0,01059	−0,03887	−0,01769
3,6	−0,0245	−0,01209	−0,03659	−0,01241
3,7	−0,021	−0,0131	−0,03407	−0,00787
3,8	−0,0177	−0,01369	−0,03138	−0,00401
3,9	−0,0147	−0,01392	−0,02862	−0,00077
4	−0,01197	−0,01386	−0,02583	0,00189
4,1	−0,00955	−0,01356	−0,02309	0,00403
4,2	−0,00735	−0,01307	−0,02042	0,00572
4,3	−0,00545	−0,01243	−0,01787	0,00699
4,4	−0,0038	−0,01168	−0,01546	0,00791
4,5	−0,00235	−0,01086	−0,0132	0,00852
4,6	−0,0011	−0,00999	−0,01112	0,00886
4,7	−0,0002	−0,00909	−0,00921	0,00898
4,8	0,0007	−0,0082	−0,00748	0,00892
4,9	0,0009	−0,00732	−0,00593	0,0087
5	0,002	−0,00646	−0,00455	0,00837
5,1	0,00235	−0,00564	−0,00334	0,00795
5,2	0,0026	−0,00487	−0,00229	0,00746
5,3	0,00275	−0,00415	−0,00139	0,00692

Les coefficients :

$$\left.\begin{aligned} \eta_1 &= e^{-\varphi}\cos\varphi\,; \\ \eta_2 &= e^{-\varphi}\sin\varphi\,; \\ \eta_3 &= \eta_1+\eta_2 = e^{-\varphi}(\cos\varphi+\sin\varphi)\,; \\ \eta_4 &= \eta_1-\eta_2 = e^{-\varphi}(\cos\varphi-\sin\varphi) \end{aligned}\right\} \qquad (15.28)$$

s'appellent coefficients de Zimmermann ; leur signification est donnée au tableau 15.2.

Les constantes d'intégration C_1 et C_2 sont déduites des conditions limites.

Si l'extrémité de la poutre (fig. 15.16,*a*) est sollicitée par une force concentrée Q_0 quand $\varphi = 0$ ($x = 0$), c'est-à-dire pour $M = 0$ et $Q = -Q_0$ (direction positive du bas vers le haut), nous trouvons $C_1 = 0$ de l'expression (15.23) et $C_2 = -sQ_0$ de l'expression (15.25).

De la même manière sont établies les valeurs de C_1 et C_2 en cas de chargement de l'extrémité de la poutre par un moment M_0 (fig. 15.16,*b*).

En partant de ces solutions on peut obtenir les coefficients de l'influence de la déformation élastique de bord, c'est-à-dire les déplacements multiples de EI de l'extrémité de la poutre : lorsque

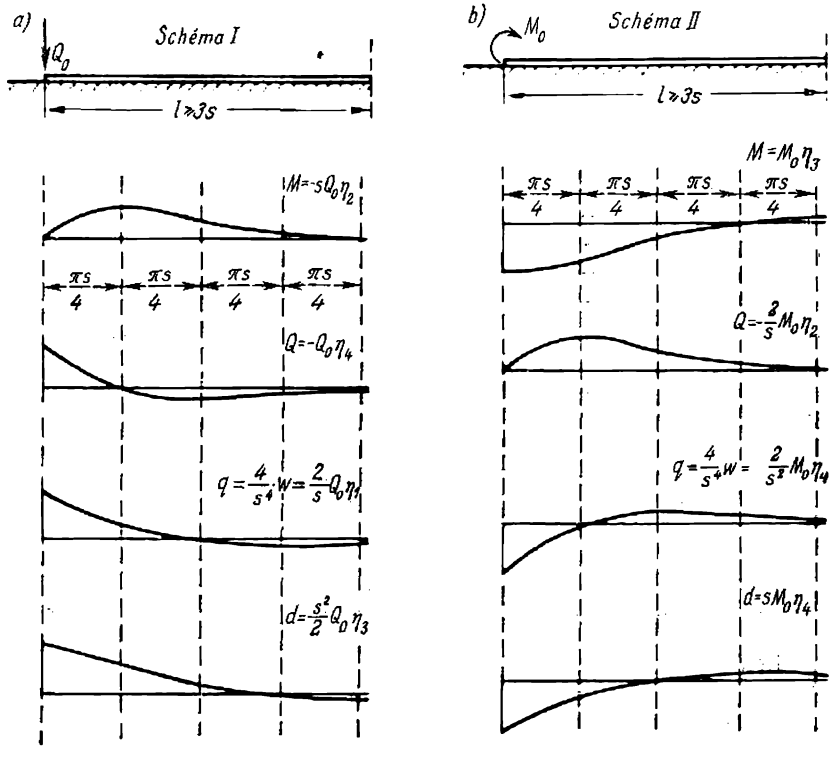


Fig. 15.16

$M_0 = 1$, l'angle de rotation a_{11} et le tassement a_{21}, et lorsque $Q_0 = 1$, le tassement a_{22} et l'angle de rotation a_{12} :

$$\left.\begin{aligned} a_{11} &= s\,; \\ a_{12} &= a_{21} = -\frac{s^2}{2}\,; \\ a_{22} &= \frac{s^3}{2}\,. \end{aligned}\right\} \qquad (15.29)$$

En se servant des schémas I et II (fig. 15.16) on résout aussi des problèmes plus compliqués. Ainsi, dans le schéma III (fig. 15.17,*a*) par suite de la symétrie par rapport à la charge extérieure, chaque demi-poutre se trouve sollicitée par une moitié de la charge, dans

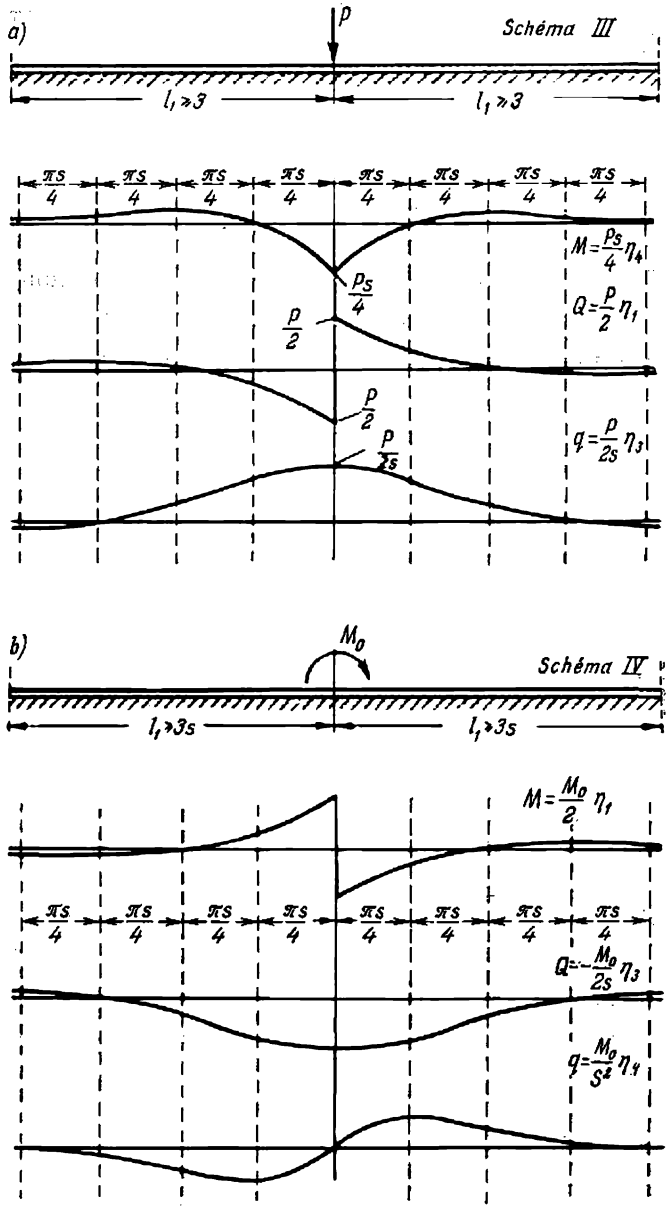

a)
P
Schéma III
$l_1 \geqslant 3$
$l_1 \geqslant 3$
$\frac{\pi s}{4}$
$M = \frac{ps}{4}\eta_4$
$Q = \frac{p}{2}\eta_1$
$\frac{ps}{4}$
$\frac{p}{2}$
$\frac{p}{2}$
$\frac{p}{2s}$
$q = \frac{p}{2s}\eta_3$
b)
M_0
Schéma IV
$l_1 \geqslant 3s$
$l_1 \geqslant 3s$
$M = \frac{M_0}{2}\eta_1$
$Q = -\frac{M_0}{2s}\eta_3$
$q = \frac{M_0}{s^2}\eta_4$

Fig. 15.17

ce cas la section ne tourne pas. Par conséquent, $Q_0 = +\frac{P}{2}$, et en faisant la somme des solutions d'après les schémas I et II, pour $d = 0$, nous obtenons la valeur du moment inconnu :

$$M_0 s - \frac{s^2}{2} Q_0 = 0,$$

d'où

$$M_0 = \frac{s}{2} Q_0 = \frac{Ps}{4}. \qquad (15.30)$$

Le moment fléchissant développé par l'action commune de $Q_0 = \frac{P}{2}$ et de $M_0 = \frac{Ps}{4}$ sur chaque demi-poutre est la somme des solutions d'après les schémas I et II, c'est-à-dire :

$$M = M_0 \eta_3 - s Q_0 \eta_2 = \frac{Ps}{4} \eta_3 - \frac{Ps}{2} \eta_2.$$

Après transformations nous trouvons $M = \frac{Ps}{4} \eta_4$.

De la même manière nous trouvons les expressions pour Q, q et w.

Dans le schéma IV (fig. 15.17,*b*) chaque demi-poutre est sollicitée par $M = \frac{M_0}{2}$, le tassement au milieu de la poutre étant nul. En faisant la somme des solutions d'après les schémas I et II, lorsque $w = 0$, nous obtenons la valeur de l'effort tranchant inconnu :

$$Q_0 \frac{s^3}{2} - \frac{M_0}{2} \cdot \frac{s^2}{2} = 0,$$

d'où

$$Q_0 = \frac{M_0}{2s}, \qquad (15.31)$$

et ensuite les valeurs de M, q et w.

Lorsqu'une poutre longue subit l'action de plusieurs charges, la solution générale résulte de la somme des solutions partielles d'après les schémas I, II, III et IV.

Calcul des poutres courtes. Les poutres courtes sont celles où $0{,}75 < \lambda < 3$. Pour le schéma de calcul d'après le dessin 15.15,*b*, lorsque $\varphi = 0$, les efforts $M = 0$ et $Q = 0$.

Dans ces conditions nous avons de l'équation (15.22) $D_1 = 0$ et $D_3 + D_4 = 0$.

En désignant

$$\left.\begin{aligned} &D_4 = A_1;\ D_2 = -D_3 = A_2; \\ &\cos\varphi \operatorname{sh}\varphi = y_1;\ \sin\varphi \operatorname{ch}\varphi + \cos\varphi \operatorname{sh}\varphi = y_3; \\ &\sin\varphi \operatorname{ch}\varphi - \cos\varphi \operatorname{sh}\varphi = y_2;\ \cos\varphi \operatorname{ch}\varphi = y_4, \end{aligned}\right\} \qquad (15.32)$$

Tableau 15.3

Données pour le calcul des poutres courtes sur base élastique

φ	y_1	y_2	y_3	y_4
0	0	0	0	1
0,1	0,01	0,0006	0,2	1
0,2	0,04	0,0054	0,4	0,9997
0,3	0,09	0,018	0,5998	0,9987
0,4	0,16	0,0427	0,7993	0,9957
0,5	0,2498	0,0833	0,9979	0,9895
0,6	0,3595	0,1439	1,1949	0,9784
0,7	0,4887	0,2284	1,3888	0,96
0,8	0,6371	0,3406	1,5782	0,9318
0,9	0,8041	0,4845	1,7607	0,8908
1	0,9889	0,6635	1,9335	0,8337
1,1	1,1903	0,8811	2,0929	0,7568
1,2	1,4069	1,1406	2,2346	0,6561
1,3	1,6365	1,4448	2,3534	0,5272
1,4	1,8766	1,7959	2,4423	0,3646
1,5	2,1239	2,1959	2,4971	0,1664
1,6	2,3745	2,6458	2,507	—0,0753
1,7	2,6236	3,1456	2,4638	—0,3644
1,8	2,8652	3,6947	2,3577	—0,706
1,9	3,0927	4,2908	2,1776	—0,1049
2	3,2979	4,9301	1,9115	—1,5656
2,1	3,4717	5,6078	1,547	—2,0923
2,2	3,6036	6,3162	1,0702	—2,6882
2,3	3,6815	7,0457	0,4669	—3,3562
2,4	3,6922	7,7842	—0,2772	—4,0976
2,5	3,6209	8,517	—1,177	—4,9128
2,6	3,4511	9,226	—2,2472	—5,8003
2,7	3,1653	9,8898	—3,5018	—6,7565
2,8	2,7442	10,4832	—4,954	—7,7759
2,9	2,1675	10,9772	—6,6158	—8,8471
3	1,4137	11,3383	—8,4969	—9,9669

nous obtenons les expressions pour les efforts M et Q, la résistance du sol q et l'angle de rotation δ multiple de bC :

$$M = A_1 y_1 - A_2 y_2 ; \tag{15.33}$$

$$Q = \frac{dM}{d\varphi} = \frac{1}{s}(A_1 y_3 - 2A_2 y_1) ; \tag{15.33a}$$

$$q = \frac{dQ^*}{d\varphi} = \frac{2}{s^2}(A_1 y_4 - A_2 y_3) ; \tag{15.33b}$$

$$\delta = -\frac{2}{s^3}(A_1 y_2 + 2A_2 y_4). \tag{15.33c}$$

Les valeurs de y_1, y_2, y_3 et y_4 sont données au tableau 15.3.

Les constantes arbitraires A_1 et A_2 sont déterminées selon les conditions limites à l'autre extrémité de la poutre : lorsque $\varphi = \lambda = \frac{l}{s}$, les efforts $M_{\varphi=\lambda} = M$ et $Q_{\varphi=\lambda} = P$, M et P étant les fforts extérieurs donnés. Dans ces conditions nous avons des équations (15.33) et (15.33a) :

$$A_1 = 2(2\rho_4 M - \rho_5 s P) ; \tag{15.34}$$

$$A_2 = 2(\rho_6 M - \rho_4 s P), \tag{15.34a}$$

où

$$\rho_4 = \frac{\sin\lambda \operatorname{sh}\lambda}{\operatorname{ch} 2\lambda + \cos 2\lambda - 2} ; \tag{15.35}$$

$$\rho_5 = \frac{\sin\lambda \operatorname{ch}\lambda - \cos\lambda \operatorname{sh}\lambda}{\operatorname{ch} 2\lambda + \cos 2\lambda - 2} ; \tag{15.35a}$$

$$\rho_6 = \frac{\sin\lambda \operatorname{ch}\lambda + \cos\lambda \operatorname{sh}\lambda}{\operatorname{ch} 2\lambda + \cos 2\lambda - 2} . \tag{15.35b}$$

En substituant A_1 et A_2 dans les équations (15.33b) et (15.33c), pour $\varphi = \lambda$, on obtient :

$$q_\lambda = -\frac{2}{s^2}\rho_2 M + \frac{2}{s}\rho_3 P ; \tag{15.36}$$

$$\delta_\lambda = -\frac{4}{s^3}\rho_1 M + \frac{2}{s^2}\rho_2 P, \tag{15.36a}$$

où

$$\rho_1 = \frac{\operatorname{sh} 2\lambda + \sin 2\lambda}{\operatorname{ch} 2\lambda + \cos 2\lambda - 2} ; \tag{15.37}$$

$$\rho_2 = \frac{\operatorname{ch} 2\lambda - \cos 2\lambda}{\operatorname{ch} 2\lambda + \cos 2\lambda - 2} ; \tag{15.37a}$$

$$\rho_3 = \frac{\operatorname{sh} 2\lambda - \sin 2\lambda}{\operatorname{ch} 2\lambda + \cos 2\lambda - 2} . \tag{15.37b}$$

Les déformations élastiques de bord pour l'extrémité chargée d'une poutre courte sont déterminées d'après deux conditions :

1) lorsque $M = 1$ et $P = 0$, l'angle de rotation a_{11} et la flèche a_{12}, multiples de EI, sont respectivement :

$$a_{11} = EI\frac{\delta_\lambda}{bC} = \frac{s^4}{4}\delta_\lambda = s\rho_1 ; \tag{15.38}$$

$$a_{12} = w = EIy = q_\lambda \frac{EI}{bC} = q_\lambda \frac{s}{4} = -\frac{s^2}{2}\rho_2 ; \tag{15.39}$$

2) lorsque $M = 0$ et $P = 1$, l'angle de rotation a_{21} et la flèche a_{22}, multiples de EI, sont :

$$a_{21} = a_{12} = EI\frac{\delta_\lambda}{bC} = -\frac{s^2}{2}\rho_2 ; \tag{15.40}$$

$$a_{22} = w = EIy = q_\lambda \frac{EI}{bC} = q_\lambda \frac{s^4}{4} = \frac{s^3}{2}\rho_3. \tag{15.41}$$

On peut déterminer d'une manière analogue les déformations de l'extrémité non chargée d'une poutre courte.

Tableau 15.4

Données pour le calcul des poutres courtes sur base élastique

λ	ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4	ρ_5	ρ_6
0,5	0,4972	0,1655	1,0331	0,4948	0,1239	0,0413
0,6	0,5932	0,2365	0,89	0,4894	0,1472	0,0589
0,7	0,6855	0,318	0,8031	0,4806	0,1691	0,079
0,8	0,7723	0,4077	0,755	0,4676	0,1888	0,1009
0,9	0,8514	0,5026	0,7355	0,4491	0,2053	0,1237
1	0,9211	0,5991	0,7376	0,4262	0,218	0,1463
1,1	0,9792	0,6929	0,7557	0,3975	0,226	0,1673
1,2	0,0248	0,78	0,7847	0,3638	0,2291	0,1857
1,3	1,0576	0,857	0,82	0,3264	0,227	0,2004
1,4	1,0783	0,9214	0,8573	0,2865	0,2201	0,2106
1,5	1,0885	0,9722	0,8936	0,2458	0,2091	0,2161
1,6	1,09	1,0096	0,9262	0,2057	0,1948	0,2171
1,7	1,0854	1,0347	0,9539	0,1668	0,1784	0,2138
1,8	1,0766	1,0496	0,9761	0,1321	0,1606	0,2071
1,9	1,0656	1,0563	0,9928	0,1002	0,1423	0,1975
2	1,0538	1,057	1,0046	0,072	0,1243	0,1858
2,1	1,0424	1,0537	1,0122	0,0476	0,1069	0,1727
2,2	1,032	1,0479	1,0165	0,0269	0,0906	0,1588
2,3	1,0229	1,0408	1,0183	0,0096	0,0755	0,1445
2,4	1,0153	1,0333	1,0183	—0,0046	0,0618	0,1303
2,5	1,0093	1,0262	1,0171	—0,0161	0,0494	0,1163

Les coefficients ρ_1 à ρ_6 (tableau 15.4) ne dépendent que de $\lambda = \frac{l}{s}$. Lorsque $\lambda > 2{,}5$, les coefficients ρ_1, ρ_2, ρ_3 approchent de l'unité.

On emploie également pour le calcul des poutres courtes la méthode dite des charges de compensation, très connue grâce aux

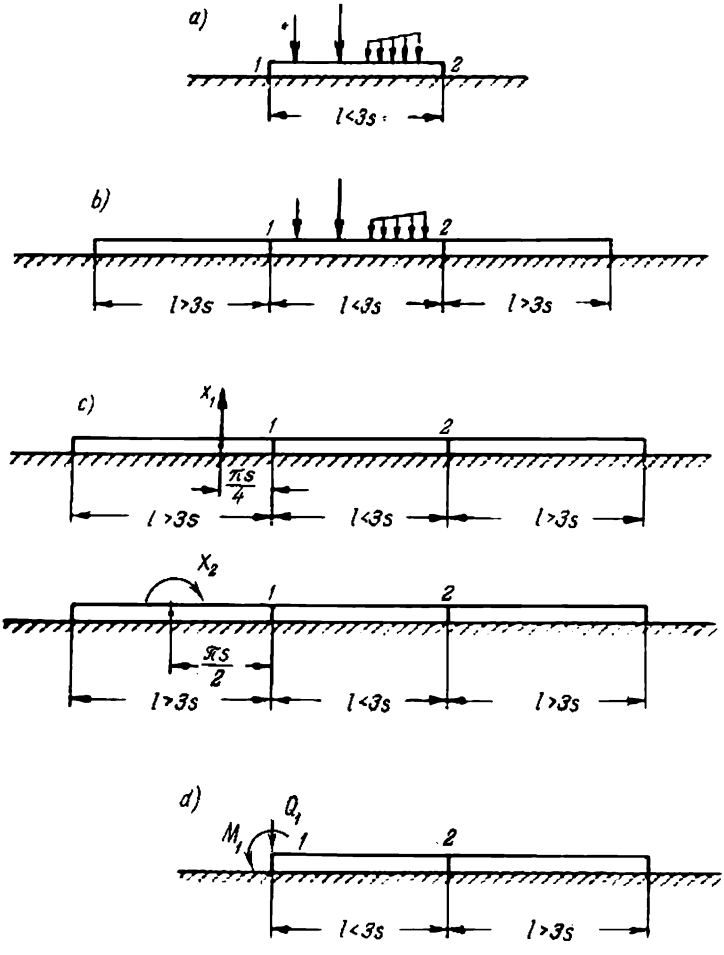


Fig. 15.18

publications diverses. L'essentiel de cette méthode consiste à appliquer aux poutres courtes les solutions trouvées pour les poutres longues; dans ce but la poutre courte à calculer est allongée de $l > 3s$ dans les deux sens (15.18,*a*,*b*) et considérée ensuite comme

un tronçon d'une poutre longue. Les efforts M_1 et Q_1, M_2 et Q_2, apparaissant dans ce cas aux extrémités de la poutre courte, doivent être supprimés par les efforts de compensation. La solution définitive sera la somme des solutions partielles pour la poutre longue, en prenant en considération les charges données et celles de compensation.

La détermination exacte des charges de compensation est assez compliquée. On peut pratiquement utiliser les méthodes approximatives que nous exposons ci-dessous.

Les charges de compensation peuvent être appliquées soit en dehors de la poutre courte, soit à ses extrémités.

Première méthode. Pour supprimer l'effort tranchant de bord Q on applique, à une distance de $\frac{\pi s}{4}$, la force concentrée X_1 (fig. 15.18,*c*), qui n'engendre que l'effort tranchant Q_{X_1} au point *1*, alors que le moment $M_{X_1} = 0$. Pour trouver la valeur de X_1 on convient que l'effort tranchant résultant au point *1* est nul: $Q_{X_1} + Q_1 = 0$. Alors:

$$Q_{X_1} = \frac{1}{2} X_1 \eta_{1\left(\frac{\pi}{4}\right)},$$

$\eta_{1\left(\frac{\pi}{4}\right)}$ étant la valeur de η_1 lorsque $\varphi = \frac{\pi}{4}$.

Il en vient:

$$X_1 = -\frac{Q_1}{\frac{1}{2}\eta_{1\left(\frac{\pi}{4}\right)}}. \qquad (15.42)$$

En outre, pour supprimer le moment de bord M_1, on applique, à une distance de $\frac{\pi s}{2}$, le moment X_2 qui engendre au point *1* le moment M_{X_2}, alors que $Q_{X_2} = 0$. La valeur de X_2 est établie en se basant sur la condition que le moment fléchissant au point *1* est nul: $M_{X_2} + M_1 = 0$. Etant donné que

$$M_{X_2} = \frac{s}{4} \eta_{4\left(\frac{\pi}{2}\right)} X_2,$$

où $\eta_{4\left(\frac{\pi}{2}\right)}$ est la valeur de η_4 lorsque $\varphi = \frac{\pi}{2}$, on obtient:

$$X_2 = -\frac{M_1}{\frac{s}{4}\eta_{4\left(\frac{\pi}{2}\right)}}. \qquad (15.43)$$

On manipule de même avec les efforts Q_2 et M_2 à l'autre extrémité de la poutre.

Deuxième méthode. Les efforts de bord M_1 et Q_1 sont supprimés par l'effort tranchant et le moment de signe contraire, appliqués au point *1*, à l'extrémité de la poutre donnée, allongée d'une façon illimitée du côté opposé (fig. 15.18,*d*). Par suite de l'action de Q_1:

$$\left.\begin{aligned} M_{\mathrm{I}} &= sQ_1\eta_2; \\ Q_{\mathrm{I}} &= Q_1\eta_4. \end{aligned}\right\} \tag{15.44}$$

Par suite de l'action de M_1:

$$\left.\begin{aligned} M_{\mathrm{II}} &= -M_1\eta_3; \\ Q_{\mathrm{II}} &= \frac{2M_1}{s}\eta_2. \end{aligned}\right\} \tag{15 45}$$

Les épures de compensation de M et Q résultent de la somme:

$$M = M_{\mathrm{I}} + M_{\mathrm{II}};$$
$$Q = Q_{\mathrm{I}} + Q_{\mathrm{II}}.$$

Calcul des poutres rigides et composées. Lors du calcul des poutres rigides, lorsque $\lambda < 0{,}75$, les pressions de bord sur le sol sont déterminées d'après les formules de la Résistance des matériaux sans tenir compte des déformations de la poutre rigide.

Si la poutre possède des tronçons de rigidités différentes, les efforts M_0 et Q_0 aux endroits de leur jonction sont déterminés en se basant sur la condition de l'absence de déplacements réciproques des extrémités de la poutre. Par exemple, pour la poutre de la fig. 15.19,*a* établissons:

$$a_{11}M_0 + a_{12}Q_0 + a_{1p} = 0; \tag{15.46}$$

$$a_{21}M_0 + a_{22}Q_0 + a_{2p} = 0, \tag{15.46a}$$

a_{11}, $a_{12} = a_{21}$, a_{22} étant les déplacements réciproques multiples de EI, obtenus par l'addition des coefficients multiples de EI d'influence des déformations élastiques de bord de poutres isolées.

Dans le cas considéré pour un système de deux poutres, courte de longueur a et longue de longueur l, on peut écrire:

$$\left.\begin{aligned} a_{11} &= s + 3\frac{s^4}{a^3}; \\ a_{12} = a_{21} &= -\frac{s^2}{2} + 1{,}5\frac{s^4}{a^2}; \\ a_{22} &= \frac{s^3}{3} + \frac{s^4}{a}. \end{aligned}\right\} \tag{15.47}$$

Les membres représentés par des doubles indices comportant le symbole de la charge sont les déplacements multiples de EI, provo-

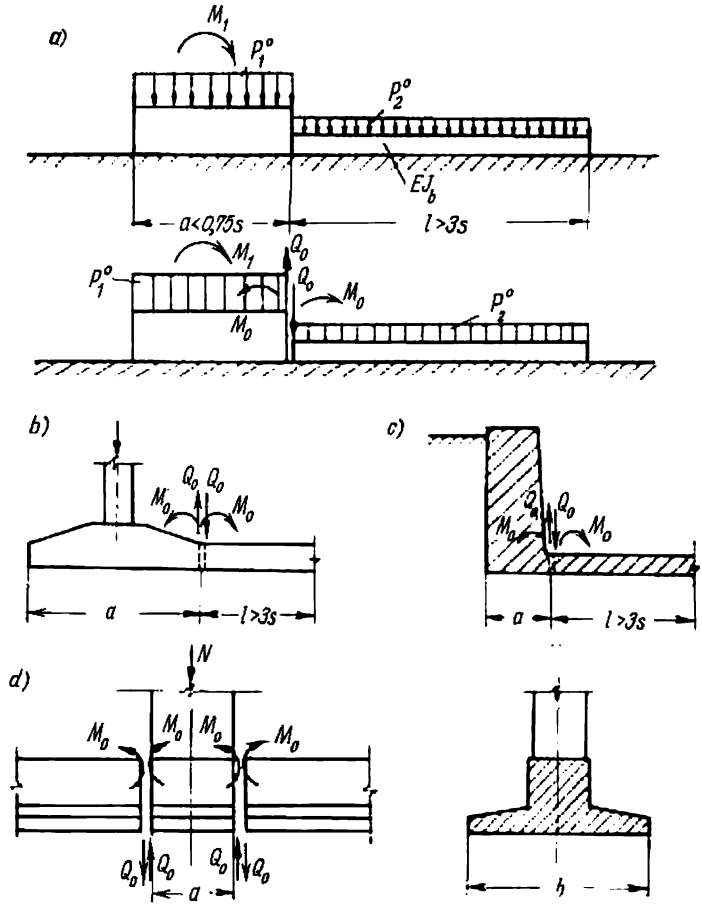


Fig. 15.19

qués par les charges extérieures au point d'application et dans le sens des efforts cherchés M_0 et Q_0:

$$\left.\begin{aligned} a_{1p} &= -M_1 \cdot 3\frac{s^4}{a^3}\,; \\ a_{2p} &= -M_1 \cdot 1{,}5\frac{s^4}{a^2} - (p_1^0 - p_2^0)\frac{s^4}{2}. \end{aligned}\right\} \qquad (15.48)$$

Les valeurs de M_0 et Q_0, obtenues par la solution des équations (15.46) et (15.46a), sont utilisées pour tracer les épures des moments et des efforts tranchants des composantes des poutres.

Aux problèmes de ce genre se rapportent, par exemple, les tronçons extrêmes des poutres de fondation (fig. 15.19,*b*), ainsi que les jonctions des murs d'appui avec le plancher (fig. 15.19,*c*). En particulier, ces problèmes ont conduit à une conclusion pratique très importante qui prouve notamment que les semelles continues transmettent la pression au sol d'une manière plus régulière dans le cas, où elles se propagent au-delà des poteaux extrêmes d'une longueur de 0,6 à 0,7 s.

La *jonction d'un poteau intermédiaire avec une poutre de fondation* représente un système composé d'un tronçon rigide situé sous le poteau et de deux poutres flexibles (fig. 15.19,*d*). Pour plus de précision nous convenons que le système est constitué par des poutres longues. Aux endroits de leur jonction au tronçon rigide nous faisons des coupes et y appliquons les efforts inconnus Q_0 et M_0. Ces efforts sont déterminés en se basant sur la condition qu'il n'y a pas de rotation de l'extrémité de la poutre longue:

$$sM_0 - \frac{Q_0 s^2}{2} = 0, \tag{15.49}$$

ni de déplacement réciproque des poutres longues et du tronçon rigide aux endroits de sectionnement:

$$-\frac{s^2}{2} M_0 + \frac{s^3}{2} Q_0 - \frac{N - 2Q_0}{ab} \cdot \frac{EI}{C} = 0. \tag{15.50}$$

Le dernier membre de l'équation (15.50) représente le tassement multiple de EI du tronçon rigide sous l'action de l'effort $(N - 2Q_0)$.

La solution des équations (15.49) et (15.50) donne:

$$Q_0 = \frac{N}{2 + \frac{a}{s}}; \tag{15.51}$$

$$M_0 = \frac{Ns}{2\left(2 + \frac{a}{s}\right)}. \tag{15.51a}$$

Les formules (15.51) et (15.51a) montrent que plus le segment a est grand, plus les efforts Q_0 et M_0 sont petits.

Exemple 15.3. Déterminer la pression q suivant la semelle et les efforts intérieurs M et Q agissant dans la semelle continue en béton armé (fig. 15.20,*a*). La caractéristique linéaire de la poutre suivant la formule (15.20) $s = 2$ m; les dimensions des poteaux étant petites, les tronçons rigides de la fondation sous les poteaux peuvent être négligés pendant le calcul.

Solution. Pour calculer la poutre sous l'action d'une charge P_1 (fig. 15.20,*b*) examinons la jonction de deux tronçons, de la console rigide, dans laquelle $\lambda = \frac{a}{s} = 0{,}5 < 0{,}75$, et du reste de la poutre avec $\lambda = \frac{l}{s} = \frac{33}{2} = 16{,}5 > 3$ (poutre longue). Calculons, d'après les formules (15.47), les déplacements mul-

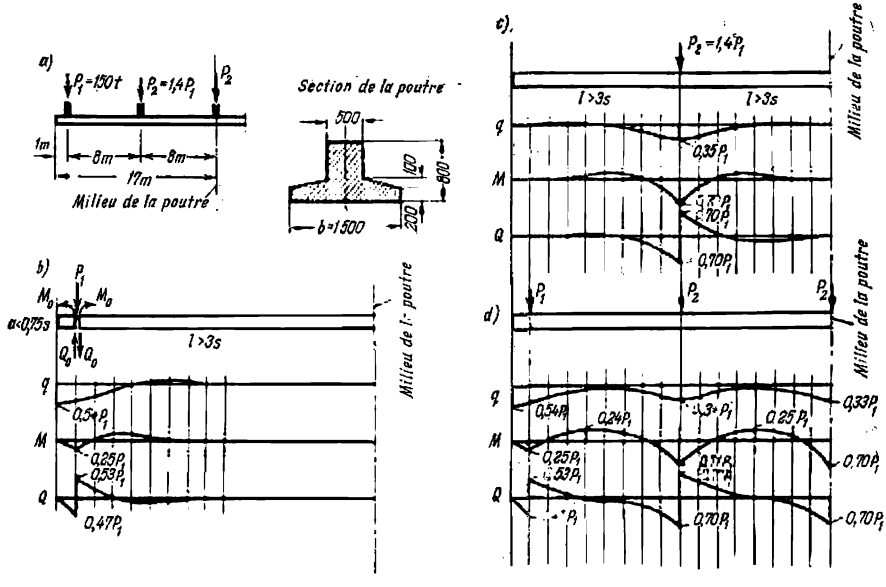


Fig. 15.20. Fondation continue de l'exemple 15.3.

tiples de *EI* des extrémités de la poutre à l'endroit de sectionnement lors des sollicitations unités $M_0 = 1$ et $Q_0 = 1$:

$$a_{11} = s + 3\frac{s^4}{a^3} = 2 + 3\frac{2^4}{1^3} = 50;$$

$$a_{22} = \frac{s^3}{2} + \frac{s^4}{a} = \frac{2^3}{2} + \frac{2^4}{1} = 20;$$

$$a_{12} = a_{21} = -\frac{s^2}{2} + 1{,}5\frac{s^4}{a^2} = -\frac{2^2}{2} + 1{,}5\frac{2^4}{1^2} = 22.$$

Déterminons les déplacements dus aux charges suivant le schéma *I* (fig. 15.16,*a*), en supposant $Q_0 = P_1$:

$$a_{1p} = -\frac{s^2}{2}P_1 = -\frac{2^2}{2}P_1 = -2P_1;$$

$$a_{2p} = \frac{s^3}{2}P_1 = 4P_1.$$

Le système des équations (15.46) et (15.46a) prend la forme :

$$50M_0+22Q_0-2P_1=0;$$
$$22M_0+20Q_0+4P_1=0.$$

Il en résulte que $M_0=0{,}248P_1$ et $Q_0=0{,}473P_1$.

La substitution de ces valeurs dans les solutions d'après les schémas *I* et *II* (v. fig. 15.16) donne les valeurs suivantes pour le tronçon long de la poutre :

$$q=(0{,}527\eta_1-0{,}124\eta_4)\,P_1;$$
$$M=(-1{,}054\eta_2+0{,}248\eta_3)\,P_1;$$
$$Q=(-0{,}527\eta_4-0{,}248\eta_2)\,P_1,$$

d'après lesquelles on peut construire les épures q, M et Q.

Pour le tronçon rigide de la poutre les pressions courantes de bord seront :

$$q_1=\frac{6M_0}{a^2}-2\frac{Q_0}{a}=0{,}542P_1;$$

$$q_2=-6\frac{M_0}{a^2}+4\frac{Q_0}{a}=0{,}404P_1.$$

Pour l'action de $P_2=1{,}4\,P_1$ (fig. 15.20,*c*) le schéma de calcul de la poutre comporte deux tronçons longs, pour lesquels $\lambda>3$. En utilisant la solution d'après le schéma *III* (fig. 15.17,*a*), on obtient les équations :

$$q=0{,}35\eta_3P_1;$$
$$M=0{,}7\eta_4P_1;$$
$$Q=-0{,}7\eta_1P_1,$$

à partir desquelles on construit les épures q, M et Q.

On trouve la solution définitive sous forme des épures q, M et Q en faisant la somme des solutions partielles obtenues pour chaque charge sollicitant la semelle continue (fig. 15.20,*d*).

Calcul des radiers généraux. Le calcul approximatif des radiers généraux se fait en supposant que la pression qu'exerce sur le sol l'édifice tout entier est répartie suivant la loi du plan. D'une façon plus précise on considère les semelles croisées comme poutres sur base élastique. Les efforts inconnus d'interaction des semelles de deux directions sont déterminés en se basant sur la condition que leurs flèches sont égales aux points d'intersection. On ne tient pas compte des moments de torsion puisque leur influence est insignifiante. Dans certains cas, lorsque les charges extérieures provoquent des moments de torsion locaux importants, il faut en tenir compte dans les calculs.

Dans un nœud comportant une semelle de poteau rigide et quatre poutres de fondation flexibles (fig. 15.21) de rigidité identique, les

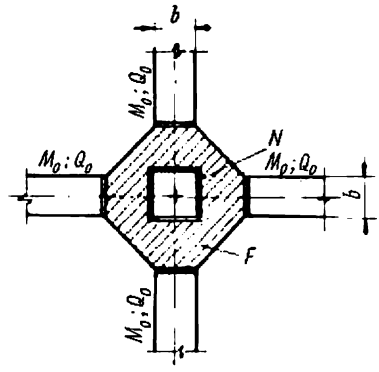


Fig. 15.21

efforts sont déterminés d'après les formules:

$$\left.\begin{aligned} Q_0 &= \frac{N}{4+\frac{F}{sb}}; \\ M_0 &= \frac{s}{2}\cdot\frac{N}{4+\frac{F}{sb}}, \end{aligned}\right\} \qquad (15.52)$$

où F est la surface de la semelle sous le poteau (hachurée sur la fig. 15.21);

b, la largeur de la semelle continue.

CHAPITRE 16 POUTRES DE COUVERTURE, FERMES, ARCS, CADRES

16.1. POUTRES DE COUVERTURE

16.1.1. Constructions des poutres

Selon le profil du toit les poutres de couverture peuvent être à une ou à deux pentes et à membrures horizontales parallèles fig. 16.1); la portée peut atteindre 24 m et plus. Quand la portée

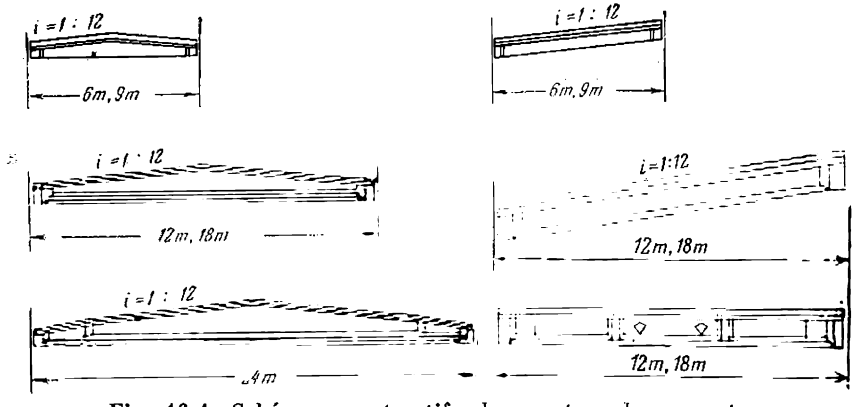


Fig. 16.1. Schémas constructifs des poutres de couverture

ne dépasse pas 18 m il est plus économique, au point de vue dépense de béton et d'acier, d'utiliser des poutres au lieu de fermes. Le pas des poutres de couverture est généralement de 6 à 12 m.

Pour économiser le béton on donne aux poutres de couverture une section en double T (v. chapitre 11) à âme verticale de 6 à 8 cm d'épaisseur dimensionnée de manière à pouvoir y placer l'armature, à assurer sa résistance et sa résistance à la fissuration suivant la section inclinée, ainsi qu'à faciliter le bétonnage. Dans l'âme des poutres de hauteur élevée, dans la partie centrale de la portée, là où les efforts de traction inclinés sont insignifiants, il est possible de pratiquer des trous de forme ronde ou polygonale, qui, dans

certaine mesure, diminuent la dépense de béton et permettent le passage de différentes conduites, des fils électriques, etc.

Aux appuis, ainsi qu'aux endroits d'appui des montants des lanterneaux, les poutres ont une section légèrement élargie, de forme rectangulaire ou trapézoïdale, formant une nervure de rigidité. On admet que la hauteur de la section des poutres de couverture à une ou à deux pentes au milieu de la portée varie de $^1/_{10}$ à $^1/_{15}$ l. La hauteur des parties d'appui des poutres à deux pentes est prise égale à 800 mm.

L'inclinaison de la membrure supérieure des poutres est en général de $^1/_{12}$. Lorsque la portée des poutres est de 24 m, pour conserver

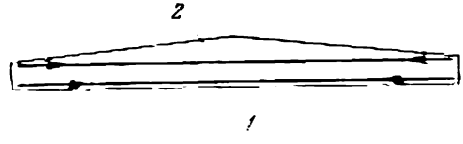


Fig. 16.2

la hauteur standard des poutres sur les appuis, on est obligé de conférer à la membrure supérieure une inclinaison variable.

Pour assurer la stabilité pendant le transport et la mise en place d'une poutre, la largeur de la table supérieure comprimée est prise entre $\frac{1}{50}$ et $\frac{1}{60}l$. La largeur de la membrure inférieure est choisie de 20 à 25 cm en vue d'y placer l'armature longitudinale tendue. Les poutres de couverture sont fabriquées en béton 300 à 500 précontraint.

Suivant la méthode de précontrainte on distingue les poutres de couverture à armature tendue sur les appuis (avant bétonnage) et les poutres à armature tendue sur le béton.

Poutres de couverture à armature tendue sur les appuis. Les poutres à armature tendue sur les appuis, fabriquées d'une seule pièce sur les bancs de laminage linéaire, sont les plus économiques en ce qui concerne la dépense de main-d'œuvre et le prix de revient ; elles sont adoptées en tant que poutres types pour la construction en grande série.

L'armature précontrainte des poutres est faite en fil de haute résistance, en torons à sept fils ou en barres d'acier profilées laminées à chaud. L'armature de l'âme est formée de carcasses soudées, dont les étriers assurent la résistance de la poutre suivant les sections inclinées. La table supérieure est aussi équipée de carcasses soudées.

Pour limiter l'ouverture des fissures des poutres à deux pentes, armées d'une armature précontrainte de section importante (fig. 16.2),

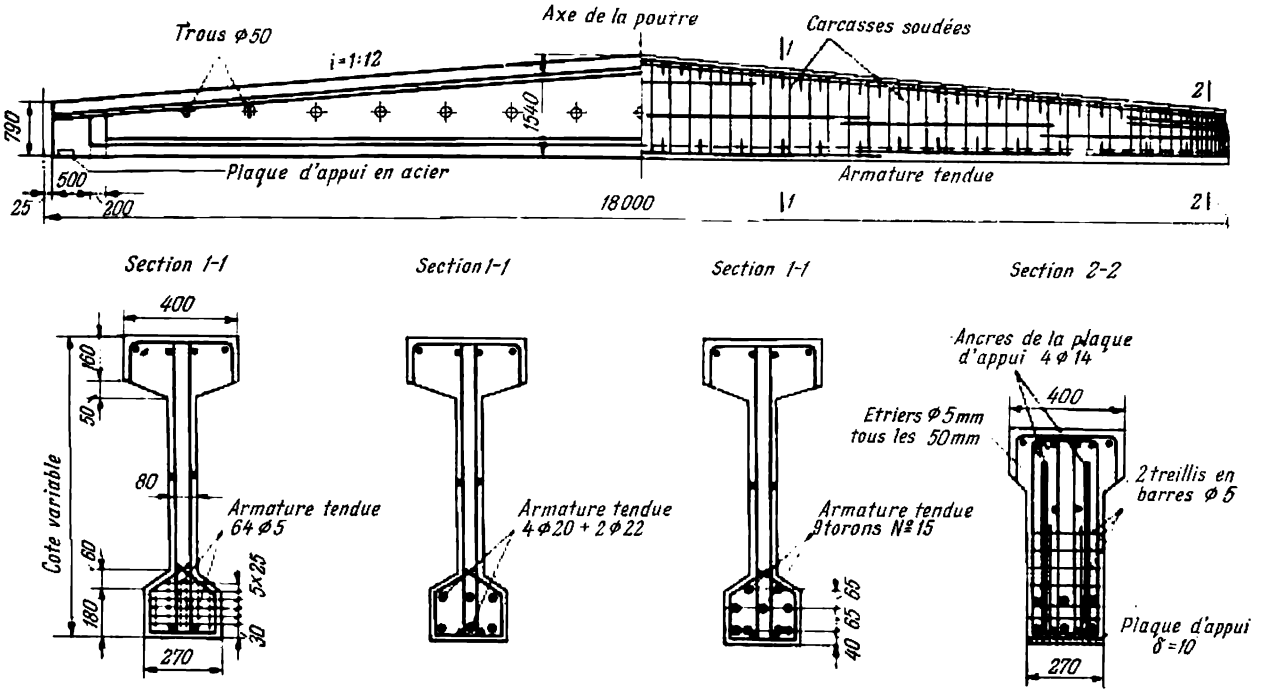


Fig. 16.3. Poutre précontrainte à armature tendue sur les appuis

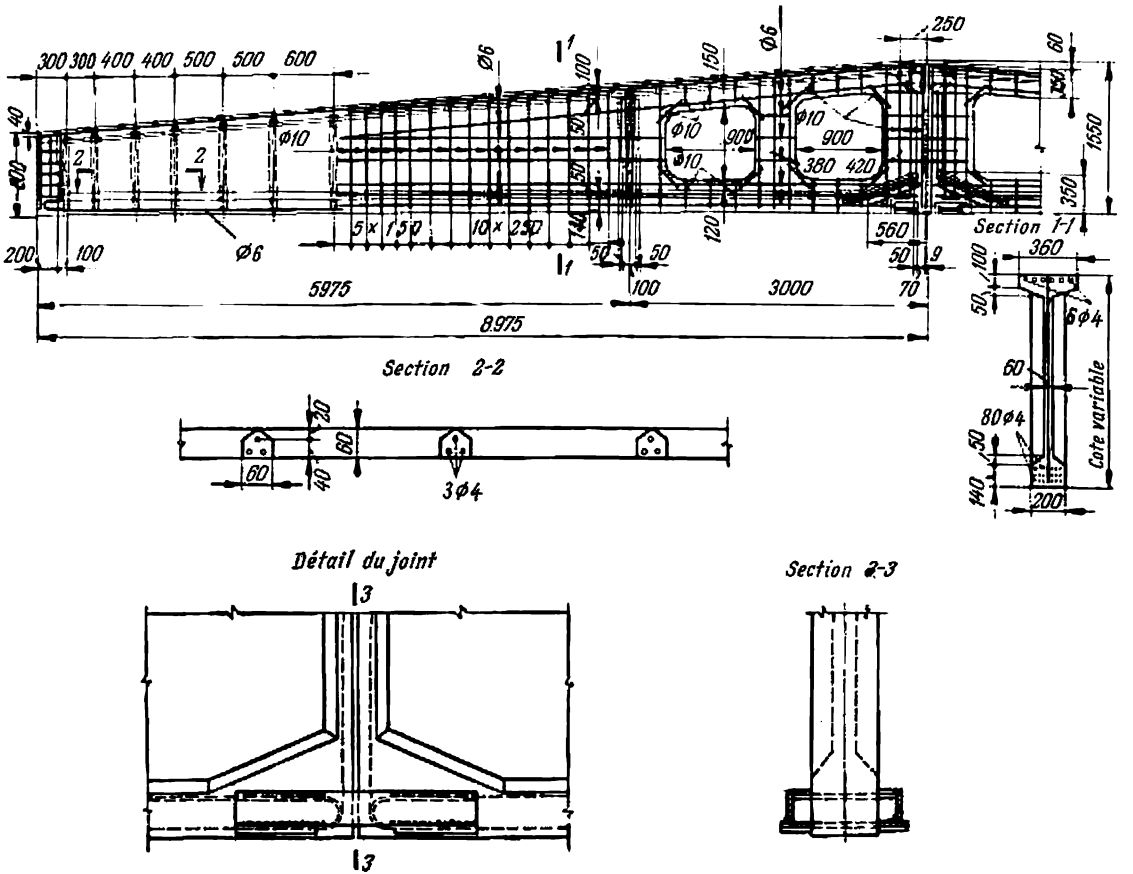


Fig. 16.4. Poutre précontrainte à armature continue

qui se produisent pendant la détente de l'armature inférieure *1*, on prévoit une armature constructive rectiligne précontrainte *2*, que l'on place au niveau de la face supérieure de la section d'appui de la poutre.

La construction des poutres types précontraintes, armées de barres et de fils, est montrée fig. 16.3. Lorsqu'on arme les poutres avec du fil de haute résistance, les armatures sont disposées verticalement par groupes de 2 fils, ce qui rend plus facile le bétonnage des poutres en position de service.

Les poutres à armature continue (fig. 16.4) peuvent servir d'un autre exemple des poutres précontraintes à armature tendue sur les appuis. La tension est obtenue par l'enroulement continu du fil de haute résistance sur les pivots de la plaque de coulée. Un tel mode de ferraillage permet de précontraindre le béton dans le sens longitudinal comme transversal et d'augmenter de ce fait la résistance de la poutre à la fissuration. Près des appuis des poutres, afin de simplifier l'enroulement du fil, on admet comme armature des pièces précontraintes transversales.

Suivant les conditions de la tension de l'armature sur une table tournante, la longueur d'un élément ne doit pas dépasser 9 m; c'est pourquoi les poutres de 12 à 18 m de portée sont formées de deux éléments ayant un joint soudé au milieu de la portée. Si les poutres sont fabriquées sur les bancs mécanisés et à l'aide des machines enrouleuses, il n'y a pas de nécessité de faire le joint.

La fig. 16.5 montre la construction d'une poutre à membrures parallèles dont l'armature est tendue sur les appuis.

Poutres de couverture à armature tendue sur le béton (fig. 16.6). Ce groupe comporte les poutres composées de blocs types, fabriqués à l'usine ou sur le chantier, d'une longueur nominale de 3 m et soumis à la précontrainte pendant l'assemblage des blocs. Au cours de la fabrication, dans tous les blocs de la membrure inférieure ainsi que dans l'âme des blocs extrêmes sont laissés des canaux pour l'introduction de l'armature que l'on tend ensuite sur le béton. L'épaisseur de l'âme verticale des blocs centraux est de 6 cm et celle des blocs extrêmes de 8 cm, compte tenu de l'accroissement des efforts tranchants et de la diminution de la hauteur de la section.

Comme armature, on utilise les faisceaux de fil de haute résistance, les torons de sept fils ou les barres profilées; il est plus rationnel d'augmenter au préalable la résistance des barres en les tendant à l'aide de vérins utilisés à la précontrainte. L'armature à précontraindre est ancrée à l'extrémité de la poutre avec des écrous vissés aux extrémités des barres. L'une des barres ou l'un des torons passant dans l'âme des blocs extrêmes doit être curviligne.

L'assemblage des blocs de poutres composées se fait dans les dispositifs de guidage, en position verticale; leur liaison en haut se fait

par soudure des plaques d'acier aux pièces d'attache. Le jeu (de 8 à 10 mm), prévu entre les blocs voisins au cours de leur assemblage, est rempli de mortier de ciment à durcissement rapide. Après 24 heures de durcissement du mortier, l'armature est tendue à l'aide des vérins amovibles et fixée dans les extrémités des poutres ; les canaux des blocs sont aussi remplis de mortier de ciment par injection.

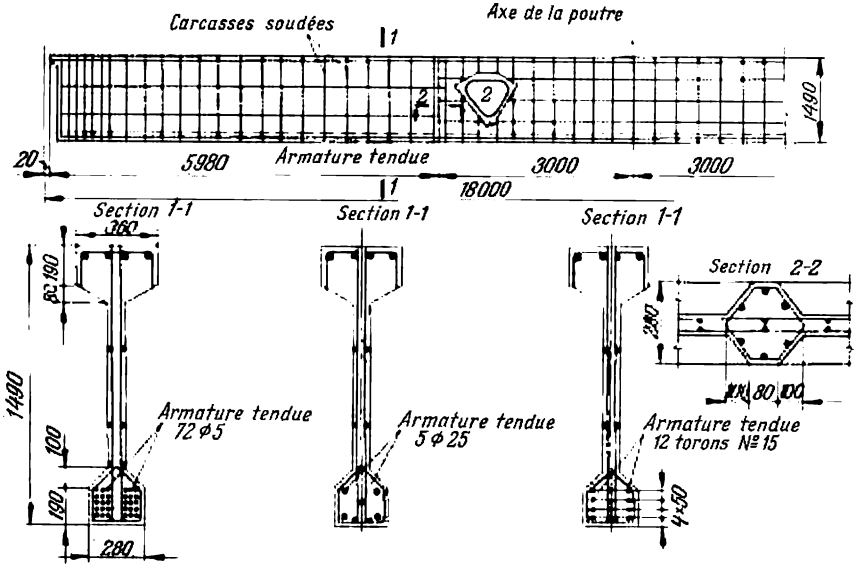


Fig. 16.5

Les expériences ont montré que la poutre composée de blocs peut être considérée comme une poutre monolithe.

Les inconvénients de ces poutres sont une dépense considérable de main-d'œuvre et la difficulté d'assembler les blocs et de tendre l'armature au chantier. Si l'on dispose d'usines équipées de mécanismes permettant la fabrication des poutres monolithes, l'emploi des poutres composées de blocs n'est pas recommandé.

Le ferraillage des poutres monolithes (fig. 16.7) se fait avec des faisceaux ou des barres posés dans les tubes spéciaux à parois minces en tôle d'acier. L'armature est tendue sur le béton, quand ce dernier atteint la résistance requise.

Les poutres de tous les types peuvent supporter, outre le poids de la couverture, les charges des ponts roulants (en principe, deux ou trois charges jusqu'à 3 t). Dans ce cas la dépense d'armature augmente de 20 à 30 %.

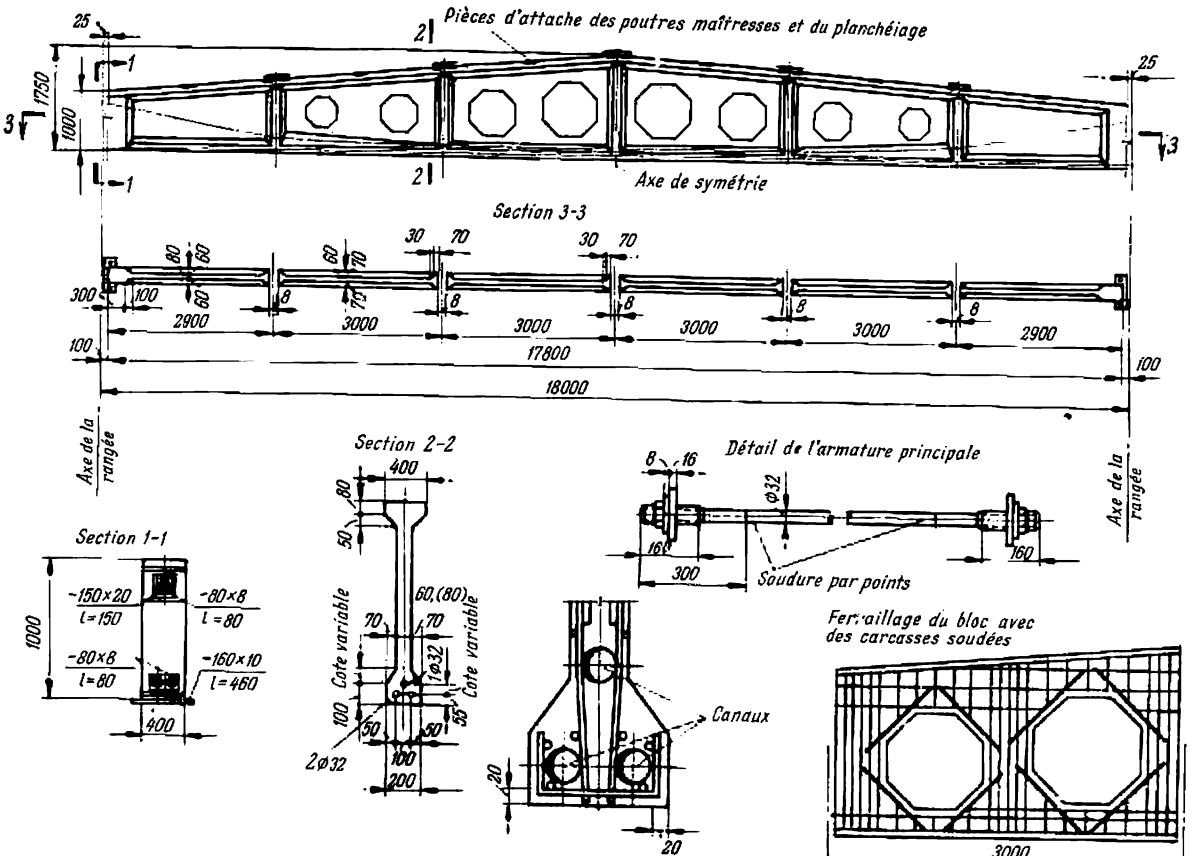


Fig. 16.6. Poutre précontrainte composée

Pour assurer la fixation des éléments de la couverture et des lanterneaux, la membrure supérieure des poutres est munie de pièces d'attache en acier.

Le poids des poutres de couverture en béton armé peut atteindre 7 à 8 t pour une portée de 18 m et 11 à 12 t pour une portée de 24 m.

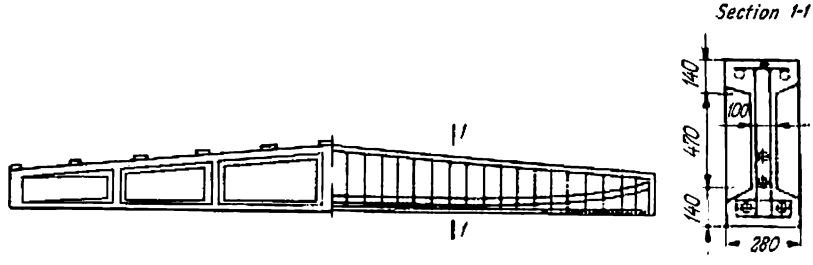


Fig. 16.7. Poutre continue à armature tendue sur le béton

Le tableau 16.1 contient les indices techniques et économiques des différentes poutres de couverture de 12 à 24 m de portée. Il en vient que les poutres précontraintes, armées de fil d'acier de haute résistance, sont les plus économiques quant à la dépense d'acier;

Tableau 16.1

Indices techniques et économiques des poutres de couverture préfabriquées à deux pentes, de 12 à 24 m de portée pour un pas de 6 m et une charge calculée de la couverture de 350 à 550 kg/m²

Type de la poutre	Poids de la poutre, t	Qualité du béton	Dépense des matériaux par poutre	
			béton, m³	acier, kg
Précontrainte, armée de barres; portée, m				
12	4,1	400	1,65	127 à 153
18	7,1 à 7,5	400	2,84 à 2,98	341 à 474
24	11,7 à 12	400 à 500	4,67 à 4,78	604 à 884
Précontrainte, armée de fil d'acier; portée, m				
12	4,1	400	1,65	87 à 108
18	7,1 à 7,7	400	2,84 à 3,07	230 à 358
24	11,7 à 12	400 à 500	4,67 à 4,78	396 à 564

en comparaison avec les poutres armées de barres, elles donnent une économie d'acier d'environ 35 %.

L'augmentation du pas des poutres jusqu'à 12 m conduit à une économie de béton. L'emploi de ce pas permet de faire également certaine économie d'armature.

16.1.2. Calcul des poutres de couverture

La charge de la couverture est transmise à la poutre, par l'intermédiaire des nervures des panneaux, sous forme des forces concentrées. S'il y a, dans la travée, plus de cinq forces concentrées, on les remplace par une charge uniformément répartie. Les poids des lanterneaux et des grues roulantes agissent comme des forces concentrées supplémentaires.

Les efforts calculés — moments fléchissants et efforts tranchants — sont déterminés comme pour une poutre librement appuyée.

Le choix de l'armature longitudinale d'après le moment fléchissant se fait pour plusieurs sections le long de la poutre: pour les poutres à deux pentes la section calculée peut se trouver non pas au milieu de la travée, mais à une certaine distance x de l'appui.

Ainsi, pour une inclinaison de la membrure supérieure de $\frac{1}{12}$ et pour une hauteur de la poutre au milieu de la travée de $h = \frac{1}{12} l$, la hauteur sur appui sera $h_{app} = \frac{1}{24} l$ et à une distance x de l'appui:

$$h_x = \frac{1}{24} l + \frac{1}{12} x.$$

Admettons que la hauteur de travail de la section soit égale à $h_0 = \beta h_x$. Le moment fléchissant engendré par une charge uniformément répartie sera:

$$M_x = \frac{qx(l-x)}{2}.$$

La section de l'armature longitudinale:

$$F_{ax} = \frac{M_x}{R_a \gamma_0 h_0} = \frac{12qx(l-x)}{R_a \gamma_0 \beta (l+2x)}.$$

La section calculée (dangereuse) le long de la poutre est celle où F_{ax} atteint sa valeur maximale. Pour trouver cette section réduisons à zéro la première dérivée $\frac{dF_{ax}}{dx} = 0$. Supposant que $\gamma_0 \beta$ est une constante, nous trouverons en différenciant:

$$2x^2 + 2xl - l^2 = 0.$$

En résolvant l'équation du second degré on trouvera $x = 0{,}37\ l$. Dans le cas général, lorsque la hauteur de la poutre au milieu de la travée $h = \frac{1}{10}$ à $\frac{1}{15}\ l$, la distance de l'appui jusqu'à la section calculée $x = 0{,}35$ à $0{,}40\ l$.

S'il y a des lanterneaux, la section calculée peut se trouver sous le montant du cadre du lanterneau.

L'armature transversale (étriers) de la poutre est déterminée en calculant la résistance suivant les sections inclinées.

On calcule ensuite la résistance à la fissuration et la résistance de la poutre aux efforts auxquels elle se trouve soumise pendant la fabrication, le transport et le montage.

16.1.8. Sablières

Les poutres de couverture (arbalétriers) reposent sur les poteaux ou sur les sablières. Ces dernières sont employées quand le pas des poteaux et la distance entre les arbalétriers ne sont pas égaux, mais

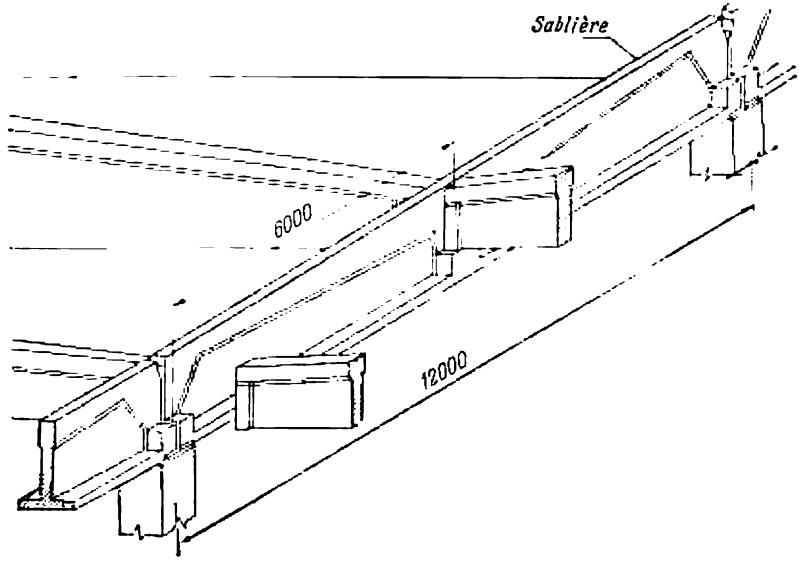


Fig. 16.8. Sablière

l'un est multiple de l'autre (fig. 16.8). Les sablières types ont une portée nominale de 12 m ; elles sont confectionnées en béton précontraint des qualités 400 et 500. Dans ce cas-là les arbalétriers seront raccourcis.

Les sablières à membrures parallèles (fig. 16.9) ont une section en double T à table inférieure élargie pour y loger les faisceaux d'armature tendue sur le béton et aménager des consoles servant d'appuis aux arbalétriers. On dispose les principaux faisceaux horizontaux

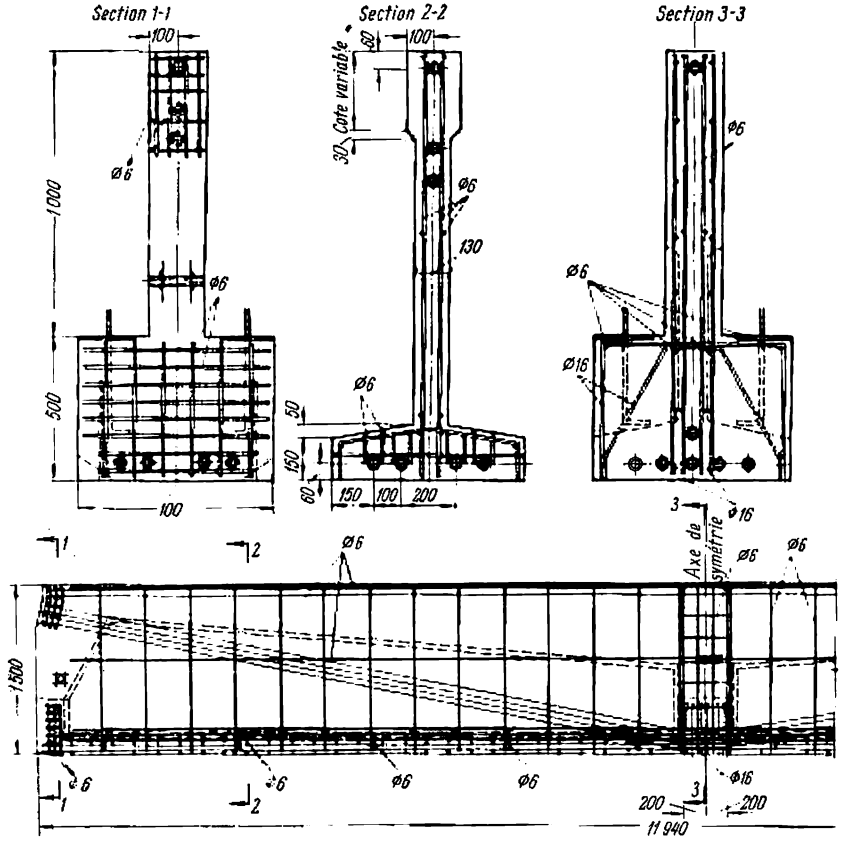


Fig. 16.9. Armature d'une sablière précontrainte à membrures parallèles

dans la table inférieure, un faisceau horizontal dans la table supérieure et deux faisceaux inclinés dans l'âme de la poutre. Près des extrémités de la poutre les faisceaux sont scellés aux sabots d'ancrage.

La sablière à membrures non parallèles (fig. 16.10) a une section en double T à table inférieure suffisamment développée pour permettre l'appui des arbalétriers sur la membrure inférieure de la

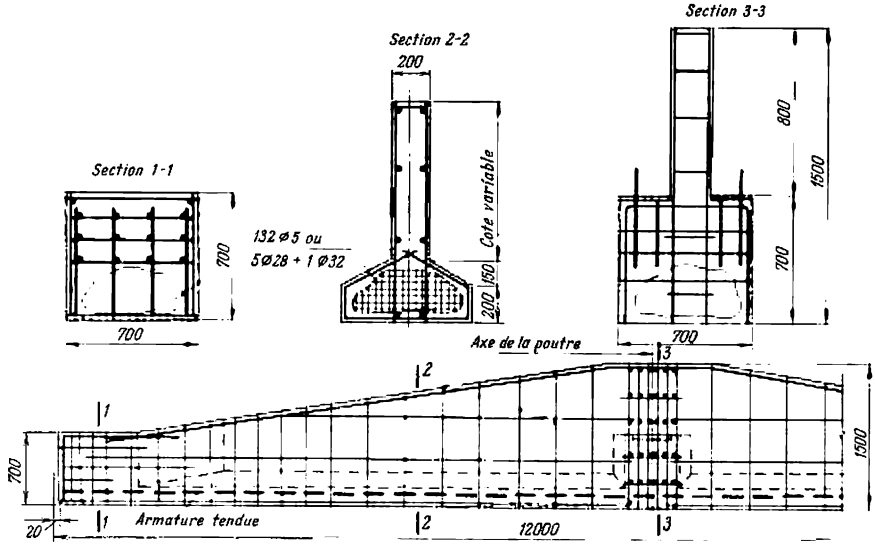


Fig. 16.10. Armature d'une sablière précontrainte à membrure supérieure à inclinaison variable

sablière. Ces poutres sont armées de fils de haute résistance et de barres tendues sur les appuis.

En calculant une sablière, on la considère comme une poutre à une seule travée, sollicitée par une force concentrée, appliquée au milieu de la travée, et par son poids propre uniformément réparti.

16.2. FERMES

16.2.1. Constructions des fermes

L'emploi des fermes en béton armé n'est avantageux que pour des portées supérieures à 18 m. Leur configuration dépend principalement du profil du toit et de la composition générale de la couverture.

Les fermes dont la configuration des membrures supérieures suit une ligne brisée ou une courbe en arc sont les plus avantageuses. Ce sont des fermes à segments (fig. 16.11,*a*, *b*). Le treillis de ces fermes subit des efforts relativement faibles et leur hauteur aux appuis est relativement petite. Ceci permet de diminuer le poids de la ferme et la hauteur des murs du bâtiment. Les fermes à segments sont adoptées en tant que fermes types des bâtiments industriels.

Dans les fermes polygonales à contre-fiche d'appui remontante les membrures sont parallèles lorsque le toit est plat, ou bien la membrure supérieure est inclinée (fig. 16.11,*c*) en conformité avec l'inclinaison de la couverture. Les fermes polygonales à contre-fiche d'appui descendante et à membrure inférieure en ligne brisée (fig. 16.11,*d*) sont plus stables pendant leur mise en place et ne nécessitent pas de fixations spéciales, puisque le centre de gravité de ces fermes se trouve

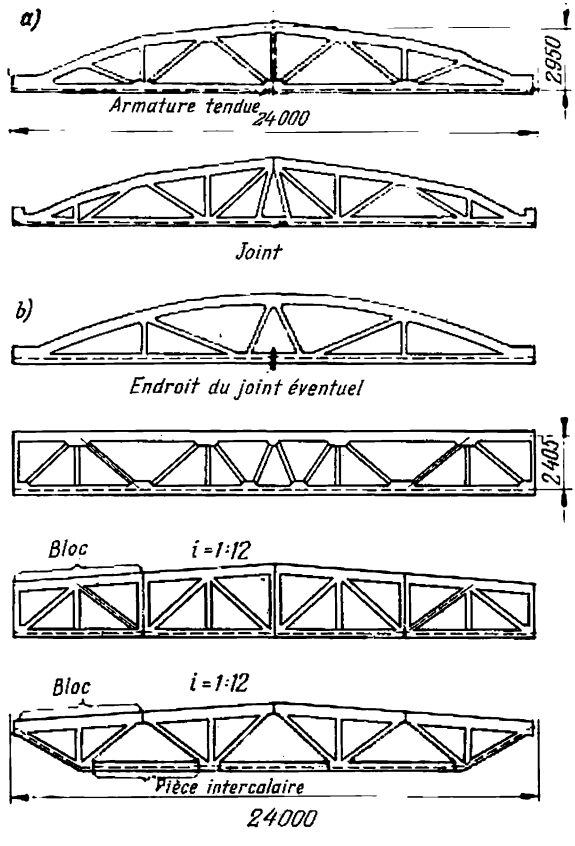


Fig. 16.11. Schémas constructifs des fermes

plus bas que les appuis. Cependant, l'utilisation de ces fermes oblige d'augmenter la longueur des poteaux.

Les fermes sont fabriquées en béton de qualités 300 à 500 avec un grand pourcentage d'armatures, ce qui diminue leur poids.

La hauteur des fermes en béton armé au milieu de la portée est prise égale à $\frac{1}{7}$ à $\frac{1}{9}$ de la portée.

En établissant le projet d'une ferme à segments, on adopte généralement la largeur des segments de la membrure brisée égale à 3 m pour assurer la transmission de la charge des dalles de couverture de grandes dimensions, larges de 3 m, aux nœuds de la ferme et prévenir ainsi le fléchissement local.

Dans les fermes à segments à membrure supérieure curviligne les moments fléchissants engendrés par le chargement en dehors des nœuds diminuent grâce à l'excentricité de la force longitudinale, qui provoque un moment de signe contraire (fig. 16.12), ce qui permet d'augmenter les dimensions des panneaux de la membrure supérieure et d'employer un treillis moins serré.

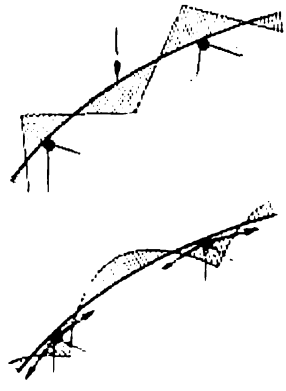


Fig. 16.12.

La membrure inférieure tendue des fermes à segments est fabriquée précontrainte, la tension étant réalisée aussi bien sur le béton que sur les appuis.

Les fermes sont pourvues de treillis faits d'éléments préfabriqués en béton armé, avec des barres en attente, ce qui simplifie le coffrage des fermes. Pour rendre plus commode la mise en place des éléments du treillis dans le coffrage, la longueur de ces éléments est choisie de manière qu'ils rentrent de 3 à 4 cm à l'intérieur des nœuds (parties élargies) de la ferme.

Les fermes d'une portée de 18 à 24 m sont fabriquées d'un seul bloc, alors que celles de 24 à 30 m ont un joint au milieu.

Selon les conditions de construction, le mode de transport, etc., le joint de la membrure inférieure tendue de la ferme peut être exécuté soit par soudure, soit par tension de part en part de l'armature avec serrage de la membrure inférieure de deux demi-fermes. Cependant, dans ce dernier cas le volume de travaux à exécuter au chantier augmente.

Il est recommandé de disposer le joint soudé de la membrure inférieure des demi-fermes entre les nœuds et de placer les pièces d'attache et les éclisses près des pans inférieur et supérieur de la membrure de façon à faciliter le soudage.

Le joint des demi-fermes de la membrure supérieure comprimée est réalisé en soudant les pièces d'attache et en coulant ensuite du béton dans l'intervalle entre les extrémités des demi-fermes.

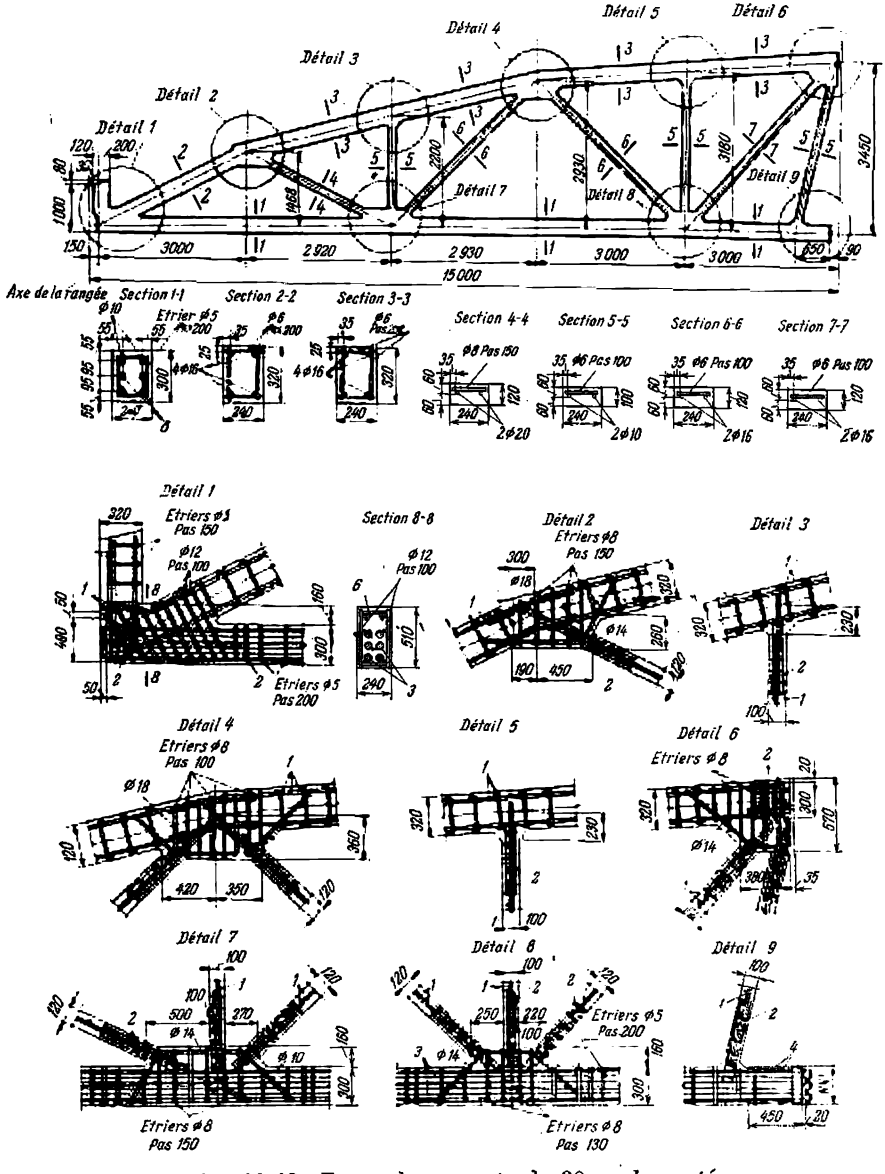


Fig. 16.13. Ferme à segments de 30 m de portée

1 — carcasse soudée ; *2* — treillis soudé ; *3* — faisceaux de l'armature précontrainte ; *4* — pièce d'attache en acier

La fig. 16.13 donne une idée du ferraillage d'une ferme à segments de 30 m de portée avec un joint soudé de la membrure inférieure. Les éclisses sont soudées aux pièces d'attache de la membrure au cours de l'assemblage de la ferme. Pendant le bétonnage, on pratique dans la membrure inférieure des canaux destinés à recevoir l'armature tendue. Les membrures et le treillis de la ferme sont armés de carcasses soudées. Les élargissements, prévus dans les nœuds de la ferme et armés de barres supplémentaires relevées, assurent un bon ancrage de l'armature des éléments du treillis.

Il est plus rationnel de précontraindre la membrure inférieure de la ferme en tendant ses aciers sur les appuis (fig. 16.14). Ceci permet d'utiliser d'une façon universelle les bancs linéaires pour la fabrication des poutres de couverture ainsi que des fermes et de perfectionner la construction du nœud d'appui de la ferme.

Pour améliorer la technologie de fabrication des fermes à segments, on a recours aux éléments rectilignes préfabriqués des membrures supérieures et inférieures et du treillis (fig. 16.15). Ces fermes peuvent avoir deux genres de membrures inférieures: 1) sous forme d'un élément monolithe avec une armature en fil d'acier tendue sur les appuis; 2) sous forme de plusieurs éléments rectilignes armés de faisceaux ou de barres qui sont tendus sur le béton. Dans le dernier cas l'assemblage de la membrure inférieure peut être exécuté séparément en vue de joindre ultérieurement les éléments de la membrure supérieure et du treillis. La fabrication des éléments rectilignes et l'assemblage des fermes se font dans des usines spécialisées.

Les éléments rectilignes de la ferme sont liés les uns aux autres en soudant les extrémités de l'armature en attente des membrures supérieure et inférieure et du treillis et en assurant ensuite la solidarité des nœuds par bétonnage (fig. 16.16).

Les fermes polygonales à contre-fiche d'appui remontante peuvent être assemblées de blocs de 6 m de long ou des demi-fermes à panneaux de 3 m. Les efforts importants qui sollicitent le treillis de ces fermes nécessitent la précontrainte non seulement de la membrure inférieure, mais aussi des éléments tendus du treillis au voisinage des appuis (fig. 16.17). La tension de l'armature sur le béton complique la fabrication de ces fermes.

Les fermes polygonales à contre-fiche d'appui remontante et à membrures parallèles, destinées aux toitures plates, sont actuellement exécutées d'un seul bloc avec l'armature tendue sur les appuis (fig. 16.18). La membrure inférieure et les contre-fiches extrêmes sont précontraintes. Leur armature est en fil d'acier ou en barres. Ces fermes sont pourvues de treillis préfabriqués pendant leur confection. Lorsque le pas des fermes à segments atteint 12 m, celles-ci peuvent être pourvues de treillis ou d'éléments rectilignes préfabriqués (fig. 16.19).

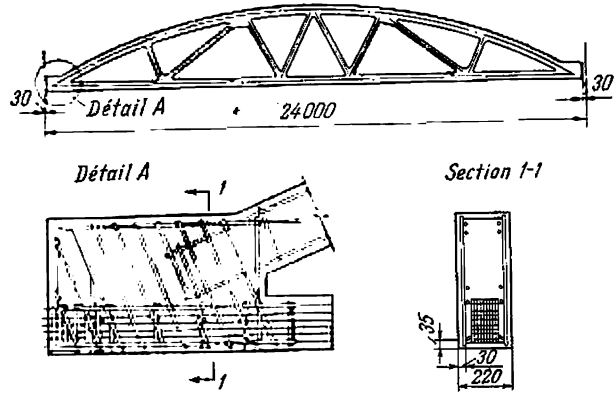


Fig. 16.14. Construction de la membrure inférieure précontrainte d'une ferme à armature tendue sur les appuis

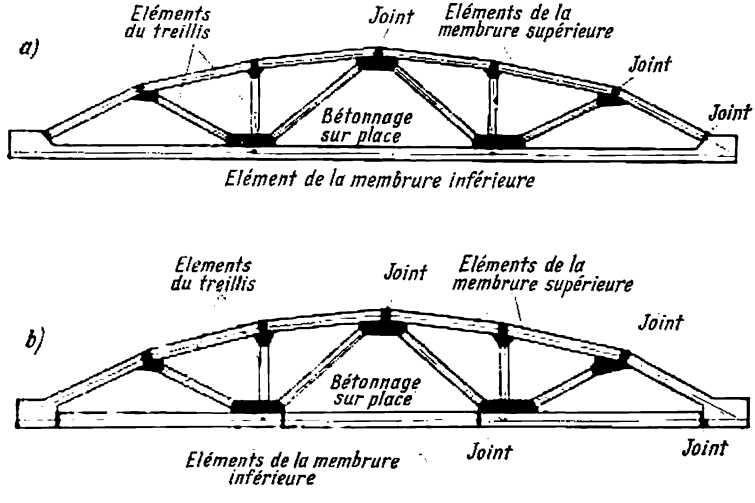


Fig. 16.15. Construction d'une ferme à segments constituée d'éléments linéaires
a — à membrure inférieure d'une seule pièce à armature tendue sur les appuis ; *b* — à membrure inférieure composée à armature tendue sur le béton

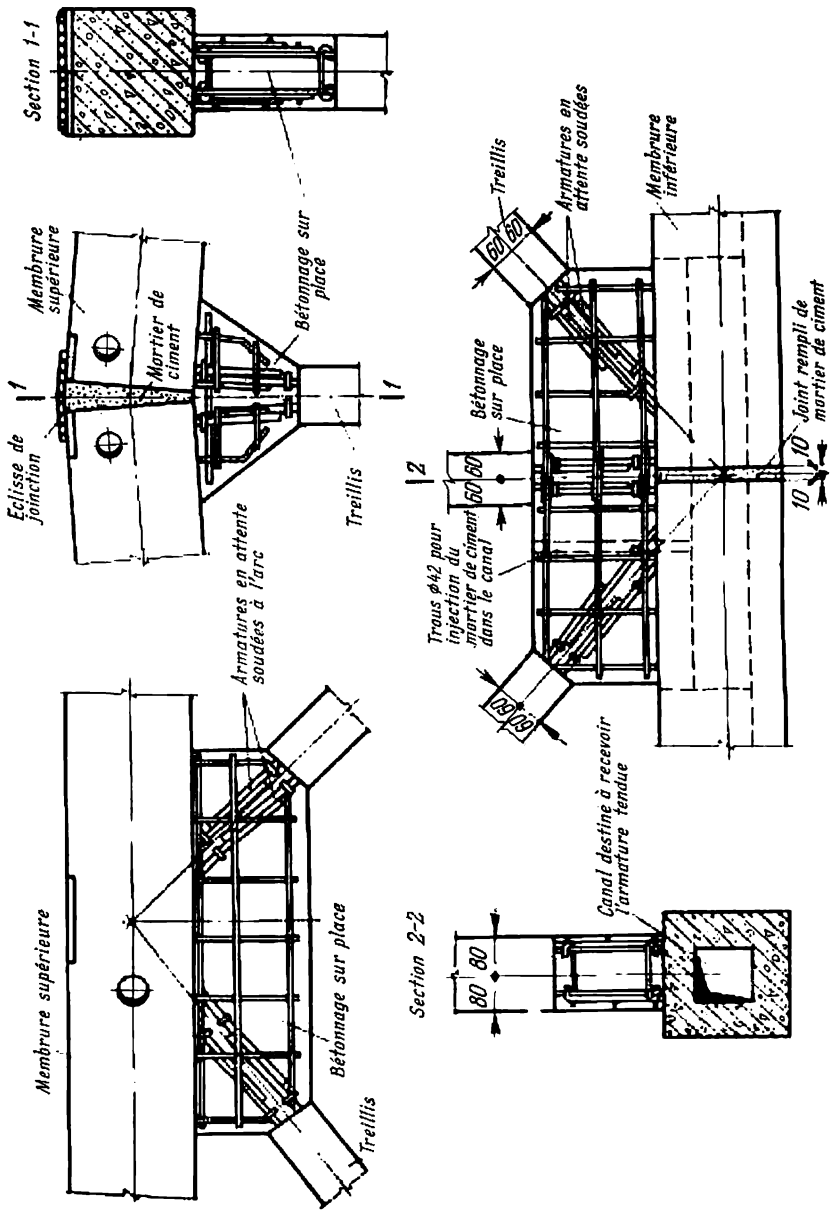


Fig. 16.16. Nœuds d'une ferme constituée d'éléments linéaires

Leur assemblage se fait par soudage des armatures en attente des éléments des membrures et des treillis avec coulage ultérieur des joints. Les fermes dont le pas est de 12 m subissent des efforts deux

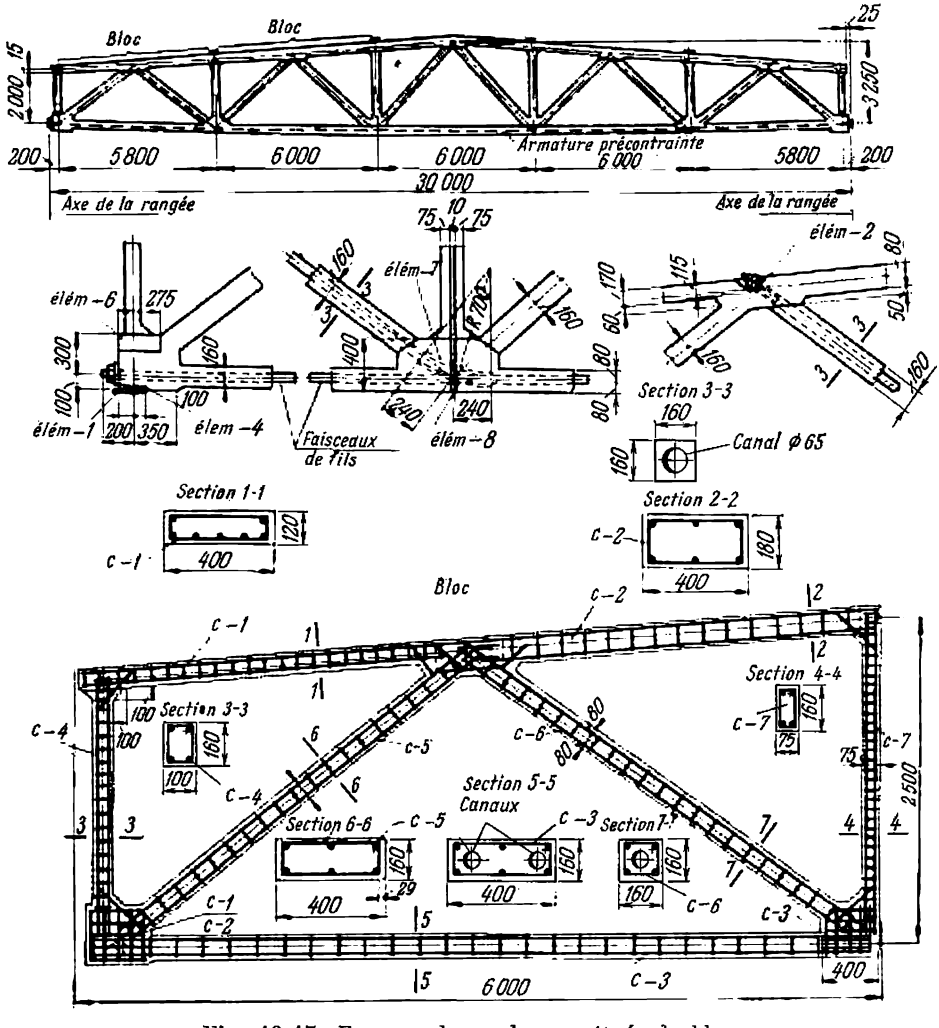


Fig. 16.17. Ferme polygonale constituée de blocs

fois plus importants que celles fabriquées avec un pas de 6 m, c'est pourquoi on coule du béton non seulement dans les joints entre les treillis et les membrures, mais aussi dans les intervalles des éléments

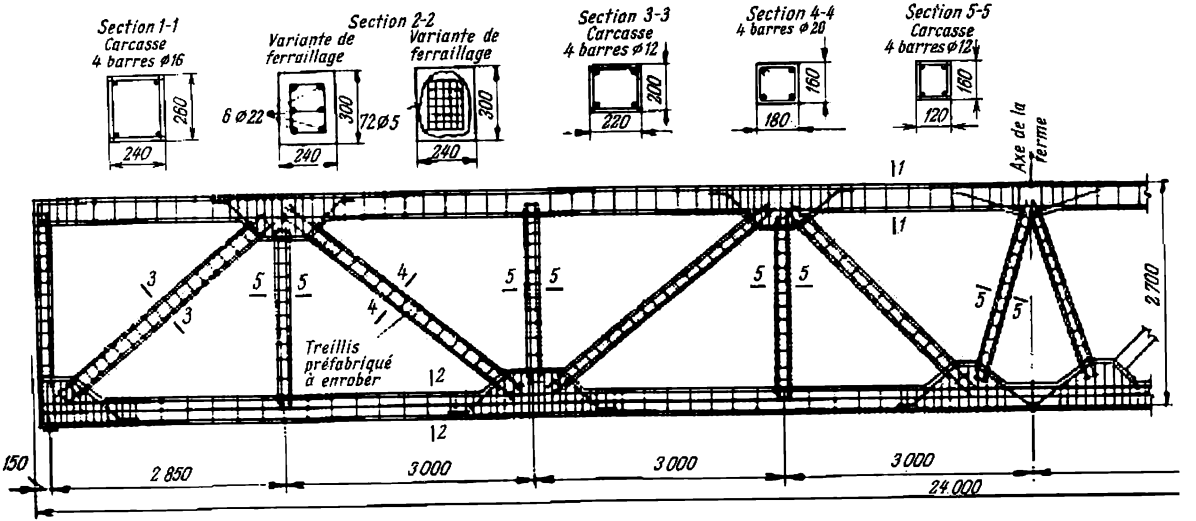


Fig. 16.18. Ferme polygonale à membrures parallèles

de la membrure supérieure pour solidariser ceux-ci (fig. 16.20). L'armature de la membrure inférieure peut être tendue sur les appuis ainsi que sur le béton. Pour assembler deux demi-fermes, on exécute la jonction des membrures supérieure et inférieure en soudant des

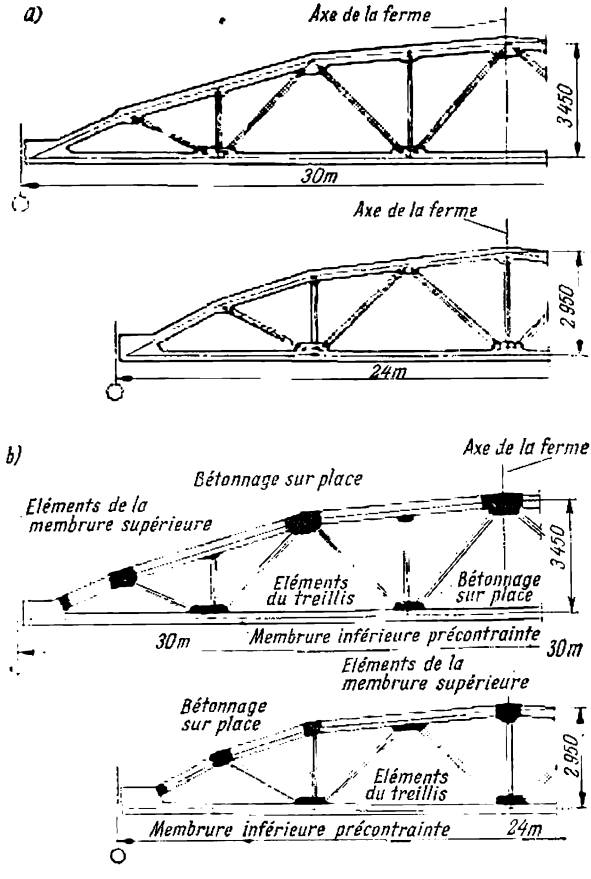


Fig. 16.19. Constructions des fermes à segments pour un pas de 12 m
a — fermes à treillis préfabriqué ; *b* — fermes constituées d'éléments linéaires

éclisses en acier aux pièces d'attache intercalées et en remplissant les joints de mortier de ciment (fig. 16.21).

L'appui de tous les types de fermes se fait à l'aide de plaques d'appui en acier, de 10 à 12 mm d'épaisseur, soudées aux systèmes d'ancrage des éléments.

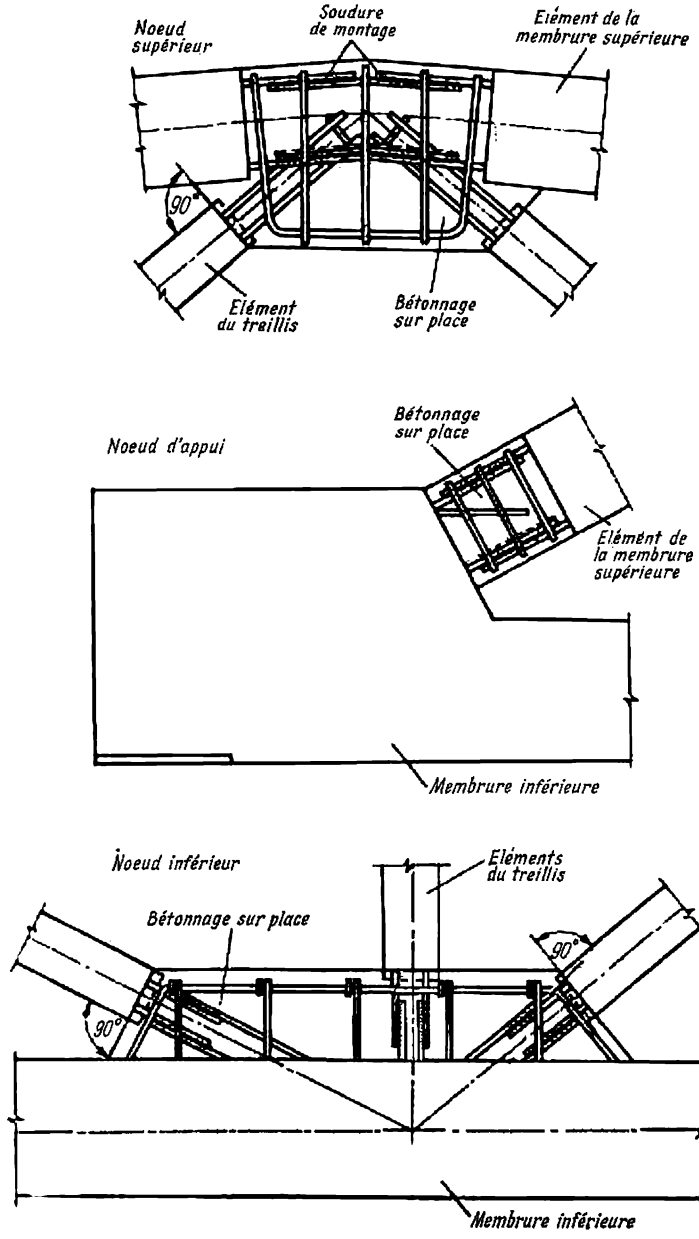


Fig. 16.20. Nœuds d'assemblage des éléments linéaires

Tableau 16.2

Indices techniques et économiques des fermes préfabriquées en béton armé, de 18 à 30 m de portée, pour une charge calculée de la couverture de 350 à 550 kg/m²

Type de la ferme	Poids, t	Qualité du béton	Dépense des matériaux par ferme	
			béton, m³	acier, kg
A. Pas des fermes 6 m				
Ferme à segments, précontrainte, armée de faisceaux de fils ; portées, m :				
18	4,3 à 4,8	300	1,72 à 1,9	338 à 433
24	8,8 à 10	300 à 400	3,5 à 4	621 à 689
30	15,2 à 17	300 à 400	6,08 à 6,8	1 041 à 1 219
Ferme arquée, précontrainte, armée de faisceaux de fils ; portées, m :				
18	5,2 à 5,9	300 à 400	2,07 à 2,36	313 à 395
24	9,2 à 10,0	400	3,68 à 4	564 à 732
30	14 à 15,8	400	5,6 à 6,32	920 à 1 281
Ferme polygonale, composée de blocs, à membrure inférieure précontrainte, armée de faisceaux de fils d'acier de haute résistance ; portées, m :				
18	6,58	400	2,63	514 à 529
24	9,6	400	3,85	744 à 765
30	13,2	400	5,28	1 135 à 1 186
B. Pas des fermes 12 m				
Ferme à segments, précontrainte, composée d'éléments rectilignes, armée de fils d'acier ; portées, m :				
18	7,6 à 9,1	300 à 400	3,06 à 3,63	491 à 759
24	14,9 à 17,4	300 à 500	5,95 à 6,96	1 018 à 1 367
30	25,5 à 29,8	300 à 500	10,2 à 11,9	1 422 à 2 213
Ferme à segments, précontrainte, armée de barres ; portées, m :				
18	7,6 à 9,1	300 à 400	3,06 à 3,63	563 à 962
24	14,9 à 17,4	300 à 500	5,95 à 6,96	1 238 à 1 822
30	25,5 à 29,8	300 à 500	10,2 à 11,9	1 778 à 2 981

Outre les charges exercées par la couverture les fermes des bâtiments industriels peuvent porter les surcharges provenant des ponts

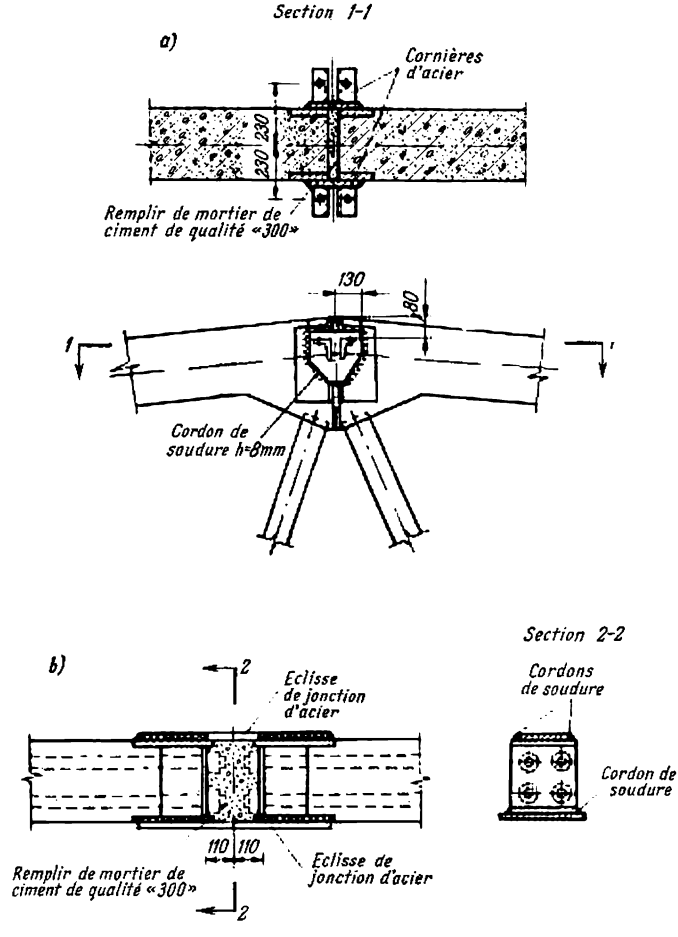


Fig. 16.21. Jonction des membrures d'une ferme composée de deux demi-fermes

roulants, en principe trois ou quatre charges de 3 à 5 t. Cette surcharge supplémentaire entraîne une augmentation de l'armature de la ferme de 20 à 30 %.

Au tableau 16.2 sont donnés les indices techniques et économiques des fermes de 18 à 30 m de portée.

16.2.2. Calcul des fermes

On estime que les surcharges de la couverture et le poids propre de la ferme sont appliqués aux nœuds de la membrure supérieure, et les surcharges des ponts roulants, aux nœuds de la membrure inférieure.

Le calcul des contraintes dans les fermes en béton armé se fait par les méthodes usuelles. On tient compte également de la surcharge désavantageuse de la neige sur la moitié de la ferme et, éventuellement, de celle du pont roulant. La rigidité des nœuds de la ferme n'exerçant pas d'influence notable sur la grandeur des efforts, dans le schéma de calcul les nœuds sont considérés articulés.

L'influence de la rigidité des nœuds sur l'état de contrainte des fermes à arbalétriers fut objet de nombreuses études durant plusieurs années. En se fondant sur les recherches théoriques et expérimentales, on peut conclure que pour les fermes en acier et en béton armé, précontraintes ou non, il est possible de calculer les efforts dans l'hypothèse que les nœuds de la ferme sont articulés.

Si les membrures de la ferme supportent une charge en dehors des nœuds, on détermine les moments fléchissants en considérant la membrure comme une poutre continue dont la portée est égale à la distance entre les nœuds consécutifs.

Dans les fermes arquées, lorsqu'on détermine les moments fléchissants dus à un chargement de la membrure supérieure en dehors des nœuds, on tient compte de l'effet d'allégement produit par l'excentricité de la force longitudinale.

Le calcul des sections de la membrure supérieure de la ferme se fait d'après les formules de compression excentrée, celui du treillis et de la membrure inférieure, d'après les formules de compression simple et de traction simple. Si la membrure inférieure est soumise à une charge appliquée en dehors des nœuds (ponts roulants, planchers suspendus, etc.), le calcul se fait d'après les formules de traction excentrée. Les éléments précontraints de la ferme sont vérifiés à la fissuration. Lorsqu'on tient compte du flambement dans le plan de la ferme, la longueur calculée des éléments de la ferme est admise : pour la membrure supérieure et la contre-fiche d'appui — égale à la distance entre les centres des nœuds ; pour le treillis — égale à la distance entre les centres des nœuds avec le coefficient 0,8. Lorsqu'on tient compte du flambement dans le plan de la ferme, on prend pour longueur calculée d'un segment de la membrure supérieure la distance entre les nœuds fixés pour empêcher leur déplacement dans le sens longitudinal et pour longueur calculée du treillis, la distance entre les centres des nœuds.

Le calcul d'une ferme doit aussi tenir compte des efforts auxquels elle est soumise lors de sa fabrication et de sa mise en place.

Au cours de la fabrication, quand on procède à la tension de l'armature de la membrure inférieure, il se crée, dans les membrures et le treillis, par suite de la raideur des nœuds de la ferme, des efforts initiaux (principalement des moments fléchissants), dont il faut tenir compte lors du calcul et de l'étude de la ferme. Les moments fléchissants initiaux peuvent être déterminés par la méthode des déplacements virtuels.

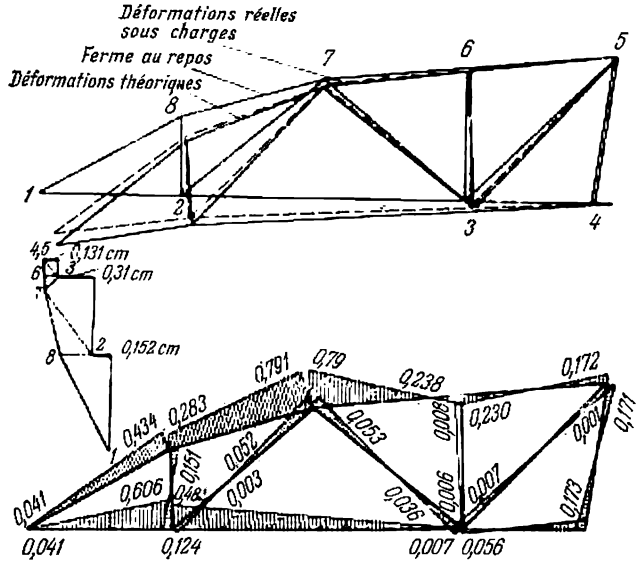


Fig. 16.22. Epure des moments engendrés par la précontrainte de la membrure inférieure d'une ferme

Le raccourcissement de la membrure inférieure de la ferme, à la suite de la compression du béton, est:

$$\Delta = \varepsilon_b L = \frac{\sigma_b}{E'_b} L = \frac{N_0}{F_r E'_b} L,$$

L étant la longueur de la membrure inférieure lors de la tension de l'armature.

Les déplacements des extrémités des segments (des membrures et du treillis) dans la direction perpendiculaire à leur axe longitudinal, provoqués par un raccourcissement Δ, sont déterminés à l'aide du diagramme de Villio. Les moments fléchissants dans les éléments de la ferme, provoqués par le déplacement f_i de leurs extrémités, les

nœuds étant rigides et fixés (dans le système principal), seront:

$$M_i^0 = \frac{6EI}{l^2} f_i,$$

où I est le moment d'inertie du segment;

l, sa longueur.

Les angles de rotation des nœuds de la ferme résultent de l'équation d'équilibre des moments dans le nœud:

$$\sum M_{\text{nœud}} = 0.$$

L'équation d'équilibre du i-ème nœud prend l'aspect suivant:

$$X_i \sum \frac{4EI}{l} + \sum \frac{2EI}{l} X_k + \sum M^0_{\text{nœud}} = 0.$$

Après substitution, on obtient un système d'équations, dont le nombre est égal à celui d'inconnues. Par exemple, pour la demi-ferme représentée fig. 16.22, le nombre d'inconnues est égal à huit. Après avoir résolu les équations, on détermine les moments fléchissants dans les éléments de la ferme d'après la formule classique de la méthode des déplacements:

$$M_i = \frac{4EI}{l} X_i + \frac{2EI}{l} X_k + M_i^0.$$

Dans un calcul approximatif, on peut prendre, en tant que moments calculés, les moments

$$M_i = 0{,}7 M_i^0.$$

16.3. ARCS

16.3.1. Constructions des arcs

Les arcs en béton armé sont employés en tant qu'ossatures portantes des bâtiments et des constructions, quand les travées dépassent 18 m. Du point de vue de la mise en place et, dans certains cas, suivant les considérations techniques et économiques, les arcs sont moins avantageux que les fermes, mais pour les travées importantes (supérieures à 36 m) les arcs deviennent économiques et peuvent être utilisés en même temps que les fermes.

On distingue trois types d'arcs en béton armé: à trois articulations, à deux articulations et sans articulations (fig. 16.23,*a*). Les arcs préfabriqués sont exécutés à deux articulations, et pour des travées importantes à trois articulations (composés de deux demi-arcs). Les arcs utilisés comme diaphragmes d'enveloppes peuvent être à deux articulations ou sans articulations.

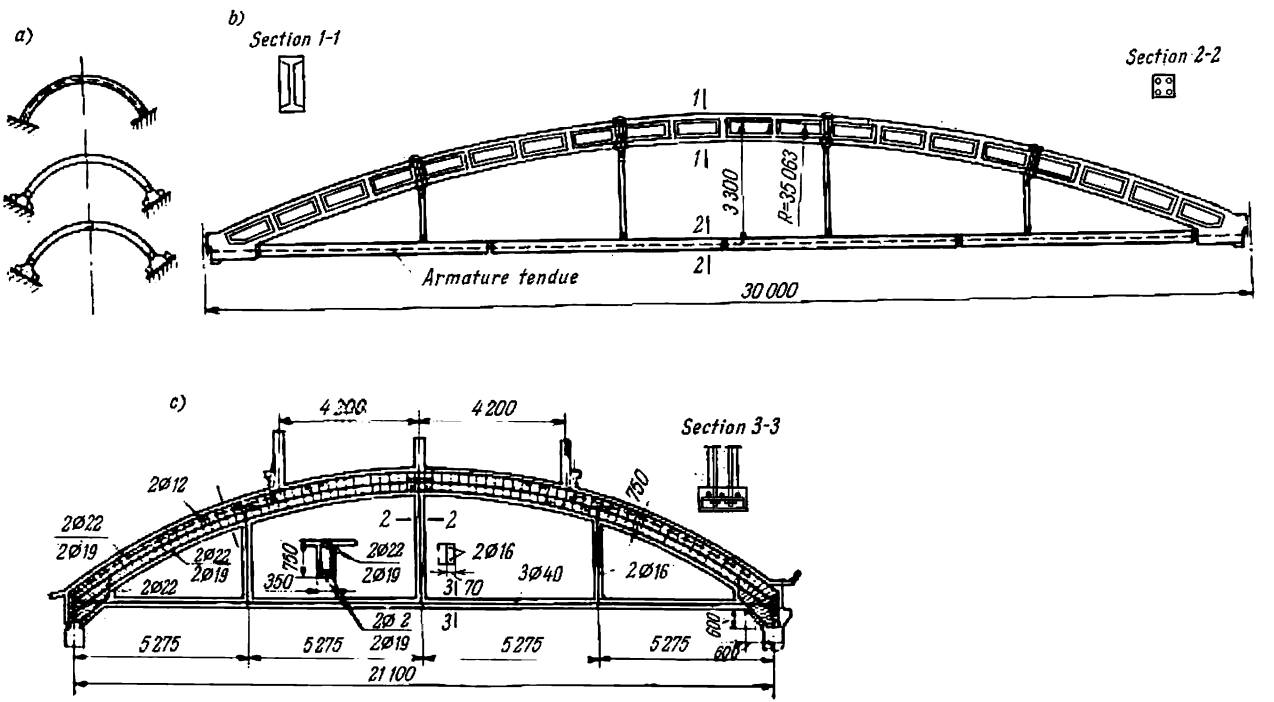


Fig. 16.23. Arcs en béton armé

a — schémas; *b* — arc préfabriqué; *c* — armature d'un arc monolithe

On fait reprendre la poussée par les entraits ou bien par les fondations ou les sols de fondation. Les arcs à deux articulations, employés à une vaste échelle, ont une pente modérée avec une flèche $f = \frac{1}{5}$ à $\frac{1}{8} l$.

On estime avantageuse la construction d'arcs dont la ligne moyenne diffère peu d'un funiculaire des charges (courbe, suivant les tangentes de laquelle sont dirigées les forces normales dans les sections de l'arc). Etant donné que le moment d'arc $M_{a\,x}$ est obtenu à partir du moment de poutre $M_{p\,x}$:

$$M_{a\,x} = M_{p\,x} - Hy, \tag{16.1}$$

on trouve la forme de la courbe de pression d'après la formule (16.1), en admettant que $M_{a\,x} = 0$. Alors :

$$y = \frac{M_{px}}{H}. \tag{16.2}$$

Si la charge est uniformément répartie suivant la longueur de l'arc et les appuis sont fixes, la courbe de pression aura la forme d'une parabole du second degré :

$$y = \frac{4fx(l-x)}{l^2} = 4f\xi(1-\xi), \tag{16.3}$$

où $\xi = x : l$.

Dans un arc étudié, on n'arrive pas à faire complètement coïncider sa ligne moyenne (l'axe) avec la courbe de pression, puisque l'apparition des moments fléchissants est inévitable par suite d'une variété des schémas de chargement de l'arc ainsi que par suite du retrait et du fluage du béton (l'influence de ce dernier est très sensible dans les arcs de grande portée). Or, on admet donc une telle allure de l'axe pour laquelle les efforts calculés seront moindres.

En pratique, dans le but de standardiser la construction des arcs et de simplifier les travaux de mise en place, on admet pour la configuration de l'axe des arcs à deux articulations à pente douce celle d'un arc de cercle.

Les arcs sont construits suivant les règles générales, étant considérés comme des éléments soumis à une compression excentrée. La section de l'arc peut être rectangulaire ou en T. L'armature utilisée est en général symétrique et installée près des pans supérieur et inférieur de l'arc, étant donné qu'il peut se produire des moments de signe variable.

On emploie des entraits flexibles soit en barres d'acier de grand diamètre, ancrées aux abouts des arcs à l'aide des écrous, soit en fils d'acier de grande résistance, tendus sur le béton ou sur les appuis. Il est possible d'utiliser des entraits rigides faits de deux fers en U.

Pour diminuer la flèche des entraits on prévoit tous les 5 à 6 m des tirants légers (suspentes) en acier. La précontrainte est recommandée pour toute construction de l'entrait, étant donné qu'elle augmente la rigidité et la résistance à la fissuration de l'arc aux charges de service. La tension préalable de l'entrait est prise égale à la poussée

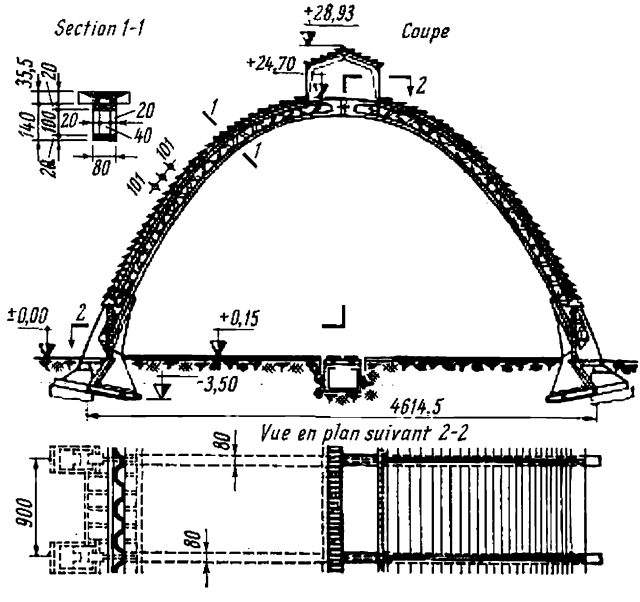


Fig. 16.24. Arcs préfabriqués à treillis

due à la charge permanente ; elle est réalisée soit par la tension directe de l'entrait, soit par la tension des tirants légers (suspentes).

Les arcs à entrait précontraint (fig. 16.23,*b*) sont assemblés de blocs dont la configuration est celle d'un arc de cercle. La section des blocs d'arc est en double *T*, et celle des blocs extrêmes (blocs d'entrait) est rectangulaire avec des canaux destinés à recevoir l'armature précontrainte. Les blocs préfabriqués d'un arc sont réunis entre eux par des joints rigides. Les faisceaux d'armature de l'entrait, après être tendus sur le béton, sont fixés aux extrémités dans un dispositif d'ancrage.

Les blocs d'arc et d'entrait sont armés de carcasses soudées, calculées pour résister aux efforts qui s'exercent lors de la mise en place. Une construction semblable de l'arc préfabriqué peut être réalisée avec un entrait préfabriqué armé de fil de haute résistance tendu sur les appuis.

Les entraits des arcs monolithes sont faits, en général, en barres d'acier de grand diamètre ancrées aux nœuds d'appui à l'aide des rondelles et écrous (fig. 16.23,*c*). Les arcs à trois articulations de grande portée sont fabriqués soit de section pleine, soit à treillis. La fig. 16.24 représente un arc à treillis de la couverture du dépôt d'engrais chimiques (Hongrie). Sa portée est 46,15 m, la hauteur sous la clé est 24,7 m, le pas des arcs préfabriqués est 9 m. Les demi-arcs de 35 m de longueur et d'un poids de 40 t ont été bétonnés sur place.

Les indices techniques et économiques des arcs préfabriqués figurent au tableau 16.3.

Tableau 16.3

Indices techniques et économiques des arcs préfabriqués, pas 6 m, charge normalisée de la couverture 380 kg/m²

Type de l'arc	Poids d'un arc, t	Qualité du béton	Dépense des matériaux par arc	
			béton, m³	acier, kg
Précontraint, composé de blocs, avec entrait, armé de faisceaux de fil d'acier de haute résistance ; portée, m:				
18	5,2	400	2,08	416
24	8,95	400	3,58	620
30	13,3	400	5,32	886

16.3.2. Calcul des arcs

Le calcul des arcs se fait en tenant compte de la charge permanente uniformément répartie du poids de la couverture et de la neige, de la charge unilatérale de la neige sur une moitié de l'arc et de la charge concentrée due aux ponts roulants. Les arcs de portée importante sont aussi calculés eu égard au retrait et au fluage du béton.

L'arc tracé suivant une parabole du second degré (très voisine de l'arc de cercle) sert de schéma théorique d'un arc à pente douce. Lors du calcul, on admet $ds = dx$.

L'arc à deux articulations avec entrait est hyperstatique, possédant une seule liaison surabondante. Pour pouvoir le calculer il est indispensable de définir d'avance sa section. La hauteur de la section de l'arc peut être préalablement prise égale à $h = {}^1/_{30}$ à ${}^1/_{40}l$ et la section de l'entrait peut être choisie à partir de la condition de

résister à la poussée H, calculée comme suit :

$$H = 0{,}9\,\frac{ql^2}{8f}.$$

Pour l'arc à deux articulations à pente douce (fig. 16.25,*a*), la

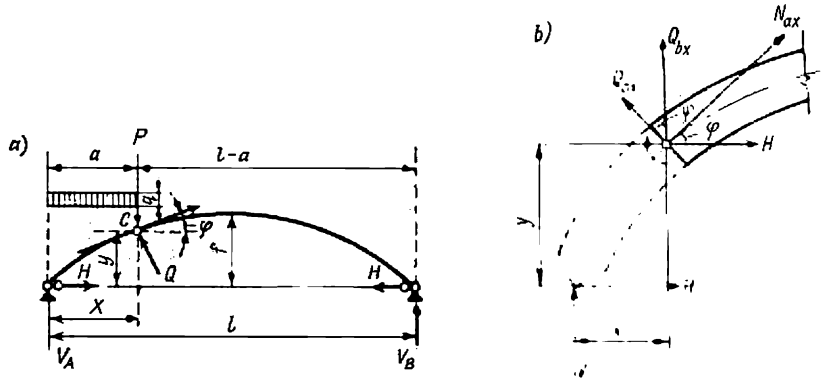


Fig. 16.25

poussée H, compte tenu de l'allongement élastique de l'entrait, est déterminée d'après les formules :

pour une charge uniformément répartie sur toute la travée :

$$H = k\,\frac{ql^2}{8f}\,; \tag{16.4}$$

pour une charge uniformément répartie unilatérale :

$$H = k\,(5c^2 - 5c^4 + 2c^5)\,\frac{ql^2}{16f}\,; \tag{16.5}$$

pour une charge concentrée :

$$H = k\,(c - 2c^3 + c^4) = \frac{5Pl}{8f}. \tag{16.6}$$

où $c = \frac{a}{l}$;

$$k = \frac{1}{1 + \frac{15}{8}\left(\frac{r}{f}\right)^2\left(1 + \frac{F}{nF_a}\right)}, \tag{16.7}$$

r, F étant le rayon de giration et la section de l'arc ;
F_a, la section de l'entrait en acier ;
$n = E_a/E_b$.

La précontrainte de l'entrait en béton armé, permettant de rattraper au préalable les déformations dues à l'allongement de l'entrait,

diminue la mobilité des appuis de l'arc et rend son travail en charge analogue à celui d'un arc à montants rigides.

C'est pourquoi lorsqu'on calcule un arc à entrait, précontraint à σ_0, on peut introduire dans la formule (16.7) la section réduite F_r de l'entrait en béton armé au lieu de nF_a ; alors la poussée H augmente et le moment fléchissant de l'arc diminue.

Dans l'arc à trois articulations, ayant les appuis sur un même niveau, la poussée vaut :

$$H = \frac{M}{f}, \tag{16.8}$$

M étant le moment de poutre au milieu de la travée de l'arc.

D'après les valeurs trouvées de la poussée H dans plusieurs sections de l'arc (fig. 16.25,*b*), x/l étant 0, $^1/_8$, $^1/_6$, $^1/_4$, $^3/_8$, $^1/_2$, on détermine :

M suivant la formule (16.1) ;

$$N = H\cos\varphi + Q_p \sin\varphi ; \tag{16.9}$$

$$Q = Q_p \cos\varphi - H\sin\varphi, \tag{16.10}$$

où φ est l'angle, formé par la tangente à l'axe de l'arc dans la section considérée et l'horizontale ;

Q_p, l'effort tranchant de la poutre.

Les efforts agissant dans l'arc, calculés à partir des différentes surcharges, sont portés dans un tableau, qui sert à établir les efforts maximaux et minimaux dans les sections.

La sélection des sections de l'armature longitudinale de l'arc se fait d'après les formules de compression excentrée. Pour tenir compte de la flèche de l'arc dans le plan de sa courbure, on admet que sa longueur calculée est égale à : 0,58 s pour les arcs à trois articulations, 0,54 s pour les arcs à deux articulations et 0,36 s pour les arcs sans articulations, s étant la longueur de l'axe de l'arc.

Les efforts tranchants dans l'arc sont en principe insignifiants, et lorsque $Q \leqslant R_{tr} b h_0$ l'armature transversale est choisie suivant des considérations constructives.

Le calcul d'un arc précontraint doit aussi tenir compte des efforts qui se manifestent pendant la fabrication et la mise en place. Si pendant l'assemblage d'un arc (avant sa mise en place) l'armature de l'entrait est tendue sur le béton, il se produit simultanément la compression du béton de l'entrait et le cintrage de l'arc (fig. 16.26). La répartition de l'effort de compression N_0 en parties, provoquant la compression du béton de l'entrait et le cintrage de l'arc, peut être réalisée par la méthode des déplacements, où la seule inconnue est X,

rapprochement des appuis de l'arc pendant la compression. Alors:

$$r_{11} = \frac{0{,}5E_b F_{b.r}}{l} + \frac{15E_b I}{8f^2 l};$$

$$r_{1p} = -N_0; \quad X = \frac{N_0}{r_{11}},$$

$F_{b.r}$ étant la section réduite du béton de l'entrait.

Dans ces formules, le module élastique du béton comprimé est $E'_b = 0{,}5\ E_b$ pour l'entrait et $E'_b = E_b$ pour l'arc. D'où l'effort de

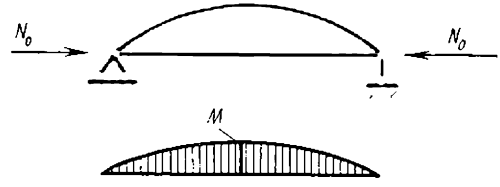


Fig. 16.26. Epure des moments engendrés par la tension de l'armature de l'entrait

compression de l'entrait sera:

$$N = X\frac{0{,}5E_b F_{b.r}}{l} = \frac{N_0}{1 + \dfrac{15I}{4f^2 F_{b.r}}}. \qquad (16.11)$$

Effort de compression d'un arc:

$$N = H = X\frac{15E_b I}{8f^2 l} = \frac{N_0}{1 + \dfrac{4f^2 F_{b.r}}{15I}}. \qquad (16.12)$$

Moment fléchissant lors de la compression de l'arc:

$$M = Hf = \frac{N_0 f}{1 + \dfrac{4f^2 F_{b.r}}{15I}}. \qquad (16.13)$$

Les arcs des couvertures à parois minces, qui servent de diaphragmes des enveloppes, sont calculés en tenant compte de l'action des forces tangentielles (v. chapitre 17).

16.4. CADRES

16.4.1. Genres de cadres

On appelle cadre une construction formée de tiges, dont l'invariabilité géométrique est obtenue par assemblage rigide des éléments (partiellement ou entièrement) dans les nœuds. Les cadres sont uti-

lisés à une vaste échelle dans la construction des bâtiments et de toutes sortes d'édifices ; dans les bâtiments à ossatures, ils sont des éléments porteurs principaux de la construction.

Les cadres se distinguent d'après le nombre d'étages : cadres sans étages ou à étages ; d'après le nombre de travées : cadres à une seule ou à plusieurs travées (fig. 16.27,*a*).

Les linteaux des cadres sans étages peuvent être rectilignes, curvilignes ou en ligne brisée (fig. 16.27,*b*). L'assemblage des linteaux avec les poteaux (les montants) peut être rigide ou articulé.

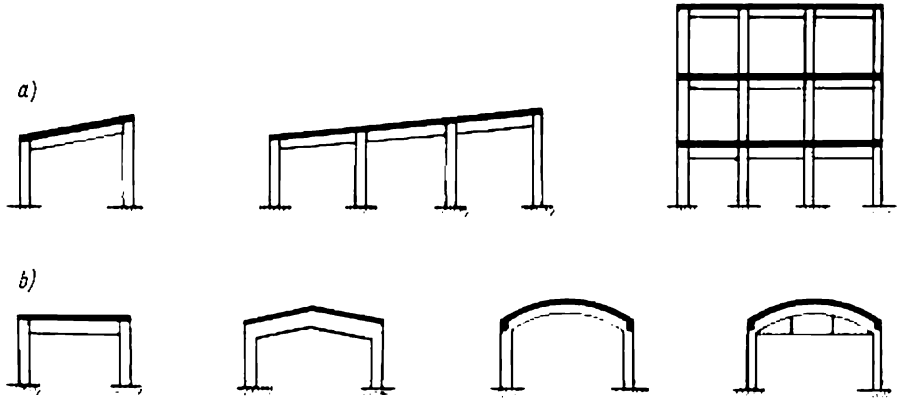


Fig. 16.27. Schémas constructifs des cadres en béton armé

Le choix de la configuration du linteau et du genre de son assemblage avec les poteaux est régi par la portée que l'on veut couvrir, la technique d'érection, les conditions d'exploitation et le souci de réduire le prix de revient du bâtiment dont on établit le projet.

Les cadres préfabriqués sans étages, utilisés dans la construction des bâtiments industriels, se présentent, en règle générale, sous forme de poteaux encastrés dans les fondations et joints aux linteaux par des articulations (fig. 16.28,*a*). Les poutres de couvertures, les fermes et les arcs sont utilisés en tant que linteaux des cadres. L'assemblage à articulation permet d'exécuter au chantier d'une manière assez simple la fixation d'appui et, ce qui est plus important, de normaliser d'une façon indépendante les dimensions et types des linteaux et des poteaux, puisque la charge appliquée au linteau du cadre ne produit pas de moments fléchissants dans les montants et vice versa (fig. 16.28,*b*, *c*) ; des moments relativement faibles ne peuvent apparaître dans les montants qu'à la suite de l'appui excentré du linteau.

Des éléments standardisés présentent des avantages pour la fabrication de grande série en usine ; c'est pourquoi, malgré la perte de

la continuité et, par conséquent, l'accroissement des moments fléchissants, les cadres préfabriqués à un étage à assemblage à articulation des linteaux avec les poteaux ont trouvé en U.R.S.S. une très vaste application dans les constructions industrielles.

Afin d'augmenter la portée des cadres préfabriqués sans étages, dans certains pays (Italie, France et d'autres) on a recours à l'emploi

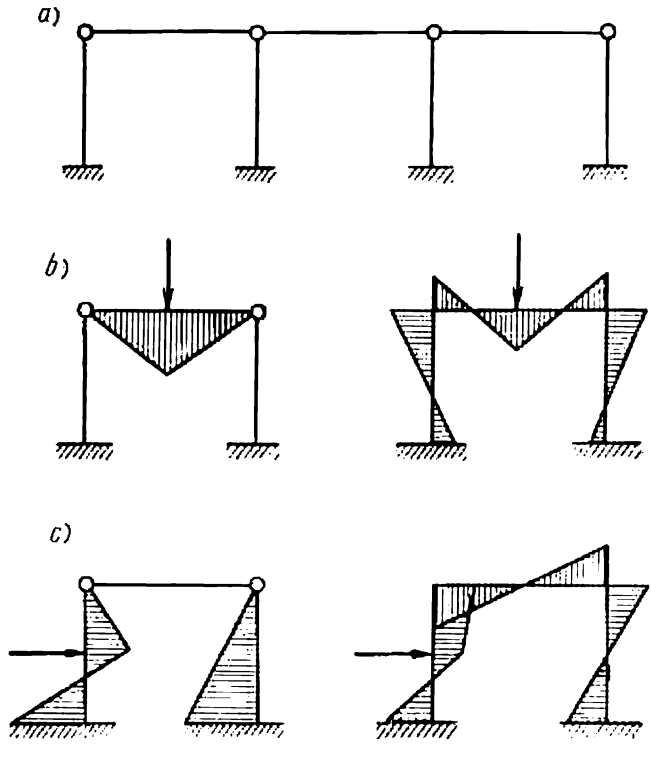


Fig. 16.28

des assemblages rigides des linteaux avec les poteaux, les joints étant réalisés par tension de l'armature sur le béton ; cependant avec ce procédé de fabrication les constructions des cadres précontraints ne sont pas standardisées et par suite le volume des travaux de montage s'accroît sensiblement.

Les cadres monolithes sans étages sont de préférence réalisés à assemblage rigide des linteaux avec les poteaux dans les nœuds ; la portée que l'on veut couvrir est le facteur principal déterminant la configuration du linteau, qui peut être : rectiligne pour les por-

tées de 12 à 15 m, en ligne brisée pour les portées de 15 à 18 m et en arc pour les portées supérieures à 18 m.

Les cadres à étages (préfabriqués et monolithes) sont construits en règle générale à assemblage rigide des linteaux et des poteaux dans les nœuds. L'assemblage articulé des éléments constitutifs de ces cadres est bien possible, cependant cela conduit à une diminution de la rigidité latérale du cadre, d'une part, et une augmentation des déformations engendrées par les surcharges horizontales, d'autre part ; c'est pourquoi on prévoit dans ces cadres des cloisonnements

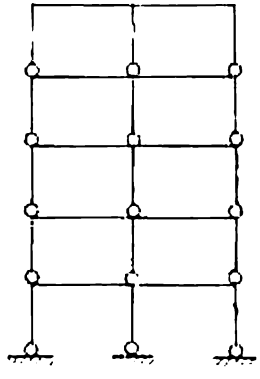


Fig. 16.29

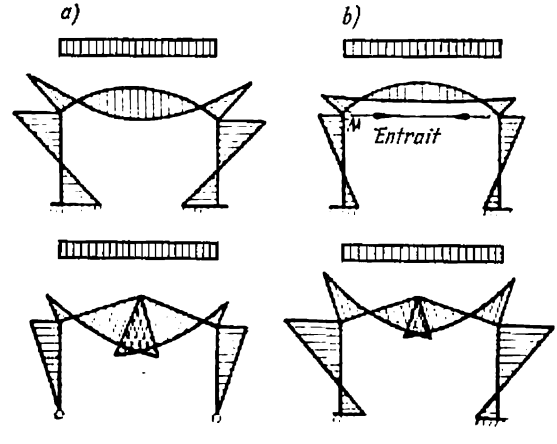


Fig. 16.30

de renforcement. Le schéma d'un cadre à étages, dans lequel les poteaux sont articulés aux nœuds de façon à créer une série de cadres sans étages posés l'un sur l'autre, est représenté sur la fig. 16.29.

Les portées des cadres à étages sont en général de 5 à 8 m ; actuellement, grâce à la précontrainte, il est devenu possible d'augmenter les portées jusqu'à 12 à 18 m.

Les extrémités inférieures des montants des cadres peuvent être liées à la fondation d'une manière rigide ou à articulation.

Le joint rigide est le plus simple et le plus répandu. Seulement dans les cas, où les sols de fondation sont tendres, et dans le but de diminuer les dimensions des fondations, on prévoit les joints articulés. Cependant il faut prendre en considération que l'appui articulé des montants provoque l'accroissement du moment fléchissant dans le linteau et que ce dernier devient un peu plus lourd (fig. 16.30,*a*).

Les articulations diminuent le nombre de liaisons surabondantes dans le cadre, c'est pourquoi dans le cas de l'appui articulé des montants, les efforts supplémentaires dans les cadres, dus à l'influence

de la température, à l'affaissement irrégulier des appuis, au retrait et au fluage du béton armé, sont inférieurs par rapport à l'encastrement rigide.

Au fond, l'idée de l'encastrement rigide des montants dans la fondation n'est que conventionnelle : sous l'action du moment fléchissant, le sol de fondation subit une compression irrégulière, ce qui conduit à une certaine déclivité de la fondation et, par conséquent, à une diminution du degré d'encastrement des montants du cadre.

Les cadres à linteaux et à entraits arqués sont utilisés en tant que diaphragmes des enveloppes courtes. Les jonctions des linteaux

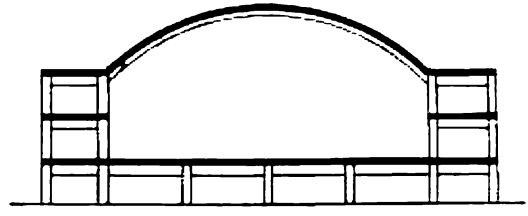


Fig. 16.31

arqués avec les montants sont parfois articulées. Une telle jonction dans les bâtiments industriels supprime l'influence, sur l'arc, des surcharges importantes dues aux ponts roulants et permet de diminuer la section de la partie supérieure des montants, ce qui peut être nécessaire pour observer les gabarits standards du pont roulant.

Les entraits des cadres, reprenant les poussées et empêchant les déplacements horizontaux des extrémités supérieures des montants, diminuent les moments fléchissants dans les éléments du cadre, ce qui permet de les faire plus légers (fig. 16.30,*b*).

Etant donné que l'emploi d'un entrait contribue à la diminution des valeurs de M et Q dans l'encastrement du montant, la construction de la fondation devient plus légère elle aussi. Cependant, les exigences impliquées par l'exploitation rendent parfois impossible l'emploi d'entraits.

Lorsque les portées dépassent 36 à 40 m, l'efficacité de l'entrait diminue par suite d'une dépense sensible de métal pour l'entrait et ses suspentes. C'est pourquoi, dans le cas d'une grande portée, on fait reprendre la poussée d'un linteau arqué par des cadres latéraux sans étages ou à étages (étagères). Les cadres de ce genre (fig. 16.31) sont utilisés pour les gares de chemin de fer, pavillons d'expositions, marchés couverts, etc.

16.4.2. Calcul des cadres en béton armé

Généralités. Les cadres plats, disposés avec un pas déterminé et liés par la couverture, forment une ossature spatiale, dont les dimensions en plan sont égales à la distance entre deux joints de dilatation consécutifs ou les murs extérieurs. Cette ossature spatiale est appelée bloc de cadres (fig. 16.32).

Pour effectuer le calcul avec une approximation suffisante on divise ce bloc en cadres plats isolés.

Les charges verticales permanentes et les surcharges ainsi que les surcharges horizontales du vent sollicitent simultanément tous les

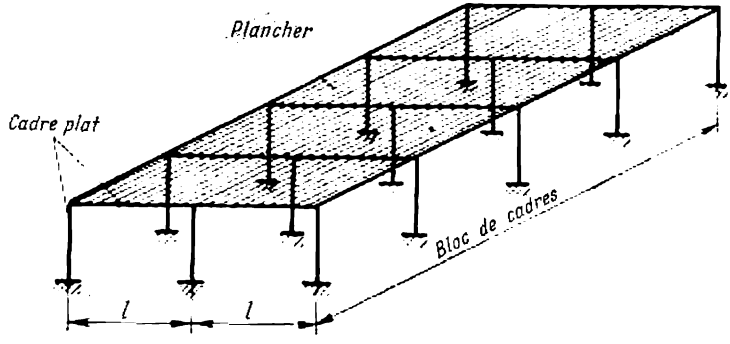


Fig. 16.32

cadres du bloc; c'est pourquoi le caractère spatial du travail ne se manifeste pas dans ce cas et chaque cadre plat peut être calculé séparément à l'action de la charge correspondante. Ci-dessous, nous donnons les recommandations générales concernant le calcul des cadres plats.

Le poids d'un pont roulant dans un bâtiment industriel sans étages sollicite principalement un seul cadre du bloc. Dans ces conditions tous les cadres du bloc participent au travail, même ceux qui ne sont pas sollicités par le poids du pont roulant. Ainsi, le calcul des cadres transversaux des bâtiments industriels sans étages, équipés de ponts roulants, doit se faire compte tenu du travail spatial du bloc de cadres (v. chapitre 18).

Les surcharges étant horizontales, le calcul des bâtiments à ossatures à étages doit aussi se faire compte tenu du travail spatial, parce que, en cas d'existence d'une telle surcharge, les murs et les cloisons du bâtiment commencent à travailler en commun avec les cadres du bloc (v. chapitre 19).

Les cadres des bâtiments industriels soumis à un régime thermique rude (tels sont les bâtiments des fours à fusion pour le verre, les salles des chaudières des centrales électriques, etc.) sont à calculer eu égard à l'action thermique, en admettant que le chauffage est régulier.

Pour calculer un cadre en béton armé hyperstatique, il est indispensable de fixer, au préalable, les rigidités des sections des linteaux et des montants ou bien le rapport de ces rigidités en prenant en guise d'exemple les cadres en béton armé analogues qui ont été étudiés et réalisés auparavant ou bien en procédant à un calcul approximatif.

Ainsi, on calcule un linteau d'après le moment d'appui :

$$M = 0{,}6 \text{ à } 0{,}7M_0, \tag{16.14}$$

M_0 étant le moment fléchissant d'une poutre librement appuyée et on détermine la hauteur de travail de la section d'après la formule :

$$h_0 = 2\sqrt{\frac{M}{bR_{fl}}},$$

en admettant $b = 0{,}3$ à $0{,}4\ h$.

Pour un linteau curviligne on fixe la hauteur de la section à $\frac{1}{25}$ à $\frac{1}{30}\ l$ et on détermine approximativement la poussée H, comme pour un arc à deux articulations où l'on fait intervenir les déplacements élastiques des appuis, d'après la formule :

$$H = 0{,}9\,\frac{ql^2}{8f}, \tag{16.15}$$

où f est la contre-flèche du linteau curviligne.

La poussée H étant connue, on détermine les moments fléchissants et les forces longitudinales agissant dans le linteau ainsi que les moments fléchissants dans les poteaux (comme dans les cas des surcharges horizontales). En cas d'action des surcharges horizontales, les moments fléchissants dans le poteau sont déterminés par la méthode approximative exposée ci-dessous pour le calcul des cadres sollicités par des surcharges dues au vent. Si le cadre est principalement sollicité par des charges verticales, le choix préalable de la section des poteaux se fait (sans calculer les moments fléchissants) d'après la formule :

$$F = 1{,}2 \text{ à } 1{,}5\,\frac{N}{R_{pr}}, \tag{16.16}$$

où N est la force longitudinale du poteau, calculée suivant la surface de charge correspondante, sans tenir compte de la continuité des linteaux.

Les sections des poteaux sont choisies de manière que la largeur b soit au moins égale à la largeur du linteau et la hauteur soit $h \approx 1{,}5\ b$.

Les sections des poteaux des cadres préfabriqués à étages restent invariables pour tous les étages. Dans ce cas l'augmentation de la capacité portante des poteaux des étages inférieurs est obtenue en augmentant le taux d'armatures et, éventuellement, en employant le béton de qualité supérieure. Pour les bâtiments civils et les maisons d'habitation les poteaux de section normalisée de 30 × 40 cm sont utilisés à une vaste échelle.

Au cours du calcul préalable on met en correspondance les sections des différents éléments du cadre en arrondissant leurs dimensions jusqu'aux valeurs multiples de 5 cm; les largeurs des sections des linteaux peuvent être prises égales à un nombre pair de centimètres.

D'après les sections trouvées à la suite du calcul préalable du cadre on calcule les moments d'inertie comme pour une section en béton pleine et puis leurs rapports que l'on introduit ensuite dans le calcul statique du cadre. Pour les linteaux de section en T, lorsqu'on détermine le moment d'inertie, on tient compte de la table de largeur q_t égale à l'entraxe des travées voisines du linteau, quelle que soit l'épaisseur de cette table.

Au lieu des rigidités EI des éléments le calcul préalable peut fournir les rigidités B.

Le calcul statique d'un cadre s'effectue en utilisant les méthodes de la mécanique des constructions ou les tableaux et les formules existants. Si l'on trouve que le rapport des rigidités des éléments du cadre dans les sections adoptées définitivement diffère plus de 3 ou 4 fois de celles admises dans le calcul préalable, il est indispensable d'effectuer le calcul statique du cadre une seconde fois d'après ces nouveaux rapports des rigidités des éléments.

Choix du schéma théorique du cadre. En général, avant de procéder au calcul statique, on analyse le schéma théorique et constructif du cadre et on cherche des simplifications possibles pouvant faciliter le calcul, mais sans que ses résultats en soient modifiés.

Par exemple, les linteaux rampants ou brisés dont l'inclinaison ne dépasse pas $^1/_8$ sont remplacés par des linteaux horizontaux (fig. 16.33); les entraits des cadres à linteaux arqués sont considérés comme éléments joints au nœud par articulations, puisque la rigidité des entraits est sensiblement inférieure aux rigidités des linteaux et des montants. Les linteaux faisant partie des cadres sans étages à plusieurs travées, joints aux montants par articulations, sont considérés absolument rigides (non compressibles et non extensibles); les linteaux supérieurs des cadres des galéries de trémies, qui représentent les parois verticales des trémies, sont considérés absolument rigides, etc.

On démembre les cadres composés en une série de schémas simples, et on poursuit le calcul en compliquant successivement le schéma principal et en utilisant, si possible, les avantages de la symétrie.

Le calcul le plus compliqué, nécessitant une attention particulière, est celui des cadres à étages à plusieurs travées, qui représentent des systèmes à un grand nombre d'éléments hyperstatiques. Lorsqu'on procède au calcul de la surcharge verticale de tels cadres, dans la plupart des cas on peut négliger le déplacement horizontal des étages, ce qui réduit le nombre des équations du système.

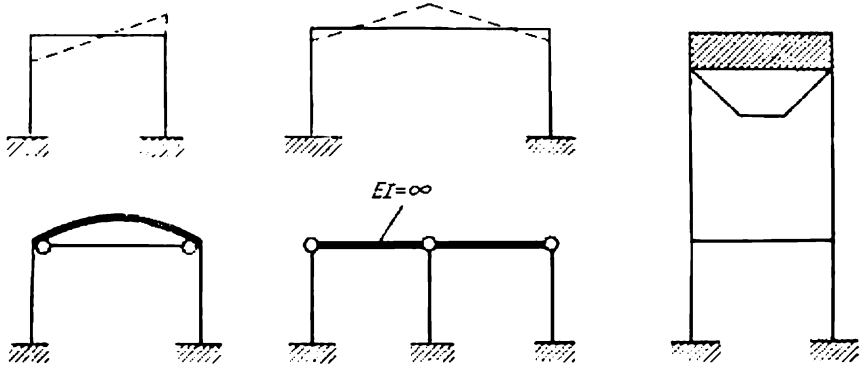


Fig. 16.33

Si les portées et les surcharges dans toutes les travées sont égales, on peut remplacer, dans les fins du calcul, les cadres à plusieurs travées par ceux à trois travées. En établissant le projet d'un cadre, on admet que les travées extrêmes du cadre réel sont analogues à la travée extrême du cadre à trois travées, et toutes les travées centrales, à la travée centrale du cadre théorique à trois travées.

Les cadres préfabriqués à étages, à plusieurs travées égales ou à travée centrale plus courte par laquelle passe l'axe de symétrie (fig. 16.34), sont les plus répandus dans la construction. Les cadres de ce type se caractérisent par des schémas géométriques similaires des étages ; c'est pourquoi lorsqu'ils supportent des surcharges verticales identiques, leurs montants, se trouvant sur une même verticale, tournent dans les nœuds à peu près d'un même angle ; aussi ont-ils des moments égaux dans les nœuds et le point zéro des moments au milieu du montant (fig. 16.35).

Ceci permet de décomposer, pour le calcul, le cadre à étages en une série de cadres sans étages ayant les montants d'une longueur $l = 0{,}5l_{\text{étage}}$ articulés aux extrémités. Trois types de ces cadres sans étages sont à calculer : celui de l'étage supérieur, celui des étages courants et celui de rez-de-chaussée.

S'il y a des surcharges dues au vent et autres surcharges horizontales, on a également recours aux méthodes simplifiées du calcul des cadres. Ainsi on remplace la surcharge répartie du vent par les forces concentrées appliquées aux nœuds du cadre à étages (fig. 16.36).

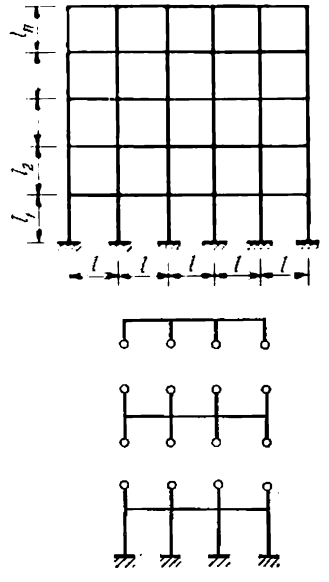


Fig. 16.34

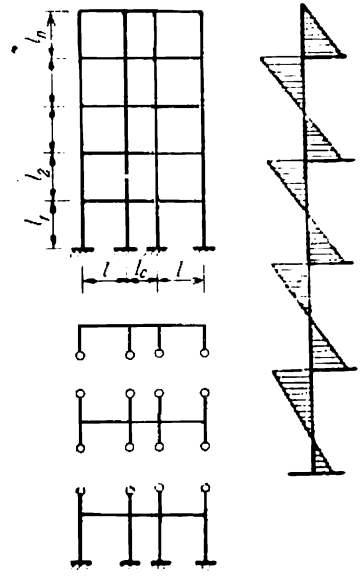


Fig. 16.35

On considère que le zéro de l'épure des moments des montants de tous les étages du cadre, à l'exception de celui de rez-de-chaussée, est situé au milieu de la hauteur de l'étage ; quant au rez-de-chaussée, à condition d'un encastrement complet des montants dans la fondation, il est situé aux $^2/_3$ de la hauteur à partir du point d'encastrement.

La force transversale du cadre (les linteaux du cadre étant parallèles), égale à la somme de toutes les forces horizontales P_i à partir du n-ème étage supérieur, y compris le k-ème étage considéré,

$$Q_k = \sum_k^n P_i \tag{16.17}$$

est répartie parmi les montants de l'étage proportionnellement à leurs rigidités :

$$Q = Q_k \frac{I}{\sum_1^m I},$$

I étant le moment d'inertie de la section du montant de l'étage ;

$\sum_{1}^{m} I$, la somme des moments d'inertie de tous les montants de l'étage ;

m, le nombre de montants dans l'étage.

Les montants extrêmes du cadre, dont le degré d'encastrement dans le nœud est inférieur à celui des montants centraux (étant donné que le linteau ne vient au nœud extrême que d'un seul côté),

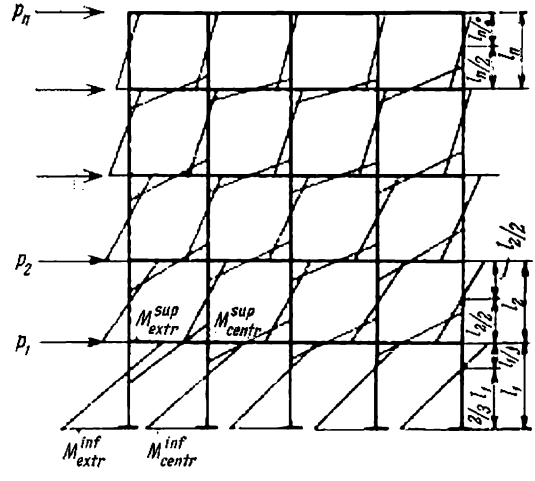


Fig. 16.36

sont sollicités par une partie relativement moindre de la force transversale, ce qui est pris en considération dans le calcul par une diminution de la rigidité des montants extrêmes en l'affectant du coefficient β, déterminé d'après le tableau 16.4.

Tableau 16.4

Valeurs du coefficient β de réduction de la rigidité des montants extrêmes des cadres à étages pour calcul de leur résistance aux surcharges horizontales

	Tous les étages sauf le rez-de-chaussée, lorsque $i_{l\ extr}/i_{m.inf}$ est :						Rez-de-chaussée
	0,25	0,5	1	2	3	4	
β	0,54	0,56	0,62	0,7	0,75	0,79	0,9

Symboles : $i_{l.extr}$ est la rigidité courante du linteau de la travée extrême ; $i_{m.inf}$, la rigidité courante du montant extrême aboutissant au nœud d'en bas.

D'après les forces transversales trouvées on détermine les moments fléchissants dans les montants de tous les étages sauf celui de rez-de-chaussée :

$$M = Q\frac{l}{2}. \tag{16.18}$$

Pour le rez-de-chaussée le moment fléchissant est :
en haut du montant :

$$M = Q\frac{l}{3}, \tag{16.19}$$

en bas du montant :

$$M = Q\frac{2l}{3}. \tag{16.20}$$

Les moments des montants étant calculés, on détermine les moments d'appui des linteaux à partir de la condition d'équilibre des nœuds du cadre, c'est-à-dire en répartissant la somme des moments des montants, convergeant au nœud, proportionnellement aux rigidités courantes des linteaux. Dans le nœud extrême, le moment d'appui du linteau est égal à la somme des moments des montants aboutissant au nœud.

Définition des efforts calculés et choix des sections. En se basant sur les épures des moments et des forces transversales, obtenues lors du calcul du cadre, sollicité par différentes charges, on construit les épures enveloppantes M et Q et on calcule les forces longitudinales correspondantes séparément pour les combinaisons principales et supplémentaires des charges. Lorsqu'on tient compte des combinaisons supplémentaires des charges, il faut prendre tous les efforts, sauf les efforts dus au poids propre, avec le coefficient 0,9.

Les épures enveloppantes doivent fournir les valeurs de M_{max} et M_{min} ainsi que celles de N qui leur correspondent, pour toutes les sections calculées, et dans certains cas (pour les poteaux de grande hauteur, etc.) les valeurs de N_{max} et celles de M qui leur correspondent. On peut prendre les efforts calculés au tableau dans les colonnes duquel on porte les valeurs des efforts correspondant aux divers chargements et on calcule ensuite les valeurs de M, Q, N. Dans les cadres à montants parallèles, on néglige les efforts longitudinaux dans les linteaux rectilignes.

Les sections calculées sont : les sections sur les deux appuis et en travée des linteaux ; les sections en haut, en bas et une ou deux sections au milieu suivant la hauteur des poteaux.

D'après les efforts calculés trouvés on procède au calcul des sections du cadre, qui comporte les étapes suivantes : a) détermination définitive des sections des linteaux et des montants ; b) sélection de la section de l'armature longitudinale ; c) calcul de l'armature transversale ; d) vérification des poteaux au flambement dans le plan du

cadre. En outre, pour les cadres préfabriqués, il est indispensable d'effectuer le calcul des joints d'about et des joints de fixation soudés et de vérifier la résistance des éléments du cadre aux efforts qui se manifestent pendant le transport et la mise en place.

Le choix des sections et de l'armature des linteaux du cadre ne diffère pas de celui des poutres de planchers à nervures (v. chapitre 14).

La sélection des sections des poteaux se fait eu égard à la compression excentrée. En présence des moments de signes opposés, mais de valeurs voisines, on choisit les sections à armature symétrique. La section d'un poteau est estimée bien choisie si le taux d'armatures ne dépasse pas 1 ou 2 %.

La longueur calculée des montants de cadres l_0 doit être choisie en fonction des conditions réelles de leur fixation dans les nœuds. Pour les cadres à étages, la longueur calculée du montant peut être prise égale à la hauteur de l'étage.

16.4.3. Construction des cadres

Cadres préfabriqués. On construit les cadres en se basant sur les épures de M, Q, N suivant les règles générales relatives à la construction des éléments en béton armé.

Les linteaux non continus des cadres préfabriqués sans étages, lorsqu'ils sont articulés aux appuis, sont étudiés comme les poutres de plancher, les fermes ou les arcs.

Les linteaux continus des cadres à étages ou sans étages sont armés comme les poutres continues qui ne reposent pas librement sur les appuis extrêmes, mais y sont scellées. Les montants des cadres sont armés comme les poteaux soumis à une compression excentrée.

Les cadres préfabriqués à étages sont décomposés en éléments, confectionnés en usine ou au chantier, tout en observant les exigences concernant la technologie de la fabrication et de la mise en place (v. chapitre 12). Les points d'assemblage du cadre sont choisis en tenant compte de la construction de ses joints.

Les linteaux du cadre sont divisés, de préférence, en éléments droits qui sont joints suivant le pan du poteau (fig. 16.37,*a*,*b*) ; les poteaux sont dans ce cas divisés aussi en éléments droits dont les joints se trouvent au-dessus du niveau du plancher. Suivant le poids, les éléments des poteaux peuvent être allongés, leur longueur peut être prise égale à la hauteur de deux étages.

La pratique de la construction offre quelquefois les solutions dans lesquelles, pour conserver monolithes les nœuds de cadres, on coupe seulement les poteaux (fig. 16.37,*c*) ou bien les poteaux et les linteaux (fig. 16.37,*d*), ou encore on a recours à des configurations plus compliquées des éléments, à savoir: linteaux coulés avec pieds, poteaux en forme de croix, etc. (fig. 16.37,*e*,*f*).

Les constructions des joints des linteaux avec les poteaux des cadres à étages sont analogues à celles qui ont été décrites dans le chapitre 15. Lorsque l'appui du linteau sur le gousset d'appui est articulé, les barres tendues supérieures (longitudinales) sont dispo-

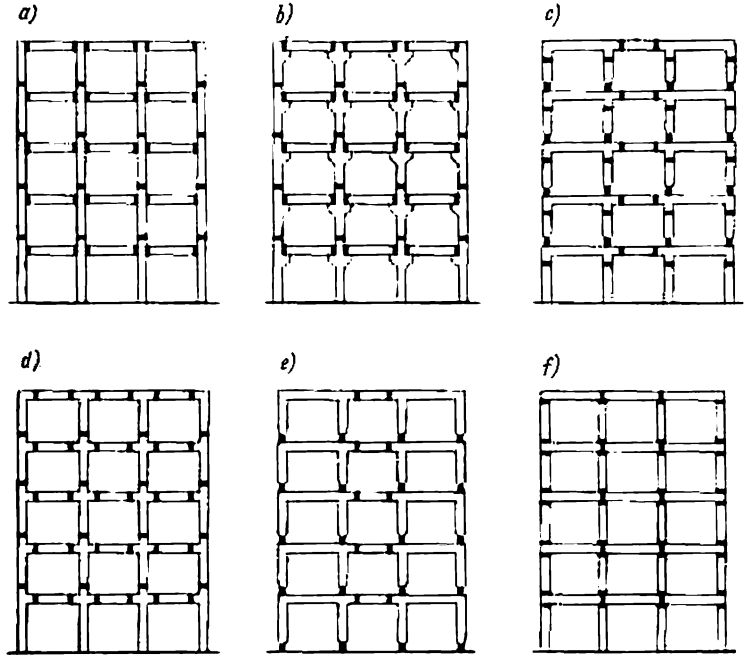


Fig. 16.37. Modes de division des cadres en éléments préfabriqués

sées d'après des considérations constructives. La fig. 16.38 montre les poteaux préfabriqués d'un cadre à étages dont l'appui du linteau est articulé.

Les cadres préfabriqués à étages sont employés non seulement dans les bâtiments ayant des portées et des hauteurs identiques, mais aussi bien dans les bâtiments de composition très compliquée, avec variété des portées et des hauteurs, tels que les centrales thermoélectriques. Les poteaux longs sont divisés en plusieurs éléments, fabriqués séparément puis assemblés avant la mise en place des poteaux. La fig. 16.39 donne l'exemple de la distribution des joints d'assemblage en usine et de montage du cadre préfabriqué du bâtiment principal de la centrale thermoélectrique (Léningrad). Le poids maximal des éléments fabriqués en usine était de 18 t et celui des éléments assemblés avant le montage du cadre était de 36 t.

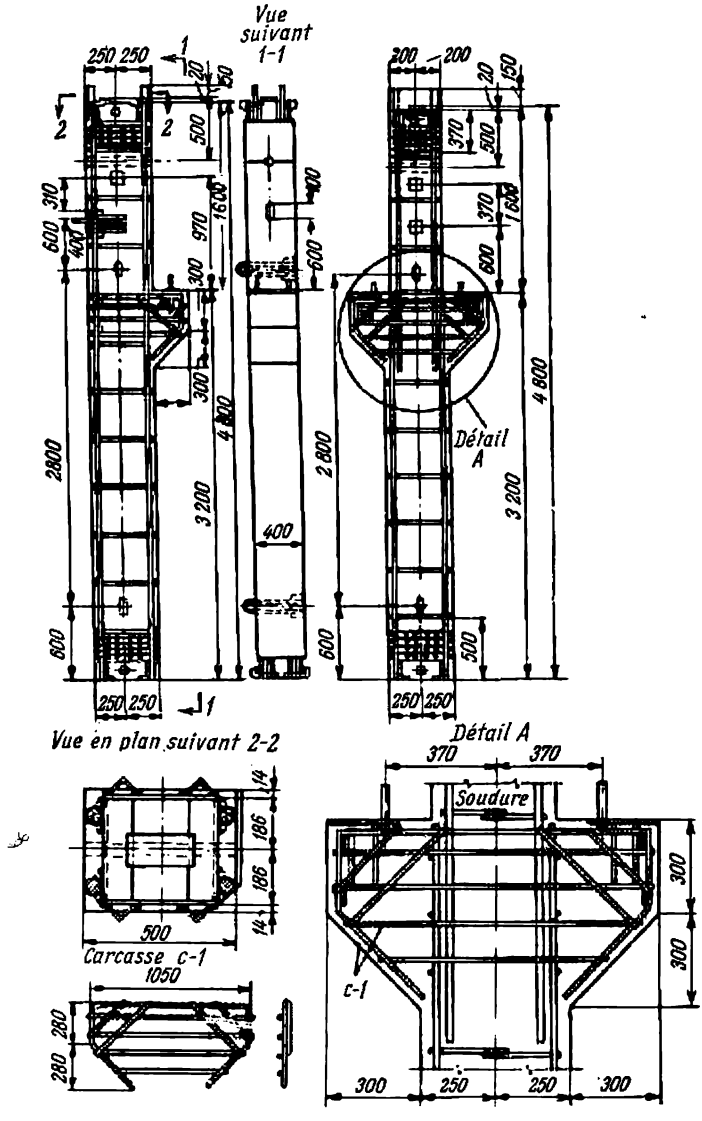


Fig. 16.38. Armature des poteaux d'un cadre préfabriqué à plusieurs étages

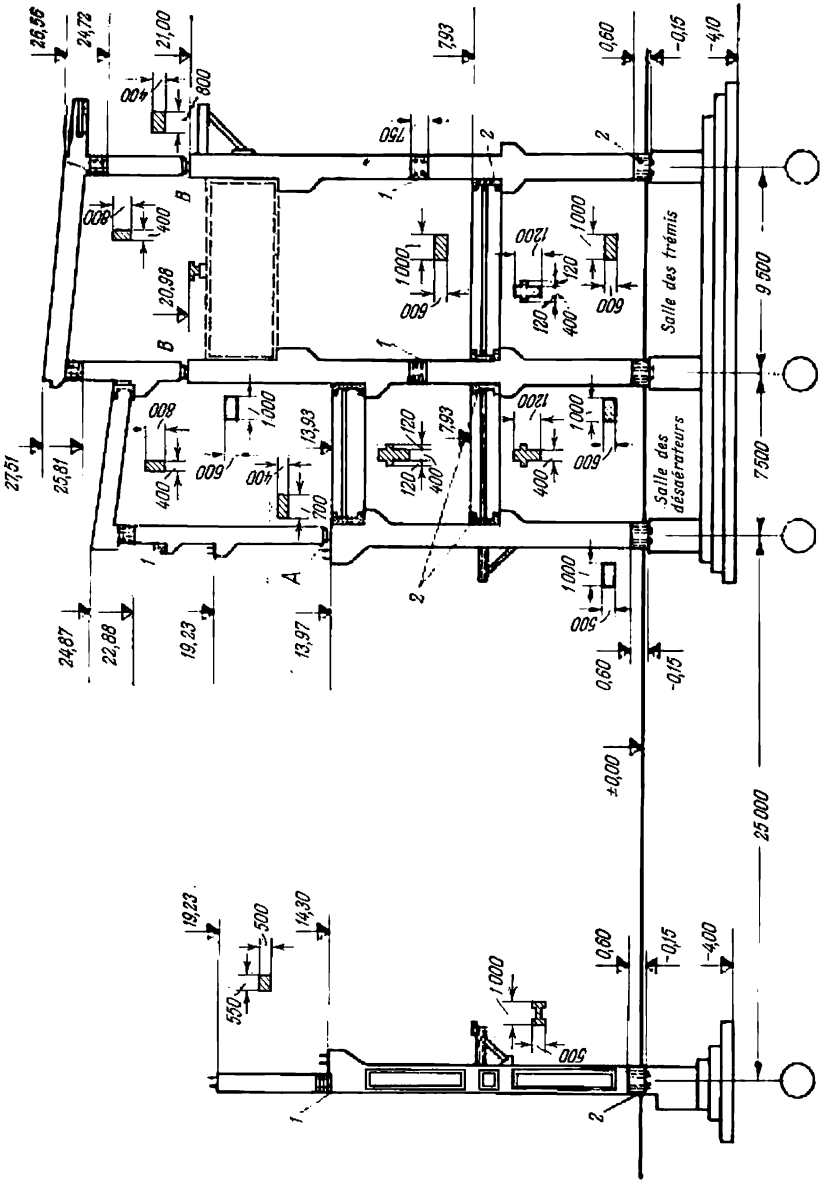


Fig. 16.39. Cadre préfabriqué à plusieurs étages du bâtiment principal d'une centrale électrique
1 — joint réalisé à l'usine ; *2* — joint d'assemblage au chantier

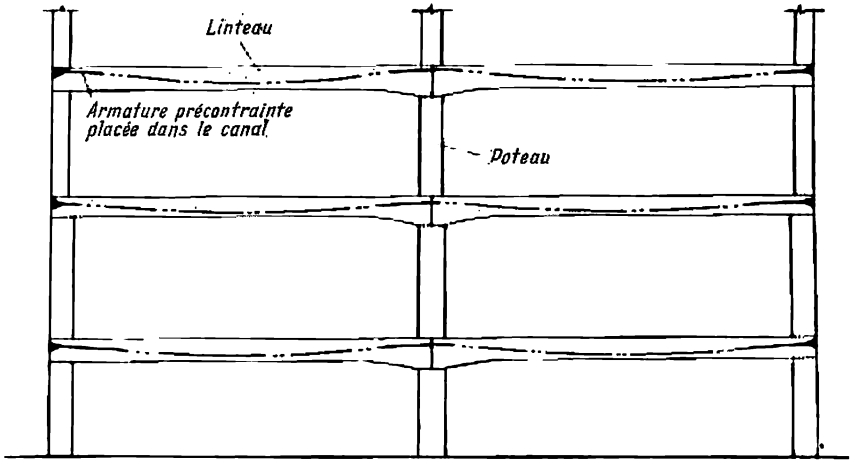


Fig. 16.40. Cadre à plusieurs étages à linteaux précontraints

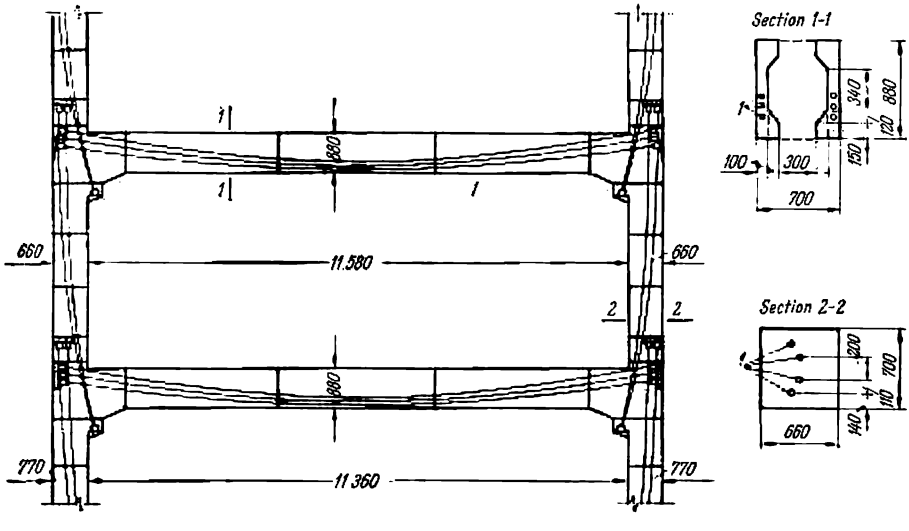


Fig. 16.41. Cadre à plusieurs étages constitué de blocs à montants et linteaux précontraints

Les cadres précontraints préfabriqués à nœuds rigides sont faits en éléments isolés, munis de canaux pour l'armature. Pendant la mise en place, l'armature principale longitudinale est introduite dans les canaux, tendue sur le béton et ancrée aux extrémités des éléments, après quoi on injecte du mortier de ciment dans les canaux. La disposition de l'armature tendue le long des éléments correspond à l'épure des moments fléchissants (fig. 16.40).

Le cadre à étages dont les linteaux et les montants sont en blocs préfabriqués, précontraints à l'aide des faisceaux de câbles (France), est représenté fig. 16.41. Le montage de ces cadres commence par la mise en place des poteaux dont la longueur est égale à la hauteur d'un étage, puis on monte le linteau composé de trois blocs assemblés par tension des faisceaux de câbles. Pour assurer la rigidité des nœuds du cadre, lors de la mise en place, les linteaux sont « attirés » aux poteaux à l'aide des faisceaux.

Un cadre précontraint à étages (Italie) est représenté fig. 16.42. Trois éléments préfabriqués — deux montants et un linteau — sont assemblés dans le nœud par tension des faisceaux d'armature pendant la mise en place. Dans le nœud extrême les contraintes de traction apparaissent près de l'angle extérieur ; c'est pourquoi l'armature précontrainte passe ici dans la zone des moments négatifs, conformément à l'épure des moments.

Cadres monolithes. C'est la construction des nœuds qui présente la particularité principale d'un cadre monolithe. La disposition de l'armature dans les nœuds du cadre doit correspondre au genre des efforts engendrés et, en même temps, faciliter l'exécution des travaux.

Comme le montrent les recherches expérimentales, les plus grandes contraintes de traction dans le nœud extrême du cadre (fig. 16.43,*a*) se présentent non pas près du bord de l'angle extérieur, mais à une certaine distance de celui-ci ; en même temps des contraintes locales de compression considérables se créent directement près du bord de l'angle intérieur. Conformément à l'état de contrainte du nœud, on arrondit l'armature tendue aux extrémités et on la fait passer à l'intérieur du nœud. La zone comprimée du nœud des cadres, sollicités par des efforts considérables, est chanfreinée pour diminuer les contraintes locales.

Afin de communiquer au nœud la rigidité nécessaire on fait passer une partie de l'armature du linteau dans le montant sur une distance de $30d$ au moins au-dessous du pan inférieur du linteau et une partie de l'armature du montant dans le linteau. Du côté intérieur du nœud, dans la zone comprimée, les barres longitudinales du linteau et du poteau traversent simplement les unes les autres, sans suivre le contour du nœud afin d'éviter le détachement du béton aux endroits de courbure des barres.

Dans les nœuds des cadres à linteaux en ligne brisée (fig. 16.43,*b*), sollicités par les moments positifs, la résultante des efforts de traction dans l'armature est dirigée suivant la bissectrice de l'angle

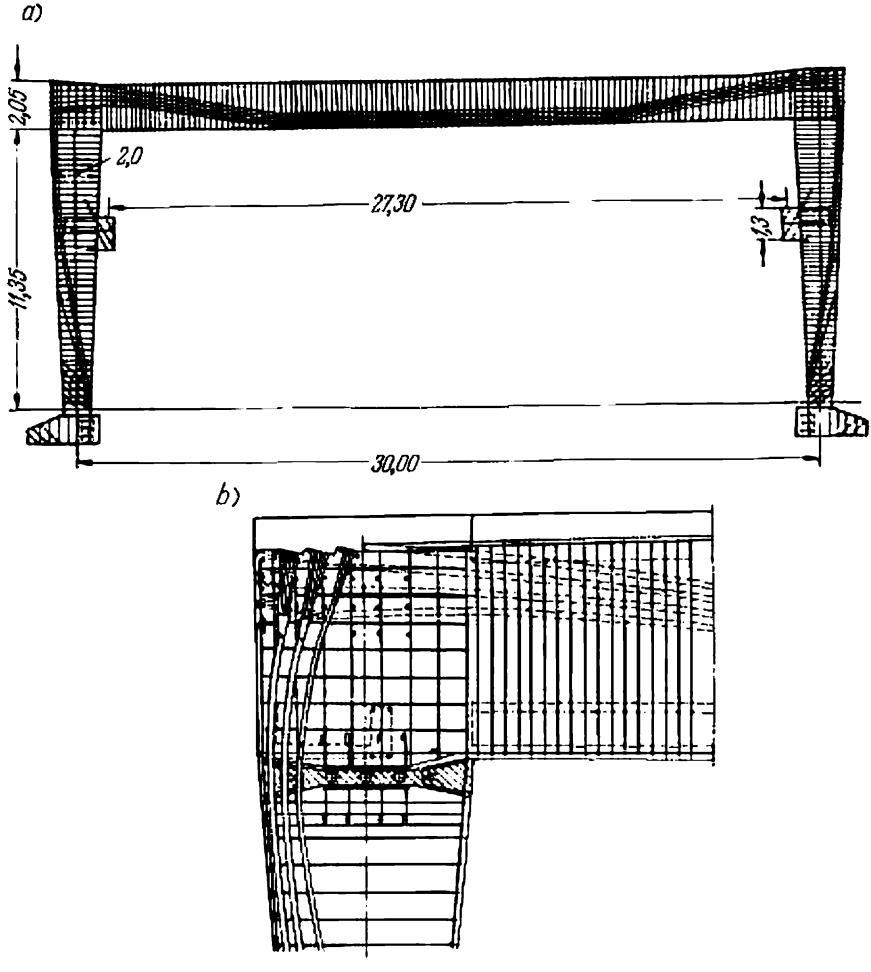


Fig. 16.42. Cadre précontraint composé de trois élémente

vers l'extérieur et tend à redresser l'armature en l'arrachant du béton. Pour empêcher cet arrachement il faut renforcer le nœud avec un nombre suffisant d'étriers.

Selon les exigences impliquées par les normes, la section totale de l'armature transversale doit être suffisante :

a) pour supporter la résultante des efforts qui agissent dans les barres tendues longitudinales non prolongées dans la zone comprimée :

$$\sum F_{\text{ét}} R_{\text{a}} \cos\beta \geqslant 2 R_{\text{a}} F_{\text{a}\,1} \cos\frac{\alpha}{2}\,; \qquad (16.21)$$

b) pour supporter 35 % de la résultante des efforts qui agissent

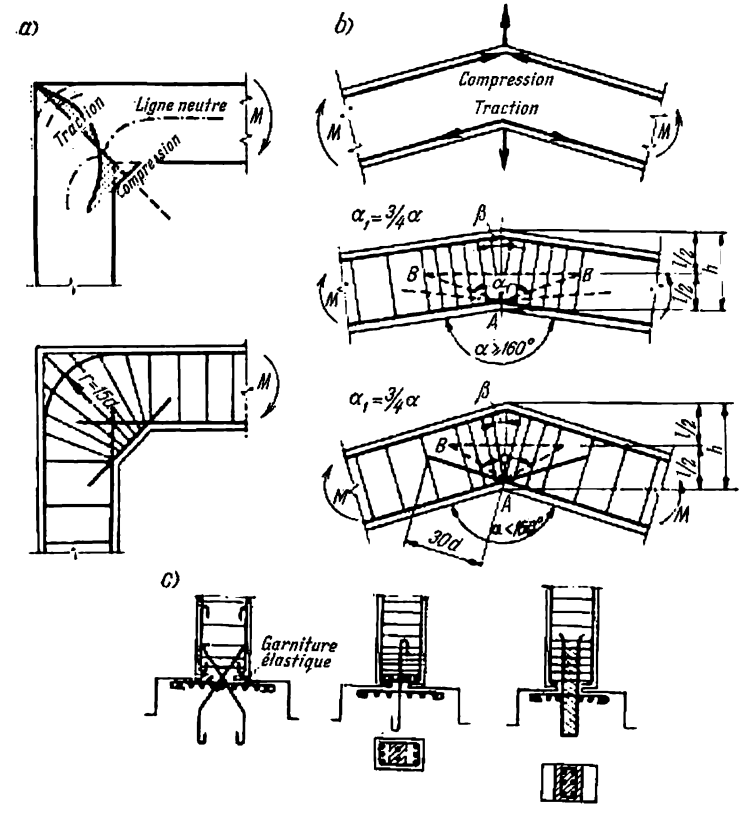


Fig. 16.43. Armature des nœuds des cadres et des articulations d'appui

dans toutes les barres tendues longitudinales :

$$\sum F_{\text{ét}} R_{\text{a}} \cos\beta \geqslant 0{,}7 R_{\text{a}} F_{\text{a}} \cos\frac{\alpha}{2}\,, \qquad (16.22)$$

F_{a} étant la section de toutes les barres tendues longitudinales ; $F_{\text{a}1}$ la section des barres tendues longitudinales non prolongées dans la zone comprimée ;

α, l'angle intérieur du nœud du cadre;
β, l'angle formé par la direction des étriers et la bissectrice de l'angle intérieur.

Les étriers dont la section est fournie par le calcul ci-dessus doivent être disposés sur la longueur:

$$s = h \operatorname{tg} \frac{3}{8} \alpha. \tag{16.23}$$

L'assemblage articulé du montant du cadre avec la fondation est réalisé par un dispositif que l'on appelle articulation imparfaite. La hauteur de la section du poteau dans l'articulation diminue de 2 ou 3 fois et on y place des barres d'armature verticales ou croisées (fig. 16.43,*c*). Les parties du montant et de la fondation adhérant à l'articulation sont renforcées avec des treillis transversaux et des étriers. Un tel assemblage ne permet pas la rotation libre du montant, cependant, par suite d'une brusque diminution de la section transversale et de la rigidité du montant à l'extrémité inférieure, il se produit également une brusque diminution du moment fléchissant, qui, n'étant pas important, est négligé et pratiquement considéré comme nul dans le schéma théorique. L'effort longitudinal du montant se transmet par la section de béton conservée et les barres. L'effort tranchant du montant est équilibré par le frottement dans l'articulation.

La fig. 16.44,*a* représente un cadre monolithe sans étages, armé de barres isolées. Un cadre monolithe sans étages à linteau précontraint (R.A.F.) est représenté fig. 16.44,*b*. Les faisceaux d'armature tendus sont renfermés dans des tubes en tôle d'acier et posés suivant une courbe correspondant à l'épure des moments fléchissants. La tension des faisceaux sur le béton a été réalisée à l'aide d'un vérin hydraulique, l'extrémité opposée étant scellée dans le béton de la travée voisine.

Les considérations concernant la construction des nœuds des cadres sans étages que nous avons exposées plus haut sont applicables aux cadres monolithes à étages; en outre, les linteaux des cadres à étages sont construits d'après les mêmes principes que les poutres principales des planchers à nervures. Ce qui est nouveau c'est la construction du nœud d'assemblage des linteaux avec le poteau extrême du cadre (fig. 16.45). Dans ce nœud on fait passer les barres tendues de l'armature des linteaux au-delà du nu intérieur du poteau sur la longueur d'encastrement l_{enc}. Si à l'endroit de jonction du linteau le poteau n'est soumis qu'aux efforts de compression, la longueur de l'armature encastrée peut être diminuée de $10d$.

Etant donné que le bétonnage des cadres monolithes est exécuté étage par étage, on tâche de rechercher, en établissant le projet, la possibilité d'arranger des joints bétonnés; dans ce but l'armature

longitudinale des poteaux de l'étage inférieur est laissée en attente, dépassant la surface de la dalle du plancher de 30 *d* en vue d'exécuter ultérieurement la liaison avec l'armature longitudinale de l'étage supérieur.

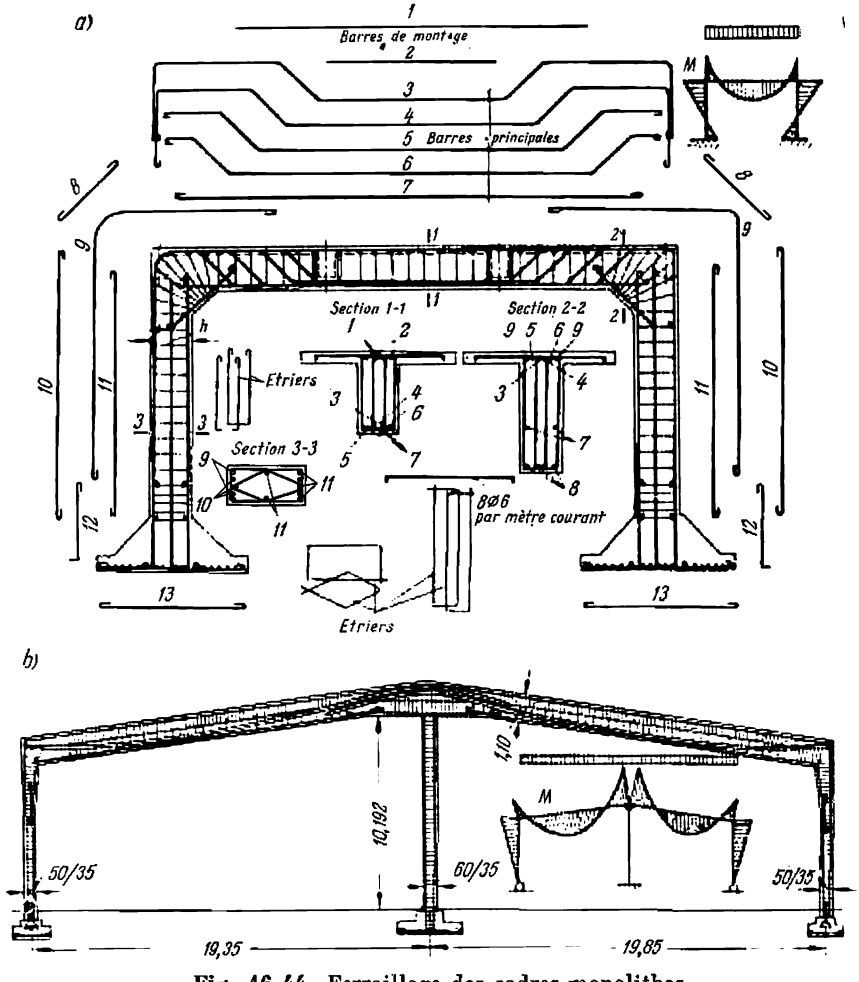


Fig. 16.44. Ferraillage des cadres monolithes

Quand les étages sont de grande hauteur et les surcharges importantes, il est conseillé d'employer comme armature des cadres monolithes à étages des carcasses soudées en profilés. La fig. 16.46 représente la construction du ferraillage porteur d'un cadre monolithe

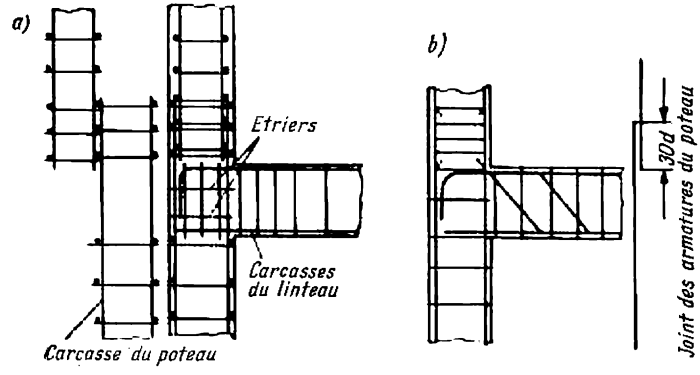


Fig. 16.45. Nœuds d'un cadre monolithe à plusieurs étages
a — armé de carcasses soudées; *b* — armé de carcasses ligaturées

à étages du bâtiment principal d'une centrale thermoélectrique. Pour chaque travée du linteau on confectionne des carcasses soudées plates sous forme de fermes entretoisées que l'on assemble en une ossature spatiale, en les reliant au moyen des entretoises renforcées par des barrettes et diagonales fréquentes. Pour les poteaux on fabrique une carcasse soudée spatiale, composée de barres rondes longitudinales et d'étriers avec entretoises transversales. Les moments d'appui au-dessus des poteaux sont repris au moyen de l'armature de renfort et des éclisses soudées à la carcasse principale au cours de l'assemblage.

Les carcasses porteuses des éléments d'un cadre, assemblées avec le coffrage banché assemblé à son tour à l'aide des étriers, sont transportées sur les lieux de mise en place sous forme de grands blocs préfabriqués.

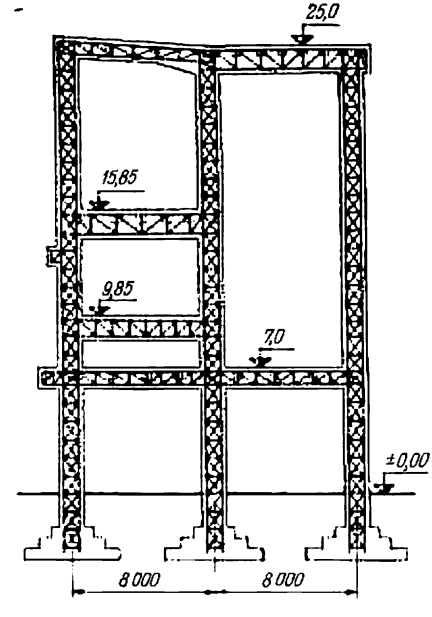


Fig. 16.46. Schéma du ferraillage porteur d'un cadre monolithe à plusieurs étages du bâtiment principal d'une centrale électrique

Cadres préfabriqués à joints monolithes. L'une des solutions

possibles de la construction des cadres à étages à nœuds rigides est représentée fig. 16.47,*a*. La section du linteau du cadre est en double *T*, les étriers font saillie vers le haut et l'armature d'appui est découverte. Sur les linteaux sont posées les dalles à nervures, les jeux entre les faces des nervures étant de 12 cm.

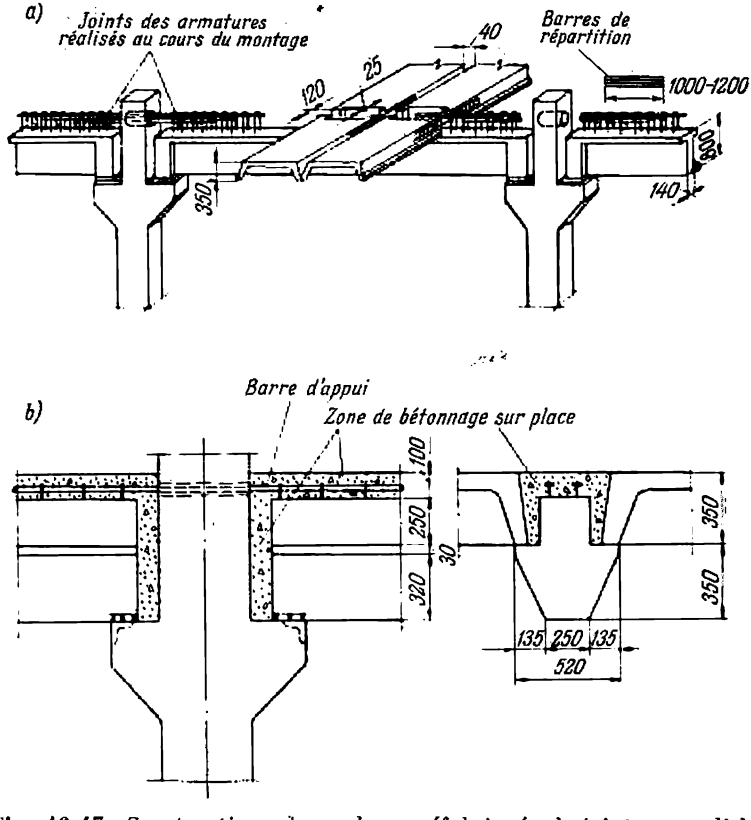


Fig. 16.47. Constructions des cadres préfabriqués à joints monolithes
a — avant la coulée du béton; *b* — après la coulée du béton

La rigidité du nœud d'assemblage du linteau avec le poteau est obtenue en joignant l'armature supérieure du linteau sur l'appui. On prévoit dans ce but un trou ovale dans le poteau, où l'on introduit un faisceau de liaison constitué de barres courtes au nombre égal à celui des barres de l'armature supérieure du linteau. En bas, le linteau est lié au poteau par soudure des pièces d'attache prévues dans les linteaux du cadre et les goussets des poteaux.

Après avoir terminé la mise en place de la construction, la pose de l'armature dans les joints longitudinaux entre les panneaux et la soudure (en bain de fusion) des joints de l'armature d'appui du linteau, on remplit tous les jeux de béton, ce qui rend le cadre monolithe. Dans ce cas les sections de travée du linteau, vu leur solidarité avec les panneaux, travaillent comme des sections en *T* dont la hauteur est égale à la hauteur totale du linteau et du panneau assemblés.

La rigidité de l'assemblage des panneaux préfabriqués avec les linteaux a été expérimentalement étudiée à l'Institut TSNIPS ; les expériences ont démontré que, à condition d'une bonne réalisation, une telle construction travaille comme une construction monolithe.

En ce qui concerne la dépense de béton par 1 m² du plancher, le cadre préfabriqué à joints monolithes que nous venons de décrire ne présente pas d'avantages sensibles par rapport aux cadres préfabriqués, mais, toutefois, dans cette construction, la quantité et le poids de pièces d'attache en acier sont considérablement réduits ; et, ce qui est essentiel, grâce à la solidarisation des panneaux avec le linteau, la hauteur totale du plancher diminue.

La fig. 16.47,*b* représente l'assemblage d'un linteau préfabriqué à joints monolithes avec un poteau conformément aux normes concernant les éléments standardisés en béton armé pour bâtiments industriels à étages. Le principe de solidarisation et le travail en commun des éléments ne sont pas modifiés dans ce cas, mais les panneaux s'appuient sur les encorbellements du linteau. L'armature d'appui du linteau, passée à travers le trou du poteau, est reliée à son armature en attente.

CHAPITRE 17 COUVERTURES SPATIALES À PAROIS MINCES

17.1. GÉNÉRALITÉS

Les couvertures spatiales à parois minces sont utilisées à une vaste échelle dans la construction des différents bâtiments industriels et civils aussi bien pour les portées ordinaires (18 à 36 m) que pour les grandes portées atteignant 100 m (et plus).

Les couvertures à parois minces permettent de couvrir les locaux ayant en plan les configurations les plus diverses. Le grand écartement des appuis intermédiaires de ce genre de couvertures présente des conditions très favorables en ce qui concerne l'utilisation des locaux.

Dans ces couvertures, grâce au travail de la construction dans les deux directions, on obtient une meilleure utilisation des matériaux et, par suite, leur économie sensible. Dans les couvertures en béton armé à parois minces on doit chercher à utiliser le béton de manière qu'il travaille à la compression suivant la plus grande partie de la surface, car les parties soumises à la traction demandent une armature calculée.

Dans certains pays les couvertures à parois minces, d'ailleurs assez répandues, sont érigées essentiellement sous forme des constructions monolithes exigeant un coffrage compliqué et une grande quantité du travail.

En U.R.S.S., après une certaine période d'utilisation des couvertures monolithes, on construit principalement des couvertures à parois minces préfabriquées avec emploi minimal d'échafaudages et même sans ceux-ci.

Les constructions spatiales en béton armé à parois minces sont apparues dans les années 20 du siècle. Les premières couvertures à parois minces construites en U.R.S.S. étaient les couvertures monolithes cylindriques au-dessus du réservoir d'eau à Bakou (1925), celles des bâtiments des PTT de Kharkov (1928), d'un garage de Moscou (1929), de l'usine des machines agricoles de Rostov (1931),

etc. La plus grande coupole (jusqu'à 55,5 m de diamètre) construite en ce temps fut édifiée pour couvrir la salle du théâtre à Novosibirsk en 1934.

Au fur et à mesure du développement de l'industrie du bâtiment, les couvertures à parois minces continuent sans cesse à s'améliorer. Ces derniers temps, les couvertures précontraintes sont de plus en plus utilisées. Un grand élan fut donné au développement des constructions à parois minces préfabriquées grâce à la réalisation, à

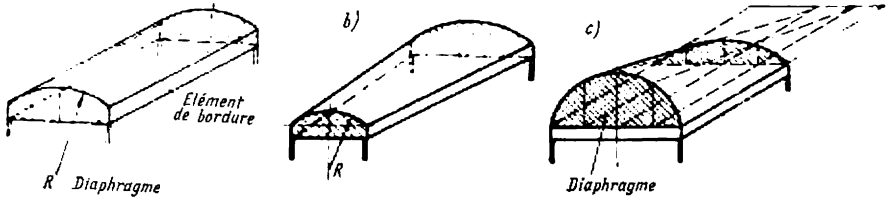


Fig. 17.1. Schémas des couvertures à simple courbure
a — enveloppe cylindrique; *b* — enveloppe conique; c — enveloppe conoïdale

l'usine des grands blocs à Léningrad (Avtovo), des couvertures préfabriquées à double courbure, dont les dimensions en plan vont de 18 × 18 à 40 × 40, et des voûtes préfabriquées d'une portée de 100 m.

Les couvertures à parois minces sont en général tracées suivant les surfaces courbes. Dans certains cas les surfaces courbes sont remplacées par des surfaces prismatiques composées de plaques minces.

Une construction à parois minces comporte: une couverture proprement dite (dalles minces) et les éléments de contour (diaphragmes, poutres de bordure, ceintures d'appui, poutres rigides).

Les couvertures (enveloppes) à parois minces en béton armé peuvent être divisées en deux groupes: enveloppes à simple courbure et enveloppes à double courbure. Chacun de ces groupes comporte plusieurs types de couvertures.

A. Enveloppes à simple courbure:

1) enveloppes cylindriques (fig. 17.1,*a*);
2) enveloppes coniques (fig. 17.1,*b*);
3) enveloppes conoïdales (fig. 17.1,*c*).

Rapportons conventionnellement à ce groupe les couvertures à parois minces composées d'éléments plats: enveloppes prismatiques (fig. 17.2,*a*) et en forme de tentes (fig. 17.2,*b*).

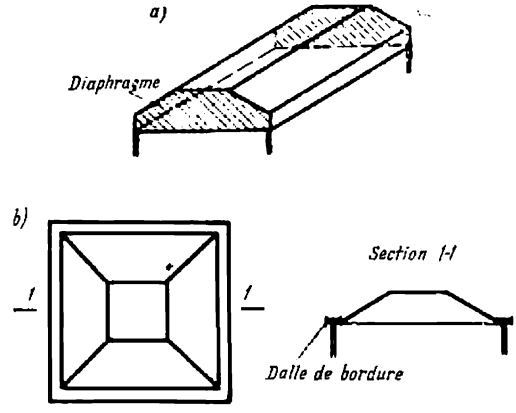


Fig. 17.2. Types de couvertures à parois minces constituées d'éléments plats
a — couverture ondulée (pliée) ; *b* — couverture en forme de tente

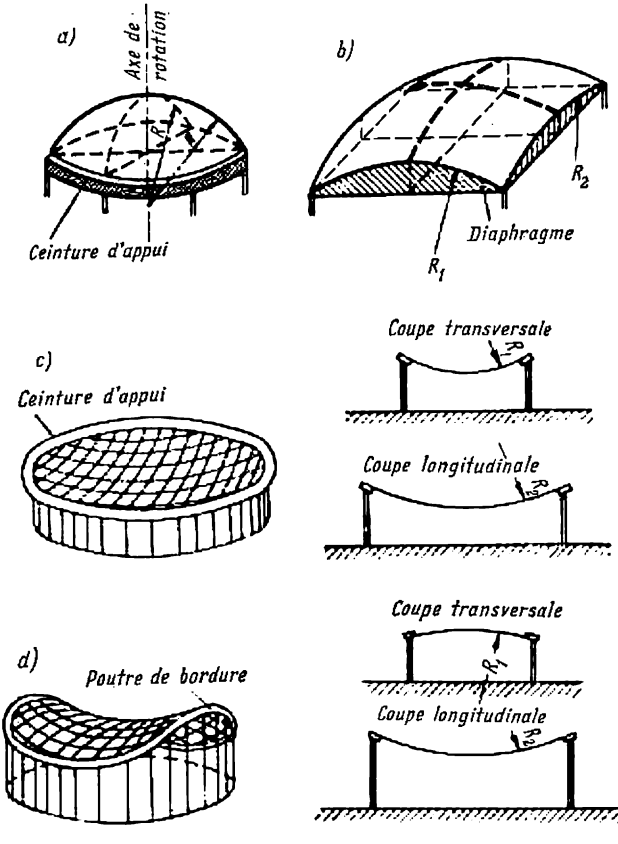


Fig. 17.3. Schémas des couvertures à double courbure
a — coupole ; *b* — enveloppe convexe de translation ; *c* — enveloppe concave suspend
d — enveloppe concave-convexe.

B. Enveloppes à double courbure:

1) enveloppes de révolution à l'axe vertical — coupoles (fig. 17.3,*a*);

2) enveloppes convexes sur plan rectangulaire (surfaces de translation) (fig. 17.3,*b*);

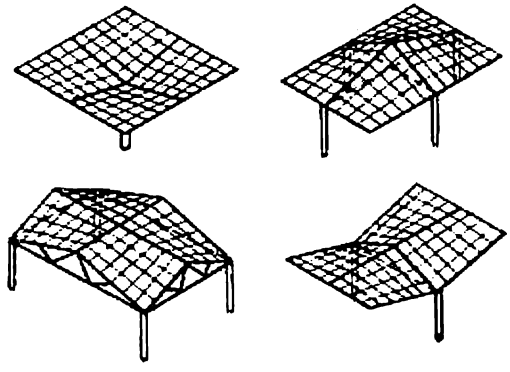


Fig. 17.4. Couvertures à quatre éléments dessinés suivant les surfaces des paraboloïdes hyperboliques

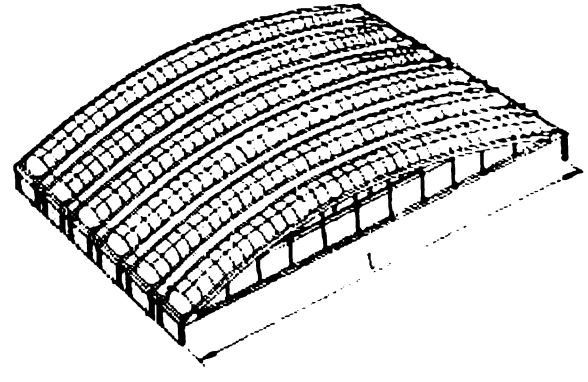


Fig. 17.5. Voûtes tonnelles

3) enveloppes concaves suspendues sur plan circulaire ou elliptique (fig. 17.3,*c*);

4) enveloppes concaves-convexes (en forme de selle) (fig. 17.3,*d*);

5) enveloppes composées de 4 éléments tracés suivant les surfaces convexes et concaves (fig. 17.4);

6) voûtes tonnelles (fig. 17.5);

7) voûtes ondulées, dont la section transversale peut être curviligne (fig. 17.6,*a*) ou polygonale (fig. 17.6,*b*).

Les couvertures à configurations complexes peuvent être assemblées de plusieurs éléments similaires (fig. 17.7).

Parmi la multiplicité de surfaces, on utilise principalement, pour la formation des couvertures, les surfaces de révolution à l'axe horizontal ou vertical, dont la réalisation pratique est la plus simple.

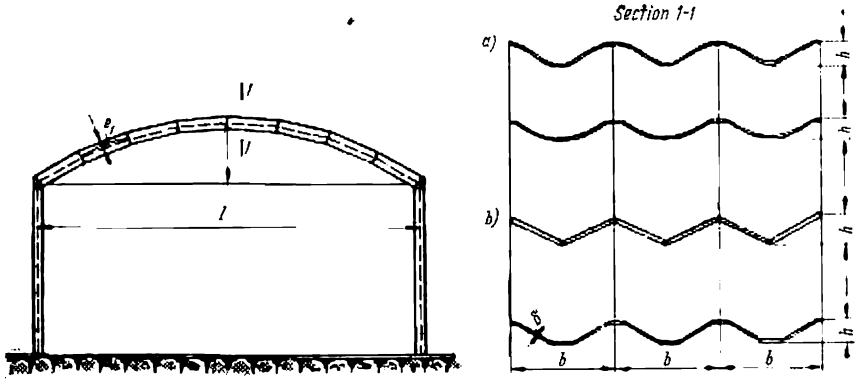


Fig. 17.6. Voûtes ondulées
a — à section transversale curviligne; *b* — à section transversale polygonale

La surface de translation se forme par déplacement progressif d'une courbe (génératrice) suivant une autre courbe (directrice). Les

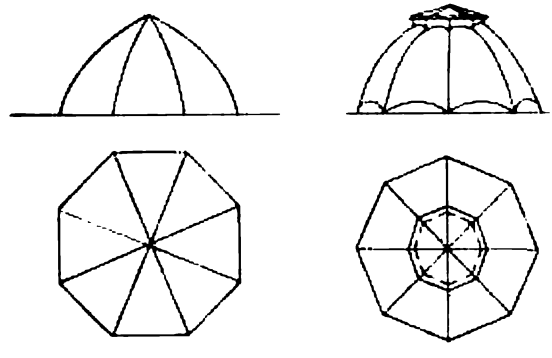


Fig. 17.7. Couvertures assemblées de plusieurs éléments identiques

arcs de paraboles, de circonférences, de sinusoïdes et d'autres courbes et, comme cas particulier, les segments des droites peuvent servir de génératrices aussi bien que de directrices.

Les *surfaces de courbure équivalente*, ou elliptiques, sont les surfaces, dont les centres de courbure des arcs de toutes les sections nor-

males passant par le point donné se trouvent d'un seul côté de la surface. Si les centres se trouvent de côtés différents, les surfaces s'appellent *surfaces de courbure non équivalente*, ou hyperboliques. Si les centres de courbure des arcs de toutes les sections normales passant par le point considéré se trouvent d'un seul côté de la surface et le rayon de courbure de l'une d'elles est infini, ces surfaces s'appellent *surfaces de courbure simple*, ou paraboliques.

Toutes les surfaces dont nous venons de parler peuvent être des surfaces de translation.

Les efforts intérieurs et les déplacements se manifestent dans les enveloppes, ainsi que les conditions de leur équilibre spatial constituent l'objet de recherches d'une branche spéciale de la théorie de l'élasticité et de la plasticité, qui s'appelle théorie des enveloppes minces. La théorie générale du calcul des enveloppes élastiques a été élaborée par le savant anglais A.E.H. Love (1888). La solution des problèmes concrets date depuis 1910. On peut citer les travaux du savant russe I. Boubnov, des savants allemands G. Reisner, E. Meisner et d'autres. Après 1930, les savants soviétiques V. Vlassov, A. Gvozdev, P. Pasternak, A. Rjanitsyn et beaucoup d'autres ont marqué des progrès importants.

L'expérience de la construction et les résultats des recherches expérimentales et théoriques ont été généralisés, pour la première fois, dans l'Instruction sur l'étude et le calcul des couvertures et planchers monolithes à parois minces élaborée en 1937 à l'Institut TSNIPS (A. Gvozdev, V. Mourachev, V. Gornov, V. Vlassov). Par la suite les travaux de recherche dans le domaine des constructions à parois minces n'ont jamais cessé en U.R.S.S. Compte tenu de la pratique acquise dans la période postérieure, les Instituts NIIJB et TSNIISK, en collaboration avec certains bureaux d'études et certains spécialistes, ont élaboré une nouvelle Instruction concernant l'étude des couvertures et planchers à parois minces en béton armé.

A la suite des recherches il a été établi que les enveloppes en béton armé dans la période initiale de la mise en charge (avant la formation des fissures dans le béton des zones tendues) travaillent d'une manière élastique. Après la formation des fissures, au fur et à mesure de l'accroissement des surcharges et des contraintes dans le béton et l'armature, des déformations non élastiques apparaissent, devenant de plus en plus importantes, jusqu'à la phase de l'équilibre limite.

Dans le cas général, dans les enveloppes surgissent les efforts suivants (fig. 17.8), rapportés à l'unité de longueur de la section : forces normales N_1 (T_1) et N_2 (T_2), forces de cisaillement $S_1 = S_2$, moments fléchissants M_1 et M_2 (G), efforts tranchants Q_1 et Q_2, moments de torsion H_1 et H_2. Entre parenthèses sont notés les symboles synonymes.

Le calcul des efforts et des déplacements dans les enveloppes par les méthodes de précision de la théorie de l'élasticité est très onéreux et donc ne peut pas être recommandé pour la pratique quotidienne. C'est pourquoi les différentes méthodes de calcul approximatives ont été élaborées. A l'heure actuelle seule la phase élastique des enveloppes est suffisamment étudiée ; les études de la phase non élastique

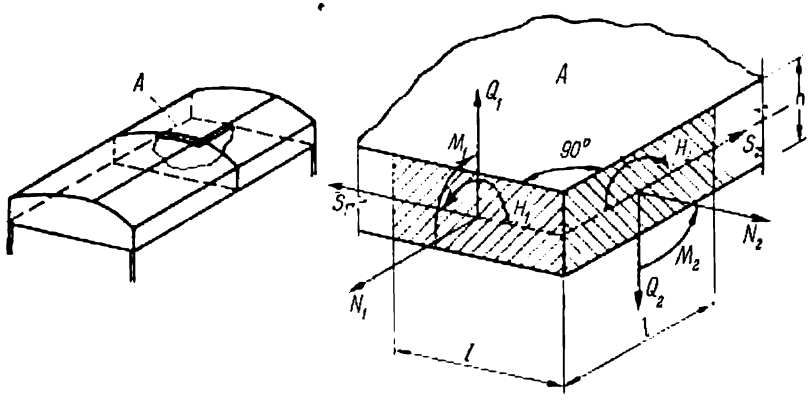


Fig. 17.8. Efforts agissant dans une enveloppe cylindrique

et de l'état de l'équilibre limite ne sont que commencées. C'est pourquoi dans la pratique, les efforts sont en général déterminés dans la phase élastique et, dans certains cas, dans la phase de l'équilibre limite.

La capacité portante des constructions dans la phase de l'équilibre limite ne dépend pas de l'état de contrainte intermédiaire. C'est pourquoi la résistance limite de toutes les constructions à parois minces : préfabriquées, monolithes, semi-fabriquées à joints monolithes, précontraintes ou non, est calculée de la même manière. Lorsqu'on procède au calcul eu égard aux autres états limites, il faut tenir compte des efforts produits par le poids propre des éléments préfabriqués avant l'exécution des joints monolithes. Etant donné qu'avec le temps, par suite du fluage du béton, il se produit dans les éléments à parois minces en béton armé une nouvelle répartition des efforts intérieurs, il est recommandé d'après l'Instruction de 1961 que la charge du poids propre de ces constructions soit prise en compte en moitié avant l'assemblage des éléments préfabriqués ou le coulage des joints et en moitié après l'assemblage de la construction entière, calculée dans ce dernier cas comme une structure spatiale.

Dans les structures spatiales précontraintes, il faut en outre vérifier la résistance à la fissuration sous charges de service, ainsi que la résistance au cours de la précontrainte. Lors de la vérification

de la résistance à la fissuration, on doit tenir compte des efforts produits dans l'enveloppe par la précontrainte, déduction faite de toutes ses pertes. Les contraintes principales de traction ne doivent pas dépasser R_f dans la zone de l'armature en fils d'acier tendus, et dans l'enveloppe toute entière, si les constructions travaillent dans un milieu agressif.

En outre, pour les éléments préfabriqués il faut vérifier la résistance aux efforts qui y apparaissent lors de la fabrication et du transport.

Nous donnons ci-dessous les notions du calcul et de l'étude des enveloppes en béton armé les plus typiques au point de vue du travail spatial et les plus répandues dans la construction.

17.2. PARTICULARITÉS CONSTRUCTIVES DE COUVERTURES SPATIALES À PAROIS MINCES

Le choix du type d'une construction à parois minces pour une couverture doit se faire en fonction de la destination de l'édifice, de son architecture, de ses dimensions et de la méthode de construction envisagée.

Le prix de revient de l'édifice dépendant essentiellement de la méthode de construction, cette dernière doit être choisie en liaison avec la solution constructive adoptée. Ainsi, pour les couvertures préfabriquées, il est important d'assurer le minimum de travail pour la fabrication des éléments, le taux maximal de leur utilisation dans la construction, la simplicité des joints d'assemblage, l'emploi des moyens simples de mise en place, le minimum de dispositifs de manutention ordinaires utilisés lors de l'assemblage. Pour les constructions monolithes, il faut prévoir la possibilité de réutiliser à un taux élevé les coffrages démontables et amovibles.

La réussite d'une construction à parois minces préfabriquée est conditionnée par sa division rationnelle en unités de montage, faciles à fabriquer, à transporter et à assembler.

Les enveloppes cylindriques, dont le rapport des dimensions en plan $l_1/l_2 > 1$, peuvent être divisées en unités de montage par une coupe longitudinale centrale et une série de coupes transversales comme le montre la fig. 17.9,*a*. Dans ce cas les diaphragmes se rapportent aux éléments préfabriqués de face. Les enveloppes cylindriques, dont le rapport $l_1/l_2 < 1$, peuvent être divisées en une série de dalles analogues, confectionnées indépendamment des diaphragmes (fig. 17.9,*b*) ; à leur tour, les diaphragmes peuvent être divisés en blocs.

La division des coupoles se fait par méridiennes en longs éléments curvilignes (fig. 17.10,*a*) ou bien encore par méridiennes et parallèles en dalles trapézoïdales planes ou non (fig. 17.10,*b*).

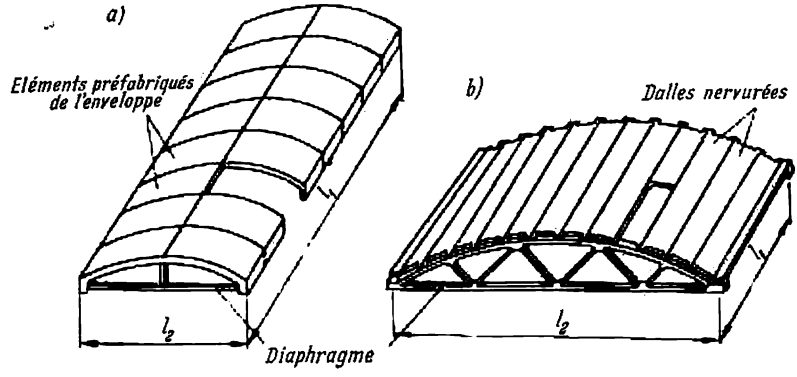


Fig. 17.9. Division des enveloppes cylindriques en éléments préfabriqués
a — lorsque $\frac{l_1}{l_2} > 1$; *b* — lorsque $\frac{l_1}{l_2} < 1$

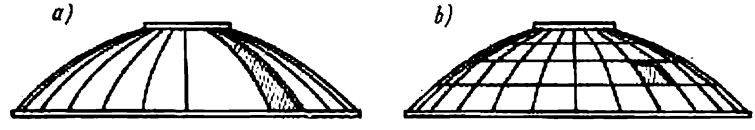


Fig. 17.10. Division des coupoles en éléments préfabriqués
a — coupe radiale ; *b* — coupe radiale et circulaire

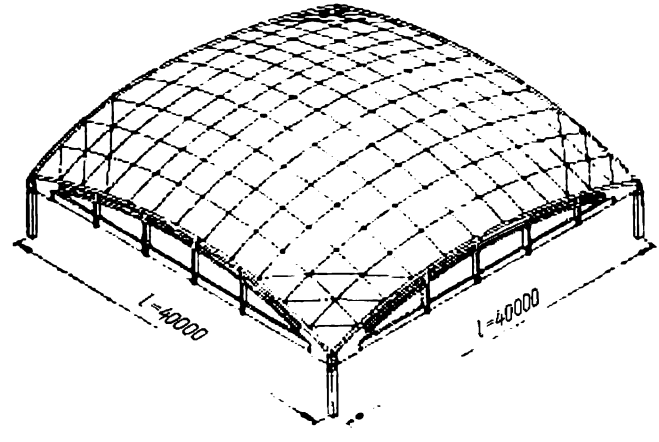


Fig. 17.11. Division de l'enveloppe de translation en éléments préfabriqués

Les enveloppes à double courbure peuvent être divisées par coupes parallèles aux constructions de contour (fig. 17.11). L'expérience a démontré qu'un tel mode de division diminuait le nombre de différents éléments types nécessaires pour la réalisation d'une construction.

Pour assurer aux éléments préfabriqués la résistance et la rigidité requises pour la fabrication, le transport et la mise en place, on les munit de bordures le long du contour. Dans ce cas on obtient

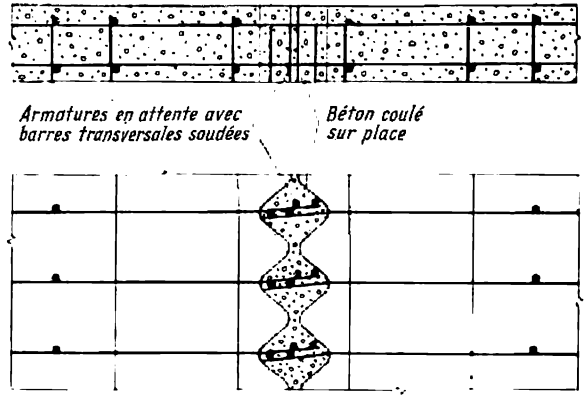


Fig. 17.12. Joint d'assemblage des éléments préfabriqués réalisé par recouvrement des barres en attente de l'armature principale

une couverture nervurée. Dans certains pays les bords des dalles ne sont pas renforcés par des nervures le long du contour. On emploie à leur place, pour le temps de transport, de montage et de durcissement du béton des joints, de petites fermes métalliques amovibles.

La construction des joints des éléments préfabriqués des enveloppes est choisie en fonction du caractère et de l'importance des efforts agissant dans le joint.

Dans tous les cas, les joints doivent être remplis de béton. Pour assurer un bon remplissage du joint, sa largeur doit être supérieure à 30 mm, si l'épaisseur (la hauteur) de l'élément à l'endroit de jonction n'excède pas 100 mm ; elle doit être supérieure à 50 mm, si l'épaisseur dépasse 100 mm.

Si le joint ne transmet que l'effort de compression centré ou appliqué avec une excentricité se trouvant dans les limites du noyau de la section et les efforts de cisaillement faibles, on peut se borner à l'armature constructive du joint.

Les efforts de traction et de cisaillement dans les joints peuvent être repris par des barreaux de répartition placés dans les joints

transversaux, si ceux derniers sont espacés de moins de 1,5 m, ou bien par une armature spéciale précontrainte.

Les armatures principales en attente des éléments préfabriqués à joindre peuvent être reliées par simple recouvrement ou par soudure

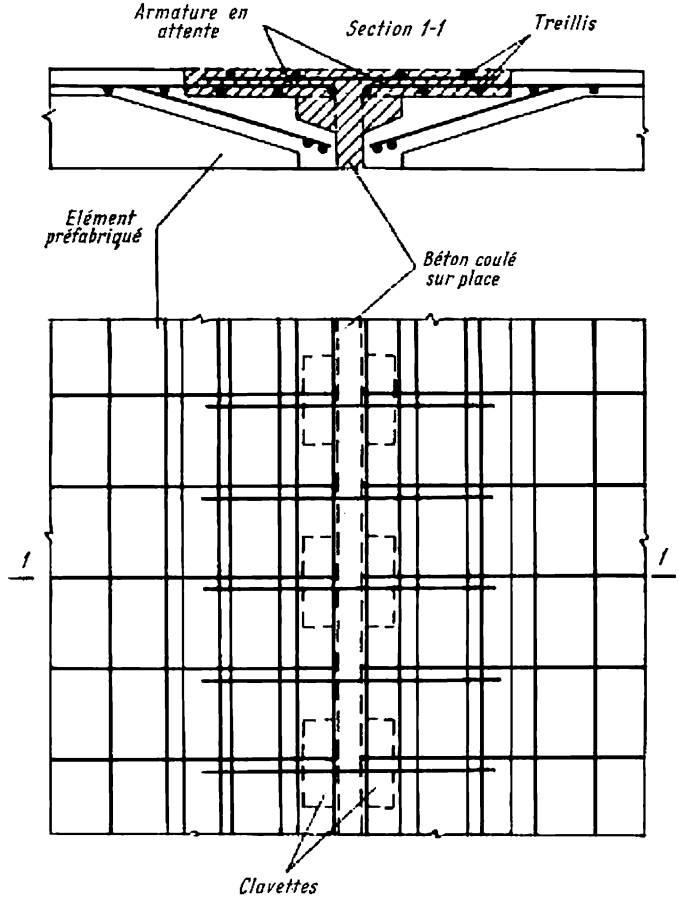


Fig. 17.13. Joint d'assemblage des éléments préfabriqués réalisé à l'aide de treillis auxiliaires aux endroits de jonction

(fig. 17.12), ou bien au moyen de treillis spéciaux placés dans les joints (fig. 17.13).

Les extrémités de l'armature en attente des éléments peuvent être aussi jointes en arrangeant des boucles de jonction et en laissant les barres à joindre recouvrir l'une l'autre sur une longueur de

15 diamètres au moins. Dans ce cas le diamètre des boucles doit constituer au moins 10 diamètres de la barre. En outre, les barreaux de répartition doivent être mis à l'intérieur des boucles suivant leur contour.

Les joints de l'armature des éléments préfabriqués peuvent être réalisés en soudant à l'armature des pièces d'attache, que l'on réunit pendant la mise en place au chantier au moyen des éclisses soudées (fig. 17.14).

La section des éclisses et la longueur des cordons de soudure sont à calculer.

Si le joint doit être sollicité par des efforts de cisaillement importants, il est utile d'envisager, outre la soudure de l'armature principale, des creux dans les pans des éléments à assembler: après la coulée du béton, dans les joints seront formées les clavettes, empêchant le déplacement des éléments l'un par rapport à l'autre.

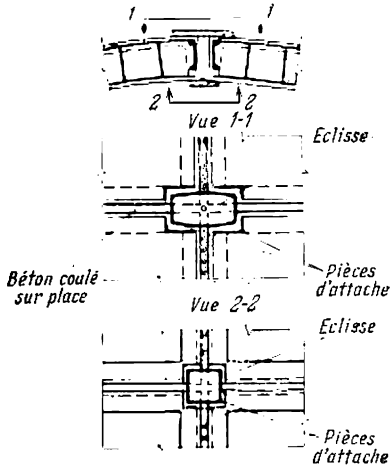


Fig. 17.14. Joint d'assemblage des éléments préfabriqués réalisé à l'aide des éclisses métalliques soudées

La précontrainte de l'armature principale des constructions à parois minces est très utile. Outre l'augmentation de la résistance à la fissuration et de la rigidité des zones tendues, ce qui est très important pour ce genre de constructions, la précontrainte dans nombre de cas présente l'un des plus simples moyens de réunir les éléments préfabriqués en un système unique. La fig. 17.15 montre les schémas de disposition de l'armature précontrainte pour différents types de constructions à parois minces.

Le choix de l'armature et l'étude des structures spatiales à parois minces sont faits à partir des efforts normaux et tangentiels ainsi que des moments fléchissants qui y agissent.

La valeur maximale des contraintes principales de compression ne doit pas excéder R_{pr}.

Dans les zones comprimées et dans les zones où les contraintes principales de traction sont inférieures à R_{tr}, le choix de l'armature à adopter doit se fonder sur des considérations constructives; la section de l'armature doit constituer au moins 0,2 % de la section du béton, le pas des barres étant de 20 à 25 cm. Lorsque l'épaisseur de la dalle atteint 9 cm ou plus, il est recommandé de mettre des treillis doubles.

Dans les zones où les contraintes principales de traction dépassent R_{tr}, elles doivent être entièrement supportées par des barres posées sensiblement près des trajectoires des contraintes principales de traction ou bien par des treillis composés de barres longitudinales et transversales.

Pour les enveloppes lisses, la détermination de la section de l'armature destinée à reprendre les moments fléchissants se fait

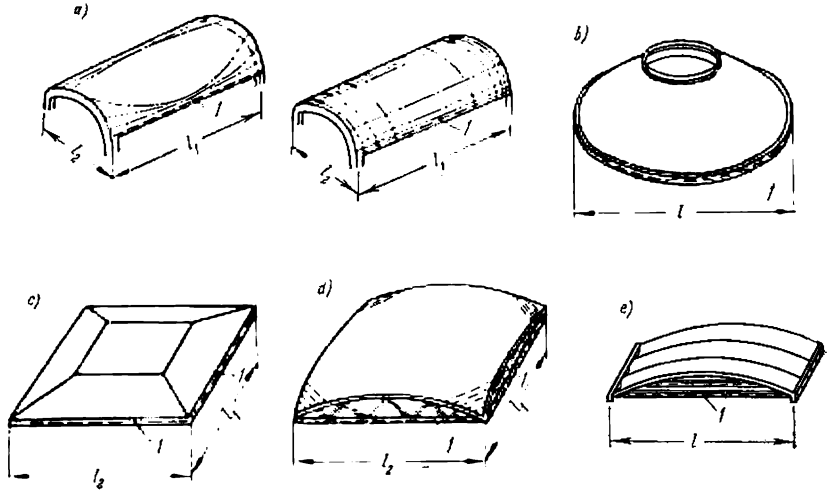


Fig. 17.15. Schémas des couvertures spatiales précontraintes
a — enveloppe cylindrique; *b* — coupole; *c* — tente; *d* — enveloppe de translation a double courbure; *e* — voûte ondulée; *1* — armature précontrainte

de la même manière que pour les dalles. L'armature doit être posée dans la zone tendue conformément à l'épure des moments, avec une couche d'enrobage minimale.

Aux endroits du contact des dalles avec les éléments de bordure et les diaphragmes on pose des treillis doubles composés de barres de 6 à 10 mm de diamètre espacées de 20 cm au maximum.

Dans les constructions à nervures, les moments sont repris par l'armature principale des nervures. Les nervures sont armées par des carcasses soudées, dont les barres transversales de 5 à 6 mm de diamètre sont espacées de 20 à 25 cm.

Les diaphragmes doivent pouvoir supporter le poids propre des enveloppes, donc, leur calcul se base sur ces efforts et se fait d'après les règles générales.

Les baies et les ouvertures que l'on pratique dans les enveloppes doivent être bordées. La section des bords de baies dans les zones comprimées des enveloppes est prise égale à l'aire de la section

découpée dans la dalle. Lorsque les baies sont allongées, on prévoit des entretoises dont la section est aussi prise en compte lors du calcul. Lorsqu'on arrange les baies dans les zones tendues, on pose dans les bordures l'armature nécessaire pour supporter les efforts tombant sur la partie découpée de la section.

17.3. ENVELOPPES CYLINDRIQUES

17.3.1. Généralités

La couverture en forme d'une enveloppe cylindrique (v. fig. 17.1,*a*) est obtenue d'une dalle mince, courbée suivant une surface cylindrique, dont les bords libres sont renforcés avec des éléments de bordure et les extrémités de face s'appuient sur des

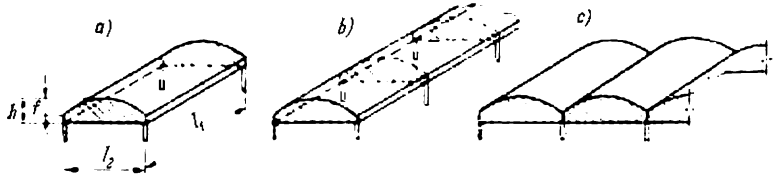


Fig. 17.16. Types d'enveloppes cylindriques
a — à une seule travée; *b* — à plusieurs travées; *c* — ondulée

diaphragmes. Aux coins de la construction sont placés les poteaux soutenant la couverture toute entière. Les bords longitudinaux de la couverture peuvent également s'appuyer sur les poteaux intermédiaires ou sur les murs.

Dimensions principales d'une enveloppe: l_1, portée (l'entraxe de deux diaphragmes consécutifs); l_2, longueur d'une onde (distance entre deux éléments de bordure consécutifs); h, hauteur de l'enveloppe.

La configuration de la dalle de l'enveloppe en section transversale peut être circulaire, elliptique, parabolique, etc.; le plus souvent, pour simplifier la fabrication, on admet la section circulaire.

Au point de vue constructif on distingue: les enveloppes à une seule travée (fig. 17.16,*a*) si elles s'appuient sur deux diaphragmes le long de la génératrice, et à plusieurs travées (fig. 17.16,*b*) si elles sont soutenues par plus de deux diaphragmes; à une seule onde ou à plusieurs ondes (ondulées), ces dernières étant composées de plusieurs enveloppes à une seule onde, ayant des éléments de bordure communs (fig. 17.16,*c*); lisses ou nervurées, renforcées de nervures transversales. L'épaisseur de la dalle de l'enveloppe est généralement constante.

Le caractère de travail d'une enveloppe dépend du rapport des dimensions l_1 et l_2. L'enveloppe s'appelle longue, si $l_1/l_2 \geqslant 1$; elle est appelée courte, si $l_1/l_2 < 1$. Dans les enveloppes longues rencontrées en pratique le rapport l_1/l_2 ne dépasse pas 4.

La hauteur h, y compris la hauteur de l'élément de bordure d'une enveloppe non précontrainte, est d'ordinaire de $^1/_{15}$ à $^1/_{10}$ l_1 au moins et de $^1/_6 l_2$ au moins. L'épaisseur de la dalle des enveloppes monolithes δ est prise égale à $^1/_{200}$ à $^1/_{300} l_2$, mais pas inférieure à 5 ou 6 cm; l'épaisseur des enveloppes préfabriquées, de 2,5 à 3 cm au moins.

17.3.2. Enveloppes longues

Une enveloppe longue travaille, dans son ensemble, comme une poutre de portée l_1, ayant une section transversale de configuration compliquée de hauteur h, y compris les éléments de bordure (v. fig. 17.16,*a*). Quand l'enveloppe à une seule travée est soumise à l'action des surcharges verticales, les parties inférieures de sa section transversale en travée éprouvent une traction, et les parties supérieures, une compression. Cependant, en comparaison avec une poutre à âme pleine le travail de l'enveloppe porte un caractère sensiblement différent, parce que sous l'action d'une charge le contour flexible dans le sens transversal subit une déformation.

L'emploi d'éléments de bordure épais permet de renforcer sensiblement le contour de la section transversale. Les différents types d'éléments de bordure utilisés dans la construction des enveloppes monolithes (*a*) et préfabriquées (*b*) sont représentés fig. 17.17. Le choix d'un élément de bordure doit se fonder sur le mode de construction de l'enveloppe, il dépend aussi des conditions d'appui le long des bords longitudinaux, du contact avec les structures voisines et, en ce qui concerne les enveloppes monolithes, il est aussi fonction de la présence des nervures transversales. Les dimensions recommandées de la section des éléments de bordure exprimées en parties de la hauteur totale h de la section d'une enveloppe sont données fig. 17.17,*a*. Pour les enveloppes librement suspendues non précontraintes (dont les bords longitudinaux n'ont pas d'appuis intermédiaires) il est recommandé d'adopter la hauteur de l'élément de bordure extrême entre $^1/_{20}$ et $^1/_{25} l_1$.

Les nervures transversales augmentent fortement la rigidité du contour transversal en rapprochant sensiblement le caractère de travail de l'enveloppe à celui de la poutre ordinaire. D'habitude, les enveloppes monolithes sont faites lisses. Uniquement dans les cas particuliers, lorsque les enveloppes sont sollicitées par des surcharges concentrées, elles sont munies de nervures transversales. Les enveloppes préfabriquées sont généralement munies de nervures

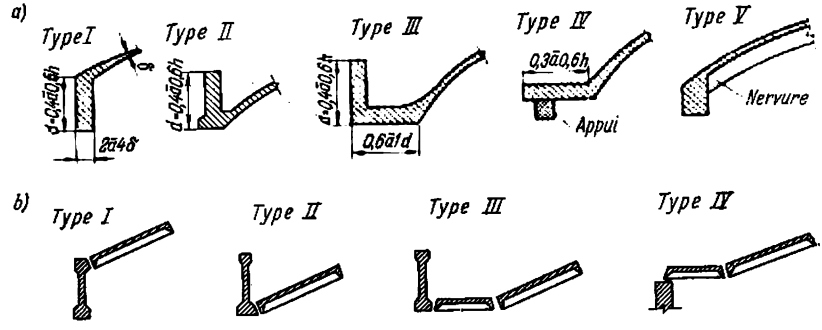


Fig. 17.17. Types d'éléments de bordure
a — des enveloppes monolithes; *b* — des enveloppes préfabriquées

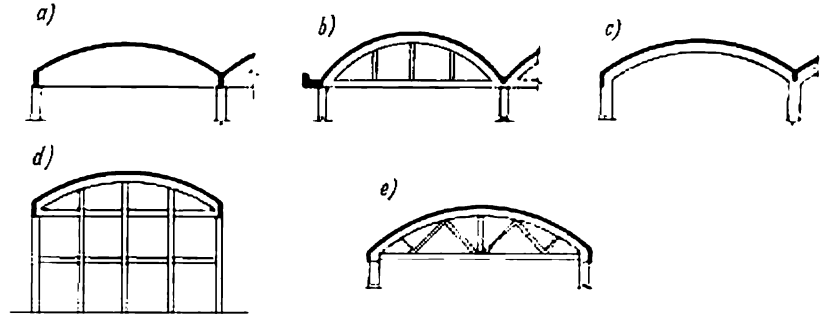


Fig. 17.18. Types de diaphragmes
a — poutre pleine; *b* — arc à entrait; *c* — cadre; *d* — ossature; *e* — ferme

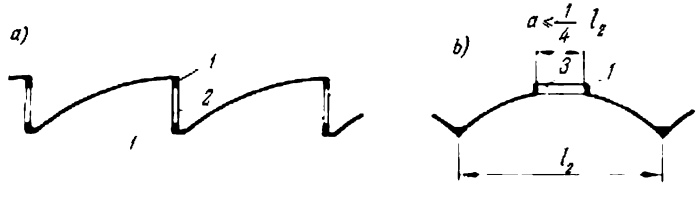


Fig. 17.19. Enveloppes avec baies d'éclairage
a — enveloppe en sheds; *b* — enveloppe cylindrique; *1* — nervure longitudinale; *2* — montant en surface vitrée; *3* — entretoise

longitudinales et transversales, nécessaires pour renforcer les éléments préfabriqués pour la période de confection, de transport et de montage.

On emploie comme diaphragmes: des poutres à âme pleine (fig. 17.18,*a*), des arcs à entraits (fig. 17.18,*b*), des cadres (fig. 17.18,*c*), des ossatures (fig. 17.18,*d*), des fermes (fig. 17.18,*e*). Les diaphragmes extrêmes peuvent être verticaux et horizontaux.

Lorsqu'il est nécessaire de pratiquer dans les couvertures des baies d'éclairage et d'aérage des locaux, selon les conditions architecturales et technologiques les enveloppes cylindriques peuvent être en sheds (fig. 17.19,*a*) ou avec baies au faîte (lanternaux) (fig. 17.19,*b*). Les baies sont bordées de nervures longitudinales fixées par des entretoises.

Dans les enveloppes longues les efforts ne sont pas tous de même importance. L'état de contrainte d'une enveloppe cylindrique longue est déterminé principalement par les efforts N_1, N_2, S, G et Q (v. fig. 17.8). Les principaux d'entre eux sont N_1, S et G; en fonction de ces facteurs sont déterminées les sections des éléments de la construction et l'armature nécessaire. Lorsqu'on détermine les efforts intérieurs agissant dans les enveloppes, il est recommandé d'avoir recours aux différentes simplifications de calcul vérifiées pratiquement.

Quand $l_1/l_2 > 1{,}8$, le calcul de la résistance, de la rigidité et de la résistance à la fissuration des enveloppes librement suspendues à une ou à plusieurs ondes et de profil symétrique sous l'effet des charges verticales symétriques uniformément réparties du poids de la couverture peut bien se faire par la même méthode que celui des poutres en U. Pour le calcul de la résistance on tient compte des charges calculées agissant à l'état d'équilibre limite; le calcul de la rigidité et de la résistance à la fissuration est basé sur les charges normalisées. La surcharge de la neige uniformément répartie d'un seul côté du toit, ne dépassant pas un quart de la charge symétrique totale, peut être remplacée, pour le calcul, par une charge symétrique de la même intensité. La faible surcharge mobile produite par des palans électriques à chariots roulants d'une capacité de charge de 1 t, suspendus aux éléments de bordure, peut être considérée lors du calcul comme symétrique, appliquée à deux éléments de bordure simultanément.

Le calcul des enveloppes avec $l_1/l_2 \geqslant 1$ peut être fait de la même manière, si celles-ci ont au moins trois nervures transversales d'une hauteur égale ou supérieure à $1/25 l_2$. Si $l_1/l_2 > 4$, les ondes isolées des enveloppes ondulées librement suspendues, à une seule travée et de profil symétrique, peuvent être calculées comme les poutres en U dans l'état d'équilibre limite, en tenant compte des fissures, pour n'importe quelle surcharge symétrique.

Dans les autres cas, les enveloppes longues sont calculées dans la phase élastique, en tenant compte de la déformabilité du contour de la section transversale. Encore, pour les rapports $l_1/l_2 > 4$ toute enveloppe sous charge quelconque peut être calculée comme une tige élastique à parois minces et à contour rigide, d'après la méthode de V. Vlassov.

Le calcul de la rigidité et de la résistance à la fissuration des enveloppes précontraintes se fait aussi dans la phase élastique.

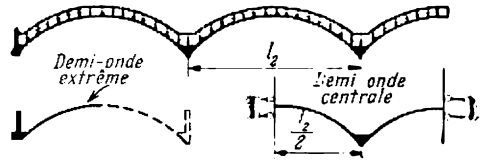


Fig. 17.20. Schéma de calcul d'une enveloppe ondulée

Les demi-ondes extrêmes des enveloppes ondulées librement suspendues peuvent être approximativement assimilées aux demi-ondes de l'onde unique d'une enveloppe symétrique et, calculées donc comme celles-ci, les ondes centrales sont calculées comme des

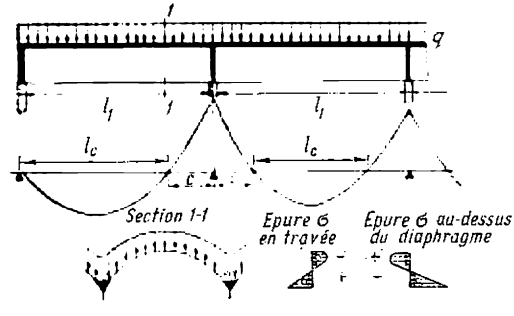


Fig. 17.21. Schéma de calcul d'une enveloppe à plusieurs travées

enveloppes à une seule onde, à condition d'empêcher le déplacement des bordures longitudinales dans la direction transversale (fig. 17.20).

Dans les enveloppes à plusieurs travées, la portée calculée l_1 est la distance l_c entre les points d'efforts nuls de l'enveloppe calculée comme une poutre continue sollicitée par une charge uniformément répartie (fig. 17.21). Dans les enveloppes à portées égales, les points d'efforts nuls sont disposés à une distance $c = 0{,}2l_1$ des diaphragmes.

En 1932 P. Pasternak a exposé une idée du calcul des enveloppes par les procédés de la statique des constructions selon la méthode des forces qui conduit, dans le cas général, à un système d'équations à 12 termes. Lorsqu'il y a peu d'inconnues, le nombre de termes

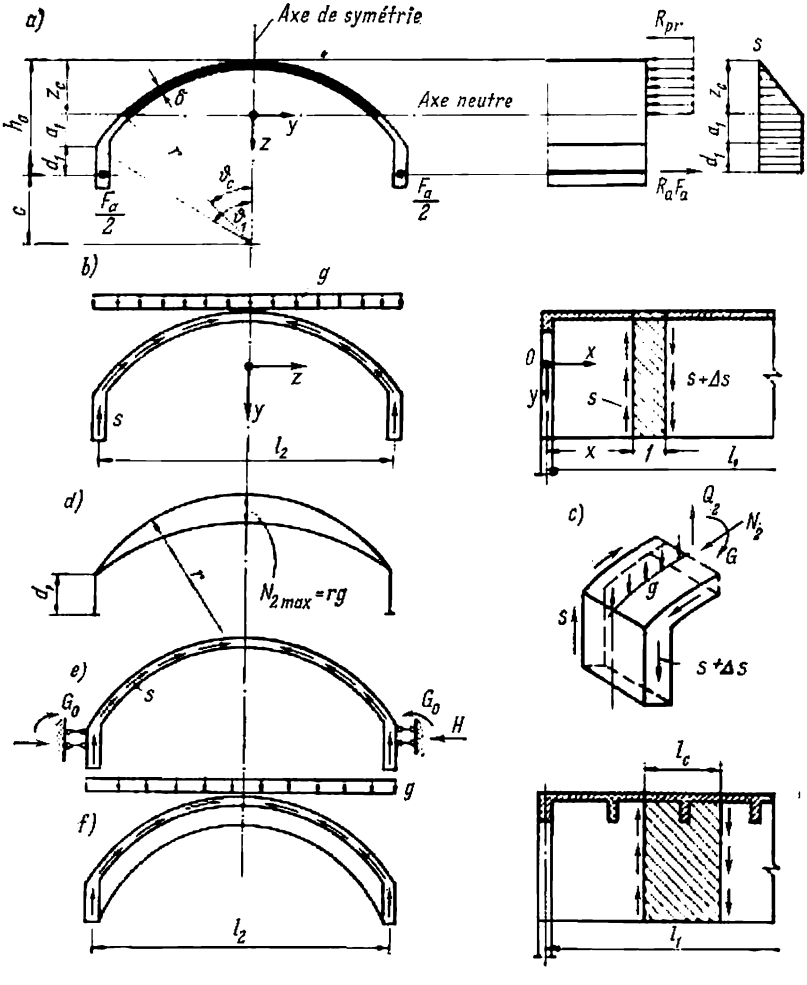


Fig. 17.22

des équations n'est pas élevé et la méthode est pratiquement utilisable. Lorsque le nombre d'inconnues est grand, il est plus facile d'utiliser la méthode mixte, élaborée dans la même période par V. Vlassov, qui conduit en général à des équations à 8 termes.

Cependant, cette méthode de calcul est conventionnelle parce qu'elle est basée sur l'hypothèse que toutes les parties de la structure travaillent dans la phase élastique et ont le même état de contrainte et, par conséquent, ne tient pas compte de l'existence des fissures dans le béton des zones tendues, ni des qualités plastiques de l'armature tendue et du béton comprimé.

Examinons maintenant le calcul de la résistance d'une enveloppe cylindrique longue de profil symétrique circulaire, sollicitée par une charge symétrique, dans la phase d'équilibre limite. L'enveloppe est calculée comme une poutre en béton armé. La fig. 17.22,*a* représente le schéma théorique de distribution des contraintes dans la section transversale de l'enveloppe. Dans ce schéma : F_a, la section totale de l'armature tendue ; θ_1, la moitié de l'angle central de l'arc de l'enveloppe ; θ_c, la moitié de l'angle central de l'arc de la zone comprimée ; c, la distance entre la résultante des efforts agissant dans l'armature tendue et le centre de courbure de la partie circulaire de la section de l'enveloppe ; δ et r, l'épaisseur et le rayon de la partie cylindrique de l'enveloppe ; d, la hauteur de l'élément de bordure ; d_1, la distance entre la résultante des efforts agissant dans l'armature tendue et le haut de l'élément de bordure.

Pour calculer la résistance il convient de prendre le moment des forces intérieures, agissant dans la section de l'enveloppe, par rapport au centre de la partie circulaire de la section

$$M_{sec} = 2R_{pr}\delta r^2 \sin\theta_c - cR_aF_a. \tag{17.1}$$

La condition de résistance a pour expression :

$$M \leqslant M_{sec}, \tag{17.2}$$

M étant le moment des forces extérieures par rapport au même point.

La position de l'axe neutre est déduite de l'équation :

$$2R_{pr}\theta_c r\delta = R_aF_a. \tag{17.3}$$

En vérifiant la résistance, on détermine θ_c de l'équation (17.3) et on l'introduit dans l'équation (17.1). Lorsqu'on procède au choix de l'armature, on réunit les trois expressions en une seule :

$$\sin\theta_c - \frac{c}{r}\theta_c - \frac{M}{2R_{pr}\delta r^2} = 0, \tag{17.4}$$

que l'on peut résoudre par la méthode des approximations successives. On admet d'abord $\sin\theta_c = \theta_c$. Après avoir défini θ_c on trouve de l'égalité (17.3) la section F_a de l'armature.

Les efforts tangentiels agissant dans l'enveloppe atteignent la plus grande valeur sur appui :

$$S = R_aF_a\rho \tag{17.5}$$

avec

$$\rho = \frac{Q_0}{M_0}, \tag{17.5a}$$

Q_0 étant l'effort tranchant dans la section d'appui;
M_0, le moment fléchissant dans la section à rotule plastique.

Pour la poutre à une travée supportant une charge uniformément répartie $\rho = \frac{4}{l_1}$.

Pour déterminer les moments fléchissants transversaux G, on découpe dans l'enveloppe une bande transversale de longueur unitaire (fig. 17.22,*b*). La bande est sollicitée par une surcharge verticale q, appliquée suivant la surface de la bande, et par la différence des forces tangentielles agissant suivant les plans sécants délimitant la bande. Les résultantes des surcharges et les différences des forces tangentielles dans la bande donnée s'équilibrent mutuellement. A partir de cette condition, on peut calculer la valeur de ΔS, étant donné que le caractère de la distribution des efforts S et, donc, de son accroissement ΔS sur la section de l'enveloppe est connu. Le moment fléchissant G dans un point quelconque de la bande découpée est défini comme la somme des moments de la surcharge q et des efforts ΔS par rapport au point considéré (fig. 17.22,*c*). L'effort tranchant Q_2 peut être calculé de la même manière, mais on n'en a pas besoin pour les calculs ultérieurs.

L'effort N_2, que l'on peut aussi calculer à partir de l'équilibre de la bande découpée, peut être déterminé d'une façon plus simple d'une relation approximative (fig. 17.22,*d*):

$$N_2 = N_{2\,\max} \cos \frac{\pi\theta}{2\theta_1}, \tag{17.6}$$

où $N_{2\,\max} = qr$ est la valeur maximale de N_2 au sommet.

Dans les ondes centrales des enveloppes ondulées les bords de la bande découpée sont considérés fixés de manière à empêcher la rotation et le déplacement horizontal de la bande (fig. 17.22,*e*). A la suite de cette fixation conventionnelle il y apparaît les efforts inconnus supplémentaires: H, la poussée horizontale et G, le moment de bord, qui peuvent être définis par la méthode des forces d'un système ayant deux liaisons surabondantes:

$$\left.\begin{aligned} \delta_{11}H + \delta_{12}G_0 + \delta_{1p} = 0; \\ \delta_{21}H + \delta_{22}G_0 + \delta_{2p} = 0, \end{aligned}\right\} \tag{17.7}$$

dans lequel les coefficients des inconnues sont des déplacements correspondants.

Dans les enveloppes à nervures, on découpe les bandes transversales d'une largeur égale à l'espacement des nervures (fig. 17.22,*f*).

Les moments transversaux, qui y agissent, sont calculés comme indiqué plus haut.

Pour les enveloppes à une seule onde, l'épure des moments fléchissants transversaux a l'allure représentée fig. 17.23,*a*, et pour les ondes centrales des enveloppes ondulées elle va comme indiqué fig. 17.23,*b*.

En calculant une enveloppe dans la phase élastique on obtient, comme résultat, l'épure des contraintes longitudinales normales σ (fig. 17.24,*a*) et celle des contraintes tangentielles τ (fig. 17.24,*b*).

Les résultats du calcul statique fournissent les données pour le choix de l'armature de l'enveloppe longue (fig. 17.25).

L'armature longitudinale principale tendue est déterminée d'après les formules (17.1) à (17.4) lorsqu'on fait le calcul d'après l'état d'équilibre limite, et selon la formule ci-dessous si l'enveloppe est calculée dans la phase élastique:

$$F_a = \frac{V_{max}}{1{,}1R_a}, \tag{17.8}$$

où V_{max} est le volume de l'épure des efforts de traction aux endroits des contraintes de traction les plus grandes, numériquement égal à celui des efforts de compression;

1,1, le coefficient qui tient compte de l'augmentation du bras de levier du couple des forces intérieures due au fait que la plus grande partie de la section de l'armature se trouve dans la zone des contraintes maximales.

Dans les enveloppes à éléments de bordure verticaux, 80 % de la quantité obtenue F_a sont situés dans les limites de l'élément de bordure, dont 60 % sont concentrés en bas. Dans les enveloppes avec d'autres types d'éléments de bordure 40 à 60 % de F_a sont disposés dans la partie inférieure de l'élément de bordure. Le reste de l'armature est disposé dans la zone tendue de la section de l'enveloppe, y étant réparti suivant la loi linéaire. Dans ce cas la section de l'armature de la zone tendue doit être supérieure à 0,2 % de la section du béton.

Le long de l'enveloppe, la section de l'armature longitudinale diminue conformément à la variation des efforts (contraintes σ); cependant on doit amener à l'appui au moins 30 % de la section de travée. On réduit la section de l'armature longitudinale non pas en arrêtant les barres, mais en diminuant le diamètre de l'armature; dans ce cas l'armature longitudinale doit être soudée à bout.

Les barres de diamètre plus grand doivent passer au-delà des points de réduction théorique de la section d'une longueur

$$w = \frac{Q}{2q_{ét}}, \tag{17.9}$$

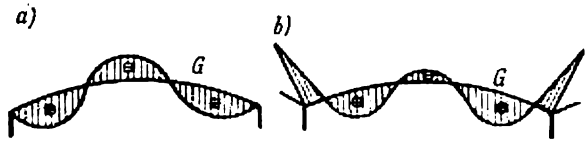


Fig. 17.23. Epures des moments fléchissants transversaux dans les enveloppes cylindriques longues

a — enveloppe à une seule onde; *b* — onde centrale de l'enveloppe ondulée

Fig. 17.24. Epures des contraintes dans les sections transversales des enveloppes cylindriques longues

a — contraintes normales; *b* — contraintes tangentielles

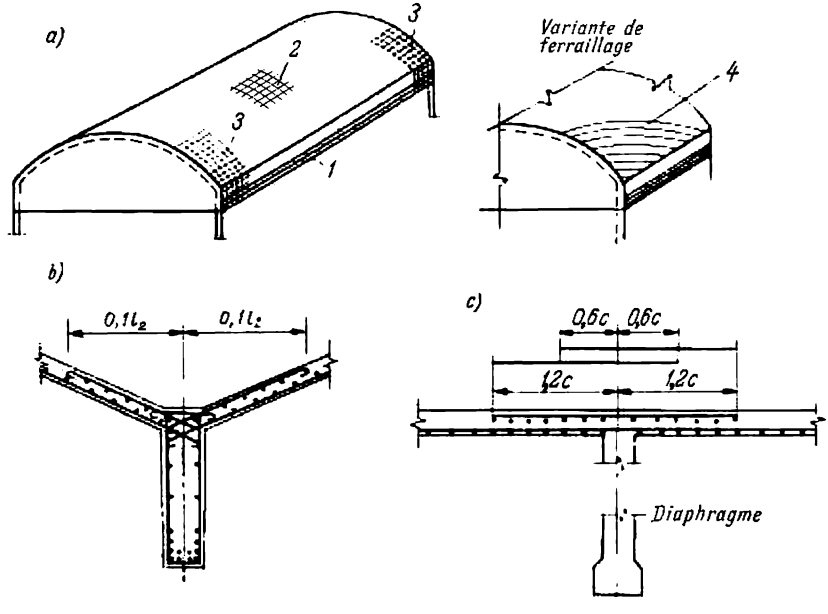


Fig. 17.25. Mode de ferraillage d'une enveloppe longue

a — enveloppe; *b* — élément de bordure; *c* — ferraillage de la zone d'appui au-dessus du diaphragme central; *1* — armature principale longitudinale; *2* — treillis principal de l'enveloppe; *3* — treillis de renfort à proximité des diaphragmes; *4* — armature inclinée de renfort

où

$$q_{\text{ét}} = \frac{f_{\text{ét}} R_{\text{a. ét}}}{u_{\text{ét}}} + \frac{f_{\text{rel}} R_{\text{a. rel}}}{u_{\text{rel}}} 0{,}707 ; \qquad (17.10)$$

Q, l'effort tranchant au point de réduction du diamètre ;
$f_{\text{ét}}$, $u_{\text{ét}}$, la section d'un étrier et le pas des étriers ;
f_{rel}, u_{rel}, la section d'une barre et l'espacement des barres relevées.

Le choix de l'armature de la zone comprimée de l'enveloppe dans le sens longitudinal est dicté par des considérations constructives. On place généralement les barres de 5 à 6 mm de diamètre espacées de 20 à 25 cm.

Dans les sections longitudinales, l'enveloppe est soumise à la flexion transversale. Suivant les plus grandes ordonnées de l'épure G, on détermine, comme pour une dalle, la section de l'armature transversale (étriers), que l'on pose conformément à l'épure G dans la zone tendue des sections longitudinales. Cette armature, ensemble avec l'armature comprimée longitudinale, peut former le treillis principal de l'enveloppe. Au voisinage des diaphragmes, là où les moments fléchissants G tendent vers le zéro, l'armature transversale (étriers) reprend les efforts principaux de traction.

Dans les tronçons, où les contraintes principales de traction sont $\sigma_{\text{tr. pr}} > R_{\text{tr}}$, l'armature transversale est calculée d'après les contraintes principales de traction, sans tenir compte du travail du béton. Pour simplifier le calcul, cette armature peut être déterminée d'après les contraintes de traction agissant sous 45° par rapport à la génératrice et calculées comme suit :

$$\sigma_{45°} = 0{,}5\sigma_{\text{ét}} + \tau_{\text{ét}}, \qquad (17.11)$$

$\sigma_{\text{ét}}$ et $\tau_{\text{ét}}$ étant respectivement les contraintes normales et tangentielles au point considéré.

Vu que les contraintes principales de traction agissent sous 45°, la section de l'armature longitudinale et transversale (étriers), lorsqu'on la choisit d'après les contraintes principales de traction, est prise avec le coefficient $\cos^2 45° = 0{,}5$. Si au voisinage des diaphragmes la section du treillis principal n'est pas suffisante pour résister aux contraintes principales de traction, on pose des barres de renfort relevées ou des treillis rectangulaires formés de barres de 5 à 10 mm de diamètre et espacées de 15 à 20 cm. Cette armature de renfort — barres relevées ou treillis — est menée en bas jusqu'à l'élément de bordure et y est scellée ; au-dessus de l'axe neutre, on la fait passer au moins de $20d$ au-delà de la zone où les efforts principaux de traction peuvent être repris par le treillis principal.

Aux endroits où l'enveloppe adhère aux éléments de bordure, on pose des treillis supplémentaires ayant pour armature transver-

sale (étriers) des barres de 6 à 10 mm de diamètre et espacées de 10 à 20 cm (fig. 17.25,*b*).

Dans les enveloppes à plusieurs travées, on admet qu'au voisinage des appuis, sur une longueur c (v. fig. 17.21), les efforts N_1 varient dans le sens longitudinal proportionnellement aux moments fléchissants, alors que la variation des efforts S est proportionnelle aux efforts tranchants d'une poutre continue. L'épure des moments fléchissants transversaux G est admise constante sur la longueur c.

La section de l'armature longitudinale tendue au-dessus des diaphragmes intermédiaires est également déterminée suivant la formule (17.8), mais sans le coefficient 1,1, et est distribuée suivant

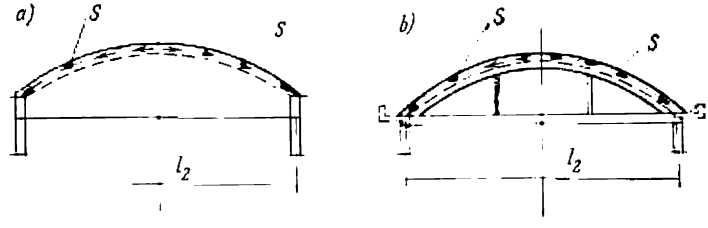


Fig. 17.26. Schéma de transmission des efforts de l'enveloppe au diaphragme

la section transversale de l'enveloppe en conformité avec l'épure des contraintes de traction normales. Pour simplifier la pose de l'armature, on peut admettre sa distribution régulière dans la moitié centrale de la zone tendue de l'enveloppe, et d'après une épure triangulaire dans les quarts de bord. Le long de l'enveloppe, l'armature entière doit être posée sur une longueur $0,6\,c$ au minimum de part et d'autre du diaphragme (fig. 17.25,*c*), et la moitié de l'armature sur une longueur de $1,2\,c$. Les endroits où ces barres doivent être arrêtées sont déterminés conformément à l'épure des contraintes normales longitudinales; dans ce cas, les barres doivent passer au-delà du point théorique de rupture sur une longueur w, déterminée à l'aide des formules (17.9) et (17.10).

Les diaphragmes sont chargés par des efforts tangentiels à la surface médiane de l'enveloppe (fig. 17.26). Le calcul statique des diaphragmes comprend la définition des efforts intérieurs M, N et Q produits par la surcharge S et le poids propre du diaphragme, compte tenu des particularités constructives du diaphragme.

Dans les diaphragmes-fermes, on réduit les efforts S aux charges de nœuds. Ces efforts sont transposés de la surface médiane de l'enveloppe sur l'axe de la membrure supérieure avec le moment, considéré comme une charge locale. La définition des efforts longitudinaux dans les éléments d'une ferme et l'étude de ces éléments se font d'après les règles connues.

Les diaphragmes en arc, en ce qui concerne leur construction, sont analogues aux arcs ordinaires. La fig. 17.27 représente les épures des forces longitudinales N et des moments fléchissants M, engendrés par la charge S, propres aux diaphragmes en arc avec entrait. Dans sa partie moyenne, le diaphragme en arc travaille à la traction excentrée ; dans les parties voisines des appuis, à la compression excentrée.

Dans les enveloppes préfabriquées, avant leur assemblage définitif, on calcule les diaphragmes sous l'action de leur poids propre

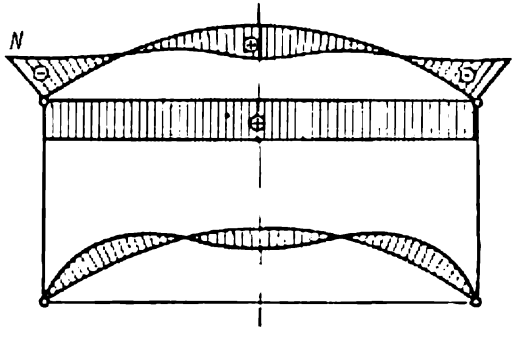


Fig. 17.27. Epure des forces longitudinales et des moments fléchissants dans un diaphragme arqué à entrait

et du poids des éléments préfabriqués, reposant sur les diaphragmes, appliqués verticalement. En ce qui concerne les charges qui apparaissent après la solidarisation des enveloppes préfabriquées, le diaphragme travaille comme s'il faisait partie d'un système monolithe.

17.3.3. Enveloppes courtes

Comme il a été noté plus haut, les enveloppes cylindriques sont appelées courtes si le rapport des dimensions en plan est $l_1/l_2 < 1$ (fig. 17.28).

L'enveloppe courte travaille, en principe, à la compression et transmet la charge aux diaphragmes sous forme de forces de cisaillement S.

L'expérience a permis de formuler les recommandations pratiques concernant la construction des enveloppes monolithes courtes lorsque $l_2 = 12$ à 30 m, $l_1 = 6$ à 12 m et $f \geqslant 1/7 l_2$. L'épaisseur de la dalle est admise, sans calcules, de 5 à 6 cm lorsque $l_1 = 6$ m et de 7 à 8 cm lorsque $l_1 = 9$ à 12 m. La hauteur de l'élément de bordure est admise $h_b = 1/10$ à $1/15 l_1$ et sa largeur $b_b = 0{,}2$ à $0{,}4 h_b$.

L'armature de la dalle est choisie suivant des considérations constructives. On emploie de préférence un treillis composé de barres de 5 à 6 mm de diamètre, espacées de 10 à 20 cm.

L'essentiel de la méthode simplifiée du calcul des enveloppes courtes consiste en ce que dans la direction l_1 l'enveloppe est calculée comme une poutre, et dans la direction l_2 le diaphragme est calculé en interaction avec la dalle de l'enveloppe.

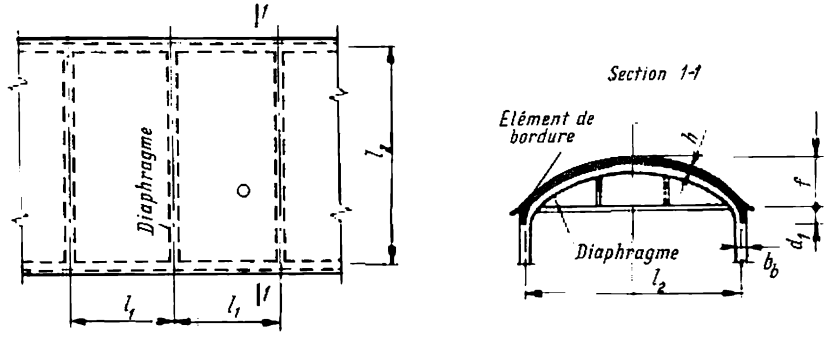


Fig. 17.28. Schéma constructif d'une enveloppe cylindrique courte

Dans la direction l_1, dans une enveloppe à une seule onde et à une seule travée, comme dans une poutre, agit le moment fléchissant :

$$M = \frac{(ql_2)\, l_1^2}{8}. \tag{17.12}$$

L'effort dans la zone tendue :

$$Z = \frac{M}{z}, \tag{17.13}$$

où z est le bras de levier du couple des forces intérieures.

Comme il suit des calculs et des essais, $z \approx 0{,}55\,(f + d_1)$.

La section totale de l'armature principale longitudinale tendue, pour une enveloppe à une seule onde, est :

$$F_a = \frac{Z}{R_a} = \frac{M}{R_a z} = \frac{ql_2 l_1^2}{4{,}5 R_a (f + d_1)}, \tag{17.14}$$

où d_1 est la hauteur de l'élément de bordure ;

f, la flèche de la partie cylindrique de l'enveloppe.

Cette armature est posée dans les éléments de bordure.

Dans le cas de l'enveloppe ondulée la section de l'armature des éléments de bordure centraux est prise égale à F_a et celle des éléments de bordure extrêmes, à $F_a/2$. Dans les travées centrales des enveloppes à plusieurs travées, on admet la section de l'armature

deux fois plus petite par rapport à celle des enveloppes à une seule travée.

Les barres des éléments de bordure sont réunies en carcasses soudées (fig. 17.29) ; les barres transversales (étriers) des carcasses sont adoptées d'après des considérations constructives. Aux endroits d'adhésion aux éléments de bordure on prévoit une armature de renfort (fig. 17.29,*a*). Outre le treillis principal on place au-dessus

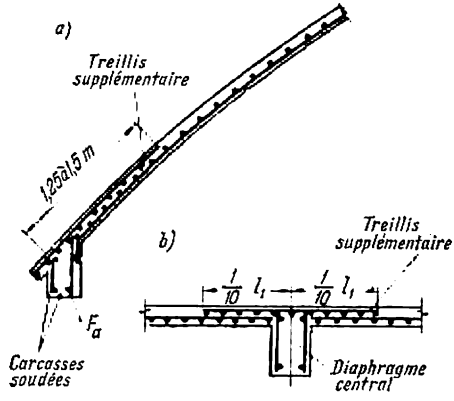


Fig. 17.29. Détails de ferraillage des enveloppes courtes
a — près des éléments de bordure;
b — au-dessus des diaphragmes intermédiaires

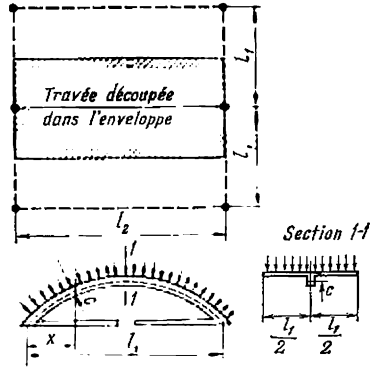


Fig. 17.30. Schéma de calcul du diaphragme d'une enveloppe courte

des diaphragmes une armature de renfort qui dépasse le diaphragme de chaque côté de $0{,}1l_1$ (fig. 17.29,*b*). Dans les deux cas, l'armature de renfort est analogue au treillis principal.

Dans la direction l_2 on considère d'abord l'interaction de la construction isostatique du diaphragme (qui est une poutre curviligne à entrait coupé) avec la dalle d'enveloppe adhérant au diaphragme (fig. 17.30). Les surcharges agissant sur la dalle de l'enveloppe y produisent des contraintes de compression. Les essais et les calculs ont montré que la compression maximale est au sommet de l'enveloppe. L'effort courant de compression y est $T = -qR$, R étant le rayon de courbure de la dalle. Par conséquent, sur la longueur l_1 l'effort de compression au sommet de l'enveloppe sera $\overline{N} = -qRl_1$. Les expériences démontrent que le long de l'onde la force longitudinale N varie suivant une parabole carrée, c'est-à-dire :

$$\overline{N}_x = \frac{4qRl_1}{l_2^2} x(l_2 - x). \qquad (17.15)$$

Ainsi les efforts de compression dans n'importe quelle section de la dalle de l'enveloppe sont connus. En partant de la condition d'équilibre on peut conclure que dans le diaphragme agissent les efforts de même intensité, mais de sens opposé. C'est pourquoi dans les diaphragmes isostatiques les efforts intérieurs doivent être déterminés d'après les expressions:

$$M_x = M_x^0 - \overline{N}_x c_x ; \tag{17.16}$$

$$Q = Q_x^0 ; \tag{17.17}$$

$$N_x = N_x^0 + \overline{N}_x, \tag{17.18}$$

M_x^0, Q_x^0 et N_x^0 étant les efforts calculés à partir de la surcharge verticale totale par rapport à l'axe du diaphragme comme pour une construction isostatique;

c, la distance entre l'axe du diaphragme et la surface médiane de l'enveloppe.

Après avoir déterminé les efforts dans les diaphragmes isostatiques, on tient compte de l'influence des entraits, de la continuité des arcs, etc. par des méthodes usuelles du calcul des systèmes hyperstatiques en négligeant l'influence des parties de l'enveloppe adhérant aux diaphragmes et en supposant que les efforts dus aux liaisons surabondantes ne sont supportés que par la section des diaphragmes eux-mêmes. Cette dernière supposition est basée sur le fait que les efforts appliqués au diaphragme (efforts des entraits, moments d'appuis) ne sollicitent que très faiblement la dalle.

17.4. COUVERTURES PRISMATIQUES

Les couvertures (enveloppes) prismatiques représentent des structures à parois minces composées de plaques (pans), jointes le long des arêtes par bétonnage (fig. 17.31). Les éléments de bordure longitudinaux sont semblables à ceux des enveloppes. On distingue des enveloppes prismatiques d'après le nombre de travées: à une seule travée et à plusieurs travées, et d'après le nombre d'ondes: à une seule onde (fig. 17.31,*a*) et à plusieurs ondes (fig. 17.31,*b*).

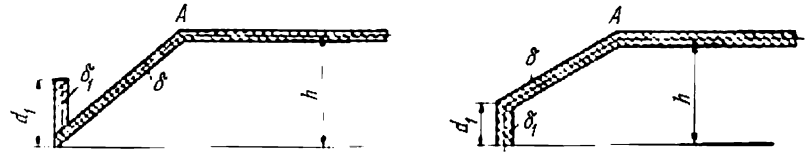
Tout comme les enveloppes cylindriques, les enveloppes prismatiques s'appuient sur les diaphragmes sous forme de poutres ou de systèmes en treillis (fig. 17.31,*c*).

Les arêtes de ces enveloppes travaillent à la flexion dans le sens transversal. Leur largeur ne doit pas dépasser 3 à 3,5 m pour ne pas être obligée d'augmenter l'épaisseur des plaques au-delà de 10 cm. Alors, la longueur d'onde d'une enveloppe à trois pans est $l_2 = 10$ à 12 m. En règle générale, la portée l_1 de l'enveloppe est plus grande que l_2. On admet pour la hauteur de l'enveloppe la valeur entre $^1/_7$ et $^1/_{10} l_1$.

Dans le sens transversal la résistance des pans d'une enveloppe prismatique sous une charge locale est calculée de la même façon que celle des dalles à poutres à plusieurs travées dont l'axe est en ligne brisée (fig. 17.32). Dans ce cas les arêtes sont considérées comme les appuis et la charge uniformément répartie (fig. 17.32,*a*). Pour prendre en considération l'influence des éléments de bordure on multiplie les moments fléchissants dans l'arête extrême supérieure *A* par un coefficient approprié.

Tableau 17.1

Coefficients de correction des moments dans l'arête *A*



δ_1/δ	d_1/h			δ_1/δ	d_1/h		
	0,3	0,45	0,6		0,3	0,45	0,6
1 à 4	2,5	2	1,5	1 à 4	1,5	1	0,7

Les indications concernant le calcul des enveloppes cylindriques dans le sens longitudinal sont valables pour le calcul des enveloppes prismatiques. Dans les enveloppes à plusieurs ondes sont aussi distinguées les ondes extrêmes et centrales (fig. 17.32,*b* et *c*).

Le ferraillage des pans dans le sens transversal est effectué conformément aux épures des moments fléchissants transversaux tout comme celui des dalles continues. L'armature comprimée longitudinale des pans est choisie selon des considérations constructives. Elle est faite en barres de 5 à 8 mm de diamètre avec un pas de 20 à 25 cm. L'armature longitudinale tendue de l'enveloppe prismatique est posée dans les éléments de bordure.

Les diaphragmes doivent être calculés de façon à pouvoir résister à l'action des forces tangentielles qui leur sont transmises par les pans (fig. 17.33). Dans l'élément supérieur du diaphragme, les forces tangentielles engendrent un effort de traction dont le maximum se trouve sur l'axe de l'enveloppe et est égal à la somme des forces tangentielles agissant sur la moitié de la longueur de l'élément. Dans les éléments inclinés se manifestent les efforts de compression qui atteignent au voisinage des appuis leur maximum égal

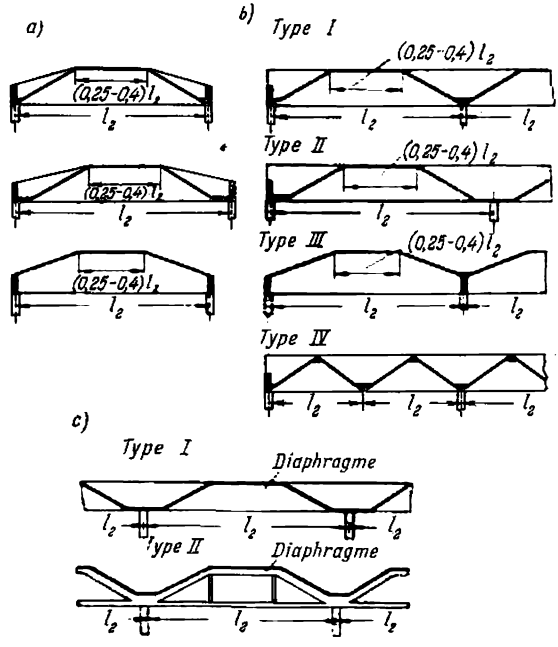


Fig. 17.31. Couvertures ondulées

a — types de couvertures à une seule onde ; *b* — types de couvertures à plusieurs ondes ; *c* — types de diaphragmes

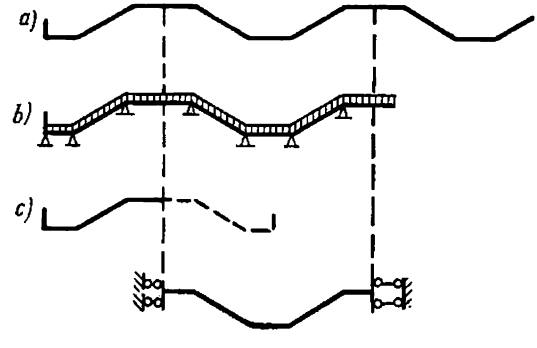


Fig. 17.32. Schémas de calcul des couvertures ondulées

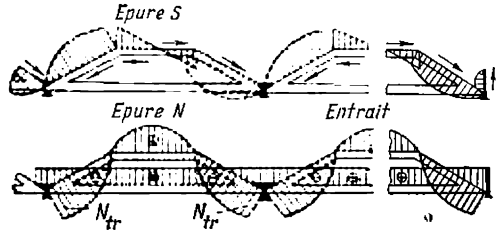


Fig. 17.33. Epures des efforts S et N agissant dans le diaphragme d'une couverture ondulée

à la somme des forces tangentielles appliquées à cet élément. L'entrait est tendu par un effort constant, dont la valeur est la projection horizontale de l'effort maximal dans l'élément incliné.

17.5. COUPOLES

17.5.1. Généralités

Suivant la forme de la génératrice la coupole peut être sphérique, conique, elliptique ou autre (fig. 17.34).

Les coupoles jouissent des conditions très favorables de travail spatial. En ce qui concerne la dépense des matériaux elles sont plus

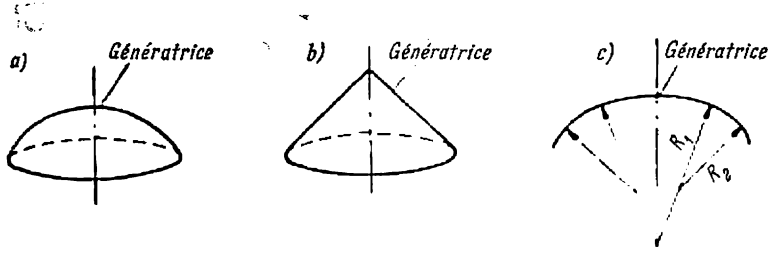


Fig. 17.34. Types de coupoles

économiques que les autres types d'enveloppes. Les coupoles monolithes sont, de préférence, lisses, et les coupoles préfabriquées sont à nervures.

Les coupoles sont considérées à pente douce, si le rapport du cintrage au diamètre en plan ne dépasse pas 1/5. La forme constructive des coupoles permet de les ériger en éléments préfabriqués et d'utiliser la précontrainte.

La coupole comporte deux éléments de construction principaux : l'enveloppe et la ceinture d'appui (v. fig. 17.3,*a*). S'il y a dans la coupole une baie centrale (lanterneau), on prévoit aussi une ceinture supérieure, bordant la baie.

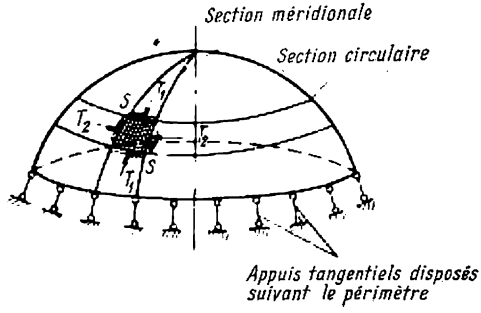


Fig. 17.35. Schéma de calcul d'une coupole aux appuis à articulations mobiles suivant le périmètre

L'appui isostatique de la coupole est un appui continu mobile, articulé suivant le contour, dont les réactions sont confondues avec la tangente à l'enveloppe (fig. 17.35).

17.5.2. Détermination des efforts agissant dans l'enveloppe d'une coupole

Quand les charges sont réparties d'une manière symétrique par rapport aux axes et l'appui est isostatique, dans les coupoles à parois minces et à génératrices continues les moments fléchissants et les efforts tranchants sont tellement insignifiants que l'on peut les négliger. C'est pourquoi, si les conditions indiquées ci-dessus sont respectées, les coupoles à parois minces peuvent être calculées suivant la théorie des membranes.

L'élément d'une coupole, limité par deux méridiens et deux parallèles, est soumis à l'action des efforts : méridien T_1, annulaire T_2 et tangentiel S, que nous allons considérer comme des efforts rapportés à l'unité de longueur de la section.

Lorsque la charge est symétrique par rapport à l'axe, les efforts S sont nuls, et les efforts T_1 et T_2 sont déterminés à partir des conditions de la statique (fig. 17.36).

Désignons par φ la coordonnée angulaire courante et par Q_φ la charge du segment contenu dans l'angle φ. Alors, il découle de la condition d'équilibre des efforts, appliqués à la partie découpée

de la coupole :

$$T_1 \sin \varphi 2\pi x = Q_\varphi, \tag{17.19}$$

d'où

$$T_1 = \frac{Q_\varphi}{2\pi x \sin \varphi}. \tag{17.20}$$

La projection horizontale de l'effort T_1, dite poussée, a pour expression :

$$H = T_1 \cos \varphi = \frac{Q_\varphi}{2\pi x} \operatorname{cotg} \varphi. \tag{17.21}$$

En se basant sur la condition d'équilibre de l'élément considéré de la coupole, on peut écrire l'équation de la somme des projections

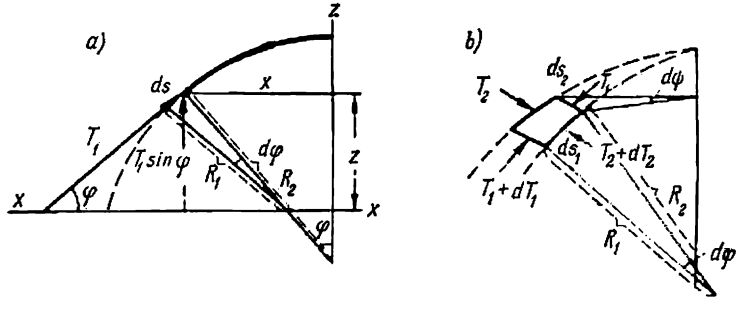


Fig. 17.36. Détermination des efforts agissant dans une coupole

des efforts intérieurs et de la charge sur la normale à la surface de l'élément :

$$2T_1 ds_2 \sin \frac{d\varphi}{2} + 2T_2 ds_1 \sin \varphi \sin \frac{d\psi}{2} = Z ds_1 ds_2,$$

où Z est la composante de la charge, normale à la surface de la coupole.

Dans cette expression on ne tient pas compte des accroissements $dT_1 ds_2$ et $dT_2 ds_1$ des efforts qui sont des grandeurs infiniment petites du second degré. Par suite de la petitesse des angles $d\varphi$ et $d\psi$ on peut admettre sin $\frac{d\varphi}{2} \approx \frac{d\varphi}{2}$ et sin $\frac{d\psi}{2} \approx \frac{d\psi}{2}$.

En tenant compte de ce que $ds_1 = R_1 d\varphi$ et $ds_2 = x d\psi = R_2 \times \sin \varphi d\psi$, on obtient la condition d'équilibre de l'élément :

$$T_1 R_2 \, d\varphi \, d\psi \sin \varphi + T_2 R_1 \, d\varphi \, d\psi \sin \varphi = Z R_1 R_2 \, d\varphi \, d\psi \sin \varphi.$$

La division des deux parties de cette expression par $R_1 R_2 \, d\varphi \, d\psi \sin \varphi$ donne :

$$\frac{T_1}{R_1} + \frac{T_2}{R_2} = Z. \tag{17.22}$$

A l'aide des équations (17.20) et (17.22) on détermine les efforts T_1 et T_2.

Pour une coupole sphérique $R_1 = R_2 = R$. On a alors de l'équation (17.22) :

$$T_2 = Z_\varphi R - T_1. \tag{17.23}$$

Désignons par g le poids propre d'une coupole sphérique par unité de surfaces ; alors (fig. 17.37,*a*)

$$Z_\varphi = g \cos \varphi ; \quad Q_\varphi = S_\varphi g, \tag{17.24}$$

où $S_\varphi = 2\pi Ra$ est la surface du segment sphérique.

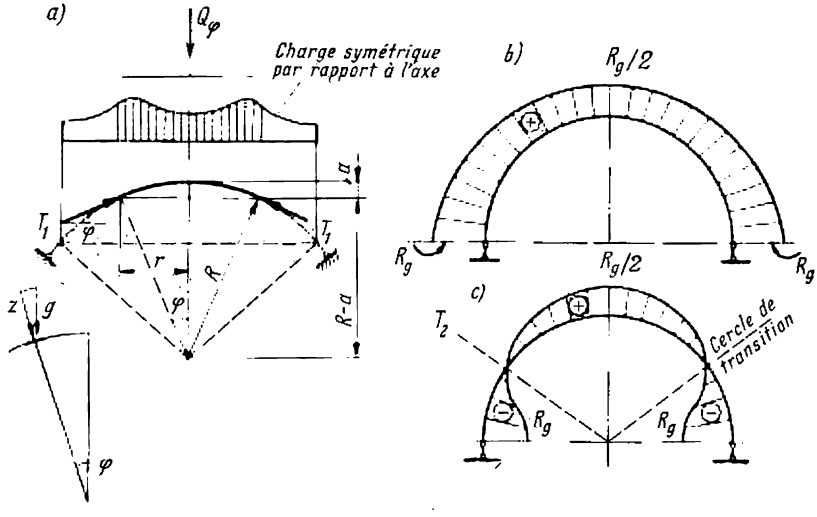


Fig. 17.37. Coupole sphérique isostatique
a — schéma de calcul ; *b* et *c* — épures des efforts T_1 et T_2 dans une coupole hémisphérique engendrés par son poids propre

En substituant Z_φ, Q_φ, $a = R(1 - \cos \varphi)$, $x = R \sin \varphi$ dans les expressions (17.20) et (17.23), on trouve :

$$T_1 = \frac{Rg}{1 + \cos \varphi} ; \tag{17.20a}$$

$$T_2 = gR \cos \varphi - \frac{Rg}{1 + \cos \varphi}. \tag{17.23a}$$

Pour une coupole hémisphérique les épures T_1 et T_2 sont représentées fig. 17.37,*b* :

pour $\varphi = 0$ $T_1 = \frac{Rg}{2}$ (compression) ; $T_2 = \frac{Rg}{2}$ (compression) ;

pour $\varphi = \frac{\pi}{2}$ $T_1 = Rg$ (compression) ; $T_2 = -Rg$ (traction).

La section circulaire, dans laquelle $T_2 = 0$ (cercle de transition), est déterminée par l'angle $\varphi = 51° 49'$.

De la même manière on obtient la solution dans le cas de la surcharge de neige p, qui est considérée uniformément répartie sur la projection horizontale et variable suivant la surface de la coupole proportionnellement à $\cos \varphi$:

$$T_1 = \frac{pR}{2} \text{ (constante le long du méridien);} \quad (17.20b)$$

$$T_2 = \frac{pR \cos 2\varphi}{2}. \quad (17.23b)$$

17.5.3. Détermination des efforts dans les coupoles à ceinture élastique

Dans les constructions réelles l'enveloppe de la coupole n'est pas appuyée librement: elle est fixée d'une manière élastique à la ceinture d'appui. Par conséquent, sur le contour d'appui de l'enveloppe apparaissent des efforts hyperstatiques, à savoir le moment fléchissant M et la poussée H. On les détermine à partir de la condition des déformations réciproques de l'enveloppe et de la ceinture d'appui de la coupole. L'influence de l'appui élastique se fait sentir sur l'enveloppe de la coupole près de la ceinture seulement; elle se superpose sur les contraintes de l'enveloppe, calculées par la théorie des membranes.

Les charges principales qui déterminent les dimensions des éléments d'une coupole sont le poids propre de l'enveloppe (y compris son isolation thermique et la couverture) et la surcharge du neige. Les deux charges sont supposées symétriques par rapport à l'axe. Dans les coupoles à pente faible, les surcharges du vent n'ont pas d'importance et il n'est pas obligatoire d'en tenir compte. Dans les coupoles d'une grande hauteur, peu répandues, les efforts engendrés par les surcharges du vent sont déterminés par les procédés généraux de la théorie de l'élasticité.

Le problème de la définition des efforts de bord en cas d'appui élastique d'une coupole suivant le contour a été résolu pour la première fois par P. Pasternak en 1925-1927. La solution proposée était principalement nouvelle parce que le problème de la théorie de l'élasticité était réduit aux équations courantes de la statique des constructions. Le problème peut être résolu aussi bien par la méthode des forces que par la méthode des déplacements. Dans les deux cas la solution du problème repose sur l'utilisation de la théorie d'une poutre longue posée sur une fondation élastique.

Lorsqu'on fait le calcul par la méthode des forces, les inconnues sont: le moment fléchissant M méridional et la poussée H dans le

plan du contour de la coupole, qui peuvent être définies, comme dans n'importe quel autre système hyperstatique, des équations suivantes :

$$a_{11}M + a_{12}H + a_{10} = 0; \tag{17.25}$$

$$a_{21}M + a_{22}H + a_{20} = 0. \tag{17.26}$$

Les coefficients des déformations élastiques de bord augmentés de EI_c fois, avec le moment d'inertie de la zone de coupole de largeur unité $I_c = \frac{h^3}{12}$, sont (transformations omises) :

$$a_{11} = s; \quad a_{12} = \frac{s^2 \sin \varphi_0}{2}; \quad a_{22} = \frac{s^3 \sin^2 \varphi_0}{2}, \tag{17.27}$$

où

$$s = 0{,}76\sqrt{Rh}. \tag{17.28}$$

Dans les équations (17.25) et (17.26), les coefficients a_{ik} sont égaux à la somme des déformations de la coupole et de la ceinture d'appui.

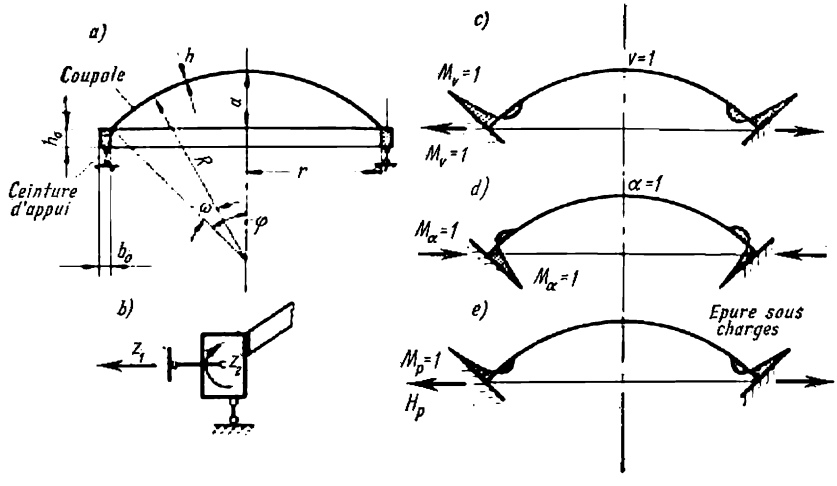


Fig. 17.38. Efforts dans une coupole élastiquement appuyée suivant le contour

Quand le calcul d'une coupole (fig. 17.38,*a*) se fait par la méthode des déplacements, les inconnues sont : le déplacement radial horizontal Z_1 du centre du nœud élastique et l'angle de rotation Z_2 du nœud. Conformément à tout cela le système de base est obtenu par l'introduction des liaisons qui empêchent le déplacement horizontal et la rotation du nœud (fig. 17.38,*b*).

Notons ici qu'il est beaucoup plus commode de considérer que les liaisons empêchant la rotation soient appliquées non au centre

de la ceinture d'appui, mais suivant son contour (proposition de E. Sigalov), ce qui simplifie sensiblement le calcul.

Les efforts de contour d'une coupole, dont la rotation est empêchée et le déplacement horizontal du bord est $v = 1$ (fig. 17.38,*c*), peuvent être déterminés du système des équations établies d'après la méthode des forces :

$$a_{11}M + a_{12}H = 0, \tag{17.29}$$

$$a_{21}M + a_{22}H + 1 \cdot EI_c = 0. \tag{17.29a}$$

En substituant dans ce système les expressions (17.27), on trouve

$$H^c_{v=1} = \frac{4EI_c}{s^3 \sin^2 \varphi}; \quad M^c_{v=1} = \frac{2EI_c}{s^2 \sin \varphi}. \tag{17.30}$$

De la même manière, dans une coupole fixée pour résister au déplacement radial et dont la section d'appui tourne d'un angle $\alpha = 1$ (fig. 17.38,*d*), les efforts de contour sont donnés par le système :

$$a_{11}M + a_{12}H + 1 \cdot EI_c = 0, \tag{17.31}$$

$$a_{21}M + a_{22}H = 0, \tag{17.31a}$$

d'où

$$H^c_{\alpha=1} = \frac{2EI_c}{s^2 \sin \varphi}; \quad M^c_{\alpha=1} = \frac{2EI_c}{s}. \tag{17.32}$$

Les efforts de contour M et H pour les déformations unitaires peuvent être également obtenus des équations générales de la théorie de l'élasticité en imposant les conditions limites correspondantes.

Dans une coupole dont le bord est encastré, les efforts de contour, dus à l'action d'une charge symétrique par rapport à l'axe, sont obtenus à la suite de l'application au bord de la coupole des déplacements v et α, dirigés dans le sens contraire et numériquement égaux aux déplacements causés par les charges dans la coupole à l'appui articulé (fig. 17.38,*e*). Alors :

$$H_p = -(vH_{v=1} + \alpha H_{\alpha=1}); \quad M_p = -(vM_{v=1} + \alpha M_{\alpha=1}) \tag{17.33}$$

ou

$$H_p = \frac{2}{s^2 \sin \varphi}\left(\alpha_p - \frac{2}{s \sin \varphi} v_p\right); \quad M_p = -\frac{2}{s}\left(\alpha_p - \frac{1}{s \sin \varphi} v_p\right). \tag{17.34}$$

Ici v_p et α_p sont les déplacements du bord de la coupole à l'appui articulé, provoqués par l'action de la charge et augmentés de EI_c fois ; quelle que soit la charge :

$$v_p = -\frac{3}{35} Rh^2 \left(T^0_{20} - \frac{1}{6} T^0_{10}\right) \sin \alpha, \tag{17.35}$$

T^0_{10} et T^0_{20} étant les efforts au bord d'une coupole isostatique ;

pour une charge uniformément répartie sur la surface de la coupole :

$$\alpha_p = \frac{13}{70} gRh^2 \sin \varphi ; \qquad (17.36)$$

pour une charge uniformément répartie sur la projection horizontale :

$$\alpha_p = \frac{19}{70} pRh^2 \sin \varphi \cos \varphi. \qquad (17.37)$$

Pour un déplacement radial unitaire de la ceinture dans tous les

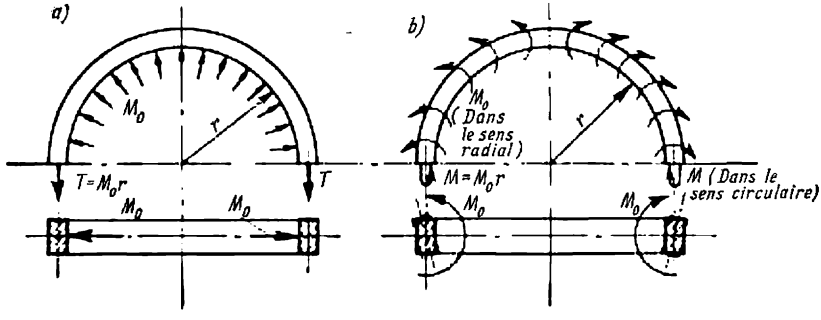


Fig. 17.39. Les efforts se manifestant dans la ceinture
a — sous l'influence des poussées radiales; *b* — sous l'influence des moments agissant dans le sens radial

sens, c'est-à-dire pour $v = 1$, il se crée un effort circulaire $T^0_{v=1} = EF_0\varepsilon$, où F_0 est la surface de la ceinture et

$$\varepsilon = \frac{2\pi(r+1) - 2\pi r}{2\pi r} = \frac{1}{r},$$

l'allongement relatif.

Si l'on estime que $T^0_{v=1} = H^0_{v=1} r$ (fig. 17.39,*a*), la poussée sera :

$$H^0_{v=1} = \frac{EF_0}{r^2}. \qquad (17.38)$$

Lors de la rotation des sections de la ceinture dans le plan radial d'un angle $\alpha = 1$ (fig. 17.39,*b*), les fibres supérieures s'allongent et les fibres inférieures raccourcissent, alors que la fibre axiale de la ceinture reste invariable. Une telle déformation est propre à la flexion d'une poutre dans son plan. Par conséquent, la rotation des sections de la ceinture dans les plans radiaux est accompagnée de l'apparition d'un moment fléchissant :

$$M^0_{\alpha=1} = \frac{EI_0}{r^2}. \qquad (17.39)$$

Les déplacements inconnus Z_1 et Z_2 sont déduits du système des équations canoniques :

$$r_{11}Z_1 + r_{12}Z_2 + R_{1p} = 0, \qquad (17.40)$$

$$r_{21}Z_1 + r_{22}Z_2 + R_{2p} = 0, \qquad (17.40a)$$

r_{ik} étant les réactions des liaisons du système de base (fig. 17.40) ; par exemple, r_{11} est l'effort de réaction des liaisons empêchant le déplacement pour $Z_1 = 1$;

r_{21} est le moment de réaction des liaisons empêchant la rotation pour $Z_1 = 1$, etc.

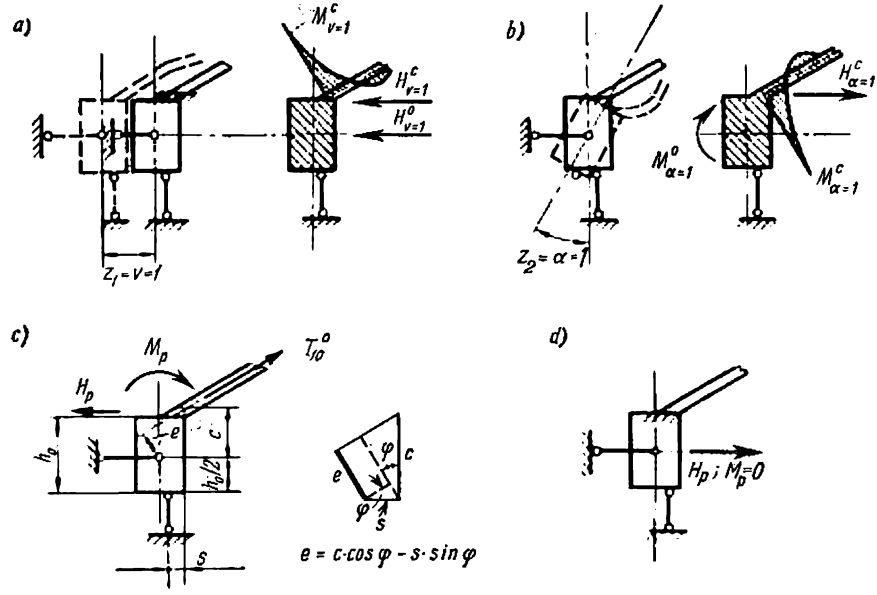


Fig. 17.40. Détermination des efforts de contour agissant dans le nœud d'appui de la coupole

Pour un déplacement unitaire $v = 1$ (fig. 17.40,*a*) :

$$r_{11} = H^c_{v=1} + H^0_{v=1} ; \quad r_{21} = -M^c_{v=1} - H^c_{v=1}c, \qquad (17.41)$$

où $H^c_{v=1}$, $M^c_{v=1}$, $H^0_{v=1}$ se déterminent d'après les formules (17.30) et (17.38).

Pour une rotation unitaire $\alpha = 1$ (fig. 17.40,*b*) :

$$r_{22} = M^c_{\alpha=1} + H^c_{\alpha=1}c + M^0_{\alpha=1} ; \quad r_{12} = -H^c_{\alpha=1}. \qquad (17.42)$$

En déterminant $M^c_{\alpha=1}$ et $H^c_{\alpha=1}$, il faut avoir en vue que la rotation du nœud se produit autour du centre de la ceinture et, par suite,

le bord de la coupole, outre la rotation d'un angle $\alpha = 1$, se déplace d'une valeur $v = c$. En se basant sur les formules (17.30) et (17.32):

$$H^c_{\alpha=1} = \frac{2EI_c}{s^3 \sin\varphi}\left(1+\frac{2c}{s\sin\varphi}\right); \quad M^c_{\alpha=1} = \frac{2EI_c}{s}\left(1+\frac{c}{s\sin\varphi}\right). \quad (17.43)$$

Dans la ceinture d'appui $M^0_{\alpha=1}$ est déterminé d'après la formule (17.39).

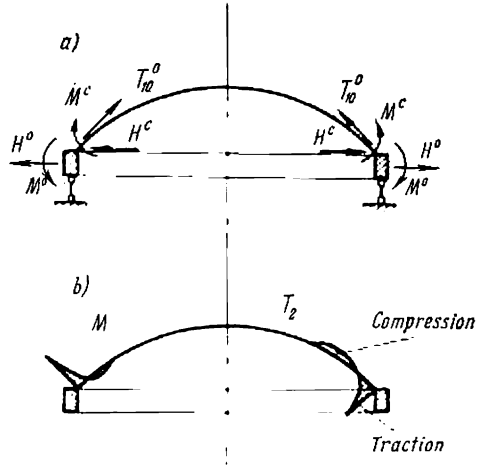


Fig. 17.41. Efforts agissant dans une coupole élastiquement appuyée suivant le contour

a — efforts dans le nœud élastique; *b* — épures des moments méridionaux M_1 et des efforts circulaires T_2 dans l'enveloppe de la coupole

Lorsque la coupole est chargée comme indiqué fig. 17.40,*c*, on a:

$$R_{1p} = H^c_p - T^0_{10}\cos\varphi; \quad R_{2p} = M^c_p - H^c_p c + T^0_{10} e. \quad (17.44)$$

Les efforts dus à la précontrainte de l'armature de la ceinture sont (fig. 17.40,*d*):

$$R_{1p} = -H^0_p; \quad R_{2p} = 0, \quad (17.45)$$

où

$$H^0_p = \frac{N_0}{r}; \quad N_0 = F_{pr}(\sigma_0 - \sigma_{pertes}), \quad (17.46)$$

F_{pr} étant la section de l'armature précontrainte;
$\sigma_0 - \sigma_{pertes}$, la contrainte de l'armature compte tenu des pertes.

Après avoir résolu les équations canoniques par rapport à Z_1 et Z_2, on procède au calcul des efforts de contour (fig. 17.41,*a*):

pour la coupole :

$$H^c = H^c_{v=1} Z_1 + H^c_{\alpha=1} Z_2 + H^c_p, \tag{17.47}$$

$$M^c = M^c_{v=1} Z_1 + M^c_{\alpha=1} Z_2 + M^c_p; \tag{17.47a}$$

pour la ceinture :

$$H^0 = H^0_{v=1} Z_1 + H^0_p, \tag{17.48}$$

$$M^0 = M^0_{v=1} Z_1 + M^0_p. \tag{17.48a}$$

D'après les efforts de contour on détermine les efforts qui agissent dans la section transversale de la ceinture d'appui et dans n'importe quel point de l'enveloppe de la coupole.

Ainsi, dans les sections de la ceinture d'appui agissent :

l'effort circulaire :

$$N = H^0 r, \tag{17.49}$$

et le moment fléchissant :

$$M = M^0 r. \tag{17.49a}$$

La ceinture d'appui travaille à la traction excentrée. Attendu que le moment fléchissant est insignifiant, on peut considérer la ceinture d'appui comme soumise à une traction simple.

Dans l'enveloppe de la coupole, les efforts M_1 et T_2 dans n'importe quel point (fig. 17.41,*b*) peuvent être déterminés d'après les formules fournies par la théorie des poutres longues posées sur une fondation élastique :

$$M^c_1(\omega) = M^c \eta_3 + sH^c \eta_2 \sin \varphi; \tag{17.50}$$

$$T^c_2(\omega) = -T^0_{20} + \frac{2}{s} R \left(H^c \eta_1 \sin \varphi + \frac{1}{s} \eta_4 M^c \right). \tag{17.50a}$$

Dans la formule déterminant $T^c_2(\omega)$, le signe «+» correspond à la traction.

Si la ceinture est solidarisée avec un mur plein ou avec un mur à ossature, la présence dans le nœud d'un élément constructif de plus est prise en considération par des termes supplémentaires apparaissant dans les formules pour le calcul des coefficients des équations canoniques.

Pour la fixation préalable des dimensions des éléments de la coupole on peut se servir des recommandations pratiques de l'Institut Promstroïproekt.

Pour le cas où l'enveloppe de la couverture, la ceinture et le mur sont solidarisés dans le nœud d'appui, la valeur approximative de la poussée dans les coupoles à pente douce est la suivante : 0,15 *gr*

dans la coupole, 0,50 gr dans la ceinture, 0,15 gr dans le mur; l'effort dans la ceinture $N = 0{,}5\ gr^2$; l'effort circulaire de bord dans l'enveloppe de la coupole

$$T_2^c = \left(0{,}3\sqrt{\frac{r}{h}} - 0{,}4\right) gr.$$

17.5.4. Ferraillage des coupoles

Le ferraillage des coupoles est effectué conformément aux efforts calculés (fig. 17.42).

Les enveloppes des coupoles à pente douce, sauf les zones voisines des appuis, sont comprimées; leur ferraillage se fait selon des considérations constructives. C'est en général un treillis unique composé de barres de 5 à 6 mm de diamètre, espacées de 15 à 20 cm.

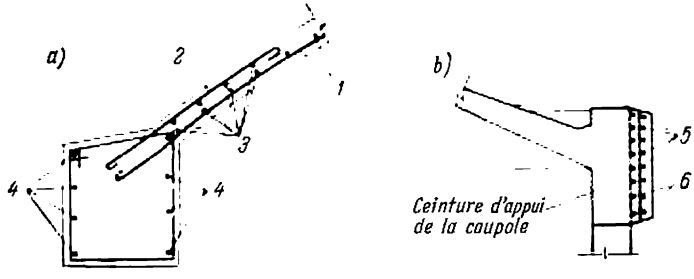


Fig. 17.42. Détail de ferraillage des coupoles

a — ferraillage simple; *b* — précontrainte de l'armature circulaire; *1* — treillis constructif principal; *2* — armature de renfort calculée eu égard à M_1; *3* — armature circulaire calculée eu égard à T_2; *4* — armature principale de la ceinture d'appui; *5* — armature précontrainte; *6* — enduit de plâtre

Près du bord on pose une armature méridionale supplémentaire, calculée suivant le moment d'appui M_1 et composée d'habitude de barres de 6 à 8 mm de diamètre, et une armature annulaire destinée à résister aux efforts locaux de traction circulaires T_2 (fig. 17.42,*a*). L'armature principale de la ceinture d'appui, que l'on calcule comme travaillant en traction simple, est constituée de barres, annulaires de 20 à 30 mm de diamètre, soudées à bout.

Dans la construction moderne, les ceintures d'appui des coupoles sont précontraintes par tension de l'armature principale annulaire (fig. 17.42,*b*). La précontrainte contribue à une réduction sensible de la section de la ceinture d'appui, à une économie d'acier, réalisée grâce à l'utilisation de l'armature de haute résistance, et à l'augmentation de la résistance à la fissuration de la structure.

17.6. ENVELOPPES CONVEXES À PENTES FAIBLES SUR UN PLAN RECTANGULAIRE

17.6.1. Généralités

Les enveloppes convexes de translation sur un plan rectangulaire sont des constructions très avantageuses. En ce qui concerne la dépense des matériaux, elles sont de 25 à 30 % plus économiques que les enveloppes cylindriques ; en même temps elles permettent un plus grand écartement des appuis, grâce à quoi le tracé des plans et l'arrangement des locaux industriels ou civils deviennent plus libres et plus rationnels.

La couverture en forme d'enveloppe convexe de translation comporte une dalle à paroi mince à double courbure et des diaphragmes disposés suivant le contour et rendus solidaires de la dalle (fig. 17.3,*b*). Les extrémités des diaphragmes s'appuient généralement sur les poteaux ; il existe également des couvertures qui s'appuient sur les murs suivant tout leur contour.

De toute la multitude de surfaces courbes, il est plus rationnel d'utiliser, pour ce genre d'enveloppes, la surface d'un paraboloïde elliptique et la surface circulaire de translation.

Les enveloppes à double courbure sont de préférence exécutées à pente douce, c'est-à-dire avec un rapport de la flèche dans chaque direction à la dimension correspondante du plan jusqu'à 1 : 5.

Dans les enveloppes à pente douce, la surface de translation du paraboloïde elliptique et la surface circulaire, ayant les mêmes bases et flèches, presque coïncident. C'est pourquoi ils sont pratiquement interchangeables. Par exemple, le paraboloïde elliptique, dont le calcul est plus simple, peut être remplacé en réalité par une surface de translation circulaire.

17.6.2. Détermination des efforts dans les enveloppes convexes à pente faible de courbure constante

Les enveloppes à parois minces des couvertures à pente douce, comme il a été noté plus haut, par suite de leur faible rigidité à la flexion, peuvent être considérées, lorsqu'on détermine les efforts, comme les enveloppes dites sans moments (fig. 17.43,*a*).

Les calculs, qui tiennent ou ne tiennent pas compte des moments, montrent que, dans les deux cas, dans les enveloppes isolées les efforts N_1 et S prennent les mêmes valeurs et les efforts N_2 varient quelque peu dans les zones voisines du bord.

Par conséquent, les moments fléchissants, qui ne se manifestent que dans les zones voisines du bord, peuvent être déterminés en considérant les particularités du travail des zones en question et superposés aux efforts obtenus d'une manière indépendante dans l'hypothèse d'absence de moments.

Pour les éléments d'une enveloppe sollicités par les efforts normaux N_1, N_2 et les efforts tangentiels S, ainsi que par une charge

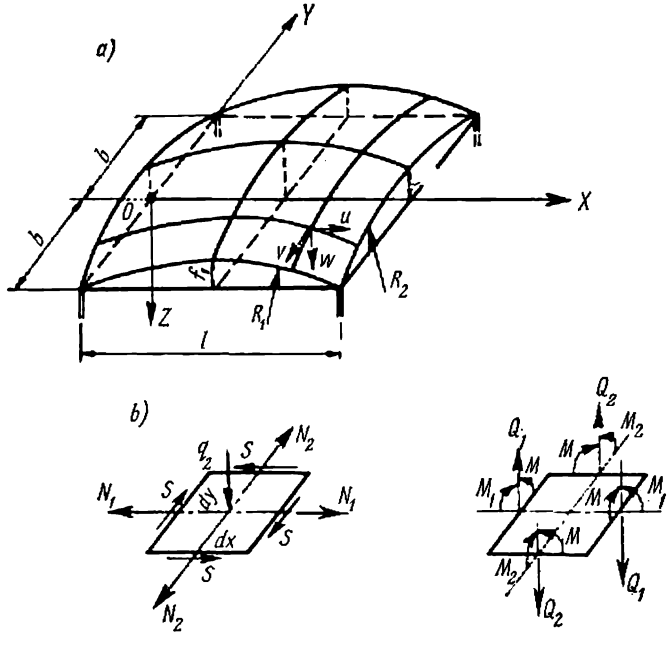


Fig. 17.43

uniformément répartie q (fig. 17.43,*b*), trois équations suivantes de la statique sont valables:

$$\frac{\partial N_1}{\partial x}+\frac{\partial S}{\partial y}=0;\quad \frac{\partial N_2}{\partial y}+\frac{\partial S}{\partial x}=0;\quad \frac{N_1}{R_1}+\frac{N_2}{R_2}=q. \qquad (17.51)$$

Les deux premières équations sont analogues aux équations d'un plan et la troisième à l'équation (17.22) établie pour les enveloppes de révolution à l'axe vertical. Dans les équations (17.51), par suite de la douceur de la pente de la surface de l'enveloppe, on admet que $ds_1 \approx dx$ et $ds_2 \approx dy$.

On suppose aussi que les diaphragmes, qui soutiennent l'enveloppe suivant le périmètre, sont absolument rigides dans leur propre

plan et absolument flexibles dans le sens perpendiculaire. Les conditions de bord viennent de cette supposition:

pour $x = 0$ et $x = l$ l'effort $N_1 = 0$,

pour $y = \pm b$ l'effort $N_2 = 0$.

Le système des équations (17.51) peut être résolu par des méthodes différentes, par exemple, par la méthode des différences finies (proposition de P. Pasternak) ou bien en calculant les fonctions des contraintes en séries trigonométriques avec différentiation subséquente numérique point par point (proposition de V. Baïkov), etc. Des tables des efforts sont dressées pour les cas particuliers.

Après avoir trouvé les efforts N_1, N_2 et S, on trouve les efforts principaux et leurs inclinaisons par rapport à l'axe x d'après les formules:

$$\left.\begin{matrix} N_{1\,\mathrm{pr}} \\ N_{2\,\mathrm{pr}} \end{matrix}\right\} = \frac{N_1+N_2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{N_1-N_2}{2}\right)^2 + S^2};$$

$$\left.\begin{matrix} \operatorname{tg} 2\alpha_1 \\ \operatorname{tg} 2\alpha_2 \end{matrix}\right\} = \pm \frac{2S}{N_1-N_2}. \qquad (17.52)$$

Pour une enveloppe de couverture convexe à pente faible sur un plan carré, lorsque $l = 2b$ et $R_1 = R_2 = R$ (fig. 17.44,*a*), on peut déterminer les coefficients des efforts d'après la fig. 17.44,*b*. Pour les points isolés de l'enveloppe les efforts sont obtenus en multipliant les coefficients correspondants par un facteur constant égal à $4qR/\pi^3$.

Bien que les moments fléchissants M_1 et M_2 des enveloppes à parois minces dans les zones voisines des appuis sont minimes, il faut néanmoins en tenir compte au cours de l'étude d'une telle enveloppe. Les recherches ont montré qu'ils peuvent être déterminés à l'aide de la théorie des poutres longues posées sur une fondation élastique (v. paragraphe 15.3):

$$M_1 = 0{,}5s^2qe^{-\varphi}\sin\varphi = 0{,}289qR_2he^{-\varphi}\sin\varphi. \qquad (17.53)$$

Le moment fléchissant maximal

$$M_{1\,\max} = 0{,}0937R_2hq \qquad (17.54)$$

agit dans la section éloignée du bord d'une distance

$$x_1 = \frac{\pi s}{4} = 0{,}597\sqrt{R_2h}.$$

Pour le moment M_2 les formules sont analogues.

Les diaphragmes sont sollicités par les efforts tangentiels S de l'enveloppe. Les éléments des diaphragmes sont calculés de façon à pouvoir résister à ces efforts et à leur poids propre.

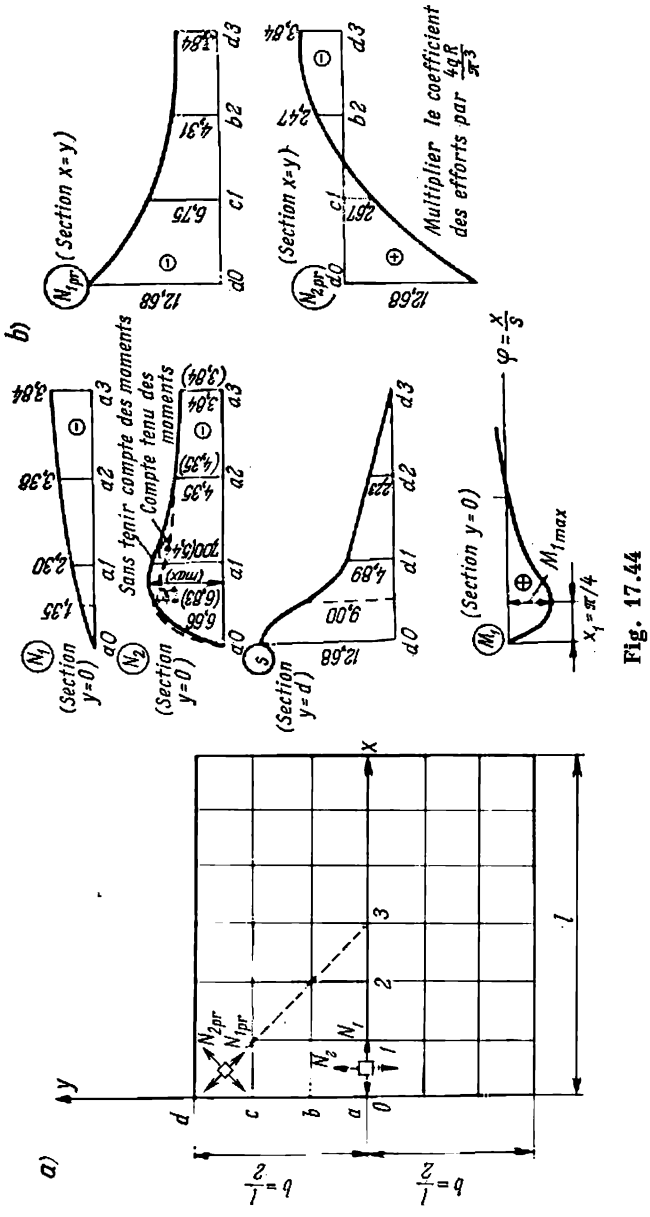

a)
b)
(Section x=y)
(Section y=0)
(Section y=d)
Sans tenir compte des moments
Compte tenu des moments
Multiplier le coefficient des efforts par $\frac{4qR}{\pi^3}$
$\varphi = \frac{x}{s}$
M_{1max}
$x_1 = \pi/4$
$\frac{b}{l} = \frac{2}{l}$
$\frac{b}{l} = \frac{2}{l}$

Fig. 17.44

Exemple 17.1. Déterminer les efforts agissant dans une enveloppe de couverture à pente faible lorsque $l = 2b = 40$ m ; la flèche $f = 6$ m ; $R_1 = R_2 = R = 68{,}2$ m ; l'épaisseur de l'enveloppe $h = 7$ cm ; la charge uniformément répartie $q = 500$ kg/m².

Solution. Trouvons tous les efforts nécessaires d'après les épures de la fig. 17.44. Calculons le facteur constant pour la détermination des efforts:

$$\frac{4qR}{\pi^3} = \frac{4 \cdot 0{,}5 \cdot 68{,}2}{\pi^3} = 4{,}35 \text{ t/m}.$$

L'effort de compression maximal au centre de l'enveloppe est

$$N_1 = -3{,}84 \cdot 4{,}35 = -16{,}7 \text{ t/m},$$

l'effort de compression maximal dans la zone voisine des bords est

$$N_2 = -7{,}3 \cdot 4{,}35 = -31{,}8 \text{ t/m}.$$

Les efforts principaux de compression et de traction maximaux ainsi que les efforts de cisaillement, agissant aux angles de l'enveloppe, sont :

$$-N_{1\,\mathrm{pr}} = N_{2\,\mathrm{pr}} = S = 12{,}68 \cdot 4{,}35 = 55{,}2 \text{ t/m}.$$

Le moment fléchissant maximal

$$M_{1\max} = 0{,}0937 Rhq = 0{,}0937 \cdot 68{,}2 \cdot 0{,}07 \cdot 500 = 224 \text{ kgm/m}$$

agit à la distance

$$x_1 = 0{,}597 \sqrt{Rh} = 0{,}597 \sqrt{68{,}2 \cdot 0{,}07} = 1{,}3 \text{ m}$$

du bord.

L'effort de compression N_1 dans cette section (d'après l'interpolation linéaire) est

$$N_1 = -1{,}35 \frac{1{,}3 \cdot 12}{40} 4{,}35 = -2{,}3 \text{ t/m}.$$

17.6.3. Ferraillage des enveloppes convexes à pente douce

Etant donné que l'enveloppe subit, en principe, des efforts de compression, son armature est constituée, en général, sur la plus grande partie de sa surface, par un treillis constructif *I* (fig. 17.45) ; aux angles on pose l'armature inclinée *II* pouvant résister aux efforts de traction principaux ; dans les zones voisines du bord, si le treillis du type *I* est insuffisant, on pose l'armature de renfort *III*, destinée à résister aux moments fléchissants locaux. L'armature *II* peut être précontrainte.

On calcule les joints de l'enveloppe avec le diaphragme en fonction des efforts tangentiels S. Les diaphragmes sont construits comme les arcs ou les fermes ; les entraits des arcs et les membrures inférieures des fermes sont précontraints.

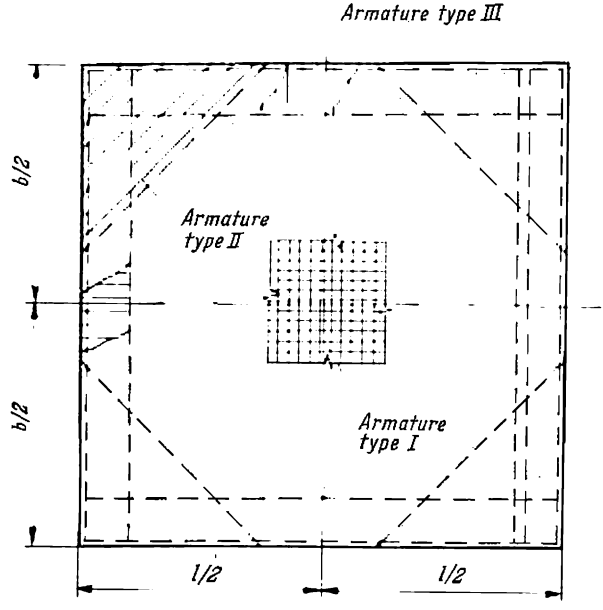


Fig. 17.45. Ferraillage d'une enveloppe de translation convexe à pente douce

17.7. COUVERTURES SUSPENDUES

Les couvertures suspendues sont facilement reconnues d'après l'existence d'une enveloppe mince infléchie, travaillant en charge à la traction, et d'une ceinture d'appui ou d'une poutre de contour (v. fig. 17.3,*c*).

Etant donné la faible rigidité de l'enveloppe à la flexion, les couvertures suspendues sont très déformables sous l'action des surcharges asymétriques, telles que la neige, le vent, etc. Ce défaut peut être éliminé en soumettant les enveloppes à la précontrainte. C'est pourquoi les couvertures suspendues de dimensions importantes ont toujours une enveloppe précontrainte.

Une couverture suspendue bien étudiée et judicieusement utilisée est aussi économique que d'autres constructions à parois minces en ce qui concerne la dépense de béton et d'acier. Vu que le poids propre des enveloppes suspendues peut être très petit, leur utilisation est avantageuse pour des couvertures de grande portée.

La flèche d'une telle couverture doit être fixée d'après les considérations architecturales et les exigences technologiques; elle ne doit pas être inférieure à 1/25 de la portée. Le contour d'appui peut

être exécuté sous forme d'une ceinture plane ou spatiale fermée ; dans certains cas particuliers il peut avoir la forme d'une ceinture ouverte aboutissant aux piles. En règle générale la ceinture de contour reprend tous les efforts de traction de l'enveloppe tandis que les appuis, situés au-dessous de la ceinture, ne sont soumis qu'à l'action des charges verticales.

Les enveloppes d'une couverture suspendue sont d'habitude formées de haubans portants en acier (câbles ou tiges) et de dalles préfabriquées prenant appui sur les haubans. On les met en place sans échafaudage, ce qui donne des avantages notables.

La tension des haubans peut être effectuée à l'aide d'un poids supplémentaire, posé sur les dalles ou bien suspendu aux haubans avant la coulée du béton.

Après la coulée du béton dans les joints entre les dalles on réalise la précontrainte des poutres de protection en béton armé de la couverture en enlevant le poids supplémentaire.

La tension du système des haubans des couvertures suspendues en forme de selle (v. fig. 17.3,*d*) est réalisée en tendant les haubans d'une seule direction (longitudinale ou transversale). Dans ce cas les poutres de protection ne sont pas précontraintes.

CHAPITRE 18 CONSTRUCTIONS DES BÂTIMENTS À OSSATURE SANS ÉTAGES

18.1. COMPOSITION DU BÂTIMENT

18.1.1. Généralités

Les bâtiments à ossature sans étages sont employés à une vaste échelle dans la construction industrielle ; ces bâtiments sont le type principal des réalisations dans les industries métallurgique, mécanique, légère (fig. 18.1). Ils sont très répandus dans les constructions

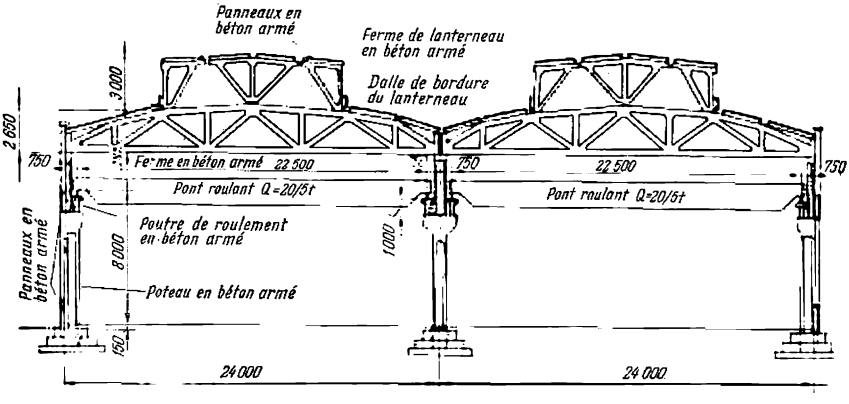


Fig. 18.1. Construction d'un bâtiment industriel sans étages équipé de ponts roulants

agricoles, où ils sont utilisés pour l'installation des fermes d'élevage du bétail, des ateliers mécaniques, des garages, etc. (fig. 18.2).

La particularité des bâtiments industriels sans étages est leur équipement de toutes sortes de mécanismes de transport, nécessaires pour le déplacement des matériaux et des produits finis, tels que les ponts roulants, qui se déplacent sur les voies spéciales reposant sur les poteaux, ou les palans suspendus se déplaçant sur les voies accrochées aux éléments de la couverture. Il est également possible d'y

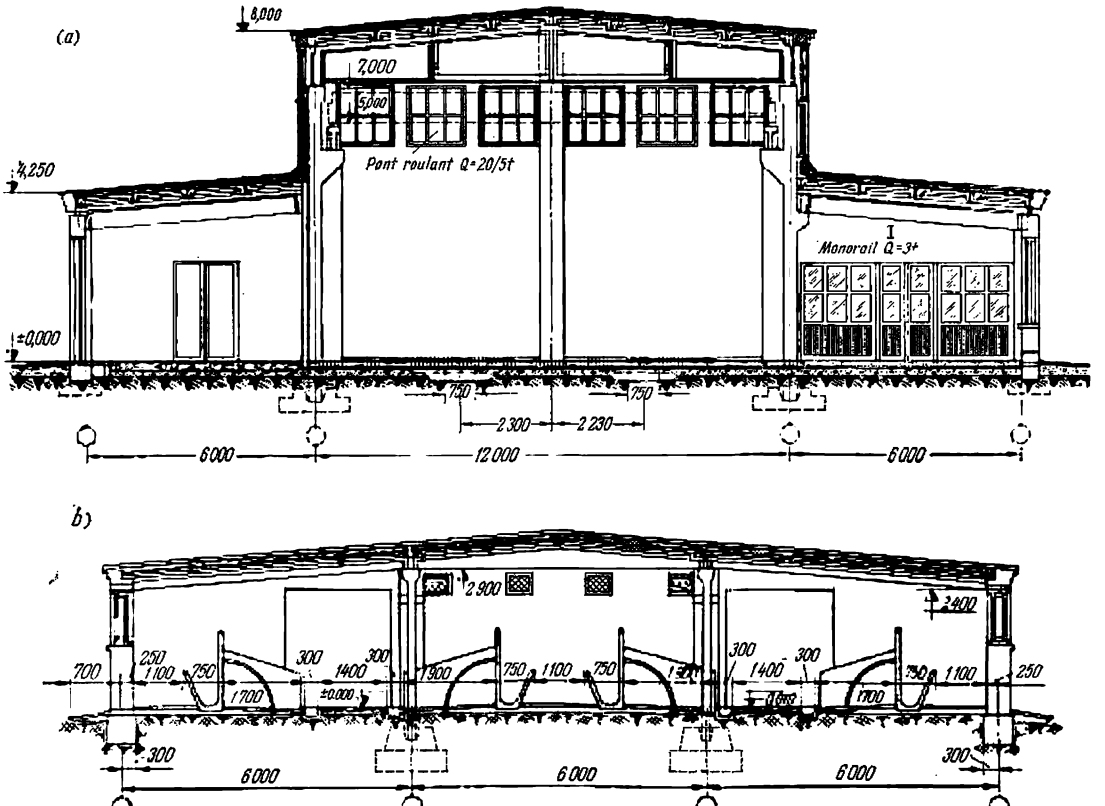


Fig. 18.2. Constructions des bâtiments agricoles sans étages
a — atelier de réparation ; *b* — bâtiment d'une ferme d'élevage

installer des grues pivotantes, scellées dans le sol de l'atelier, qui ne sont pas liées à la charpente du bâtiment ; l'emploi de pareilles grues concourt à l'universalisation des plans des bâtiments et facilite la modernisation des procédés de construction.

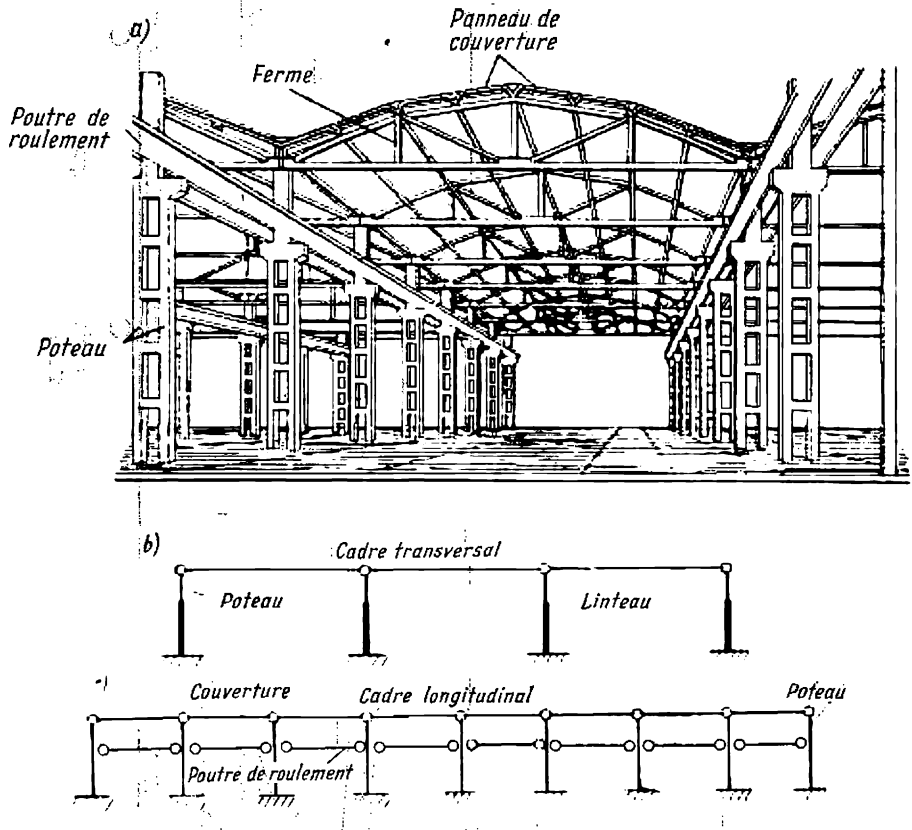


Fig. 18.3. Construction d'un bâtiment industriel sans étages
a — vue générale ; *b* — schéma du cadre transversal ; *c* — schéma du cadre longitudinal

Au point de vue constructif, la couverture d'un bâtiment sans étages peut être composée d'éléments linéaires plats qui se comportent comme une poutre ou bien peut représenter un système spatial sous forme d'enveloppes à parois minces, courbes ou prismatiques.

Les éléments principaux d'un bâtiment à ossature sans étages (fig. 18.3,*a*) sont : les poteaux encastrés dans les fondations ; les linteaux de la couverture (fermes ou poutres), s'appuyant sur les poteaux ; les panneaux de couverture posés sur les linteaux ; les poutres de roulement.

Le cadre transversal, formé des poteaux (montants) et des linteaux (solives), représente la construction principale de l'ossature.

La rigidité spatiale et la stabilité d'un bâtiment à ossature sans étages sont assurées par les poteaux encastrés dans les fondations et liés à la couverture, rigide dans son propre plan. Dans le sens transversal, la rigidité spatiale du bâtiment est assurée par les cadres transversaux (fig. 18.3,*b*) et, dans le sens longitudinal, par les cadres longitudinaux, formés par les mêmes poteaux qui travaillent déjà dans les cadres transversaux et par les éléments de couverture dont ils sont solidaires, aussi par les poutres de roulement (fig. 18.3,*c*) et, éventuellement, par les entretoises.

Les nouveaux types de bâtiments industriels sans étages (fig. 18.4), de plus en plus répandus dans la construction, se caractérisent par les couvertures planes, sans lanterneaux dans le comble, remplacés par l'éclairage luminescent et le conditionnement de l'air ; par l'emploi des mécanismes de transport suspendus ou roulant par terre à la place des ponts roulants.

Dans les régions où la couche de neige est très épaisse en hiver, pendant une longue période de l'année, les lanterneaux ne peuvent servir d'une source suffisante d'éclairage naturel, en même temps leur présence occasionne de grandes pertes de chaleur. Dans ces régions il est préférable d'utiliser les bâtiments sans étages à couverture sans lanterneaux. L'utilisation de telles couvertures permet de diminuer le nombre d'éléments types préfabriqués de différentes dimensions.

Dans un bâtiment à ossature équipé de ponts roulants, il est indispensable, pour assurer le bon fonctionnement des ponts roulants, d'observer les gabarits requis (fig. 18.5).

Un pont roulant est composé d'un pont muni de quatre roues (pour une capacité portante jusqu'à 50 t), deux sur chaque rail, d'un chariot sur quatre roues possédant un crochet pour lever la charge à suspension rigide ou flexible et de l'équipement de levage. Lorsque le chariot se meut le long du pont, les charges se déplacent à travers la nef du bâtiment.

Les ponts roulants sont construits pour les capacités portantes de 10, 20, 30, 50 t et plus ; ils sont parfois équipés d'un second crochet pour des charges auxiliaires, dont la capacité portante est inférieure à celle du crochet principal.

Les ponts roulants sont construits pour des régimes de travail différents : lourd, moyen, léger. Le régime de travail lourd d'un pont roulant est caractérisé par une grande vitesse de déplacement sur les rails (plus de 100 m/mn) et par un fonctionnement intense (de 24 h sur 24 h) (ateliers de fonderie, ateliers de laminage, etc.) ; le régime moyen est caractérisé par la vitesse normale de déplacement (moins de 100 m/mn) et par un fonctionnement moins intense

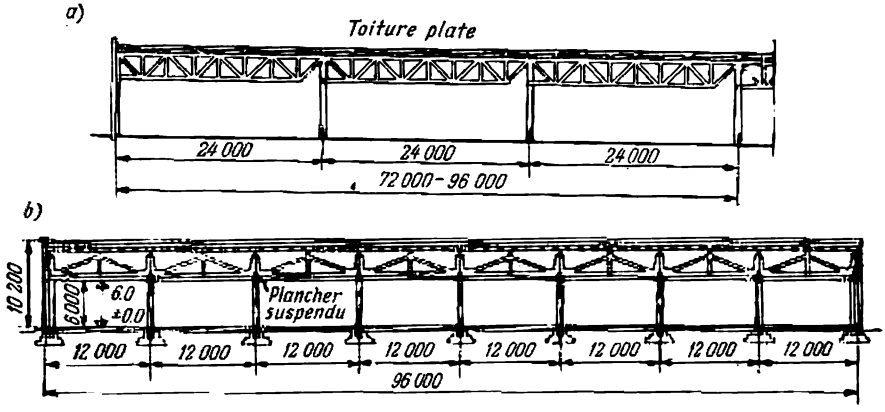


Fig. 18.4. Construction d'un bâtiment industriel à toiture plate sans lanterneaux

a — coupe transversale; *b* — coupe longitudinale

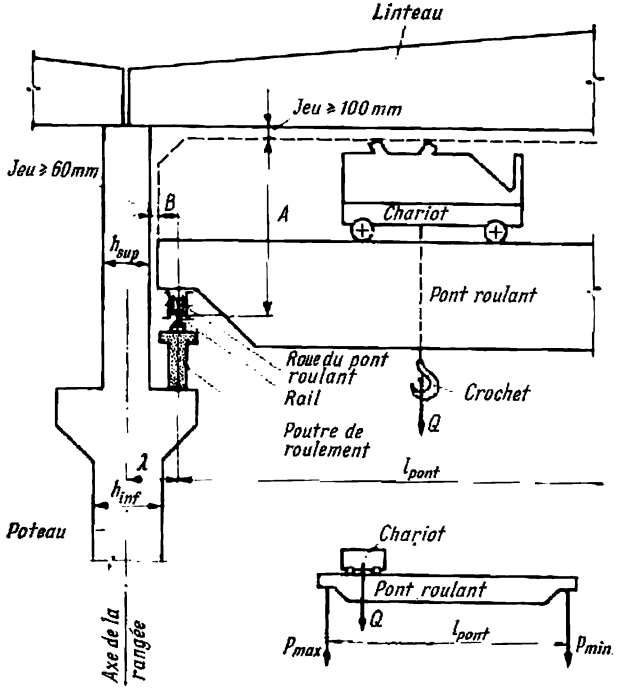


Fig. 18.5. Schéma du pont roulant et de la voie de roulement

(ateliers mécaniques et de montage des usines de constructions mécaniques, usines d'éléments préfabriqués en béton armé, dépôts, etc.); le régime léger est caractérisé par une petite vitesse de déplacement (moins de 60 m/mn) et par un fonctionnement intermittent, non systématique (grues de mise en place dans les bâtiments de centrales électriques et autres).

Lorsque le régime de travail d'un pont roulant est léger ou moyen les poutres de roulement sont exécutées en béton armé; pour le régime lourd elles sont faites en acier.

18.1.2. Composition d'un bâtiment

La pratique de l'étude et de la construction des bâtiments à ossature sans étages a montré qu'il est avantageux d'augmenter les portées et l'écartement des poteaux en utilisant principalement un réseau de 12 × 18 et de 12 × 24 m; dans les ateliers équipés de machines de grandes dimensions, le réseau des poteaux est de 12 × 30 et de 12 × 36 m. L'écartement de 6 m n'est utilisé que dans les bâtiments à une ou à deux travées.

Si l'on veut réduire au minimum le nombre de différents types d'éléments de la couverture (conserver les linteaux d'un même type dans les travées centrales et extrêmes, employer les panneaux d'un même type dans les travées centrales et de face le long du bâtiment, etc.), il y a intérêt, en établissant le plan du bâtiment, de disposer les poteaux de l'ossature d'une façon bien déterminée par rapport aux axes de piquetage (fig. 18.6). Ainsi, les axes géométriques des poteaux centraux doivent coïncider avec l'axe longitudinal de la rangée; si la capacité portante du pont roulant est de 30 t, le poteau extrême doit coïncider avec cet axe par son pan extérieur (attache nulle); si la capacité portante du pont roulant dépasse 30 t, le poteau extrême est placé de manière que l'axe de piquetage passe à 250 mm du pan extérieur. Les axes géométriques des poteaux de face et des poteaux jumelés situés près des joints de dilatation transversaux sont déplacés de 500 mm par rapport à l'axe transversal.

Dans les constructions types, la distance entre l'axe de la rangée et celui de la poutre de roulement est une mesure standard égale à $\lambda = 750$ mm. La portée du pont roulant l_{pont} reste invariable dans toutes les travées du bâtiment (extrêmes et centrales) et vaut:

$$l_{\text{pont}} = l - 2\lambda = l - 1{,}5 \text{ m},$$

l étant la portée du bâtiment entre les axes de piquetage, en m.

La distance λ comprend l'encombrement du pont roulant B, la largeur h_{sup} de la section du poteau dans la partie au-dessus du pont roulant et l'intervalle nécessaire c entre l'encombrement du

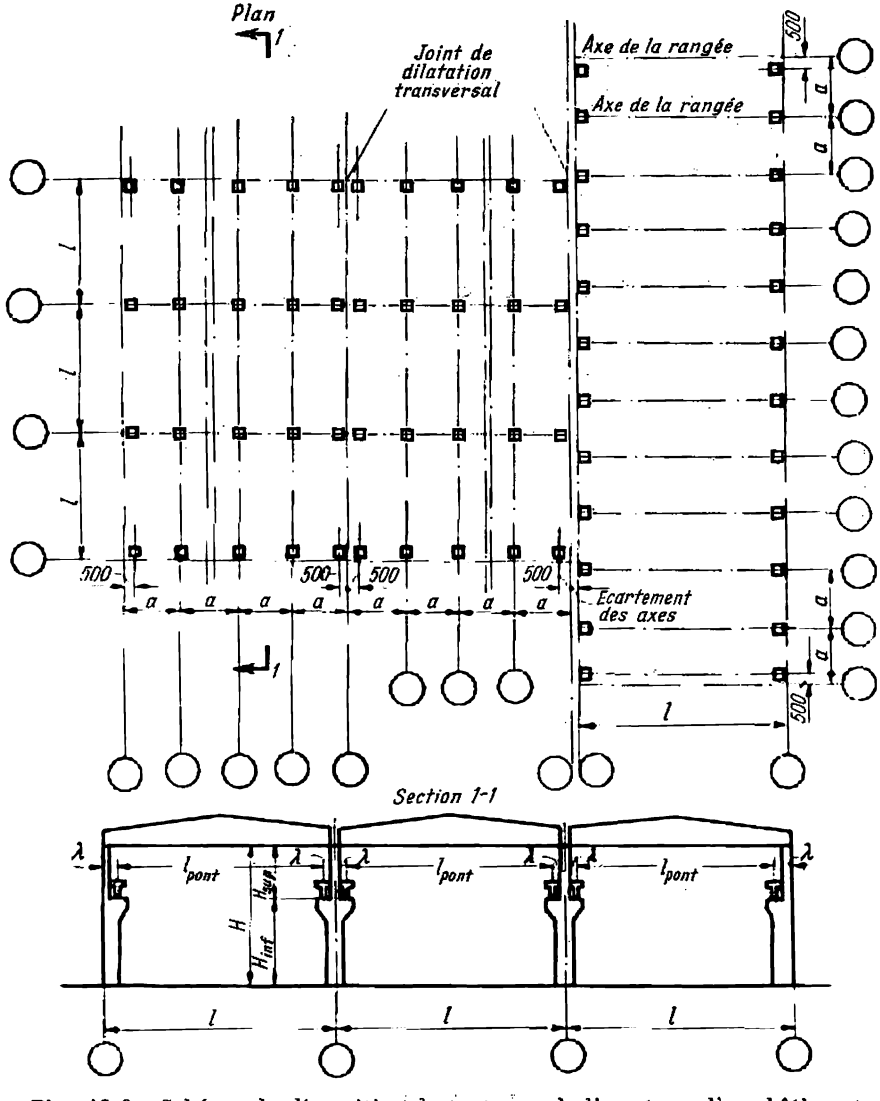


Fig. 18.6. Schéma de disposition des poteaux de l'ossature d'un bâtiment

pont roulant et le poteau. Sur le poteau extrême $\lambda = B + h_{sup} + c$ et sur le poteau central $\lambda = B + {}^1/_2 h_{sup} + c$.

Les bâtiments sans étages de grandes dimensions sont divisés en plan, dans le sens transversal et longitudinal, par les joints de dilatation.

Le joint de dilatation transversal est généralement prévu entre les poteaux jumelés et est attaché aux axes de piquetage comme il

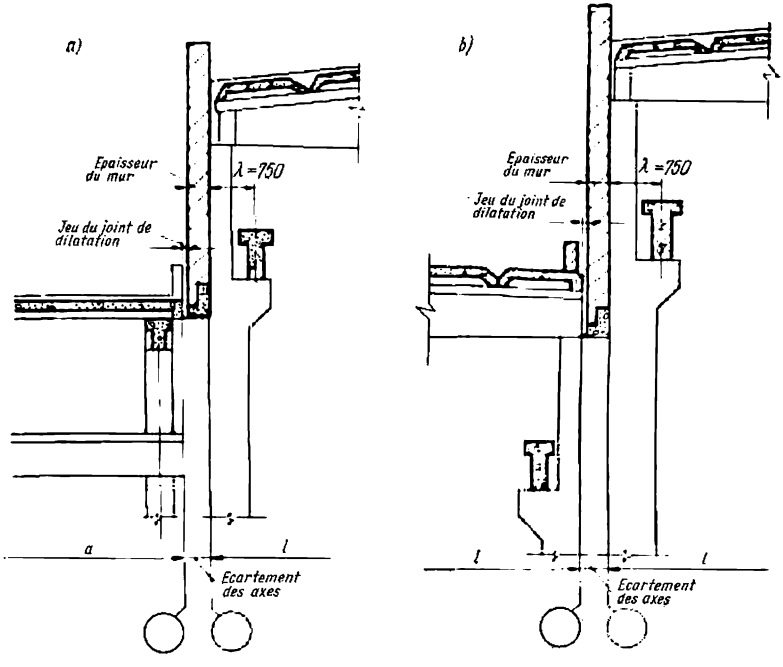


Fig. 18.7. Joints de dilatation

est indiqué plus haut. Quelquefois les conditions d'utilisation du bâtiment exigent qu'on prévoie, outre les travées longitudinales, une travée transversale plus haute que les autres (généralement, pour y installer un pont roulant plus puissant) ; dans ce cas on la construit sous forme d'un bloc rectangulaire indépendant, séparé par un joint de dilatation (fig. 18.7,*a*). Pour réaliser une travée transversale en éléments types, on fait recours à l'écartement entre l'axe de piquetage de la rangée extrême des travées longitudinales et celui de la travée transversale, d'une largeur égale à l'épaisseur sommaire du mur et du jeu du joint de dilatation.

Le joint de dilatation longitudinal entre les travées de même hauteur est réalisé à l'aide d'un appui mobile à rouleau placé sous

l'extrémité de l'une de deux poutres (fermes) de couverture, qui s'appuient sur le poteau.

Dans les bâtiments à hauteur variable, le joint de dilatation est réalisé aux poteaux jumelés, aux endroits de changement de hauteur. Dans ce cas on écarte également les axes de piquetage de deux rangées de poteaux voisines d'une distance égale à l'épaisseur sommaire du mur et du jeu dans le joint (fig. 18.7,*b*).

18.2. CADRE TRANSVERSAL

18.2.1. Particularités constructives

Le cadre transversal d'un bâtiment à ossature sans étages en béton armé préfabriqué est composé de linteaux (poutres, fermes, arcs) et de montants assemblés par articulation (v. chapitre 16). Cet assemblage est réalisé avec des écrous et boulons d'ancrage sortant des poteaux, avec lesquels, lors de la mise en place, on fait coïncider les trous ou les entailles des plaques d'appui en tôle d'acier du linteau (fig. 18.8). Ensuite cette plaque d'appui est soudée à la plaque d'attache prévue sur la face du poteau.

Dans le joint de dilatation les linteaux s'appuient sur le poteau dont la hauteur est diminuée de 200 mm. Dans ce cas un linteau repose sur l'appui à rouleau (mobile) et l'autre, sur un gousset d'acier (table) de la même hauteur.

Dans les bâtiments équipés de ponts roulants, on distingue les poteaux centraux à deux goussets et les poteaux extrêmes avec un gousset situé d'un seul côté. Du point de vue de la construction on exécute les poteaux: à âme pleine de section rectangulaire ou en double T et creux, formés de deux branches (fig. 18.9).

Les poteaux à âme pleine sont employés pour les ponts roulants dont la capacité portante ne dépasse pas 30 t. Pour les ponts roulants de capacité supérieure, il convient d'utiliser les poteaux creux. Les poteaux à section en double T sont plus économiques que ceux à section rectangulaire (économie en béton de 30 % et en armature de 6 %); cependant leur fabrication est plus compliquée. C'est pourquoi ce sont les poteaux à section rectangulaire qui sont actuellement admis en tant que poteaux types.

La partie du poteau située au-dessus du pont roulant, c'est-à-dire la portion du haut du poteau jusqu'au haut des goussets de la poutre de roulement, a une hauteur H_{sup}. Dans cette portion la hauteur de la section du poteau h_{sup} dépend des conditions d'appui du linteau sans aménagement de consoles spéciales et de la condition d'observation de l'intervalle entre l'encombrement du pont roulant et le pan du poteau. La partie inférieure du poteau a une hauteur H_{inf}. Dans cette portion la hauteur de la section h_{inf} des

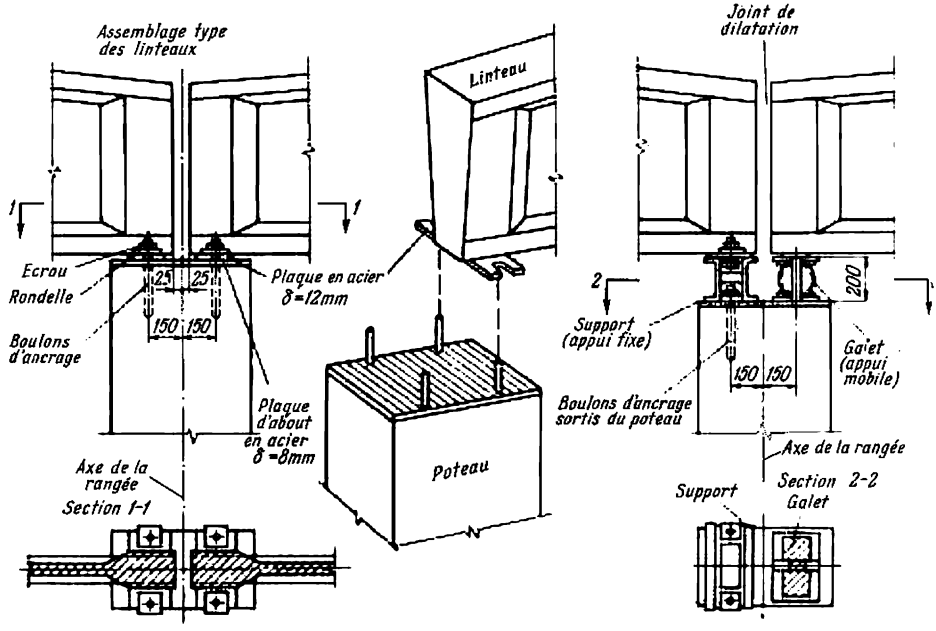


Fig. 18.8. Nœuds d'appui des linteaux sur les poteaux

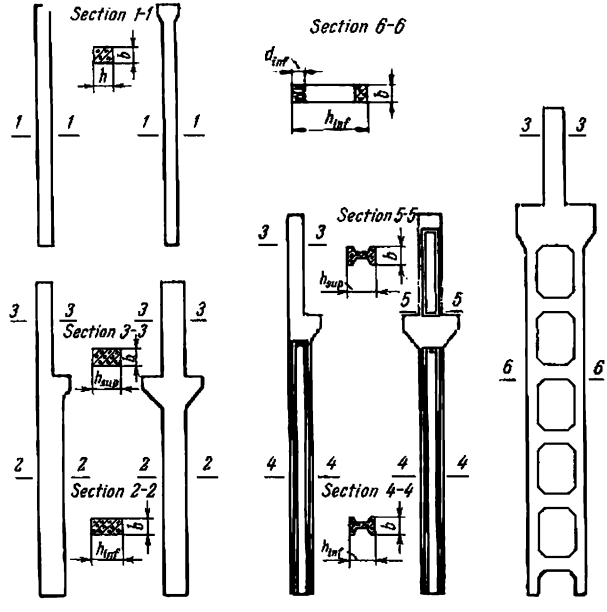


Fig. 18.9. Poteaux des bâtiments sans étages

poteaux à âme pleine est fixée de préférence d'après la capacité portante et d'après la condition de rigidité du poteau afin que les déformations du poteau dans le plan du cadre transversal ne puissent pas conduire à un coincement du pont roulant. La pratique d'exploitation des bâtiments industriels équipés de ponts roulants permet de considérer la rigidité d'un poteau suffisante, si la hauteur de la section $h_{inf} = {}^1/_{10}$ à ${}^1/_{14} H_{inf}$ et la largeur de la section $b = {}^1/_{20}$ à ${}^1/_{25} H_{inf}$.

Pour les bâtiments équipés de ponts roulants, le pas des poteaux étant de 6 m, la largeur de la section des poteaux types $b = 40$ cm et la hauteur de la section dans la partie d'au-dessus du pont roulant $h_{sup} = 60$ cm pour les poteaux médians et $h_{sup} = 40$ cm (ou 38 cm) pour les poteaux extrêmes. Selon la hauteur du poteau et la puissance du pont roulant, la hauteur de la section h_{inf} dans la partie d'au-dessous du pont roulant est prise égale à 60 et 80 cm. Pour le pas des poteaux égal à 12 m, $b = 50$ cm.

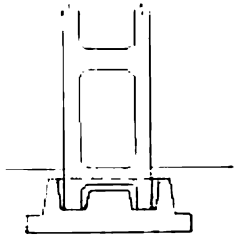


Fig. 18.10. Assemblage d'un poteau à deux branches avec sa fondation

Les poteaux à deux branches sont composés, dans la partie inférieure, de deux montants, réunis par des poutrelles du cadre d'écartement, et dans la partie supérieure ils ont une section rectangulaire à âme pleine. En fonction de la puissance des ponts roulants la distance entre les axes des branches de la partie inférieure du poteau peut varier de 0,7 à 1,5 m et davantage. La distance entre les poutrelles d'écartement varie de 2 à 3 m. Ces poutrelles sont disposées de manière qu'elles laissent un passage libre entre les branches du poteau au niveau du plancher.

Il est recommandé d'exécuter l'assemblage du poteau à deux branches avec la fondation à l'aide de deux logements séparés (fig. 18.10), parce que ceci assure un meilleur encastrement du poteau dans sa fondation et diminue sensiblement la quantité du béton coulé dans les jeux lors de la mise en place.

Les poteaux à âme pleine aussi bien que ceux à deux branches sont habituellement exécutés en une seule pièce. Leur division en plusieurs parties pour diminuer le poids unitaire qu'auront à lever les grues de montage conduit à certaines difficultés en ce qui concerne la construction des joints; c'est pourquoi cette division n'est employée que très rarement, et seulement pour de très hauts bâtiments.

18.2.2. Charges sollicitant un bâtiment industriel sans étages

Un bâtiment sans étages peut être sollicité par des charges différentes: poids de la toiture, surcharge de la neige, surcharges dues aux ponts roulants (verticale de la pression des roues et horizontale due au freinage du chariot ou du pont), surcharge du vent, sous forme d'une pression positive ou négative exercée par le vent.

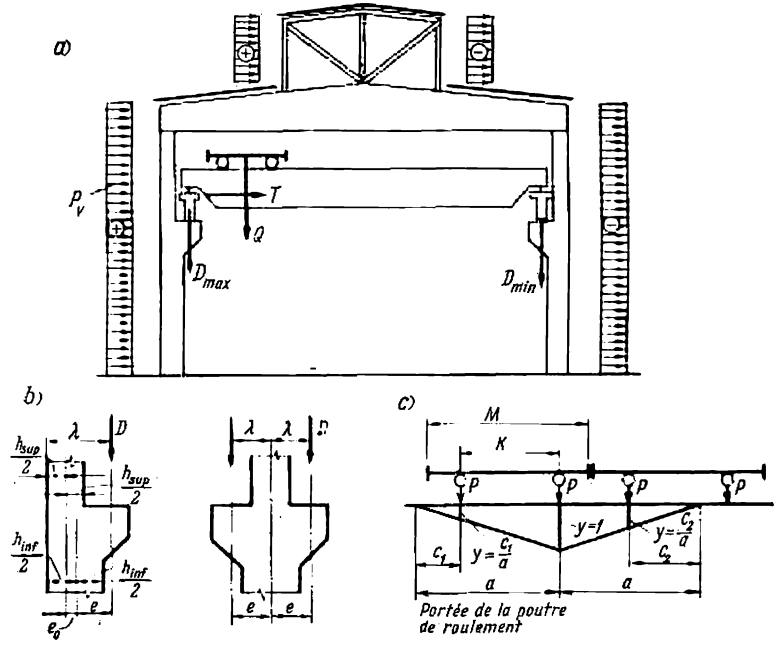


Fig. 18.11

Dans les cas particuliers, le bâtiment peut être soumis à l'action des forces séismiques produites par les tremblements de terre ou à l'action d'autres forces quelconques.

La charge tombant sur un seul linteau (fig. 18.11,*a*) est calculée en fonction de l'écartement des cadres.

Charge verticale de la couverture et de la neige. La charge permanente de la couverture est transmise au poteau comme une pression d'appui du linteau N_g. Le calcul de la charge en question se fait suivant la surface de charge correspondante.

La surcharge de la neige par mètre carré de la couverture s'établit conformément aux conditions climatiques locales et au profil

de la couverture. La pression verticale de la neige sur le poteau N_n est calculée suivant la même surface de charge.

Les surcharges N_g et N_n sont transmises sur la partie d'au-dessous du pont roulant du poteau extrême avec une excentricité

$$e = \frac{h_{inf} - h_{sup}}{2},$$

en engendrant les moments $M_g = N_g \cdot e_0$ et $M_n = N_n \cdot e_0$.

Charges des ponts roulants. Les surcharges verticales dues à un pont roulant sont composées du poids du pont, du poids du chariot et du poids de la charge à lever; elles sollicitent le chemin de roulement par l'intermédiaire des roues du pont.

La plus grande pression P_{max} sur la roue a lieu lorsque le chariot chargé se trouve en position extrême, sur un côté du pont; alors, dans le côté opposé, la pression sur la roue est minimale, P_{min}.

Les valeurs P_{max}^{norm} et P_{min}^{norm} peuvent être trouvées en considérant le pont roulant comme une poutre posée sur deux appuis. Lorsque le pont roulant est équipé de deux roues de chaque côté:

$$2P_{max}^{norm} + 2P_{min}^{norm} = Q + Q_p + G,$$

d'où

$$P_{min}^{norm} = \frac{Q + Q_p + G}{2} - P_{max}^{norm}, \qquad (18.1)$$

Q étant la capacité de charge (poids de la charge à lever);
Q_p, le poids du pont;
G, le poids du chariot.

Les valeurs normatives de P_{max}^{norm}, ainsi que le poids total du pont et du chariot, pris ensemble pour les ponts roulants de capacités de charge différentes, sont indiqués dans les cahiers des charges concernant les ponts roulants.

La force horizontale due au freinage transversal du chariot en cas d'une suspension flexible de la charge est déterminée à l'aide de la formule:

$$T_{tr}^{norm} = \frac{(Q+G)\, n_0}{n} f, \qquad (18.2)$$

$f = 0{,}1$ étant le coefficient de frottement;
n_0, le nombre de roues freinées du chariot;
n, le nombre total de roues du chariot.

En général, $n_0 = \frac{n}{2}$, alors

$$T_{tr}^{norm} = \frac{Q+G}{20}. \qquad (18.3)$$

En cas d'une suspension rigide de la charge il se manifeste des forces d'inertie supplémentaires, l'effort de freinage augmente

et atteint la valeur :

$$T_{\text{tr}}^{\text{norm}} = \frac{Q + G}{10}. \tag{18.4}$$

La force horizontale totale due au freinage transversal ne sollicite qu'un seul rail ; elle est régulièrement répartie entre deux roues du pont roulant.

Lorsqu'on produit un freinage longitudinal du pont roulant, la force horizontale est déterminée à partir de la condition que sur chaque rail du pont une roue est à frein. Il en vient, pour le coefficient de frottement $f = 0{,}1$:

$$T_{\text{long}}^{\text{norm}} = \frac{P_{\text{max}}^{\text{norm}}}{10}. \tag{18.5}$$

La force horizontale de freinage longitudinal sollicite, le long du chemin de roulement, la rangée toute entière des poteaux situés entre deux joints de dilatation consécutifs.

Dans le calcul des constructions d'un bâtiment en ce qui concerne des charges horizontales et verticales de ponts roulants, le coefficient de surcharge est supposé égal à $n = 1{,}3$. La dynamique d'un pont roulant n'influe pas sur les éléments de la construction, à part les poutres de roulement. On admet pour charge sur le poteau d'un cadre transversal la charge de deux ponts roulants rapprochés.

La pression verticale D, due aux ponts roulants, est transmise par l'intermédiaire de la poutre de roulement au poteau supportant le pont, avec les excentricités (fig. 18.11,*b*) : $e = \lambda - \frac{h_{\text{inf}}}{2}$ pour les poteaux extrêmes ; $e = \lambda$ pour les poteaux centraux.

La charge sur le poteau due aux ponts roulants est calculée d'après les épures d'influence de la réaction d'appui de la poutre de roulement ; l'ordonnée maximale de l'épure d'influence se trouve sur l'appui où elle est égale à l'unité. On place l'une des charges P_{max} au-dessus de l'appui, toutes les autres charges sont disposées entre les roues du pont roulant en fonction de la distance (fig. 18.11,*c*). Ainsi :

$$D_{\text{max}} = P_{\text{max}} \sum y; \tag{18.6}$$

la pression qui agit en même temps sur le poteau opposé :

$$D_{\text{min}} = P_{\text{min}} \sum y. \tag{18.7}$$

La force horizontale T, sollicitant le poteau du cadre transversal, est définie de la condition du freinage simultané de deux ponts roulants rapprochés suivant les mêmes épures d'influence que la pression verticale. On a

$$T = \frac{1}{2} T_{\text{tr}} \sum y. \tag{18.8}$$

Pression du vent. La valeur de la pression du vent par mètre carré de surface des murs et du lanterneau est fonction de la région géographique et de la hauteur du bâtiment. La pression positive agit du côté du vent et la pression négative, du côté sous le vent. La pression du vent sollicitant les murs est transmise sur le poteau sous forme d'une charge répartie :

$$p_v = q_v a,$$

a étant le pas des poteaux.

La pression du vent sollicitant le lanterneau et la partie du mur située au-dessus des poteaux est transmise au poteau sous forme d'une force concentrée W, appliquée en haut.

18.2.3. Calcul des cadres transversaux compte tenu du travail spatial de l'ossature du bâtiment. Calcul des poteaux à deux branches

Les cadres transversaux d'un bloc délimité par les joints de dilatation, réunis entre eux par la couverture, travaillent ensemble. L'expérience montre qu'une couverture préfabriquée en béton armé, grâce à l'assemblage de ses éléments par soudure des pièces d'attache et au bétonnage des joints entre les plaques, représente un diaphragme rigide dans le plan horizontal qui relie en haut tous les poteaux de l'ossature en un bloc unique où tous les éléments travaillent ensemble.

Sous charges, les poteaux du cadre transversal se déforment et leur extrémité supérieure tend à se déplacer. Les cadres non chargés résistent à ce déplacement, et, grâce au travail spatial de l'ossature, l'appui supérieur articulé du poteau chargé peut se déplacer élastiquement.

Les charges verticales de la couverture et de la neige, ainsi que les charges horizontales du vent sollicitent simultanément tous les cadres du bloc ; en présence de ces charges le caractère spatial de travail de l'ossature ne se manifeste pas et chaque cadre plan peut être calculé séparément.

La charge du pont roulant n'agissant que sur un seul cadre transversal du bloc, le calcul doit tenir compte du travail spatial de l'ossature toute entière (proposition de E. Sigalov, J. Stronguine). Il est plus convenable d'effectuer ce calcul par la méthode des déplacements. La seule inconnue sera Δ_1, déplacement horizontal du cadre plan chargé. En introduisant dans le sens du déplacement inconnu une tige de liaison, nous obtenons le système principal (fig. 18.12,*a*).

Le déplacement unitaire $\Delta_1 = 1$ engendre les réactions B_Δ (fig. 18.12,*b*) dans les montants du cadre plan. En même temps avec le cadre plan se déplacent tous les autres cadres du bloc, liés entre eux par un diaphragme rigide qu'est la couverture (fig. 18.13). Dans la tige de liaison il se crée une réaction $c_{sp} \cdot r_{11}$, où $r_{11} = \sum B_\Delta$ est la somme des réactions du haut des poteaux du cadre plan due au déplacement $\Delta_1 = 1$;

$$c_{sp} = \frac{1}{\frac{1}{n} + \frac{x_\Delta^2}{2\sum_1^m x_k^2}}, \qquad (18.9)$$

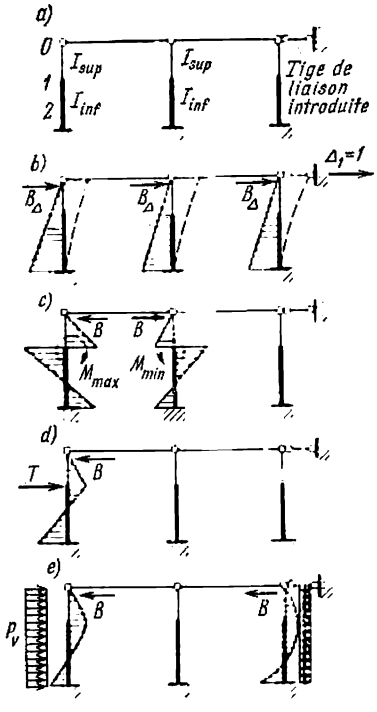


Fig. 18.12

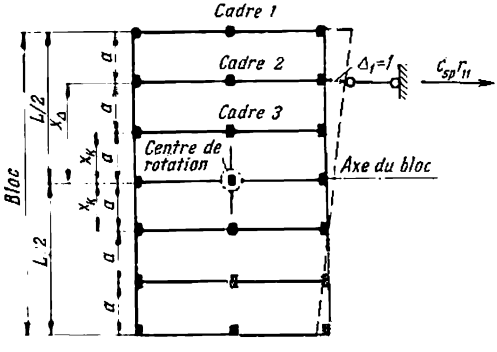


Fig. 18.13

le coefficient qui tient compte du travail spatial de l'ossature sous charges du pont roulant ;

n, le nombre de cadres plans dans un bloc ;

$m = \frac{n}{2}$, lorsque n est un nombre pair, et $m = \frac{n-1}{2}$. lorsque n est un nombre impair ;

x_Δ, la distance entre l'axe du bloc et le cadre plan chargé ;

x_k, la distance de l'axe du bloc jusqu'au k-ième cadre plan.

Pour un bloc compris entre deux joints de dilatation consécutifs d'une longueur normale de 60 m le nombre de cadres plans est $n = 11$ pour un pas de 6 m et $n = 6$ pour un pas de 12 m. Pour les nombres n indiqués plus haut les valeurs du coefficient c_{sp} sont données au tableau 18.1 pour différentes valeurs de x_Δ.

Tableau 18.1

Coefficients c_{sp} tenant compte du travail spatial de l'ossature d'un bâtiment pour calcul des cadres

Pas des cadres a, en m	Cadre n° 1 $x_\Delta = L/2$	Cadre n° 2 $x_\Delta = L/2 - a$	Cadre n° 3 $x_\Delta = L/2 - 2a$
6	2,9	4	5,5
12	1,9	3,4	5,5

Pour le calcul il faut choisir le deuxième cadre du bloc (en comptant de la face), puisqu'il se trouve dans les conditions les plus défavorables en ce qui concerne l'aide que lui apportent tous les autres cadres du bloc. Pratiquement on peut admettre, pour $a = 6$ à 12 m:

$$c_{sp} = 4, \tag{18.10}$$

et pour $a = 12$ m:

$$c_{sp} = 3{,}4. \tag{18.10a}$$

On procède ensuite au chargement du système principal successivement avec les charges M, T, p_v, qui provoquent les réactions correspondantes B sur les montants (v. fig. 18.12,*c*, *d*, *e*). Lorsque le poteau est sollicité par la pression du vent variable suivant la hauteur, celle-ci peut être remplacée par une charge uniformément répartie, équivalente quant au moment d'encastrement d'un poteau libre.

Les réactions B dans les poteaux de section variable et à l'appui supérieur fixe peuvent être trouvées par les méthodes habituelles de la statique des constructions comme $B = \frac{\delta_{1p}}{\delta_{11}}$, ou bien d'après les formules connues.

Pour chaque mode de mise en charge on établit une équation canonique:

$$c_{sp} \cdot r_{11}\Delta_1 + R_{1p} = 0, \tag{18.11}$$

R_{1p} étant la somme des réactions de la charge du haut du poteau du cadre plan.

De l'équation canonique on trouve tout d'abord le déplacement Δ_1 et ensuite la réaction d'appui élastique:

$$B_{él} = B + \Delta_1 B_\Delta. \tag{18.12}$$

Pour un cadre à trois travées ou plus, lorsqu'on calcule la résistance aux charges de ponts roulants, l'appui supérieur des poteaux

est considéré immobile, ce qui permet de tenir compte du travail spatial de l'ossature.

Pour un cadre à linteaux à deux étages (fig. 18.14,*a*), lorsque la rigidité I_{int} des poteaux intérieurs portant la charge du pont roulant dépasse la rigidité I_{ext} des poteaux extérieurs de sorte que $\frac{I_{int}}{I_{ext}} \geqslant$ $\geqslant 5$, on peut admettre comme schéma théorique de la partie centrale élevée un cadre indépendant à une seule travée (fig. 18.14,*b*). Dans ce cas on considère que les extrémités supérieures des poteaux

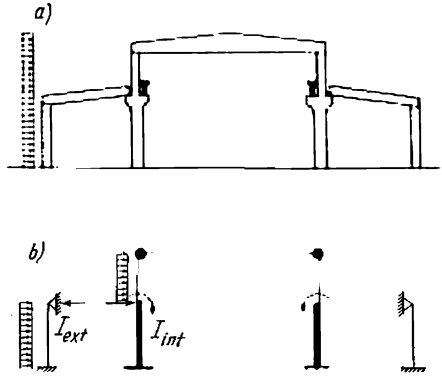


Fig. 18.14

extérieurs sont aux appuis immobiles. On trouve les réactions élastiques d'appuis $B_{él}$ pour les poteaux intérieurs, compte tenu du travail spatial, à l'aide des équations (18.11) et (18.12).

Les efforts M, N, Q dans les sections du poteau sont déterminés comme pour une poutre à porte-à-faux chargée, dont la réaction d'appui est $B_{él}$. D'ordinaire, trois sections le long du poteau sont à calculer: 1 — 0, au-dessus de la console du pont roulant; 1 — 2, au-dessous de la console du pont roulant; 2 — 1, au niveau du haut de la fondation.

Le calcul tenant compte du travail spatial de l'ossature du bâtiment d'un cadre transversal dont les poteaux sont à deux branches (fig. 18.15) est analogue à celui d'un cadre à poteaux pleins.

Le cadre à une travée à étages (cadre-tige), dont s est la distance entre les axes des barres d'écartement et c est la distance entre les axes des branches (fig. 18.16,*a*), sert de schéma théorique pour déterminer les réactions B. Le calcul précis d'un tel cadre, compte tenu des déformations provoquées par les forces longitudinales (qui sont importantes dans le cas considéré et de ce fait ne doivent pas

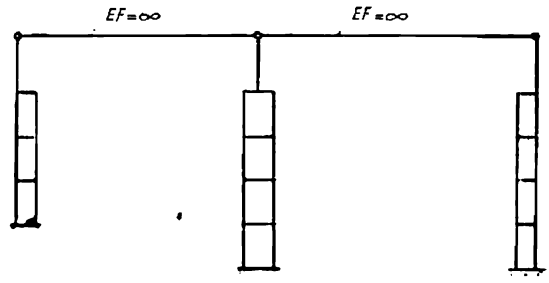


Fig. 18.15

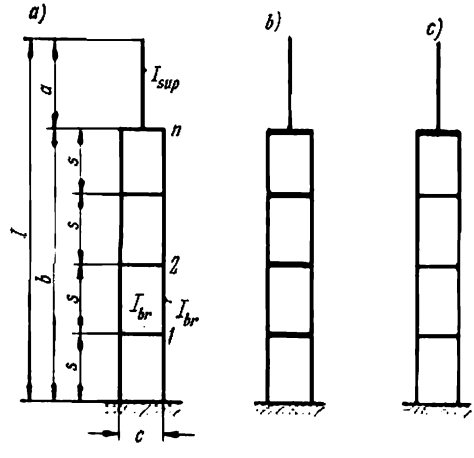


Fig. 18.16

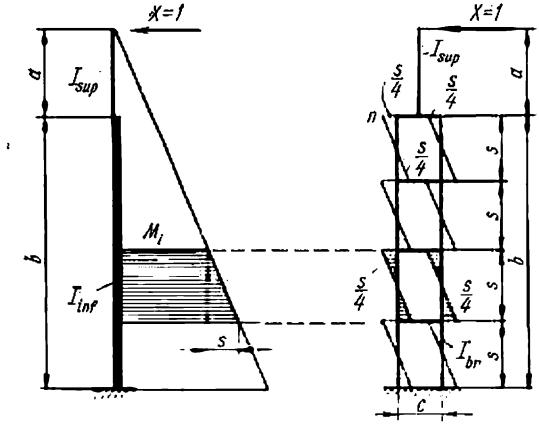


Fig. 18.17

être négligées), est très laborieux; c'est pourquoi pour un calcul pratique on introduit des simplifications fondées.

Etant donné que les barres d'écartement courtes et rigides servent de linteaux du cadre théorique et que les branches du poteau, moins rigides, servent de montants, on peut négliger les déformations des linteaux et, avec une précision pratiquement suffisante, les considérer absolument rigides (fig. 18.16,*b*). Un autre schéma théorique possible (fig. 18.16,*c*), avec le linteau supérieur absolument rigide et les linteaux inférieurs élastiques, bien qu'un peu plus précis, exige cependant des calculs considérablement plus compliqués.

Pour déterminer les déplacements δ_{ih} ou les réactions B du cadre théorique procédons à l'analyse suivante. Appliquons la force $X = 1$ (fig. 18.17) à l'extrémité supérieure d'un poteau à deux branches et d'un poteau correspondant plein. Le moment fléchissant du poteau plein au niveau de la i-ième barre d'écartement sera $\overline{M} = M_i$ et au niveau inférieur de cette barre il sera $\overline{M} = M_i + s$. Sur la longueur s, l'accroissement du déplacement du poteau plein est

$$\Delta\delta_{11} = \int_0^s \frac{\overline{M}^2}{EI_{\text{inf}}}\,dx = \frac{M_i^2 s}{EI_{\text{inf}}} + \frac{M_i s^2}{EI_{\text{inf}}} + \frac{s^3}{3EI_{\text{inf}}}. \qquad (18.13)$$

Le moment fléchissant des branches du poteau au niveau de la i-ième barre d'écartement (lorsqu'au milieu des hauteurs de chaque panneau se trouvent les points nuls des moments) sera $\overline{M} = \frac{s}{4}$; la force longitudinale $\overline{N} = \pm \frac{M_i + s/2}{c}$. Sur la longueur s, l'accroissement du déplacement du poteau à deux branches est

$$\Delta\delta_{11} = 2\int_0^s \frac{\overline{M}^2}{EI_{\text{br}}}\,dx + 2\int_0^s \frac{\overline{N}^2}{EF_{\text{br}}}\,dx =$$

$$= \frac{2M_i^2 s}{EF_{\text{br}}c^2} + \frac{2M_i s^2}{EF_{\text{br}}c^2} + \frac{s^3}{2EF_{\text{br}}c^2} + \frac{s^3}{24EI_{\text{br}}}, \qquad (18.14)$$

où I_{br} et F_{br} sont le moment d'inertie et la section du montant (de la branche).

Si l'on prend pour le poteau équivalent plein le moment d'inertie égal à

$$I_{\text{inf}} = \frac{F_{\text{br}}c^2}{2}, \qquad (18.15)$$

on obtiendra, en partant de l'égalité (18.14),

$$\Delta\delta_{11} = \frac{M_i^2 s}{EI_{\text{inf}}} + \frac{M_i s^2}{EI_{\text{inf}}} + \frac{s^3}{3EI_{\text{inf}}} + \frac{s^3\left(1 - \frac{2I_{\text{br}}}{I_{\text{inf}}}\right)}{24EI_{\text{br}}}. \qquad (18.16)$$

En comparant les formules (18.13) et (18.16) on voit que, dans les limites d'un panneau, l'accroissement du déplacement du poteau à deux branches est supérieur à celui du poteau correspondant plein d'une valeur $\frac{s^3}{24EI_{\text{br}}}$, étant donné qu'on peut négliger la valeur $\frac{2I_{\text{br}}}{I_{\text{inf}}}$, petite par rapport à l'unité.

Lorsque le nombre de panneaux du poteau à deux branches est égal à n, il faut ajouter le terme $\frac{ns^3}{24EI_{\text{br}}}$ au déplacement du poteau plein.

Pour trouver le déplacement δ_{1p} occasionné par une charge extérieure, par exemple par la surcharge du vent uniformément répartie d'intensité p, il faut ajouter au déplacement du poteau plein le terme :

$$[P_1 + 2P_2 + \ldots + (n-1)P_{n-1} + nP_n]\frac{s^3}{24EI_{\text{br}}} = \frac{p\left(a+\frac{b}{2}\right)ns^3}{24EI_{\text{br}}},$$

où

$$P_1 = P_2 = \ldots = P_{n-1} = ps;$$

$$p_n = p\left(a + \frac{s}{2}\right);$$

a, b étant la longueur des tronçons du poteau au-dessus et au-dessous de la console du pont roulant.

La déduction générale de cette analyse consiste en ce que lors de la détermination des déplacements d'un poteau à deux branches considéré comme un cadre théorique, compte tenu de la première et de la deuxième intégrales de Moor :

$$\delta_{ik} = \sum \int \frac{\bar{M}M}{EI}\,dx + \sum \int \frac{\bar{N}N}{EF}\,dx,$$

la première intégrale donne les déplacements dus à la flexion locale des branches du poteau entre les barres d'écartement, égaux à $\frac{ns^3}{24EI_{\text{br}}}$ pour $X = 1$; la deuxième intégrale donne les déplacements des branches causés par les forces longitudinales, ces derniers étant les déplacements du fléchissement d'un poteau plein équivalent, dont le moment d'inertie I_{inf} se calcule conformément à la formule (18.15). Alors :

$$\sum \int \frac{\bar{N}N}{EF_{\text{br}}}\,dx = \sum \int \frac{\bar{M}M}{EI_{\text{inf}}}\,dx.$$

En se basant sur l'exposé que nous avons vu plus haut, E. Sigalov a obtenu les formules des déplacements δ_{ik} et des réactions B des poteaux à deux branches, sollicités par différentes combinaisons des charges.

La réaction de l'extrémité supérieure d'un poteau à deux branches :

de la rotation du poteau à l'encastrement d'un angle $\alpha = 1$:

$$B_\alpha = \frac{l}{\delta_{11}} = \frac{3EI_{\text{inf}}}{l^2(1+k+k_1)}; \tag{18.17}$$

du déplacement $\Delta = 1$ (fig. 18.18,*a*) :

$$B_\Delta = \frac{1}{\delta_{11}} = \frac{3EI_{\text{inf}}}{l^3(1+k+k_1)}; \tag{18.18}$$

de l'action du moment M créé par le pont roulant (fig. 18.18,b) :

$$B = \frac{\delta_{1p}}{\delta_{11}} = \frac{3M(1-\alpha^2)}{2l(1+k+k_1)}; \tag{18.19}$$

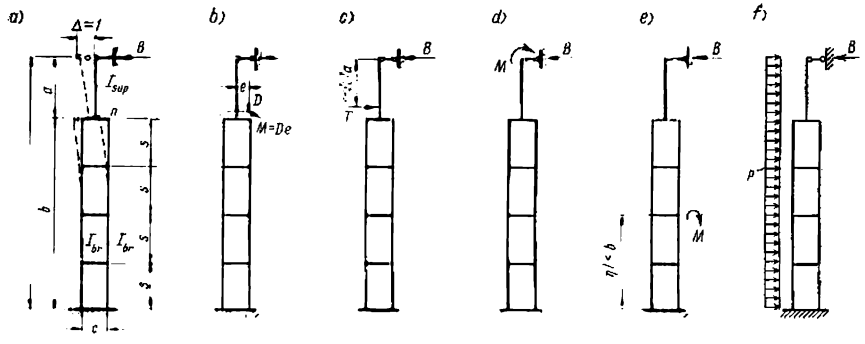


Fig. 18.18

de l'action de la force de freinage T (fig. 18.18,*c*) :

$$B = \frac{T(1-\alpha+k_1)}{1+k+k_1}; \tag{18.20}$$

de l'action du moment M, appliqué en haut (fig. 18.18,*d*) :

$$B = \frac{3M(1+k/\alpha)}{2l(1+k+k_1)}; \tag{18.21}$$

de l'action du moment M appliqué à la distance $\eta l < b$ de l'encastrement (fig. 18.18,*e*) :

$$B = \frac{3M\eta(2-\eta)}{2l(1+k+k_1)}; \tag{18.22}$$

de l'action d'une charge uniformément répartie d'intensité p (fig. 18.18,*f*) :

$$B = \frac{3pl[1+\alpha k+1{,}33(1+\alpha)k_1]}{8(1+k+k_1)}. \tag{18.23}$$

où

$$\alpha = \frac{a}{l}\,; \tag{18.24}$$

$$k = \alpha^3 \left(\frac{I_{\text{inf}}}{I_{\text{sup}}} - 1 \right); \tag{18.25}$$

$$k_1 = \frac{(1-\alpha)^3 I_{\text{inf}}}{8n^2 I_{\text{br}}}. \tag{18.26}$$

Les formules (18.17) à (18.26) sont universelles parce qu'elles peuvent être appliquées au calcul des réactions B aussi bien des poteaux en treillis que des poteaux pleins. Pour les poteaux pleins à section variable $k_1 = 0$, et pour les poteaux pleins à section constante $k_1 = k = 0$. Les mêmes formules peuvent servir à déterminer les déplacements des poteaux à deux branches et des poteaux à gradins (lors du calcul des cadres plans par la méthode des forces) en se basant sur les rapports :

$$\delta_{11} = \frac{1}{B_\Delta} \text{ et } \delta_{1p} = \frac{B}{B_\Delta}.$$

Pour déterminer les réactions B_{rot} en tenant compte de la rotation élastique des poteaux dans la fondation, on détermine l'angle α par la méthode des déplacements virtuels, en appliquant la formule (18.17). L'expression définitive sera :

$$B_{\text{rot}} = B - \frac{M + QH}{1 + H + \dfrac{CI_f}{B_\Delta (l+H)}}, \tag{18.27}$$

où M et Q sont respectivement le moment réactif et l'effort tranchant engendrés par une sollicitation ou une charge pour la section inférieure du poteau, l'encastrement dans la fondation étant rigide (avec les signes imposés par la méthode des déplacements) ;

H, la hauteur de la fondation du poteau ;

C et I_f, le module de réaction et le moment d'inertie de la semelle de fondation.

Exemple 18.1. Déterminer la réaction B_Δ du déplacement $\Delta = 1$ d'un poteau à deux branches d'après les données : $l = 17{,}6$ m ; $a = 5{,}2$ m ; $b = 12{,}4$m ; $s = 2{,}07$ m ; $c = 1$ m ; $n = 6$; $I_{\text{sup}} = 13{,}8$; $I_{\text{br}} = 1$; $F_{\text{br}} = 192$.

Solution. Déterminons les valeurs calculées :

$$I_{\text{inf}} = \frac{192 \cdot 1^2}{2} = 96\,; \quad \alpha = \frac{5{,}2}{17{,}6} = 0{,}296\,;$$

$$k = 0{,}296^3 \left(\frac{96}{13{,}8} - 1 \right) = 0{,}16\,; \quad k_1 = \frac{(1-0{,}296)^3\, 96}{8 \cdot 6^2 \cdot 1} = 0{,}12.$$

D'après la formule (18.18) déterminons la réaction :

$$B_\Delta = \frac{3 \cdot 96E}{17{,}6^3\,(1 + 0{,}16 + 0{,}12)} = 4{,}1 \cdot 10^{-2} E.$$

Exemple 18.2. Déterminer la réaction B de la surcharge du vent d'intensité p uniformément répartie, suivant les données de l'exemple 18.1.

Solution. D'après la formule (18.23) nous avons

$$B=\frac{3\cdot 17,6\,[1+0,296\cdot 0,16+1,33\,(1+0,296)\,0,12]}{8\,(1+0,16+0,12)}\,p=6,4p.$$

Exemple 18.3. Déterminer la réaction B d'un poteau plein à gradins, due au moment $M=50$ t·m du pont roulant d'après les données: $l=11,1$ m; $a=3,85$ m; $b=7,25$ m; $I_{\text{sup}}=1$; $I_{\text{inf}}=8$.

Solution. Après avoir déterminé les valeurs calculées $\alpha=0,35$ et $k=0,3$, nous trouvons B d'après la formule (18.19), lorsque $k_1=0$,

$$B=\frac{3\cdot 50\,(1-0,35^2)}{2\cdot 11,1\,(1+0,3)}=4,5\text{ t}.$$

Pour un poteau à deux branches, après avoir déterminé la réaction élastique $B_{\text{él}}$ compte tenu du travail spatial de l'ossature suivant les formules (18.11) et (18.12), on calcule les efforts M, N et Q par rapport à l'axe géométrique du poteau (comme pour un poteau plein), en considérant le poteau comme une console sollicitée par une charge et une réaction d'appui $B_{\text{él}}$, et on détermine les efforts dans les branches et dans les barres d'écartement au cours du choix des sections.

Les efforts M, N et Q qui se manifestent au cours de la mise en charge par différentes manières sont inscrits au tableau qu'on établit pour trouver les combinaisons les plus désavantageuses des charges et les efforts calculés maximaux et minimaux dans les sections du poteau. On peut se servir du modèle ci-dessous (tableau 18.2). Pour les poteaux pleins on peut utiliser le même modèle mais le calcul des efforts Q peut être omis.

Le choix des sections se fait en fonction des efforts calculés: pour les poteaux pleins d'après les formules de compression excentrée compte tenu du flambage; pour les branches des poteaux à treillis, suivant le sens d'action de la force longitudinale, d'après les formules de compression excentrée compte tenu du flambage, ou bien d'après les formules de traction excentrée.

Les forces longitudinales dans les branches d'un poteau sont:

$$N_{\text{br}}=\frac{N}{2}\pm\frac{M\eta}{c}, \qquad (18.27)$$

N et M étant les efforts calculés à l'axe du poteau à deux branches;

η, le coefficient de flambage (v. chap. 9).

Pour déterminer le coefficient η il faut introduire dans la formule de calcul le rayon d'inertie réduit r_1 qui tient compte de l'influence de l'élasticité des branches dans le plan de courbure du poteau.

Tableau 18.2

Combinaisons des charges et efforts calculés dans les sections des poteaux du cadre transversal

Combinaisons des charges	n° de série	Charges		Sections du poteau extrême									Sections du poteau central								
				1-0			1-2			2-1			1-0			1-2			2-1		
				M	N	Q	M	N	Q	M	N	Q	M	N	Q	M	N	Q	M	N	Q
Principale	1	Permanente																			
	2	De la neige																			
	3	Du pont roulant M_{max} sur le poteau extrême																			
	4	Du pont roulant M_{max} sur le poteau central																			
	5	Du pont roulant T sur le poteau extrême																			
	6	Du pont roulant T sur le poteau central																			
	7	Efforts calculés pour	M_{max} M_{min} N_{max}																		
Supplémentaire	8	Vent de droite																			
	9	Vent de gauche																			
	10	Efforts calculés pour	M_{max} M_{min} N_{max}																		

à deux branches comme pour une section composée (fig. 18.19). La valeur de r_1 dépend du rayon d'inertie de la section de la partie inférieure du poteau

$$r^2_{1.\,\text{inf}} = \frac{I_{\text{inf}}}{2F_{\text{br}}} = \frac{c^2}{4}$$

et du rayon d'inertie de la section des branches :

$$r^2_{1.\,\text{br}} = \frac{h^2}{12},$$

h étant la hauteur de section de la branche dans le plan de courbure.

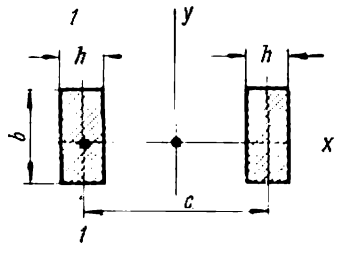


Fig. 18.19

L'élasticité réduite doit satisfaire la condition :

$$\lambda_1^2 = \lambda^2_{1.\,\text{inf}} + \lambda^2_{1.\,\text{br}} \tag{18.28}$$

ou

$$\frac{H^2_{\text{inf}}}{r_1^2} = \frac{H^2_{\text{inf}}}{r^2_{1.\,\text{inf}}} + \frac{s^2}{r^2_{1.\,\text{br}}}. \tag{18.28a}$$

En substituant les valeurs de $r^2_{1.\,\text{inf}}$ et $r^2_{1.\,\text{br}}$ et en réduisant par H^2_{inf} nous obtenons

$$\frac{1}{r_1^2} = \frac{4}{c^2} + \frac{12}{n^2h^2},$$

d'où

$$r_1^2 = \frac{c^2}{4\left(1+\dfrac{3c^2}{n^2h^2}\right)}. \tag{18.29}$$

Le moment fléchissant des branches d'un poteau (les moments étant nuls au milieu de la hauteur du panneau) est

$$M = \frac{Qs}{4}. \tag{18.30}$$

Le moment fléchissant de la barre d'écartement est égal à la somme des moments de deux branches adhérant au nœud de cadre

d'en haut et d'en bas, donc

$$M_{\text{b. éc}} = \frac{Qs}{2}. \tag{18.30a}$$

L'effort tranchant sollicitant la barre d'écartement est

$$Q_{\text{b. éc}} = \frac{Qs}{c}. \tag{18.30b}$$

Si l'on veut tenir compte de l'influence du flambage, on prend pour longueur calculée des poteaux, joints aux linteaux à articulation, les valeurs suivantes:

Pour les poteaux des bâtiments équipés de ponts roulants:

a) dans le plan du cadre transversal

pour la partie du poteau au-dessous du pont roulant, compte tenu de la charge du pont roulant,

$$l_0 = 1{,}5H_{\text{inf}};$$

pour la partie au-dessus du pont roulant

$$l_0 = 2{,}5H_{\text{sup}};$$

b) dans le plan perpendiculaire au plan du cadre transversal

pour la partie du poteau au-dessous du pont roulant sans entretoises

$$l_0 = 1{,}2H_{\text{inf}},$$

avec entretoises

$$l_0 = 0{,}8H_{\text{inf}};$$

pour la partie au-dessus du pont roulant

$$l_0 = 2H_{\text{sup}}.$$

Pour les poteaux des bâtiments sans ponts roulants:

dans les bâtiments à deux et à plusieurs travées

$$l_0 = 1{,}2H,$$

dans les bâtiments à une seule travée

$$l_0 = 1{,}5H.$$

La vérification de la stabilité des poteaux dans le plan perpendiculaire au plan du cadre transversal se fait comme pour un élément soumis à une compression simple, pour l'action de l'effort N sans tenir compte du moment M.

Les poteaux sont aussi vérifiés à l'action des efforts auxquels ils sont soumis lors du transport et de la mise en place.

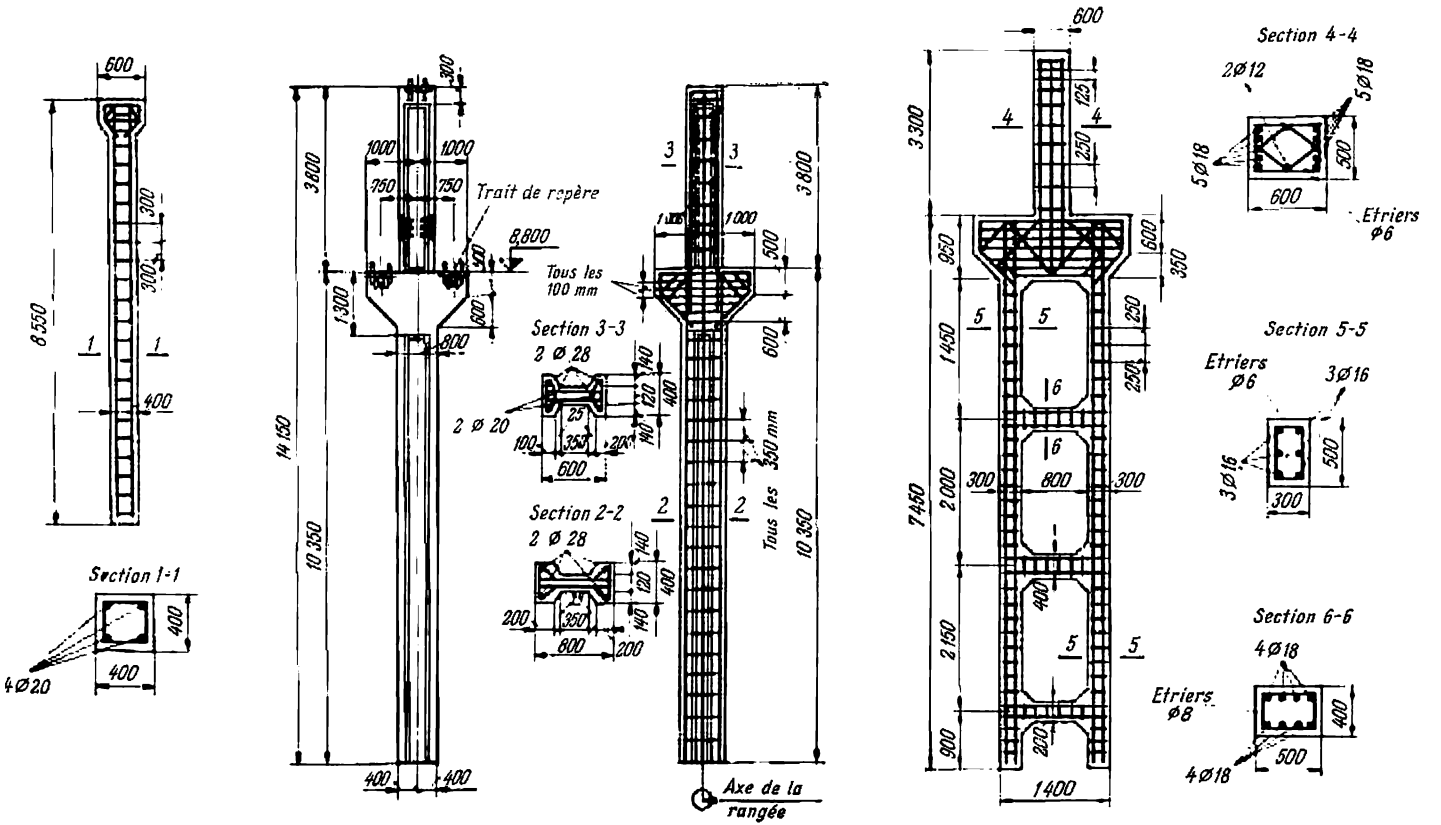


Fig. 18.20. Ferraillage des poteaux d'un bâtiment sans étages

En procédant à l'élaboration du projet de construction on doit tenir compte de ce que les poteaux centraux sont soumis à l'action des moments de deux sens opposés et qu'il faut les pourvoir d'une armature symétrique. L'armature des poteaux extrêmes peut être asymétrique. La fig. 18.20 représente l'armature des poteaux pleins et à deux branches. Pour la fixation des poutres de roulement et des linteaux de couverture les poteaux sont équipés de pièces d'attache en acier.

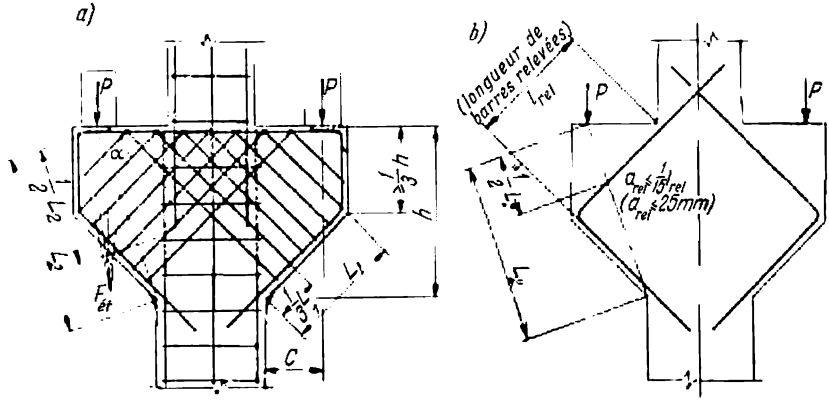


Fig. 18.21. Ferraillage des goussets des poteaux portant la charge de pont roulant

Les consoles qui portent les poutres de roulement sont généralement réalisées avec un chanfrein de 45° par rapport à l'horizontale (fig. 18.21,*a*).

Les normes recommandent d'admettre les sections des consoles courtes ($l \leqslant 0{,}9h_0$), qui soutiennent les poutres de roulement, à partir de la condition :

$$Q \leqslant kR_{tr}bh_{01} + \frac{M}{z} \operatorname{tg} \gamma, \qquad (18.31)$$

b, h_{01}, M, z étant respectivement la largeur, la hauteur, le moment fléchissant et le bras de levier du couple intérieur dans la section verticale, passant par le bord du plan de transmission de la charge sur la console le plus proche du poteau ;

$\gamma \leqslant 45°$, l'angle d'inclinaison par rapport à l'horizontale du pan comprimé de la console ;

k, le coefficient qui dépend du régime de travail du pont roulant ; pour les ponts roulants à régime de travail

lourd (à suspension rigide, à aimant, à griffes, etc.) $k = 1$; pour les ponts roulants ordinaires avec régime de travail lourd ou moyen $k = 1{,}6$; pour le régime de travail léger $k = 2{,}2$.

Aux endroits de transmission de la charge de la poutre de roulement à la console, la tension d'écrasement ne doit pas dépasser R_{pr}.

La hauteur de la section de la console près du bord libre doit atteindre au moins un tiers de sa hauteur au droit de sa jonction au poteau. La jonction du pan inférieur (incliné) de la console, ayant à supporter la charge de ponts roulants à régime de travail lourd, doit être faite suivant une courbe le long d'un tiers au moins du pan incliné ou bien à l'aide d'une voussure de dimensions correspondantes.

La section de l'armature longitudinale F_a est choisie d'après le moment fléchissant, qui se manifeste dans la section de jonction de la console au poteau. Dans ce cas l'armature longitudinale doit être munie de pièces d'ancrage soudées sous forme de rondelles ou de cornières.

Il est recommandé d'armer les consoles courtes avec les étriers inclinés espacés de 150 mm au maximum et pas plus d'un quart de la hauteur de la console. Lorsqu'on emploie comme armature des consoles des barres relevées, le diamètre de ces barres ne doit pas dépasser $^1/_{15}$ de leur longueur ni être supérieur à 25 mm (fig. 18.21,*b*).

La section totale des étriers inclinés et des barres relevées traversant la moitié supérieure de la ligne inclinée l_2, allant de l'endroit d'application de la charge vers l'angle formé par le pan inférieur de la console avec le poteau, doit être au moins :

$$F_{rel} = \frac{Q - \frac{0{,}15 R_{f1} b h_0^2}{c_2}}{R_a \sin \alpha} \qquad (18.32)$$

avec

$$c_2 = c_1 + \frac{h_0}{3},$$

c_1 étant la distance entre la charge et le pan le plus proche du poteau en bas de la console ;

α, l'angle d'inclinaison des étriers ou des barres relevées ;

h_0, la hauteur de travail de la console à l'endroit de jonction au poteau.

Si la section de la console est déterminée suivant la condition (18.31), pour $k = 1$, l'armature transversale est choisie selon des considérations constructives.

18.3. CONSTRUCTIONS DES COUVERTURES

La couverture d'un bâtiment à ossature sans étages peut être plane, faite en éléments plans (toiture-terrasse), ou spatiale, c'est-à-dire composée d'enveloppes à parois minces. Les couvertures planes peuvent être organisées suivant le système à poutrelles ou sans celles-ci.

Une couverture sans poutrelles est composée de dalles de grandes dimensions (panneaux) dont la portée est de 6 ou 12 m, posées directement sur les linteaux des cadres transversaux (fig. 18.22,*a*). Dans une couverture à poutrelles on pose les poutrelles sur les linteaux des cadres transversaux tous les 1,5 à 3 m (fig. 18.22,*b*), les couvrant ensuite de petits panneaux (dalles).

Conformément au principe d'industrialisation de la construction, exigeant que les dimensions des éléments préfabriqués soient les plus grandes possible, l'emploi du système à poutrelles est préférable.

18.3.1. Couvertures sans poutrelles

Pour les couvertures sans poutrelles on utilise les dalles de grandes dimensions de différents types en béton lourd ou léger.

Les dalles employées ont les dimensions en plan de 3×6 ou 3×12 m. Les éléments complémentaires sont confectionnés de dimensions $1{,}5 \times 6$ ou $1{,}5 \times 12$ m.

Les dalles précontraintes de 6 m de portée (fig. 18.23) sont armées, dans les nervures longitudinales, de barres en acier de la classe A-III écroui, ou bien en acier de la classe A-IV et de carcasses plates soudées au voisinage des appuis. Aux extrémités des nervures longitudinales, on place les pièces d'attache en cornières d'acier portant les ancrages soudés, destinés à protéger les nervures contre une destruction lors de la détente de la tension de l'armature et à fixer les dalles aux linteaux des cadres transversaux avec la soudure.

Les nervures transversales et les tables (de 25 mm d'épaisseur) sont armées de carcasses soudées et de treillis en fils tréfilés. Le béton employé est de qualité 300.

L'armature des nervures longitudinales des dalles précontraintes de 12 m de portée (fig. 18.24) est composée de fils d'acier de haute résistance, tendus sur les butées, et, au voisinage des appuis, de carcasses plates soudées. Les nervures transversales intermédiaires des dalles sont faites de barreaux en béton armé précontraints, placés dans le coffrage avant bétonnage. On emploie le béton de qualité 500.

Le béton employé pour les dalles en terre cuite de $1{,}5 \times 6$ m est de qualité 200 à poids apparent de 1 800 kg/m^3 au

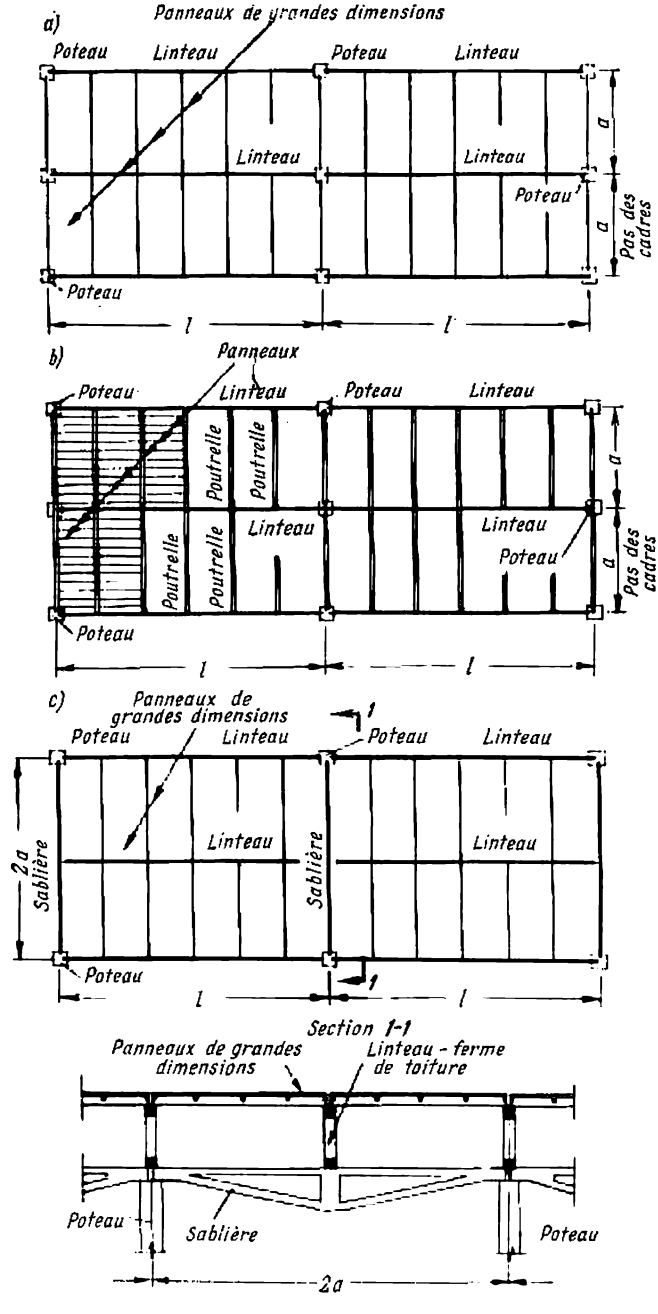
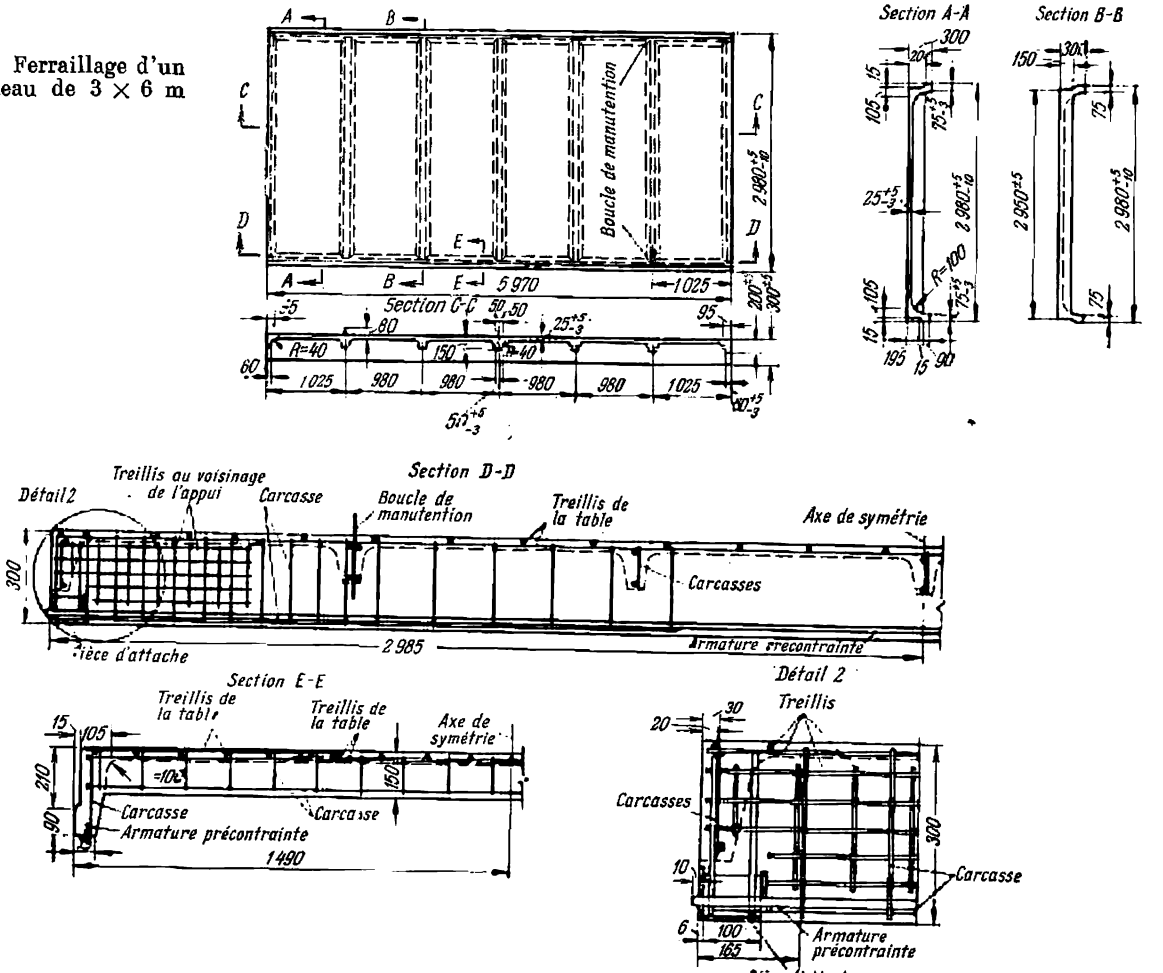


Fig. 18.22. Différents systèmes de couvertures
a — sans poutrelles ; *b* — à poutrelles ; *c* — sans poutrelles à sablières

Fig. 18.23. Ferraillage d'un grand panneau de 3 × 6 m



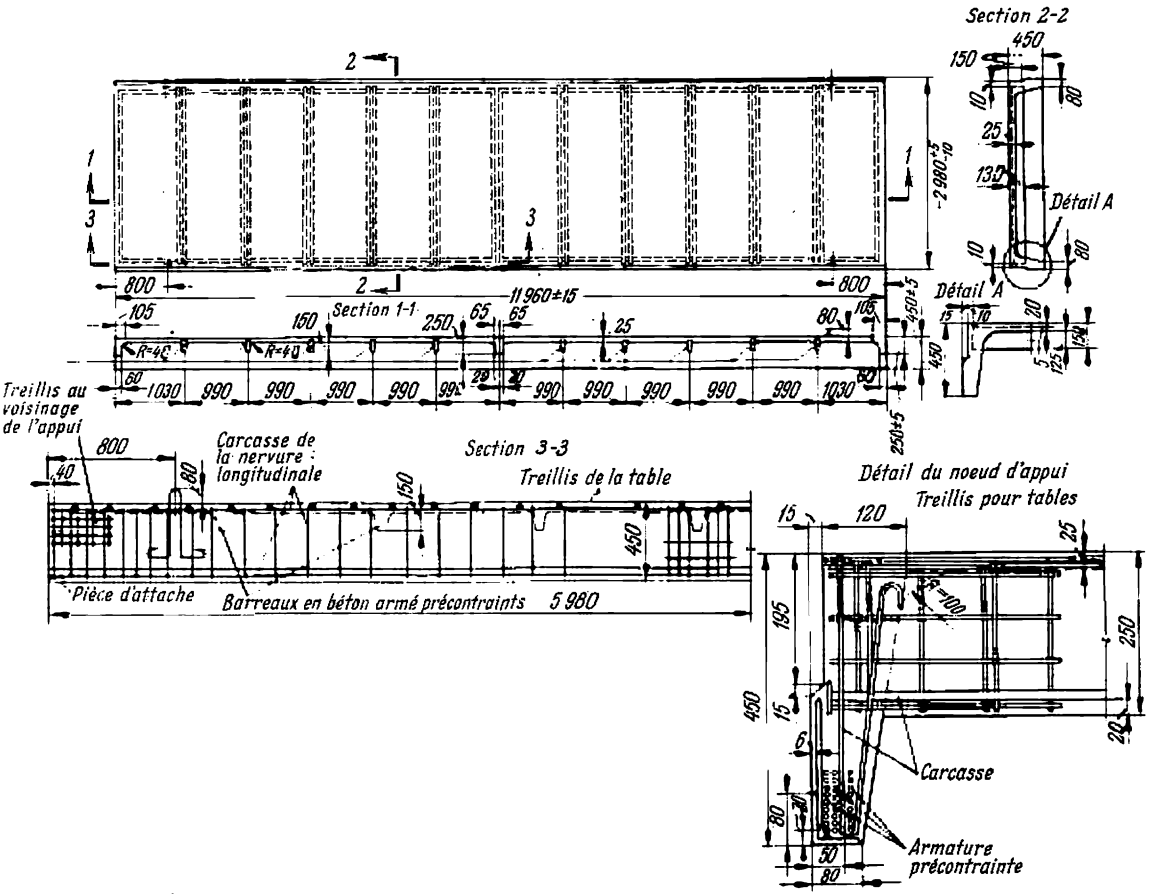


Fig. 18.24. Ferraillage d'un grand panneau de 3 × 12 m

maximum. Le ferraillage de leurs nervures et tables (jusqu'à 30 mm d'épaisseur) est analogue à celui des dalles en béton armé de 3 × 6 m.

Les dalles précontraintes en béton armé à deux consoles (« double *T* »), ayant les dimensions en plan 3 × 6 et 3 × 12 m (fig. 18.25,*a*), sont composées de deux nervures longitudinales dont les axes sont écartés de 1,5 m et d'une table à deux consoles d'une épaisseur

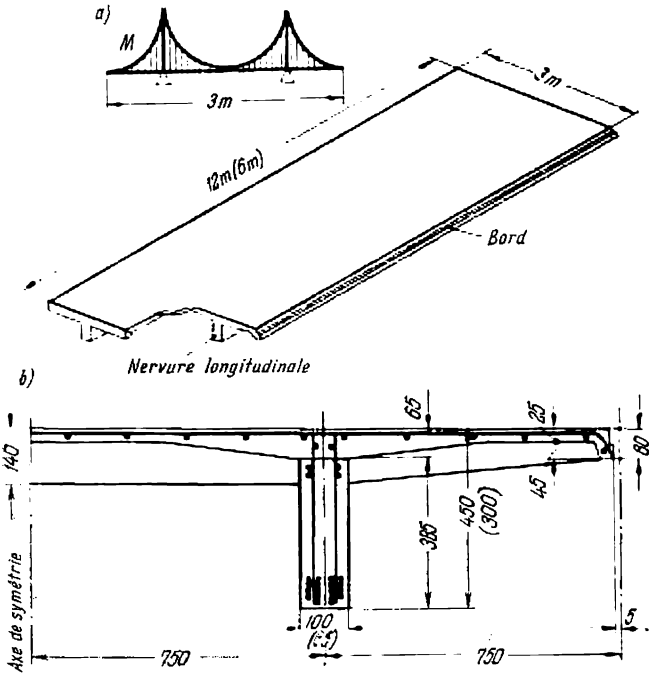


Fig. 18.25. Dalles à deux consoles, type «double *T*»

minimale de 25 mm. La présence de deux consoles dans la section transversale conduit à une diminution des moments fléchissants y agissant et permet de se passer de nervures transversales et de réaliser ainsi une économie sur l'acier. Pour les dalles de 3 × 12 m les nervures longitudinales sont fabriquées à part. Pour leur assemblage avec la table, réalisé par bétonnage, on y prévoit l'armature en attente, tout comme pour les couvertures préfabriquées à joints monolithes. Les dalles de 3 × 6 m sont confectionnées soit en éléments séparés, puis assemblés, soit d'une seule pièce. La fabrication séparée permet de réduire la qualité du béton des tables à 200, en

employant pour les nervures longitudinales le béton de meilleure qualité (300 à 500).

L'armature précontrainte des nervures longitudinales est faite de fils d'acier de haute résistance ou de barres profilées, tendus sur

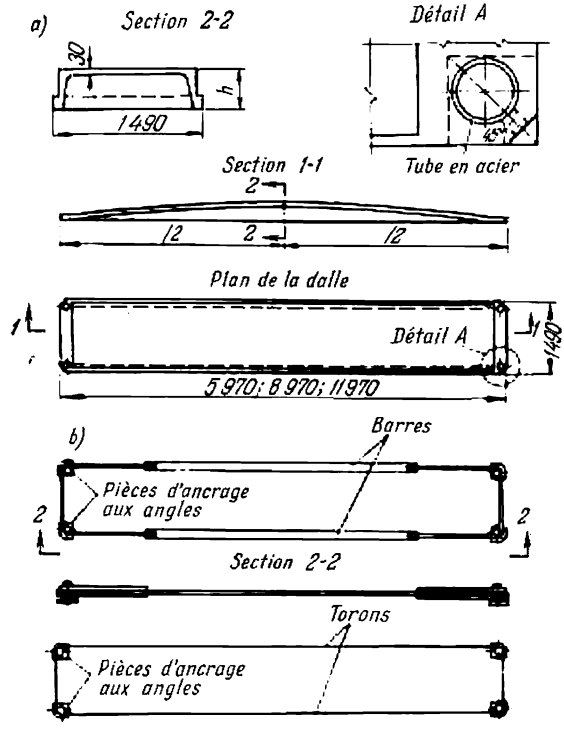


Fig. 18.26. Dalle voûtée

les butées avant le bétonnage (fig. 18.25,*b*). Les armatures soudées des nervures et les treillis soudés des tables sont en fils d'acier tréfilés.

De petites bordures de 80 mm de hauteur sont prévues le long du bord de la table pour la coulée du mortier dans les joints.

Les dalles précontraintes voûtées d'une largeur de 1,5 m et d'une portée de 6, 9 ou 12 m sont composées de deux nervures longitudinales de hauteur variable et d'une table de forme parabolique de 30 mm d'épaisseur (fig. 18.26,*a*). On les utilise pour les couvertures des bâtiments étroits à évacuation d'eau extérieure et pour les couvertures sans lanterneaux à évacuation d'eau intérieure. L'armature, en barres ou en torons, est exécutée sous forme de contours

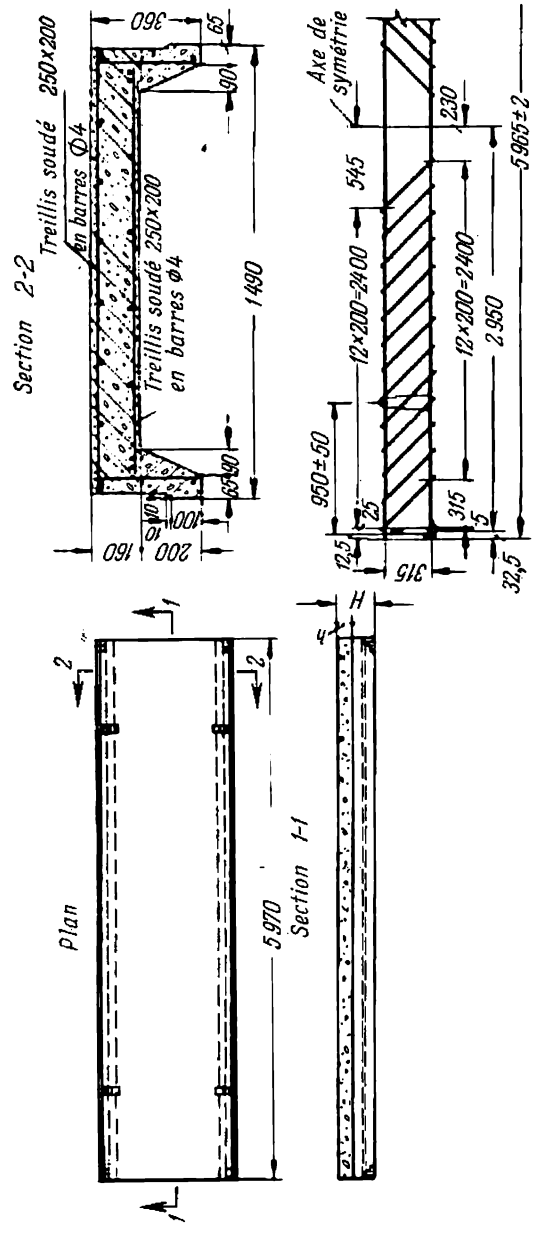


Fig. 18.27. Dalle de grande dimension en béton mousse armé

fermés (fig. 18.26,*b*), disposés dans les nervures longitudinales et dans les épaississements d'appui de la table des dalles, et est tendue sur les butées avant le bétonnage. Les pièces d'ancrage angulaires et les pièces de jonction des torons sont exécutées en tubes et en tôle d'acier. La qualité du béton employé est 300.

Les grands panneaux en béton mousse armé (fig. 18.27) jouent le rôle de construction porteuse et d'isolateur thermique dans la couverture. La table des panneaux est confectionnée en béton mousse traité en autoclaves, de qualité 40 et de poids apparent 750 kg/m^3; les nervures en béton armé lourd de qualités 150 et 200. Le ferraillage de la table est effectué avec des treillis soudés en fils d'acier tréfilés, celui des nervures, avec des carcasses soudées à barres transversales inclinées. L'épaisseur de la table (10, 12, 14 ou 16 cm) est déterminée d'après les calculs exigés par la technique de l'isolation.

Les grands panneaux sont mis en place de façon que leurs nervures soient appuyées sur les linteaux auxquels ils sont attachés par soudure de pièces d'attache en acier; les cornières, qui se trouvent sur les faces des nervures, sont soudées aux plaques disposées dans la membrure supérieure du linteau. La technologie adoptée de mise en place des panneaux permet d'effectuer leur soudure aux linteaux en trois angles tout au plus. En outre, la liaison entre les panneaux est réalisée par bétonnage des joints.

Le tableau 18.3 donne les indices techniques et économiques de différents types des panneaux de couverture.

Les panneaux de 3 m de largeur sont les plus avantageux satisfaisant au mieux à la condition de l'agrandissement des éléments préfabriqués. En outre, l'utilisation des panneaux de 3 m de largeur exclue la flexion locale de la membrure supérieure des fermes avec longueur de panneaux de 3 m, puisque la charge de la couverture est appliquée aux nœuds de la ferme. En ce qui concerne la dépense d'acier, les panneaux à deux consoles sont les plus économiques.

Pour le pas des cadres transversaux de 12 m, deux variantes de composition d'une couverture sans poutrelles sont possibles: les constructions à sablières (poutres ou fermes) et panneaux de 6 m de longueur et les constructions sans sablières avec l'utilisation des panneaux de 12 m de portée. Dans le premier cas, à part les linteaux principaux des cadres transversaux, la couverture comporte des linteaux intermédiaires qui s'appuient sur les sablières, de sorte que le pas des linteaux est égal à 6 m (fig. 18.22,*c*).

Les sablières ou les fermes sont posées sur les poteaux le long des axes longitudinaux du bâtiment de manière que les linteaux principaux allant le long de la file des poteaux et les linteaux intermédiaires soient d'un même type.

Tableau 18.3

Indices techniques et économiques des grands panneaux de couvertures

Types des panneaux et dimensions en mm	Poids, kg/m²	Hauteur de la nervure, mm	Qualité du béton	Epaisseur réduite du béton, cm	Armature		Dépense d'acier, en kg/m², pour charge calculée de 500 kg/m²
					précontrainte	carcasses et treillis soudés	
En béton armé 6 000×3 000	135	300	300	5,3	Acier 25Г2С, écrouissage par étirage	Acier Ст. 5, fil tréfilé	5,8
					30ХГ2С	*Iaem*	5,8
En béton armé, à deux consoles 6000××3 000	135	300	300	5,3	Fil d'acier de haute résistance	Fil d'acier tréfilé	3,5
					30ХГ2С	*Idem*	3,5
En béton à agrégats de terre cuite 6 000×1 500	115	300	200	6,4	Acier 25Г2С, écrouissage par étirage	Acier Ст. 5, fil tréfilé	4,5
					Acier 30ХГ2С	*Idem*	4,1
En béton armé 12 000×3 000	165	450	500	6,6	Fil d'acier de haute résistance		5
En béton armé, à deux consoles 12 000××3 000	165	450	500	6,6	*Idem*	Fil d'acier tréfilé	4,7
					Acier 30ХГ2С	*Idem*	6,6

18.3.2. Couvertures à poutrelles

Ce type de couvertures est utilisé rarement puisque la couverture est composée d'éléments relativement petits, dalles et poutrelles, et donc est moins avantageux que le type à poutrelles au point de vue de l'industrialisation de la construction. Les dalles d'une couverture à poutrelles sont confectionnées en béton armé ordinaire ou cellulaire. Pour les bâtiments sans chauffage il convient de poser sur les poutrelles des feuilles ondulées en ciment d'asbeste faisant fonction de toiture.

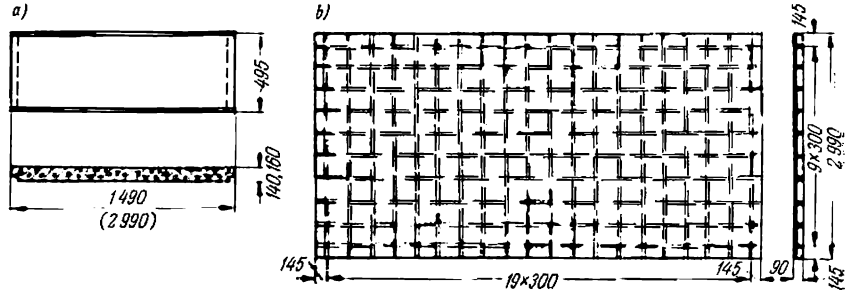


Fig. 18.28. Dalles d'une couverture à poutrelles
a — en béton armé cellulaire; *b* — à nervures serrées laminées

Les dalles en béton armé cellulaire de 3 × 0,5 m et 1,5 × 0,5 m ont une section pleine de 14 ou 16 cm d'épaisseur (suivant la résistance thermique requise) armée de carcasses soudées en forme de *U* (fig. 18.28,*a*).

Les dalles laminées en béton armé à nervures serrées, de 3 m de portée et de 6 m de largeur dont la hauteur des nervures est de 90 mm et le béton employé est de qualité 200 à 300, sont armées des treillis soudés (fig. 18.28,*b*).

Les poutrelles d'une couverture de ce type sont en *T* ou en *U* (fig. 18.29,*a*,*b*); on les place sur la membrure supérieure des linteaux, poutres ou fermes, dont l'écartement est de 3 ou 1,5 m. Les poutrelles sont boulonnées aux cornières, soudées aux pièces d'attache des linteaux (fig. 18.29,*c*). Ces cornières assurent une installation correcte des poutrelles et reprennent la composante de pente de leur pression d'appui.

Le schéma de calcul d'une poutrelle est celui d'une poutre à une travée sous charge uniformément répartie. La composante normale d'une charge extérieure $q_y = q \cos \varphi$ entraîne la flexion de la poutrelle dans son plan, et la composante de pente $q_x = q \sin \varphi$, la flexion dans le plan de la pente. Afin de diminuer la longueur des

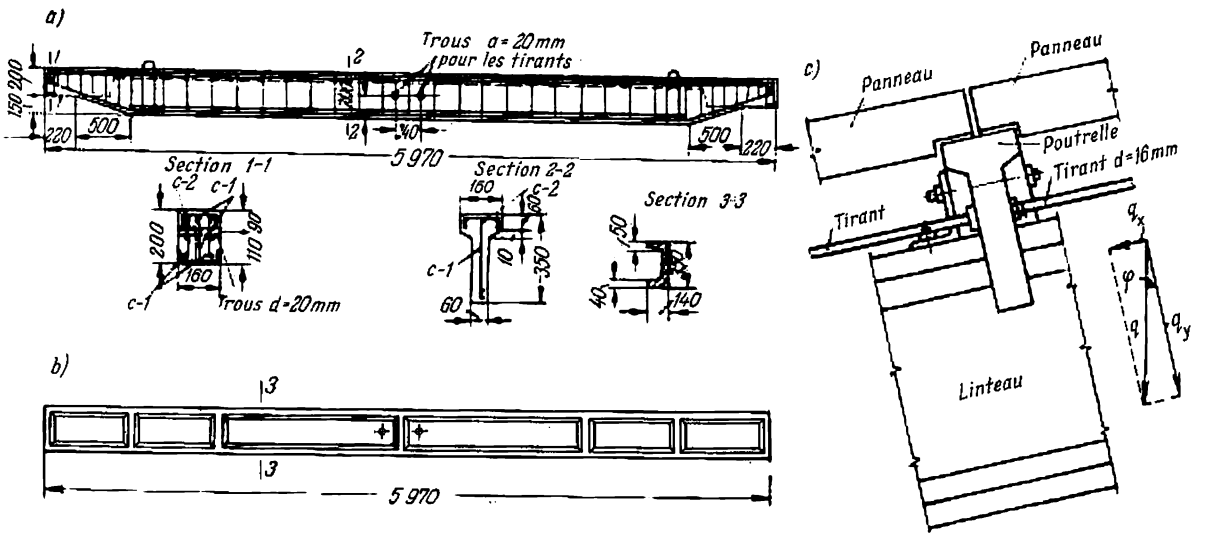


Fig. 18.29. Poutrelles de couvertures en béton armé

poutrelles, découlant des calculs à l'action de la composante de pente, elles sont liées, au milieu de leur portée, à l'aide des tirants d'acier ; un trou spécial est prévu pour cela dans la nervure des poutrelles ; sur le faîtage, les composantes de pente des efforts dans les tirants s'équilibrent mutuellement.

Si les cadres transversaux sont posés à 12 m l'un de l'autre, la charpente d'une couverture à poutrelles comprend, en règle générale, la ferme (ou la poutre), sur laquelle reposent les chevrons, et les linteaux intermédiaires ; c'est pourquoi la portée des poutrelles reste égale à 6 m et la composition de la couverture décrite ci-dessus reste la même.

18.3.3. Lanterneaux

La charpente principale d'un lanterneau est composée des fermes transversales de lanterneaux, des cadres ou des montants, installés sur les linteaux des cadres transversaux du bâtiment. Ils

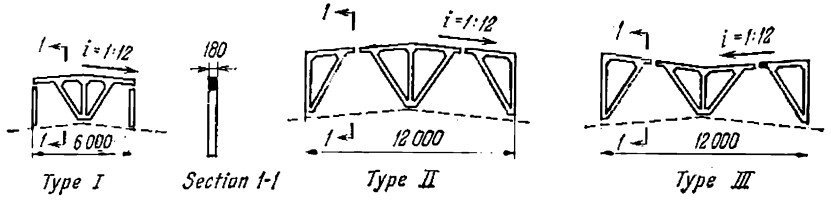


Fig. 18.30. Schémas constructifs des cadres de lanterneaux

portent les éléments de couverture, à savoir : les grands panneaux sans poutrelles ou les petites dalles posées sur les poutrelles. Les dalles de bordure sont placées dans le plan des montants extrêmes du lanterneau. La largeur du lanterneau et la hauteur des châssis de fenêtre sont établies en fonction de l'éclairage exigé. En principe, l'éclairage nécessaire est assuré, lorsque la largeur du lanterneau est de 0,3 à 0,4l. En vue d'unifier les éléments constructifs on emploie les lanterneaux de 6 m de largeur pour les portées atteignant 18 m et de 12 m de largeur pour les portées atteignant 24 m et plus (fig. 18.30).

Les cadres de lanterneaux en béton armé d'une largeur de 6 m se composent de trois éléments : d'un élément à treillis et de deux montants dans le plan du vitrage. Lorsque la largeur est de 12 m, les cadres comprennent trois éléments en treillis assemblés lors de la mise en place.

La couverture des lanterneaux est du même type (avec ou sans poutrelles) que celle du reste de la toiture.

L'assemblage des éléments porteurs du lanterneau avec le linteau du cadre transversal se fait à l'aide des boulons de montage en soudant ensuite les pièces d'attache en acier.

18.3.4. Entretoises

Les éléments constructifs d'un bâtiment à ossature sans étages comportent des entretoises verticales et horizontales destinées à: 1) assurer la rigidité générale de la couverture; 2) rendre stables les membrures comprimées des linteaux des cadres transversaux; 3) reprendre les surcharges du vent sollicitant les faces des bâtiments; 4) reprendre les efforts de freinage des ponts roulants. Le

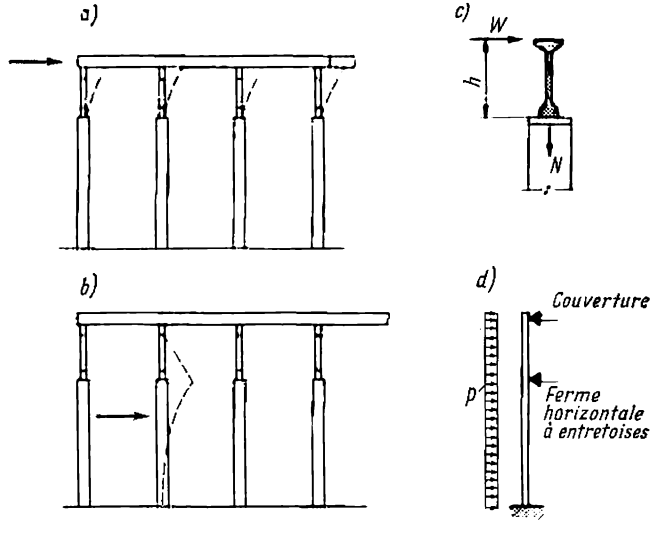


Fig. 18.31.

système d'entretoises travaille en commun avec les éléments principaux de l'ossature et augmente la rigidité spatiale du bâtiment.

Entretoises verticales. Lorsqu'un bâtiment est soumis à l'action des surcharges horizontales longitudinales (vent sur la face du bâtiment, freinage des ponts roulants, etc.), les efforts dans le sens longitudinal sont supportés, comme il fut indiqué plus haut, par un cadre spatial longitudinal, dont la couverture toute entière représente le linteau. La jonction des dalles de couverture avec les poteaux est effectuée par l'intermédiaire des poutres ou des fermes qui, souvent, ne sont pas suffisamment rigides dans leur plan. C'est pourquoi en l'absence d'entretoises la force horizontale, appli-

quée à la couverture, peut engendrer des déformations notables des linteaux dans leur plan (fig. 18.31,*a*), alors que la force horizontale, appliquée à l'un des poteaux, peut provoquer une déformation sensible de ce poteau sans que la charge soit transmise à d'autres poteaux et ceux-ci puissent participer au travail commun (fig. 18.31,*b*).

L'installation d'un système d'entretoises verticales de la couverture suivant la file des poteaux permet d'obtenir une couverture rigide, géométriquement invariable dans le sens longitudinal (fig. 18.32). Dans les travées extrêmes d'un bloc délimité par les joints de dilatation ou par la face du bâtiment, on pose des diaphragmes longitudinaux rigides, fixés aux membrures de la poutre ou de la ferme de couverture et aux champignons des poteaux. Dans les travées centrales du bloc, au niveau supérieur des poteaux, on pose des entretoises longitudinales en béton armé. Lorsque le linteau a une hauteur considérable sur l'appui (par exemple une ferme polygonale), le diaphragme est exécuté soit sous forme d'une ferme en béton armé sans contre-fiches, soit sous forme d'un croisillon fait en cornières. Si la hauteur du linteau sur l'appui est petite et s'il y a une nervure capable de supporter la force horizontale, on peut se passer d'entretoises longitudinales. Dans ce cas, les plaques d'appui en acier des linteaux doivent être soudées à la plaque d'attache du poteau de façon à pouvoir supporter le moment $M = Wh$ et la pression d'appui de la poutre N (fig. 18.31,*c*).

La rigidité des poteaux d'un bâtiment à ossature dans le sens longitudinal croît lorsqu'on pose des entretoises verticales entre les poteaux de chaque file longitudinale, au milieu du bloc délimité par les joints de dilatation (fig. 18.32,*a*). Ces entretoises sont exécutées sous forme de croisillons en cornières laminées ; les goussets des entretoises sont soudés aux pièces d'attache des poteaux.

Entretoises horizontales au niveau de la membrure inférieure des linteaux des cadres transversaux. La surcharge du vent sollicitant une face des bâtiments provoque une flexion du mur de face. Afin de diminuer la portée calculée du mur de face, la couverture est utilisée en qualité d'appui horizontal. Dans les bâtiments de grande hauteur et ayant des travées importantes, il est rationnel d'aménager au niveau de la membrure inférieure du linteau l'appui horizontal sous forme d'une ferme horizontale à entretoises pour le mur de face (fig. 18.31,*d*). Cet appui peut également être réalisé sous forme d'une ferme horizontale située au niveau du haut des poutres de roulement.

Les entretoises horizontales au niveau de la membrure inférieure sont exécutées en cornières d'acier et forment ensemble avec les deux linteaux extrêmes de la couverture une ferme à entretoises (fig. 18.32,*b*). Les pressions d'appui de la ferme horizontale à entretoises sont transmises, par l'intermédiaire des entretoises verticales,

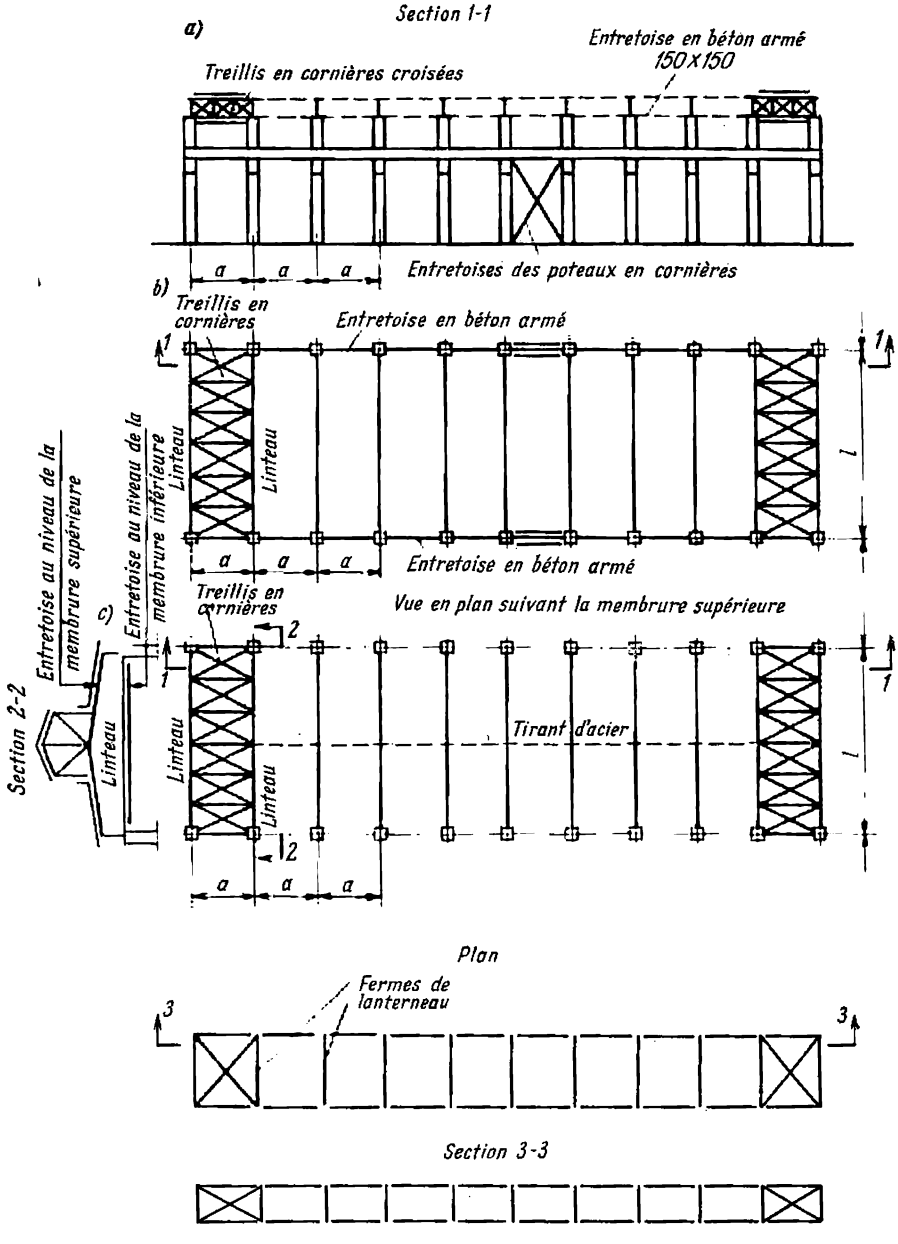


Fig. 18.32. Schémas des entretoises de couverture

a — entretoises verticales; *b* — entretoises horizontales au niveau de la membrure inférieure; *c* — entretoises horizontales au niveau de la membrure supérieure; *d* — entretoises du lanterneau

à tous les poteaux du bloc délimité par les joints de dilatation et, plus loin, aux fondations et au sol.

Entretoises horizontales au niveau de la membrure supérieure des linteaux des cadres transversaux. Dans les couvertures sans poutrelles, la stabilité de la membrure comprimée du linteau du cadre transversal dans son plan est assurée par de grands panneaux de couverture soudés aux linteaux. En présence des lanterneaux la membrure comprimée du linteau a une longueur libre égale à la largeur du lanterneau. Lorsque la largeur de la membrure comprimée est insuffisante, il y aura une perte de stabilité de la membrure dans son plan.

Pour assurer la stabilité de la membrure comprimée des linteaux on emploie des entretoises horizontales dans les travées extrêmes du bloc délimité par les joints de dilatation. Les entretoises sont également exécutées en cornières et reliées le long du faîte avec des tirants en acier ou avec des entretoises en béton armé (fig. 18.32,*c*). Les croisillons des entretoises, avec les membrures supérieures de deux linteaux extrêmes, forment la ferme horizontale résistant à la perte de stabilité des membrures comprimées des autres linteaux; dans ce cas les tirants travaillent à la traction et les entretoises, à la compression.

Si le lanterneau n'arrive pas au bord du bloc délimité par les joints de dilatation, on n'emploie pas d'entretoises dans la membrure supérieure des linteaux de la travée extrême, puisque les panneaux de couverture en béton armé au-delà du lanterneau forment eux-mêmes un diaphragme rigide. Dans ce cas les tirants (ou les entretoises) sont fixés aux éléments de couverture de la travée extrême.

Dans une couverture à poutrelles composée de dalles de petites dimensions la rigidité de la couverture dans le plan horizontal est plus petite que celle d'une couverture sans poutrelles; c'est pourquoi, en vue d'en augmenter la rigidité on pose obligatoirement aux extrémités du bloc des entretoises horizontales formées de croisillons et disposées au-dessous des poutrelles.

Entretoises des lanterneaux. Les cadres de lanterneaux (fermes) sont réunis en un bloc spatial rigide à l'aide d'un système d'entretoises en acier: verticales dans le plan du vitrage et horizontales dans le plan de la couverture du lanterneau (fig. 18.32,*d*).

18.3.5. Utilisation des couvertures spatiales pour des bâtiments à ossature sans étages

Les couvertures spatiales à parois minces sous forme d'enveloppes préfabriquées en béton armé nécessitent moins de matériaux que les couvertures planes. L'économie sur le béton peut atteindre 40 %, l'économie sur l'acier, à peu près le même pourcentage.

Les couvertures spatiales à parois minces sont employées plus efficacement pour les bâtiments à ossature sans étages avec un réseau de poteaux très espacé ; dans les bâtiments de ce genre, outre l'économie sur le béton armé, on obtient une manœuvrabilité technologique de la production et la possibilité d'organiser des ateliers s'adaptant aux différents besoins de la production.

Les premières enveloppes préfabriquées en béton armé à double courbure, ayant les dimensions en plan de 18 × 18 et ensuite de 40 × 40 m, ont été construites à Léningrad pour la couverture des bâtiments d'un combinat de maisons préfabriquées, d'un garage d'automobiles, etc.

La création d'usines de fabrication d'éléments préfabriqués des couvertures et d'entreprises spécialisées pour leur montage doit favoriser l'emploi à une vaste échelle de constructions économiques telles que les couvertures à parois minces.

Parmi les solutions constructives possibles des couvertures spatiales à parois minces pour les bâtiments à ossature sans étages avec un grand réseau de poteaux de 18 × 18, 24 × 24, 30 × 30 et de 36 × 36 m notons, en premier lieu, la solution la plus économique et industrielle d'une enveloppe préfabriquée en béton armé à double courbure, élaborée par le Bureau d'Etudes à Léningrad.

L'enveloppe a l'aspect d'un polyèdre inscrit dans une surface de translation sur un plan carré. Elle est assemblée de dalles carrées types de 2,9 × 2,9 m (fig. 18.33,*a*).

La forme d'un losange est contribuée à l'enveloppe en modifiant en conséquence les dimensions des joints de bétonnage.

La fig. 18.33,*b* représente les dalles (plaques) minces nervurées en béton armé, de 25 à 30 mm d'épaisseur, avec des nervures de 180 mm de hauteur suivant les diagonales et avec de petites nervures de 80 mm de hauteur suivant le contour. Les dalles sont confectionnées en béton des qualités 300 et 400.

Les dalles sont liées entre elles par soudure des armatures en attente des nervures, par jonction des boucles des treillis d'armature et bétonnage des joints.

Les enveloppes de couverture, destinées aux bâtiments à plusieurs travées, sont continues (fig. 18.34,*a*).

Les arcs formés par des épaississements des dalles de bord avec entraits précontraints servent d'éléments constructifs de contour de l'enveloppe.

On fait passer les faisceaux d'armature continue des entraits des arcs de contour dans les canaux ouverts, suivant la longueur de toutes les travées d'un bloc délimité par les joints de dilatation ; après leur tension sur le béton, on les ancre. L'avantage de telles couvertures consiste en ce qu'elles travaillent principalement à la compression. Dans les zones d'angle des enveloppes, les efforts

principaux de traction sont repris par l'armature des nervures diagonales des dalles.

L'assemblage des enveloppes se fait sur des échafaudages métalliques spéciaux en treillis (fig. 18.34,*b*). Lorsqu'on construit des

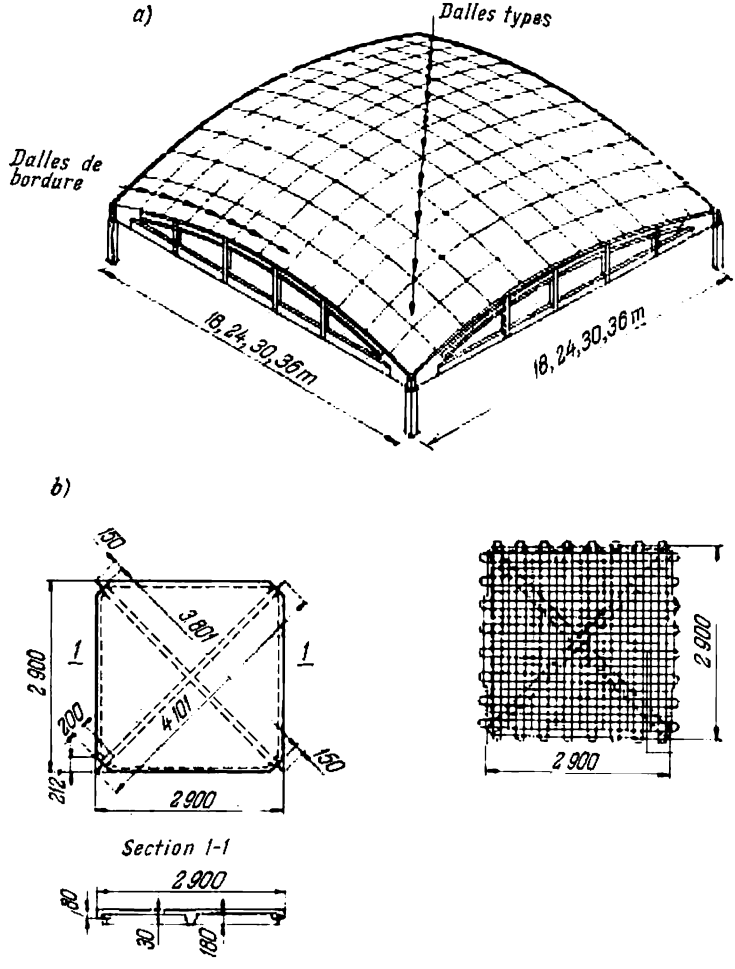


Fig. 18.33. Couverture préfabriquée à double courbure assemblée de dalles carrées

a — vue générale ; *b* — dalle nervurée

enveloppes à plusieurs travées, après avoir terminé l'assemblage d'une travée, on fait descendre l'échafaudage (sur des montants télescopiques ou des vérins) au-dessous de l'entrait, on le déplace suivant

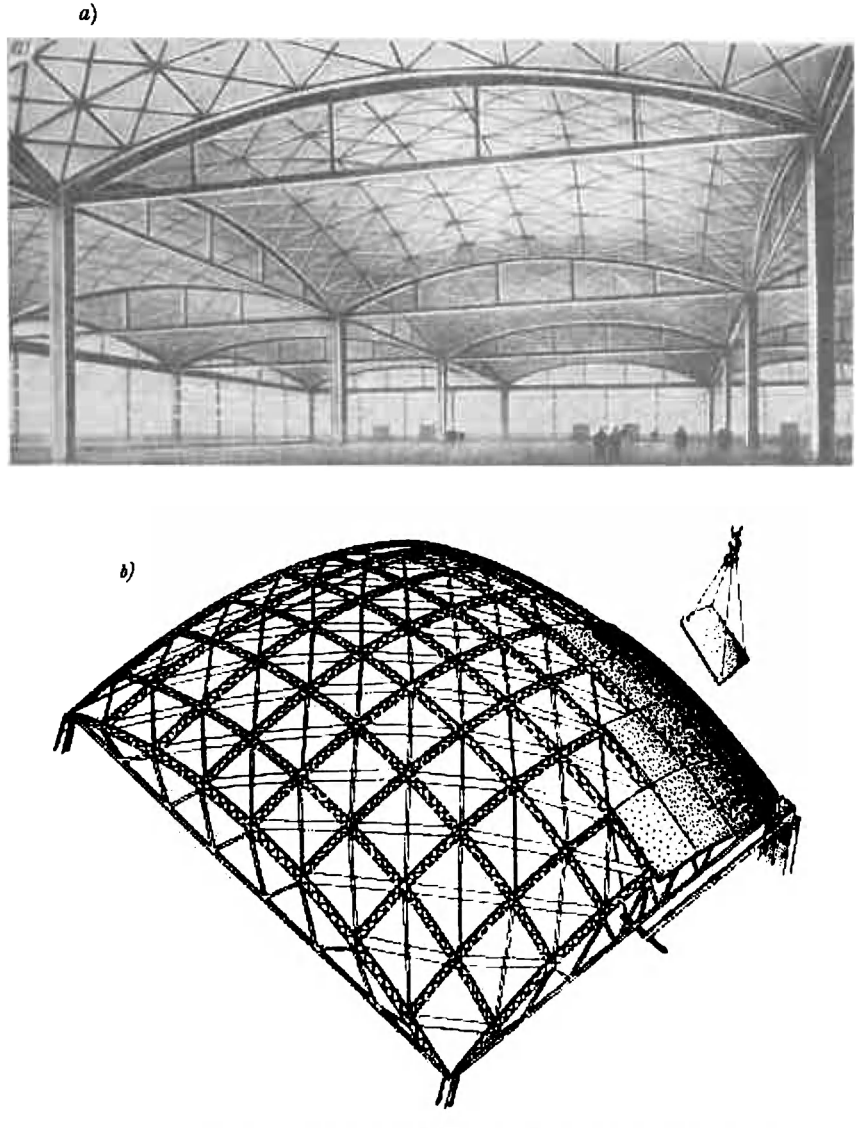


Fig. 18.34. Couvertures assemblées d'enveloppes à double courbure de plusieurs travées

a — vue générale ; *b* — échafaudage pour la mise en place des enveloppes

l'horizontale et, ensuite, on le fait monter de nouveau à la cote établie par le projet pour procéder à l'assemblage de la travée suivante.

Le tableau 18.4 donne la dépense de matériaux par m² de projection horizontale.

Tableau 18.4

Dépense de matériaux par m² de projection horizontale d'une enveloppe à double courbure

Réseau des poteaux, m	Dépense de béton, cm	Dépense d'acier, kg
18×18	7,3	9,24
24×24	7,0	9,18
30×30	7,7	9,9
36×36	7,8	10,16

Les enveloppes longues préfabriquées en béton armé (cylindriques) pour des réseaux unifiés de poteaux de 12 × 18, 12 × 24 et 12 × 30 m (élaborées par l'Institut Promstroïproekt à Léningrad) pour des couvertures sans lanterneaux peuvent être montées avec des éléments types identiques sous forme d'une dalle à nervures arquée (fig. 18.35). Chaque élément type comprend un élément de bordure et possède des canaux pour recevoir les faisceaux de l'armature précontrainte.

L'élément type comprend, outre l'élément de bordure inférieur, la moitié de la membrure supérieure du diaphragme.

La mise en place de l'enveloppe à la cote prévue par le projet se fait sur l'échafaudage. Après le bétonnage des joints entre les éléments préfabriqués et l'acquisition par le béton de la résistance nécessaire, on procède à la tension des faisceaux d'armature sur le béton et à l'injection de la pâte de ciment dans les canaux. La précontrainte des faisceaux d'entraits s'effectue de la même manière.

La dépense de matériaux par m² de projection horizontale d'une enveloppe pour un réseau de poteaux de 12 × 18 m est: 10 cm de béton, 10 kg d'armature.

La difficulté que présente la tension des faisceaux d'armature lors de la mise en place est le défaut de cette solution constructive.

Les enveloppes longues peuvent être divisées en éléments préfabriqués suivant un autre mode de division dans lequel la précontrainte peut être réalisée non pas au chantier, mais (ce qui est plus convenable) en usine. Les éléments principaux de telles enveloppes, lorsque le réseau des poteaux est de 12 × 24 m (fig. 18.36), sont des poutres précontraintes de 24 m de portée (éléments de

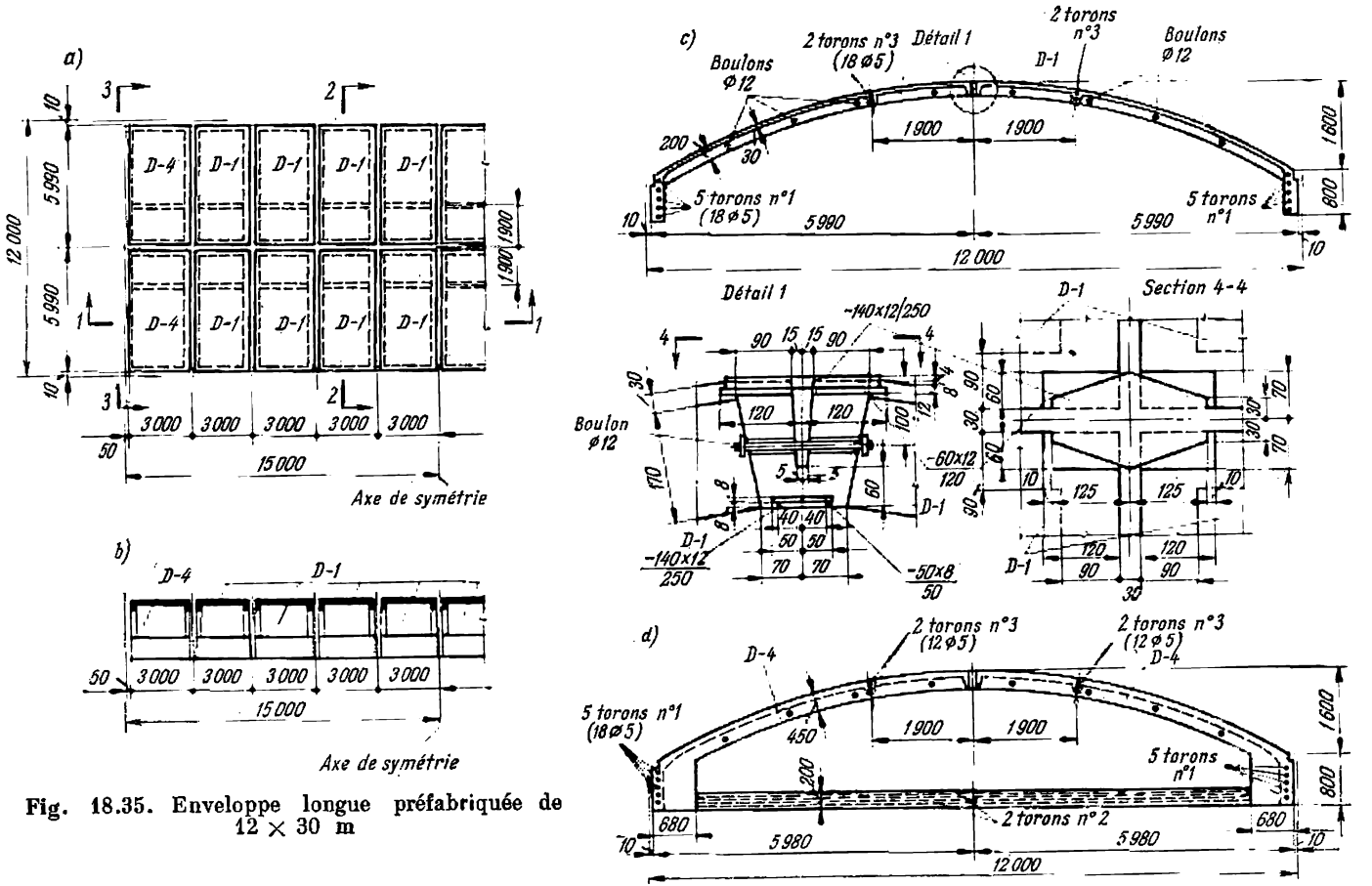


Fig. 18.35. Enveloppe longue préfabriquée de 12 × 30 m

bordure) et des dalles nervurées arquées de 3 × 12 m. La jonction de la membrure supérieure de la poutre avec les dalles est réalisée

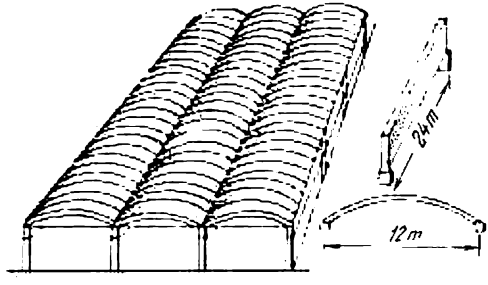


Fig. 18.36. Enveloppe préfabriquée de 12 × 24 m

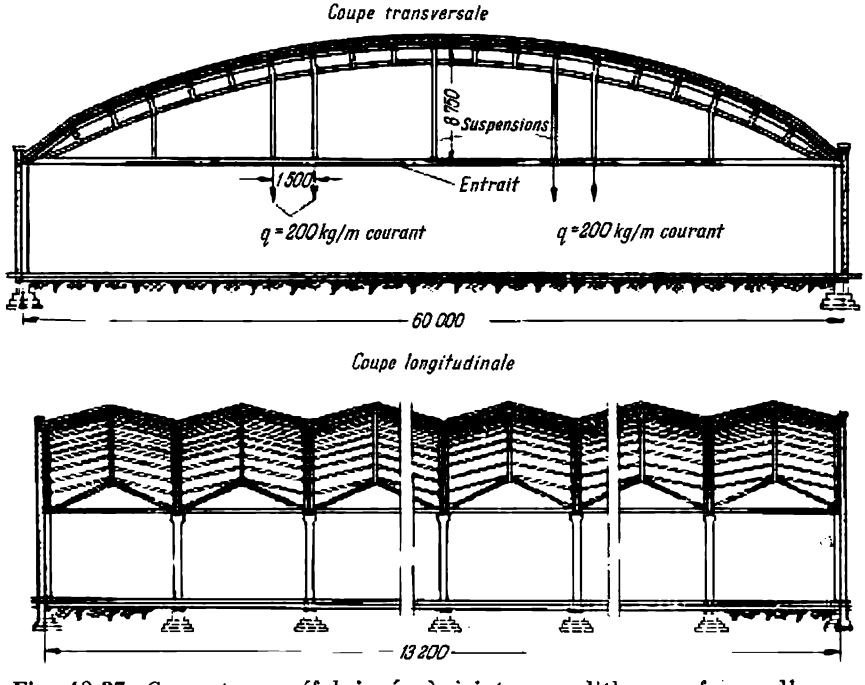


Fig. 18.37. Couverture préfabriquée à joints monolithes en forme d'un arc ondulé

par bétonnage des joints où aboutissent les barres en attente des éléments à joindre. La construction d'un diaphragme à entrait peut être analogue à celle d'une enveloppe longue que nous venons de décrire.

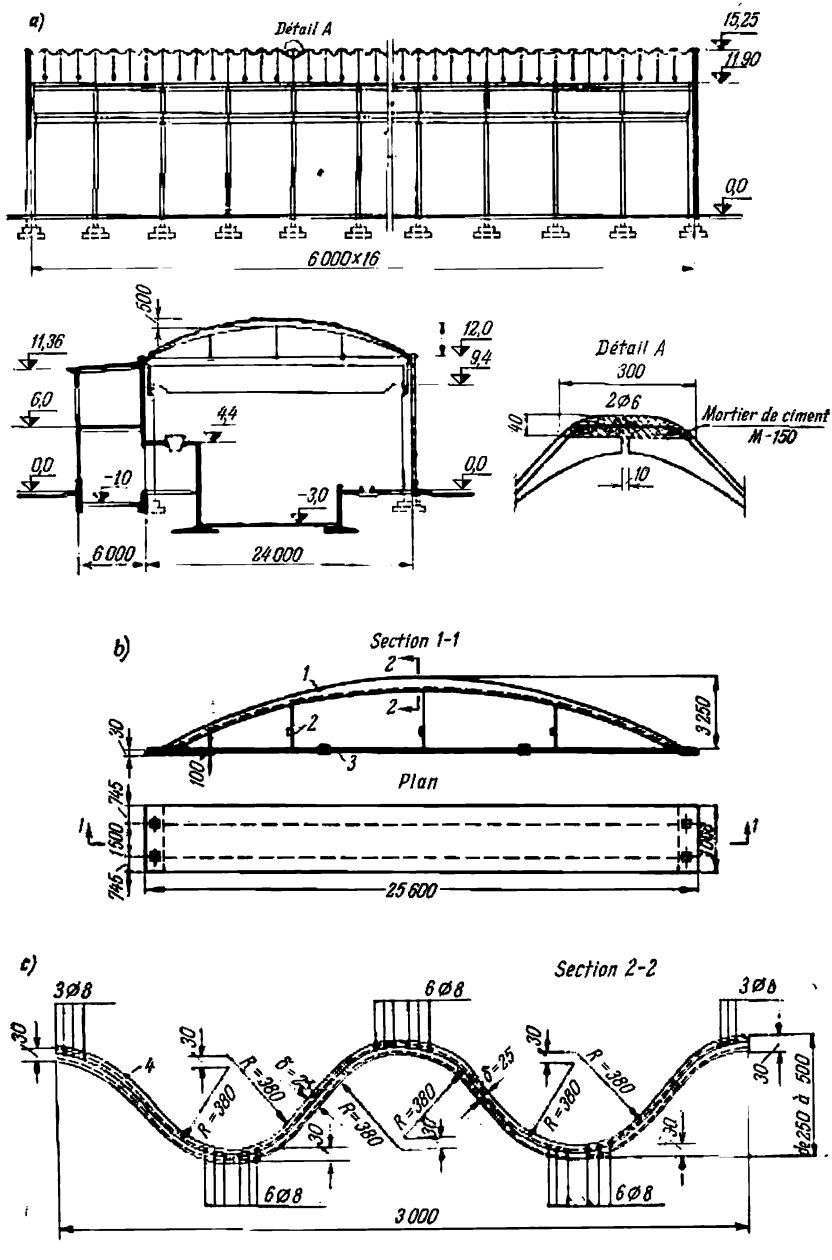


Fig. 18.38. Construction d'une couverture en ciment armé

La dépense de matériaux par m² de projection horizontale est: 7,55 cm de béton et 12 kg d'acier.

Les éléments de bordure d'une enveloppe, outre le calcul en ce qui concerne les charges de service, doivent être aussi vérifiés à la flexion provoquée par des efforts de montage avant la solidarisation comme des poutres simples à une travée.

Une couverture sans lanterneaux d'un bâtiment industriel ayant la forme d'une enveloppe ondulée semi-fabriquée à joints monolithes, de 60 m de portée, est représentée fig. 18.37. Dans le sens de la portée $l_1 = 60$ m l'enveloppe représente un arc à entrait. La longueur d'une onde est de 12 m. Chaque élément d'arc est assemblé de dalles nervurées précontraintes de 3 × 6 m. Dans les intervalles entre les dalles voisines on place des carcasses d'armatures et on y coule du béton. La dépense de matériaux par m² de projection horizontale est: 8 cm de béton et 9 kg d'armature.

Dans la construction, on utilise différents types de couvertures ondulées.

Une couverture à parois minces d'un bâtiment industriel non chauffé, sous forme d'une voûte ondulée en ciment armé, de 24 m de portée, est représentée fig. 18.38,*a*. Les éléments préfabriqués de 25,6 m de longueur, de 3 m de largeur et avec une flèche de 3 m ont une épaisseur de 25 à 30 mm; ils sont armés de deux treillis d'acier tissés en fil de 1 mm de diamètre et d'une carcasse en fils d'acier tréfilés de 3 mm de diamètre (fig. 18.38,*b*,*c*).

Les éléments de la voûte arquée à entrait sont placés sur une poutre longitudinale en béton armé (posée sur les poteaux) l'un près de l'autre et solidarisés par bétonnage des joints.

L'entrait est en acier laminé à chaud de la classe A-II. L'effort de l'entrait est transmis au béton par l'intermédiaire de garnitures, faites de bouts de fer en *U*.

La dépense de matériaux par m² de projection horizontale est: 4,4 cm de béton et 10,3 kg d'acier.

18.4. POUTRES DE ROULEMENT

Les poutres de roulement en béton armé sont des éléments très importants de la construction d'un bâtiment à ossature; l'établissement de leur projet et la mise en œuvre doivent être réalisés très soigneusement.

En général, les poutres de roulement sont précontraintes. Elles peuvent être utilisées pour les ponts roulants de 100 t de capacité portante, travaillant aux régimes moyen ou léger. La portée d'une poutre de roulement dépend de l'espacement des cadres transversaux et peut être égale à 6 ou 12 m.

La section transversale la plus convenable d'une poutre de roulement est la section en T (fig. 18.39,*a*). La table développée de la section en T augmente la rigidité de la poutre dans le plan horizontal (fig. 18.39,*b*) et diminue les déformations provoquées par les efforts de freinage transversaux ; en même temps elle assure de meilleures conditions de montage et d'exploitation des voies de roulement et du pont roulant.

En tenant compte des conditions de fabrication et de montage, les poutres de roulement préfabriquées sont assemblées des poutres isolées jointes sur les poteaux.

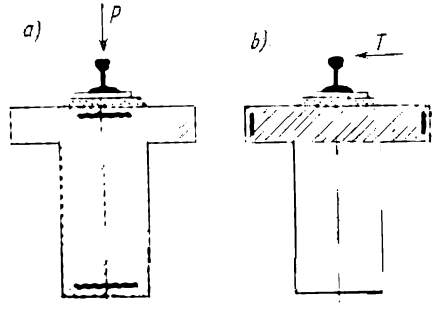


Fig. 18.39

Les poutres de roulement sont calculées pour pouvoir résister aux charges de deux ponts roulants de puissance égale situés l'un près de l'autre, ainsi qu'à la charge de leur poids propre et du poids des voies de roulement. On dispose les charges concentrées des ponts roulants P_{max} suivant la portée de la poutre de roulement en tenant compte du rapprochement possible de deux ponts roulants (fig. 18.40,*a*).

Lors du mouvement des ponts roulants, les poutres subissent des actions dynamiques déterminées par des variations brusques de la charge et des chocs engendrés par les rugosités des voies de roulement, surtout aux joints des rails. C'est pourquoi lorsqu'on procède au calcul des poutres de roulement, on fait intervenir un coefficient dynamique à la valeur de la charge verticale et horizontale du pont roulant.

La charge verticale calculée due aux ponts roulants est déterminée en tenant compte du coefficient de surcharge $n = 1{,}3$ et du coefficient dynamique $k_d = 1{,}2$:

$$P_{max} = k_d n P_{max}^{norm}. \qquad (18.33)$$

La charge horizontale calculée sur la poutre de roulement, lors du freinage transversal d'un pont roulant à quatre roues,

vaut :

$$T_{tr} = \frac{1}{2} k_d n T_{tr}^{norm}, \qquad (18.34)$$

où la valeur T_{tr}^{norm} est déterminée d'après les formules (18.3) et (18.4).

La force horizontale T_{tr} est appliquée au niveau du champignon du rail, mais, pour simplifier le calcul, on néglige l'effet insignifiant

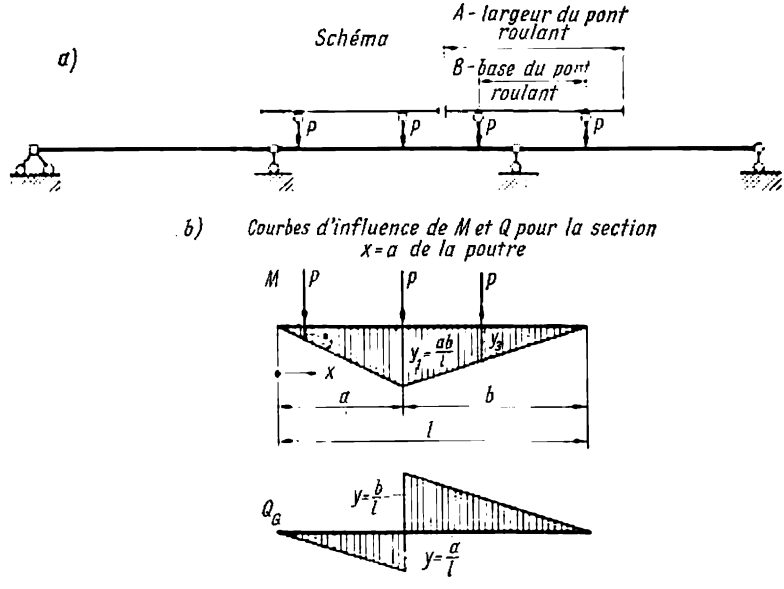


Fig. 18.40

de l'excentricité et on la considère appliquée au milieu de la hauteur de l'âme de la poutre en T.

La charge d'un pont roulant est mobile, elle peut occuper n'importe quelle position suivant la longueur de la poutre de roulement ; c'est pourquoi les forces concentrées P_{max} doivent être disposées de manière que l'on puisse obtenir les efforts maximaux M et Q dans un nombre de sections suivant la longueur. Dans une section sollicitée par une charge roulante on détermine les efforts maximaux d'après les épures d'influence, en appliquant l'une des forces au sommet de l'épure. Pour déterminer les efforts on fait la somme des produits des forces par les ordonnées correspondantes des épures d'influence (fig. 18.40,*b*).

On détermine les efforts dans les sections le long de la poutre tous les 0,1 à 0,2 l et on trace des épures enveloppantes M et Q

Les ordonnées d'une enveloppe peuvent également être calculées d'après les formules:

$$M = \alpha P l, \tag{18.35}$$

$$Q = \gamma P, \tag{18.36}$$

α et γ étant les coefficients pris au tableau.

Afin d'obtenir une rigidité suffisante, et cela pour un ferraillage économique, la hauteur h de la section de la poutre de roulement est choisie en général dans les limites de $^1/_6$ à $^1/_{10}\,l$, l'épaisseur de la table supérieure $h_t = {}^1/_7$ à $^1/_8\,h$ et la largeur de la table $b_t = {}^1/_{10}$ à $^1/_{20}\,l$. La hauteur de la section d'une poutre de roulement type est de 600 à 1 400 mm avec échelonnement de 200 mm.

Le choix des sections d'une poutre de roulement pouvant résister à l'action de charges verticales s'effectue comme pour des sections en T et à l'action des charges horizontales comme pour des sections rectangulaires (de la table seulement).

La déformation des poutres de roulement est vérifiée en calculant leur résistance aux charges normalisées sans tenir compte du coefficient dynamique. La flèche de la poutre ne doit pas dépasser $^1/_{600}\,l$. La valeur de la flèche au milieu de la portée peut être calculée à l'aide de la formule approximative:

$$f = \frac{Ml^2}{10B}, \tag{18.37}$$

M étant le moment maximal suivant l'épure enveloppante des moments dus aux charges normalisées sans tenir compte du coefficient dynamique;

B, la rigidité de la section de la poutre que l'on détermine, pour un ferraillage ordinaire, d'après les formules du chapitre 7, et, pour les poutres précontraintes, d'après les formules du chapitre 11.

Outre le calcul de la résistance et des déformations on doit aussi vérifier les poutres de roulement à la fissuration.

Etant donné que les poutres de roulement sont soumises aux charges répétées, il faut aussi vérifier si leur résistance à la fatigue satisfait aux exigences impliquées. Le calcul comprend la détermination des contraintes dans le béton et dans l'armature et leur comparaison avec la résistance calculée à la fatigue.

La fig. 18.41,*a* montre une poutre de roulement de 6 m de portée à ferraillage ordinaire.

Les extrémités de la poutre sont munies de pièces d'attache pour l'assemblage avec les poteaux. La poutre possède encore des trous de 25 mm de diamètre dans la nervure pour la fixation des trolleys du pont roulant, ainsi que des trous dans la table où l'on place des tubes en acier pour la fixation des rails.

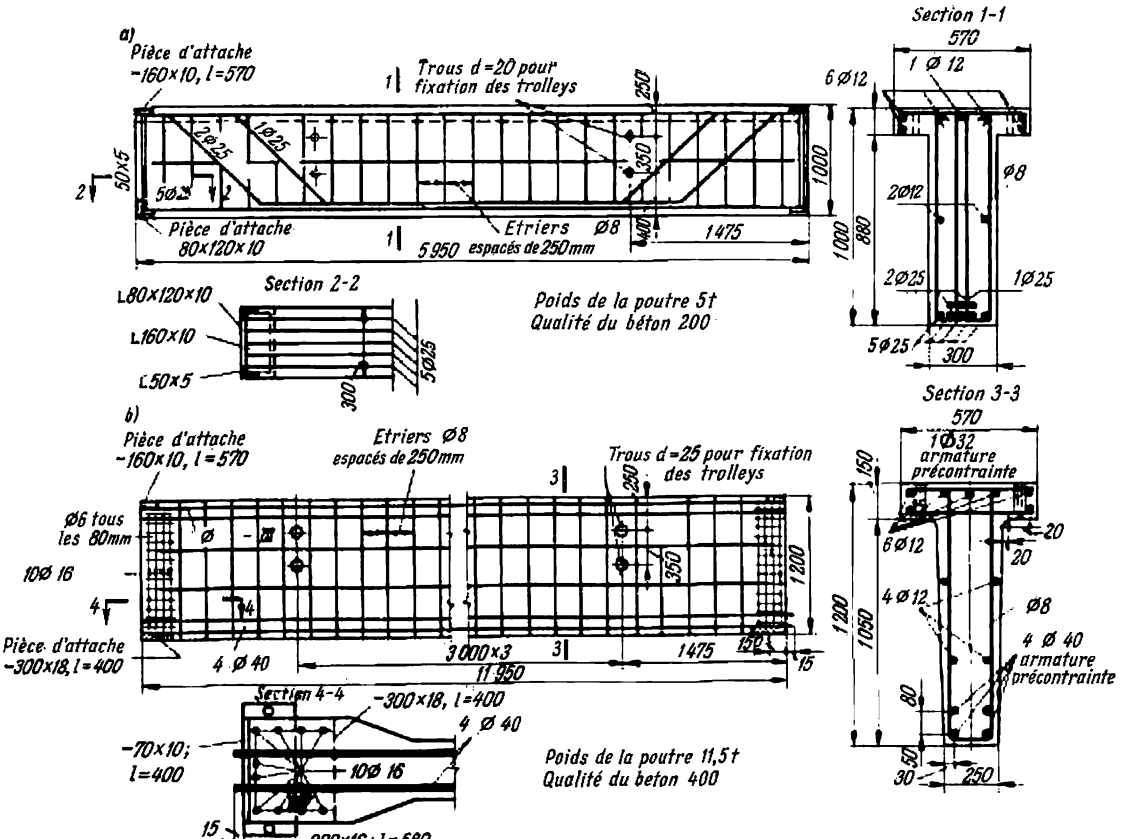


Fig. 18.41. Ferraillage des poutres de roulement avec des barres

La fig. 18.41,*b* montre une poutre de roulement précontrainte de 12 m de portée, fabriquée sur bancs, à armature précontrainte en barres d'acier de la classe A-III. Aux appuis, les pièces d'ancrage sont soudées aux barres de l'armature.

Les poutres de roulement précontraintes, armées de fils d'acier de haute résistance tendus sur butées, fabriquées sur bancs (fig. 18.42) sont les plus économiques en ce qui concerne la dépense d'acier.

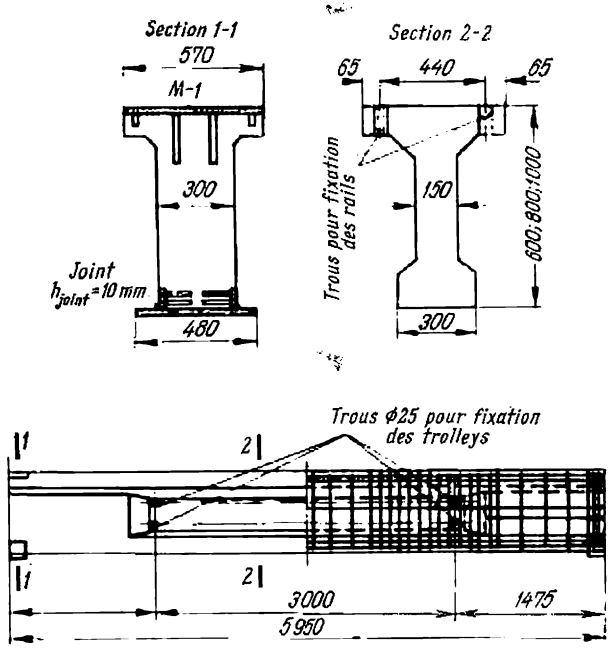


Fig. 18.42. Poutre de roulement confectionnée sur banc et armée de fils d'acier de haute résistance

Les sections d'appui des poutres de roulement doivent être renforcées par des nervures qui sont des élargissements des extrémités sur une longueur de 300 à 500 mm de la travée, en employant une armature de renfort sous forme d'étriers et de treillis soudés. Pour éviter la formation des fissures aux extrémités des poutres de roulement lors de la précontrainte et améliorer l'ancrage de l'armature tendue, les extrémités de poutres sont précontraintes dans le sens transversal (vertical). On emploie pour les poutres de roulement types les boulons en acier 40X (ГОСТ 4543-57), limite d'écoulement 7 500 kg/cm^2 (fig. 18.43).

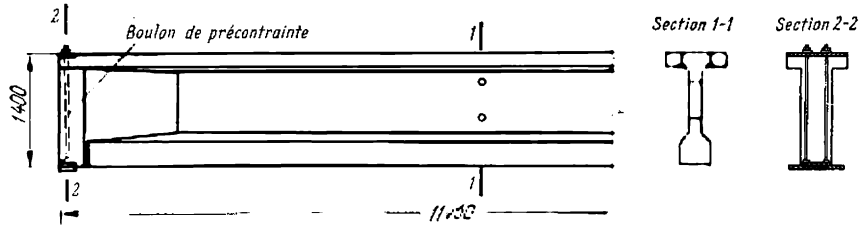


Fig. 18.43. Construction de l'appui des poutres de roulement

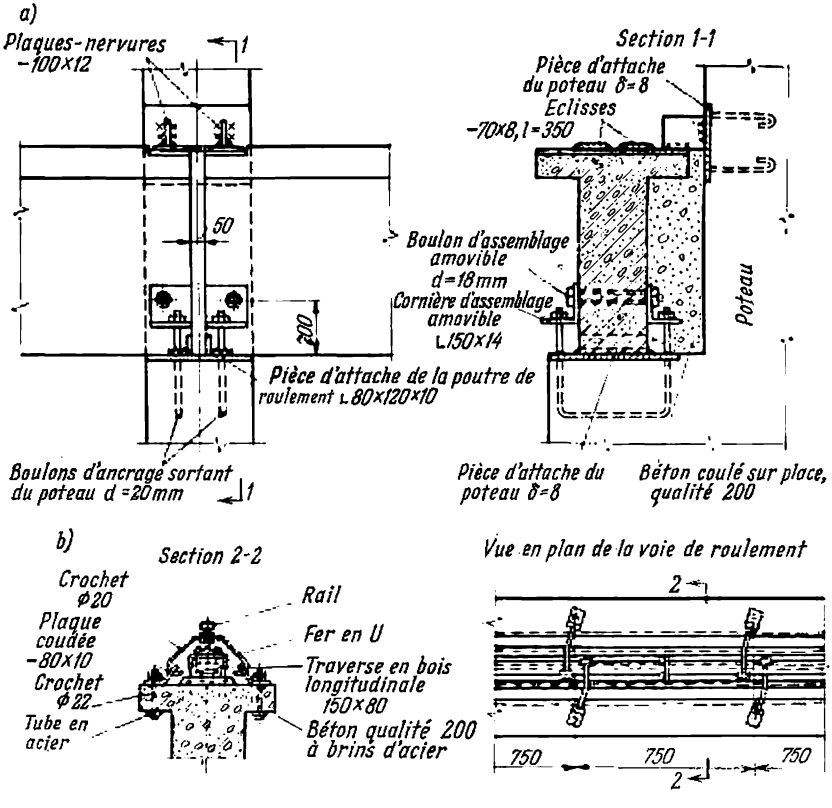


Fig. 18.44. Détails des poutres de roulement

Les joints d'about des poutres de roulement et leur jonction aux poteaux (fig. 18.44,*a*) sont réalisés par soudure des pièces d'attache en acier. Pendant la mise en place, après que les plaques d'appuis des poutres de roulement soient amenées par leurs trous sur les boulons de fixation sortant des consoles des poteaux et la position correcte des poutres soit vérifiée, les plaques d'appui sont soudées aux tôles d'acier des consples. Les jeux entre les extrémités des poutres ainsi que les cavités restant entre les surfaces latérales des poutres et le poteau sont bétonnés. Pour assurer la transmission des efforts de freinage horizontaux, dans les joints sont placées des éclisses à nervures que l'on soude aux plaques d'attache supérieures des poutres et à la plaque d'attache spéciale du poteau.

Pour amortir les coups et les chocs supportés par la poutre de roulement pendant le déplacement du pont roulant et diminuer l'usure des voies de roulement, on pose entre la poutre et le rail une garniture élastique en toile caoutchoutée de 8 à 10 mm d'épaisseur. Après le ripage de la voie le rail est boulonné sur la poutre à l'aide de pièces spéciales.

Une autre solution connue est l'emploi d'une traverse en bois, renforcée par le haut avec un fer en U; dans ce cas (fig. 18.44,*b*) le rail est fixé sur la poutre de roulement à l'aide de crochets d'acier et de plaques coudées.

18.5. INDICES TECHNIQUES ET ÉCONOMIQUES DES BÂTIMENTS INDUSTRIELS SANS ÉTAGES

Les constructions préfabriquées en béton armé d'un bâtiment à ossature sans étages sont très avantageuses au point de vue de leurs indices techniques et économiques en comparaison avec les constructions métalliques. Les données comparatives du tableau 18.5 en sont la preuve.

Pour les différents types de couverture la dépense d'acier des constructions en béton armé préfabriquées est 2,5 fois inférieure à celle des fermes en acier à grands panneaux et 4 fois inférieure à celle des fermes en acier à dalles en béton armé posées sur les poutrelles. Le prix de revient d'une construction en béton armé, fabriquée en usine, y compris les frais de transport et de montage, est inférieur à celui d'une construction coulée sur place.

Le tableau 18.6 contient les données comparatives des dépenses de béton et d'acier pour la confection des structures portantes des bâtiments industriels sans étages à différents réseaux de poteaux avec emploi des grands panneaux en béton armé précontraints,

Tableau 18.5

Dépenses comparatives d'acier et de ciment par m² d'un bâtiment industriel pour différents types de couvertures, un réseau de poteaux 6 × 24 m et une charge de 290 kg par m² de couverture

Type de couverture	Dépense de matériaux			
	acier		ciment	
	kg	%	kg	%
Fermes en acier et dalles en béton armé posées sur poutrelles en acier	40	400	12	33,2
Fermes en acier et grands panneaux en béton armé	25	250	20,16	55,6
Poutres en béton armé précontraintes et grands panneaux en béton armé	10	100	36,16	100
Fermes en béton armé précontraintes et grands panneaux en béton armé précontraints	10,6	106	31,16	86

Remarques. 1. La dépense d'acier indiquée n'est calculée sans tenir compte des déchets.
2. La dépense d'acier comprend les entretoises qui exigent : 3 kg/m² pour les fermes métalliques et 0,5 kg/m² pour les fermes en béton armé.

Tableau 18.6

Dépenses comparatives de béton et d'acier pour des structures portantes des bâtiments industriels sans étages par m² de plancher

Portée, m	Dépense de matériaux par m² de plancher, pour pas des poteaux, m			
	6		12	
	béton, cm	acier, kg	béton, cm	acier, kg
12	14,1	19,8	17,1	22,15
15	13,4	17,8	15,8	20,3
18	12,9	18	14,9	20
24	12,6	16,9	14,5	19,4

des poutres continues (de 24 m de portée), des poutres de roulement des ponts roulants jusqu'à 10 t de capacité portante, des sablières de 12 m de portée, des poteaux en double *T*.

Nous voyons d'après le tableau 18.6 que les dépenses de matériaux par m² diminuent au fur et à mesure qu'augmentent les portées.

Pour cette raison il est plus rationnel de construire des bâtiments industriels dont les portées sont supérieures à 18 m.

CHAPITRE 19 CONSTRUCTIONS DES BÂTIMENTS À ÉTAGES À OSSATURE ET À GRANDS PANNEAUX

19.1. CONSTRUCTIONS DES BÂTIMENTS INDUSTRIELS À ÉTAGES À OSSATURE

Dans la construction industrielle, les bâtiments à ossature à étages multiples sont utilisés pour les entreprises de construction des machines légères, des divers appareils, de l'industrie chimique et légère, etc.

Le nombre d'étages d'un bâtiment industriel varie de 3 à 7; pour certaines industries dont les charges aux planchers intermédiaires ne sont pas trop lourdes, il peut atteindre 12 à 14 étages. Les hauteurs des bâtiments industriels à ossature indiquée ci-dessus ne sont pas limitées par les possibilités constructives du béton armé, mais dépendent principalement de la nécessité pratique et de l'efficacité économique de leur construction et de leur exploitation.

Selon le procédé technologique et pour l'éclairage naturel des locaux, la largeur d'un bâtiment industriel à étages peut atteindre 36 mètres. Les possibilités de varier la disposition des locaux augmentent pour un réseau de poteaux plus grand. Les éléments en béton armé correspondant à un réseau de 6×6, 6×12, 12×12 m sont assez avantageux (v. chapitre 12).

Les cadres en béton armé préfabriqués avec les joints bétonnés des poteaux et des linteaux sont des éléments principaux des bâtiments industriels à étages, à ossature (fig. 19.1). La rigidité spatiale de ces bâtiments est assurée, dans le sens transversal, par un système de cadres transversaux et, dans le sens longitudinal, par des pièces de raccordement en acier ou les diaphragmes en béton armé disposés le long de la file des poteaux ou dans le plan de vitrage des murs de façade (fig. 19.2). On y utilise les planchers intermédiaires en panneaux nervurés préfabriqués. Les tables des panneaux posés le long de la file des poteaux sont échancrées conformément aux dimensions des poteaux; ces panneaux jouent le rôle de linteaux — entretoises, assurant la rigidité et la stabilité du bâtiment pendant la construction. S'il y a des ponts roulants, les étages supérieurs

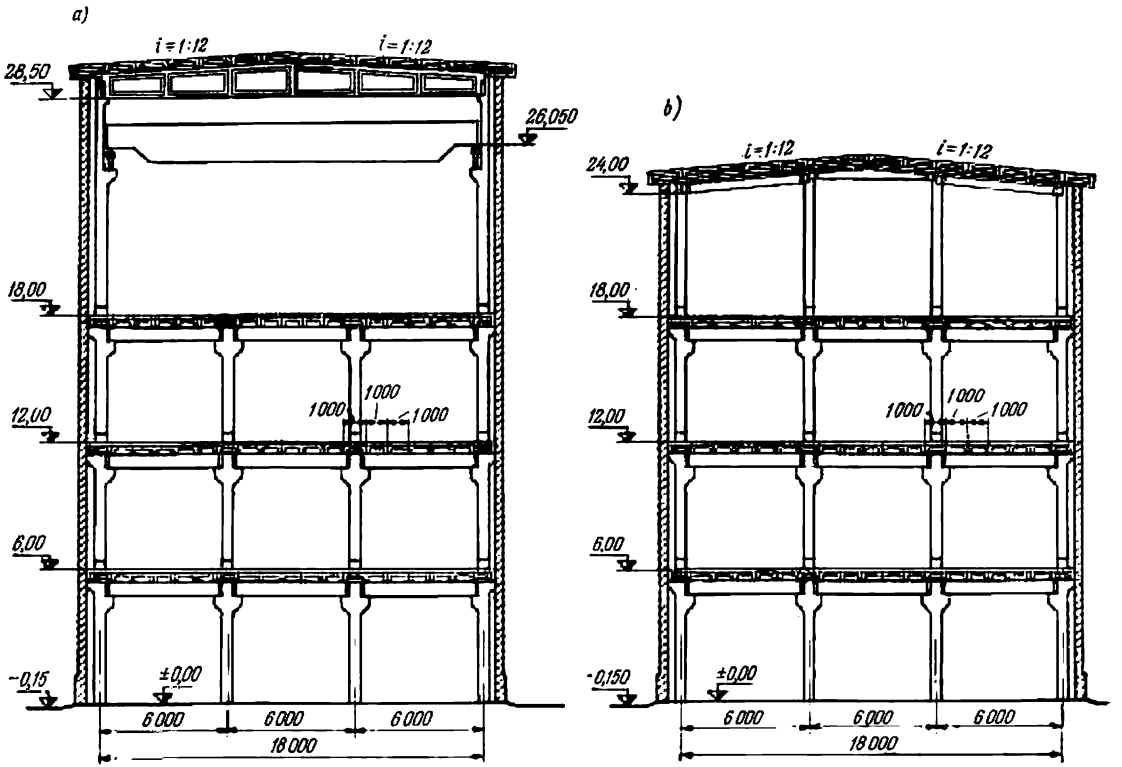


Fig. 19.1. Constructions des bâtiments **industriels** à étages:
a — équipés d'un pont roulant à l'étage supérieur; *b* — sans pont roulant

des bâtiments de l'industrie chimique sont composés d'éléments types: linteaux de cadres transversaux, poteaux, poutres de ponts roulants, analogues à ceux que l'on emploie pour les bâtiments industriels sans étages.

Les bâtiments à ossature à étages pour certaines fabrications de l'industrie légère, dépôts frigorifiques et autres entreprises de l'industrie alimentaire sont construits à planchers intermédiaires sans poutres, préfabriqués ou semi-fabriqués à joints monolithes, le réseau de poteaux étant de 6 × 6 m (v. chapitre 14). Les champignons préfabriqués des poteaux, les dalles d'au-dessus de poteaux et de travée, après leur montage et leur bétonnage, forment une

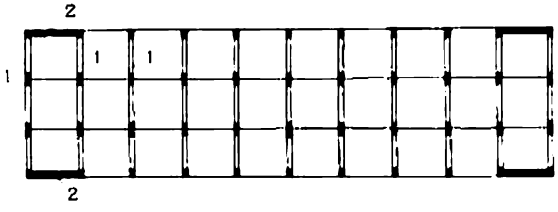


Fig. 19.2. Plan constructif d'un bâtiment industriel à étages:
1 — cadres transversaux; *2* — diaphragmes longitudinaux

ossature de linteau à rigidité égale dans deux directions. L'absence des entretoises longitudinales ou des diaphragmes de rigidité permet d'augmenter les possibilités de varier la disposition des locaux. Les planchers champignons sont principalement utilisés pour les fabrications dont les conditions d'exploitation rendent impossible l'utilisation des planchers à poutres à cause des caissons profonds au plafond, formant les espaces non aérés. En outre, la surface lisse des plafonds aux dépôts frigorifiques facilite l'installation de l'isolement calorifique.

19.2. CONSTRUCTIONS DES BÂTIMENTS CIVILS À ÉTAGES À OSSATURE ET À GRANDS PANNEAUX

19.2.1. Constructions portantes principales

Par suite de la grande pratique de construction civile en Union Soviétique la hauteur des bâtiments à ossature et à grands panneaux (sans ossature) atteint 12 à 16 étages; certains bâtiments ont 20 étages et plus.

La construction à ossature convient pour différents édifices administratifs, publics et autres à grands locaux et à cloisons distan-

cées. Elle convient aussi pour les maisons d'habitation. Les cadres en béton armé préfabriqués sont des éléments portants principaux d'un bâtiment à ossature (fig. 19.3). Les panneaux préfabriqués des planchers intermédiaires s'appuient sur les linteaux de cadres; ils sont faits avec ou sans creux pour assurer la surface lisse du

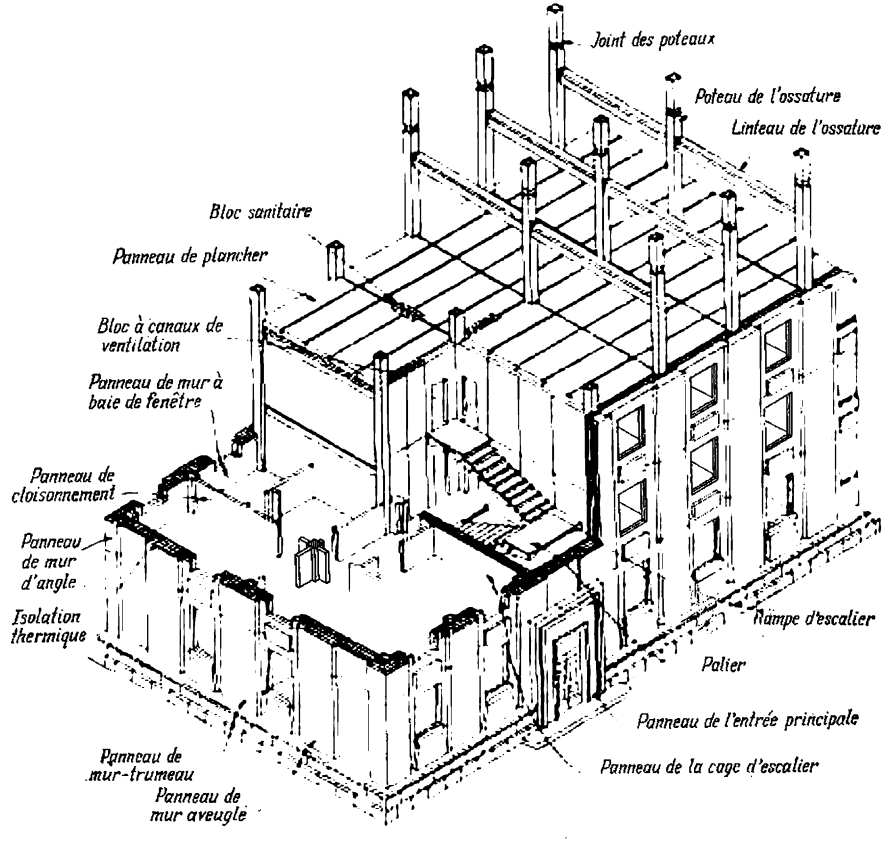


Fig. 19.3. Construction d'un bâtiment à étages à ossature

plafond. Les panneaux des murs extérieurs sont faits, en général, des bétons légers, suspendus ou autoporteurs. Le réseau des poteaux d'un bâtiment à ossature et la hauteur des étages sont choisis conformément aux exigences de standardisation des éléments de construction et d'unification des encombrements (v. chapitre 12).

La construction à panneaux convient pour les maisons d'habitation, les hôtels, les pensionnats et autres maisons ayant de petits

locaux et dont des cloisons sont très rapprochées. Les panneaux en béton armé des murs intérieurs portants transversaux, et quelquefois longitudinaux, sont des éléments portants principaux d'un

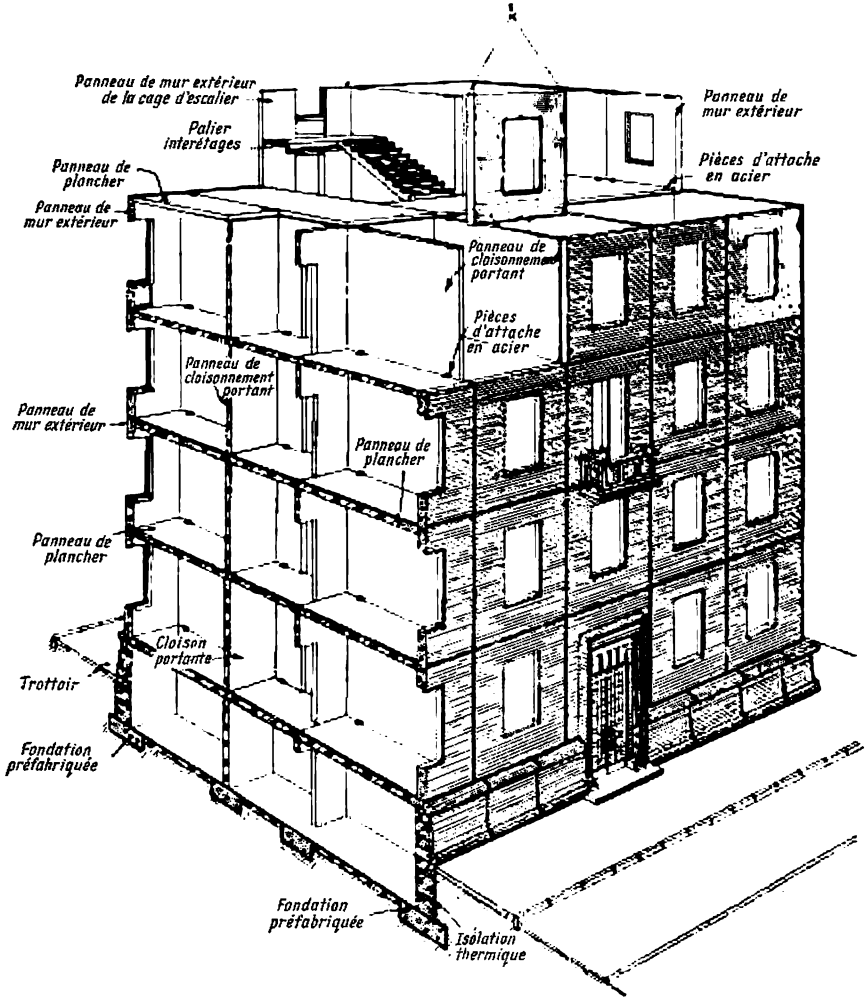


Fig. 19.4. Construction d'un bâtiment à étages à grands panneaux

bâtiment à panneaux; conformément aux exigences d'isolement phonique les panneaux des murs intérieurs sont faits en béton lourd de 14 cm d'épaisseur, ce qui assure une capacité portante suffisante (fig. 19.4). Pour les bâtiments de grande hauteur l'épaisseur des

panneaux de murs portants aux étages inférieurs atteint 18 à 20 cm. Les panneaux préfabriqués de planchers intermédiaires prennent appui sur les panneaux de murs portants, ils sont exécutés avec ou sans creux. Les panneaux de murs extérieurs, faits en général en bétons légers, sont suspendus aux faces des panneaux de murs portants transversaux.

19.2.2. Composition des schémas constructifs

Les schémas constructifs des bâtiments à étages, à ossature et à grands panneaux, composés des éléments préfabriqués en béton armé confectionnés en usine, sont caractérisés par l'uniformité des dimensions géométriques suivant la hauteur, par la régularité des éléments standardisés et par une solution en plan relativement simple et nette. La section des poteaux des cadres à étages est constante suivant la hauteur du bâtiment (jusqu'à 16 étages), et l'amélioration de la capacité portante des poteaux aux étages inférieurs est acquise par l'augmentation de la qualité du béton et du pourcentage de l'armature (fig. 19.5,*a*). Les panneaux des murs portants sont joints l'un à l'autre par des linteaux en béton armé couvrant les baies, fixés d'une manière rigide sur les appuis, et se transforment en diaphragmes verticaux de structure continue avec des trumeaux (fig. 19.5,*b*). Les panneaux des murs portants transversaux, disposés sur une partie de la largeur du bâtiment (dans une seule travée transversale), sont aussi joints aux linteaux de cadres, en formant les diaphragmes combinés composés des parties continues et de cadre (fig. 19.5,*c*).

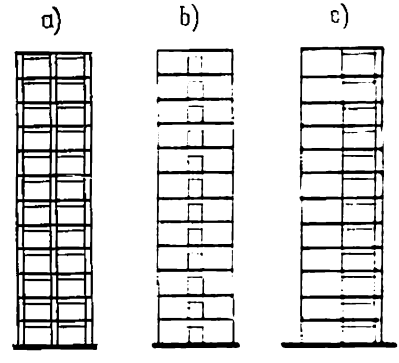


Fig. 19.5. Constructions portantes verticales des bâtiments à étages: *a* — cadre à étages; *b* — diaphragmes à baies; *c* — diaphragmes combinés

La résistance élevée aux surcharges horizontales (obtenue avec un prix de revient et une dépense de matériaux et de la main-d'œuvre suffisamment réduits) est l'indice essentiel des qualités d'exploitation d'un bâtiment à étages. Il est rationnel à cet effet d'introduire dans le schéma constructif d'un bâtiment à étages à ossature les diaphragmes verticaux, supportant les charges horizontales en commun avec l'ossature. Les planchers intermédiaires en béton armé

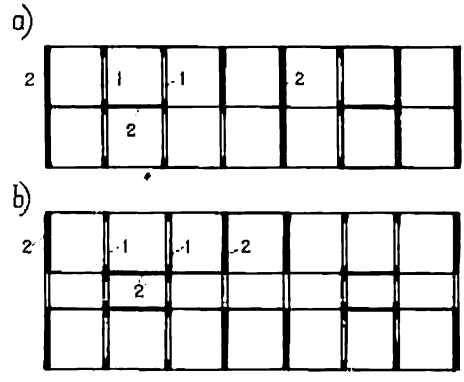


Fig. 19.6. Bâtiment à ossature à cadres transversaux :
a — à deux travées ; *b* — à trois travées ; *1* — cadres ; *2* — diaphragmes

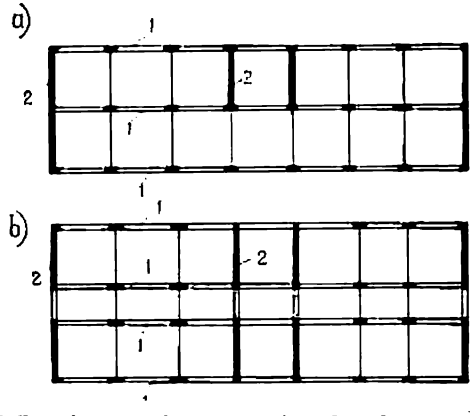


Fig. 19.7. Bâtiment à ossature à cadres longitudinaux :
a — à deux travées transversales ; *b* — à trois travées transversales ; *1* — cadres ; *2* — diaphragmes

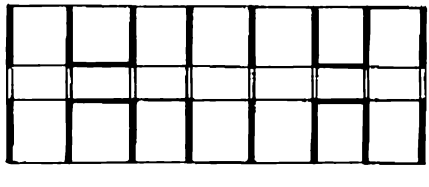


Fig. 19.8. Bâtiment à grands panneaux sans ossature

jouent le rôle de diaphragmes horizontaux qui assurent, grâce à la haute rigidité à la flexion dans leur propre plan (après soudure des pièces d'attache en acier et bétonnage des joints), le travail commun des panneaux portants verticaux et la répartition des charges entre eux.

Le schéma constructif d'un bâtiment à étages à ossature peut être résolu de différentes manières. Le travail d'un bâtiment sollicité par les charges horizontales est déterminé par le sens admis de la disposition des cadres à étages et des diaphragmes verticaux. Pour les cadres transversaux et les diaphragmes verticaux longitudinaux et transversaux les charges horizontales agissant dans le sens transversal sont supportées en commun par les cadres et les diaphragmes verticaux suivant le *système à cadres et entretoises*, et les charges horizontales sollicitant le bâtiment dans le sens longitudinal sont reprises par les diaphragmes verticaux seulement suivant le *système à entretoises* (fig. 19.6). Dans le cas des cadres longitudinaux et des diaphragmes verticaux transversaux, les charges horizontales sollicitant le bâtiment dans le sens transversal sont reprises suivant le *système à entretoises*, et les charges horizontales agissant dans le sens longitudinal, suivant le *système à cadres* (fig. 19.7). D'après les exigences concernant la disposition des locaux, on utilise les diaphragmes verticaux suivants: continus suivant la largeur toute entière du bâtiment (v. fig. 19.6,*a*, 19,7,*a*), combinés (v. fig. 19.6,*a*), avec baies (v. fig. 19.7). Dans le cas des bâtiments ayant trois travées dans le sens transversal, les diaphragmes verticaux, en général, ont une seule rangée des baies.

Comme il est indiqué plus haut, le schéma constructif d'un bâtiment à étages à panneaux se compose des éléments portants transversaux sous forme de diaphragmes à baies et de diaphragmes verticaux longitudinaux (fig. 19.8). Lorsqu'il est sollicité par les charges horizontales, un bâtiment à étages à panneaux travaille — dans les deux directions — suivant le *système à entretoises*.

Les diverses compositions que nous avons considérées sont forcément schématiques, elles ne donnent que des notions sur les principes fondamentaux de l'élaboration des projets de bâtiments à étages modernes. A partir de ces compositions il est possible d'élaborer des schémas constructifs plus compliqués, par exemple d'un bâtiment à noyau central de rigidité et autres.

19.2.3. Exigences aux éléments constructifs

Pour diminuer la dépense de la main-d'œuvre en usine le projet des éléments préfabriqués des bâtiments à étages, à ossature ou à panneaux, doit limiter le nombre d'éléments types ainsi que celui

de classes des aciers employés, de diamètres des barres et de fils d'acier, etc. Les éléments de l'ossature doivent être rectilignes, de forme et section simples. Les poteaux de l'ossature sont à faire en éléments dont la longueur correspond à la hauteur de 2 à 4 étages, leur jonction doit être rigide. Une jonction articulée des poteaux d'un bâtiment à étages n'est pas à conseiller. Il est aussi préférable de faire rigide la jonction des linteaux aux poteaux, puisque ceci contribue à l'augmentation sensible de la rigidité du bâtiment et réalise l'économie de l'armature des linteaux, les exigences concernant leur résistance, les flèches limites et leur résistance à la fissuration étant moins sévères. Les joints des linteaux sont exécutés, en général, sans consoles ou sur consoles dissimulées (v. chapitre 13). Les panneaux des murs portants intérieurs doivent être faits, de préférence, en béton lourd d'une épaisseur minimale de 14 cm. L'augmentation de la capacité portante des panneaux en béton aux étages inférieurs est atteinte par l'augmentation de leur épaisseur, de la qualité du béton ou par l'utilisation des panneaux en béton armé.

L'armature verticale des panneaux des murs portants en béton armé doit être double, de manière que, le béton étant de qualité 200, le pourcentage minimal d'acier des sections horizontales au voisinage de chaque surface soit 0,1 %, et que pour le béton de qualité 300 ou 400 il soit 0,15 %. Pour augmenter la résistance des sections d'appui des panneaux en béton armé (afin de compenser l'armature longitudinale arrêtée près des appuis) on pratique le frettage des sections voisines des appuis avec des treillis placés en deux ou trois couches. Le ferraillage des panneaux de murs portants en béton doit être exécuté à l'aide de l'armature verticale constructive au voisinage de chaque surface du panneau en quantité de 0,3 cm^2 par mètre courant de section horizontale du panneau. La section minimale de l'armature de répartition horizontale au voisinage de tous les pans du panneau doit être, pour un panneau en béton armé, de 0,4 cm^2 par mètre courant de section verticale et, pour un panneau en béton, de 0,3 cm^2 au moins par mètre courant de section verticale.

Conformément aux normes, lorsqu'on calcule la résistance des panneaux il faut tenir compte d'une excentricité éventuelle (pouvant surgir à la suite d'une imprécision au montage, d'une courbure initiale, etc.), que l'on estime égale à 2 cm pour les panneaux de murs portants et égale à 1 cm pour les panneaux de murs autoportants. L'excentricité indiquée ci-dessus doit être ajoutée à celle de l'effort longitudinal.

Les panneaux des diaphragmes verticaux doivent être assemblés à l'aide des entretoises et par bétonnage des joints horizontaux et verticaux. Les panneaux des diaphragmes verticaux des bâtiments à ossature sont à assembler avec les linteaux et les poteaux des

cadres à étages par soudure des pièces d'attache ou des aciers en attente et bétonnage des joints.

Le projet des panneaux de planchers intermédiaires en béton armé préfabriqués doit prévoir les joints à bétonner. La largeur d'un joint est déterminée en partant de la condition d'assurer son bétonnage ; elle doit être de 20 mm au moins pour les panneaux de 250 mm de hauteur et de 30 mm pour les panneaux d'une hauteur plus grande.

19.3. NOTIONS SUR LE CALCUL DES BÂTIMENTS À ÉTAGES SOLLICITÉS PAR LES CHARGES HORIZONTALES

19.3.1. Schémas théoriques et charges

Les schémas théoriques des bâtiments à étages, à ossature et à panneaux, sont établis conformément à leurs schémas constructifs et d'après le mode suivant lequel les charges horizontales sont

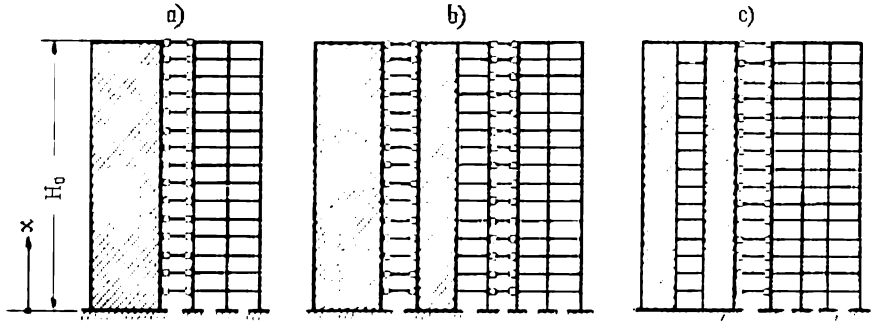


Fig. 19.9. Schémas théoriques d'un système à cadres et entretoises :
a — à diaphragme continu ; *b* — à diaphragmes continu et combiné ; *c* — à diaphragme à baies

reprises par le bâtiment, et reflètent le travail des systèmes à cadres, à cadres et entretoises, à entretoises. Les planchers intermédiaires sont considérés comme diaphragmes horizontaux rigides, non déformables lors de la flexion dans leur plan.

Les schémas théoriques des systèmes à cadres et entretoises reflètent le travail commun, les charges étant horizontales, des cadres à étages et différents diaphragmes verticaux : continus, combinés, à baies (fig. 19.9). Les éléments verticaux, disposés en réalité dans un bâtiment parallèlement les uns aux autres, sont

représentés côte à côte dans un même plan et réunis par des tiges-entretoises, et leurs flèches latérales sont égales à chaque niveau. Les planchers intermédiaires jouent le rôle de tiges-entretoises entre un cadre à étages et un diaphragme vertical. Pour le schéma théorique on admet que la rigidité des montants et des linteaux d'un cadre à étages est égale à la rigidité totale des cadres et des montants de tous les cadres à étages d'un bloc du bâtiment. On admet aussi que la rigidité du diaphragme vertical est égale à la rigidité totale des diaphragmes verticaux correspondants d'un bloc du bâtiment.

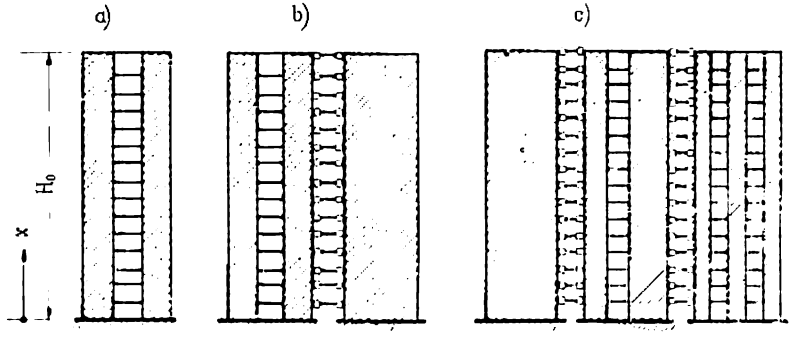


Fig. 19.10. Schémas théoriques des systèmes à entretoises:
a — à diaphragme à baies; *b* — à diaphragmes à baies et continus; *c* — à diaphragmes continu ou à baies de divers types

Les schémas théoriques des systèmes à entretoises reflètent, les charges étant horizontales, le travail commun des diaphragmes verticaux des bâtiments à étages, à ossature et à panneaux, en diverses combinaisons: continus ou à baies, à une seule ou à plusieurs rangées de baies (fig. 19.10). Les diaphragmes verticaux, disposés en réalité dans le bâtiment parallèlement les uns aux autres, sont également représentés situés côte à côte dans le même plan et réunis par les tiges-entretoises, parce que les flèches latérales de tous les diaphragmes joints par les planchers intermédiaires, la construction du bâtiment étant symétrique en plan, sont égales à chaque niveau.

Ayant en vue la valeur minime des efforts longitudinaux des linteaux et des tiges-entretoises entre éléments verticaux, leur influence est négligée dans les schémas théoriques des bâtiments à étages. De même on néglige l'influence des efforts transversaux et la déformation de cisaillement aux diaphragmes verticaux et aux montants des cadres. Le rapport de la hauteur de la section d'un diaphragme vertical à sa longueur est en général $h/H_0 \leqslant {}^1/_4$.

Les schémas théoriques des bâtiments à étages, à ossature et à panneaux, sont des systèmes compliqués, dont le calcul à l'aide

des équations algébriques à un grand nombre d'inconnues implique un grand travail calculatoire. Afin de simplifier le calcul on réduit le nombre de tiges-entretoises liant les éléments verticaux à deux ou trois suivant la hauteur du bâtiment (fig. 19.11). Dans ce cas les déplacements et les efforts des éléments verticaux doivent être déterminés à partir des surcharges et des forces concentrées, appliquées au niveau des tiges-entretoises du schéma théorique.

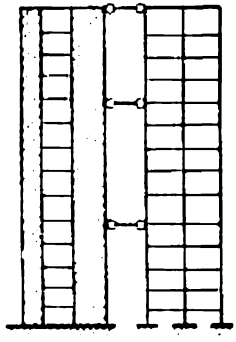


Fig. 19.11. Schéma théorique du système à un nombre limité d'entretoises entre constructions verticales

Cependant, il se trouve beaucoup plus commode d'abandonner l'idée des éléments discrets et de considérer les charges horizontales, concentrées au niveau des planchers intermédiaires, comme uniformément réparties suivant la hauteur du bâtiment. Pour les bâtiments à étages de composition régulière à valeur constante de la rigidité des éléments, la disposition discrète des linteaux de cadre, des linteaux de diaphragmes à baies, des tiges-entretoises au niveau des planchers se trouve remplacée par une disposition continue suivant la hauteur. Alors, au lieu d'un grand nombre d'équations algébriques on a une seule équation différentielle linéaire. Aussi, devient-il possible de déterminer les déplacements et les efforts ainsi que les caractéristiques dynamiques des divers bâtiments à étages d'après les formules et tables unifiées. Dans le schéma théorique indiqué ci-dessus la hauteur théorique du bâtiment est définie en conservant le nombre réel d'étages du bâtiment; on l'admet égale à

$$H = H_0 \frac{n}{n-0,5}, \qquad (19.1)$$

H_0 étant la hauteur du bâtiment à partir de l'encastrement dans la fondation jusqu'à l'axe du linteau de cadre ou du linteau de l'étage supérieur.

Pour le nombre d'étages $n \geqslant 16$ on admet $H \approx H_0$.

Lorsqu'on fait un calcul de résistance, la surcharge théorique horizontale du vent pour les bâtiments dont la hauteur dépasse 12 étages doit être déterminée en tenant compte de son caractère dynamique qu'elle acquiert sous l'effet des coups de vent.

Le calcul des flèches d'un bâtiment à étages se fait relativement à l'action de la surcharge normalisée du vent. La flèche de l'étage supérieur est limitée à une valeur égale à $^1/_{1000}$ de la hauteur du bâtiment.

La surcharge horizontale du vent s'accroît vers le haut du bâtiment. Lorsqu'on fait le calcul des bâtiments à étages on la remplace par une charge équivalente uniformément répartie ou répartie suivant un trapèze. Pour une charge uniformément répartie on obtient des formules plus compactes et des valeurs pratiquement précises des déplacements et contraintes dans les sections théoriques. Une surcharge du vent uniformément répartie est exprimée par la relation :

$$p = \frac{2M_{\text{réel}}}{H^2}, \qquad (19.2)$$

$M_{\text{réel}}$ étant le moment fléchissant, produit principalement par la charge réelle.

Lorsqu'on vérifie la résistance des sections théoriques dans la base, l'effort transversal maximal est déterminé en partant de la surcharge réelle du vent.

19.3.2. Systèmes à cadres

Déplacements unités. Pour déterminer les déplacements provoqués par les surcharges horizontales, on admet l'hypothèse de l'égalité des angles de rotation de tous les nœuds du même étage

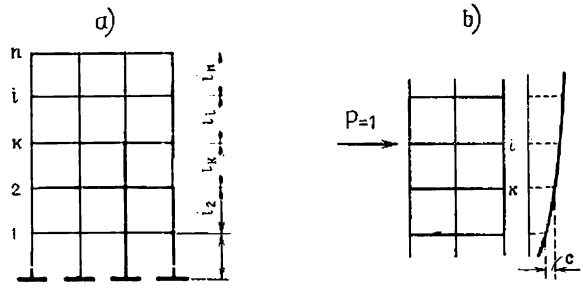


Fig. 19.12. Pour le calcul des déplacements des cadres à étages

d'un cadre à étages (fig. 19.12,*a*). Ceci permet d'abandonner les méthodes traditionnelles utilisées pour résoudre l'hyperstaticité d'un cadre et de ne plus déterminer les déplacements par multiplication des épures des forces. Dans la pratique, on détermine les déplacements avec une précision suffisante pour le calcul des éléments d'après les formules théoriques établies d'avance. Pour le cadre calculé, les rigidités courantes sommaires des éléments sont égales aux rigidités sommaires de tous les cadres du bloc (v. fig. 19.2). Soient s_k la somme des rigidités courantes des montants d'un étage ; r_k la somme des rigidités courantes des linteaux d'un étage ; l_k la

longueur du montant (hauteur de l'étage). Dans le cas général, les rigidités courantes sommaires des éléments et la longueur des montants d'un cadre peuvent varier d'un étage à l'autre.

Les déplacements unités d'un cadre à étages, produits par une force horizontale appliquée successivement à chaque étage, sont exprimés par les formules suivantes (établies par E. Sigalov):

$$\delta_{11} = \frac{1}{12}(S_1 + R_1); \tag{19.3}$$

$$\delta_{kk} = \frac{1}{12}\left(S_k + R_k + \frac{l_k^2}{4r_k}\right); \quad k = 2, 3 \ldots n; \tag{19.4}$$

$$\delta_{ki} = \delta_{ik} = \delta_{k,\,k+1} = \ldots = \delta_{kk} + \frac{l_k l_{k+1}}{48 r_k}; \quad i > k, \tag{19.5}$$

où

$$S_k = \sum_1^k \frac{l_i^2}{s_i}; \tag{19.6}$$

$$R_1 = \frac{l_1^2}{4r_1 + 0{,}33 s_1}; \tag{19.7}$$

$$R_2 = \frac{(l_1 + l_2)^2}{4r_1 + 0{,}33 s_1}; \tag{19.8}$$

$$R_k = R_{k-1} + \frac{(l_{k-1} + l_k)^2}{4r_{k-1}}, \quad k = 3, 4 \ldots n. \tag{19.9}$$

Dans le cas où les forces horizontales $P_1, P_2, \ldots, P_n$ agissent simultanément, le déplacement horizontal de chaque k-ième étage du cadre est exprimé par la formule:

$$y_k = \delta_{k1}P_1 + \delta_{k2}P_2 + \ldots + \delta_{kn}P_n. \tag{19.10}$$

Déplacements horizontaux d'un cadre théorique. En cas d'un cadre à étages à rigidités courantes s et r, constantes suivant la hauteur du bâtiment et à hauteurs l des étages égales, le gauchissement linéaire (cisaillement) de l'étage, provoqué par une force horizontale unité appliquée à l'un des étages supérieurs, se traduit par la relation (fig. 19.12,*b*):

$$c = \frac{l^2}{12}\left(\frac{1}{s} + \frac{1}{r}\right). \tag{19.11}$$

Le gauchissement linéaire dû à la charge extérieure appliquée à tous les étages est:

$$\Delta_i = cQ_{0i}, \tag{19.12}$$

Q_{0i} étant la force transversale due à la charge en i-ième étage.

Les déplacements horizontaux d'un k-ième étage d'un cadre à étages, de même que les déplacements d'un système soumis à des

efforts de cisaillement dus à une force transversale, sont égaux à la somme de gauchissements linéaires:

$$y = \sum_{i=1}^{k} \Delta_i = c \sum_{i=1}^{k} Q_{0i}. \qquad (19.13)$$

En passant maintenant à un cadre à étages théorique avec des linteaux posés sans interruption suivant la hauteur et une charge

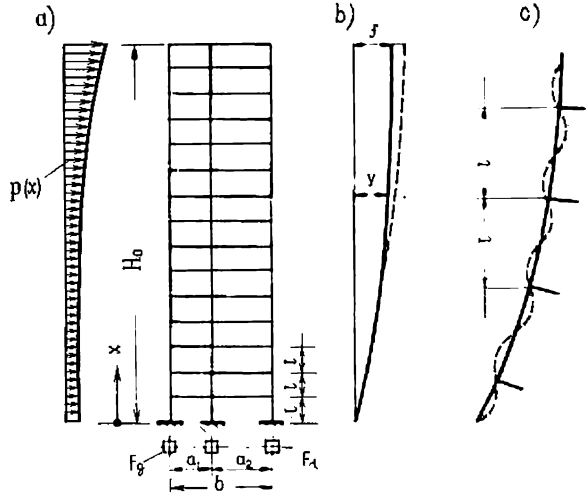


Fig. 19.13. Déplacements d'un cadre à étages produits par une charge horizontale:

a — schéma théorique du bâtiment; *b* — épure des déplacements du cadre (la courbe en pointillé tient compte des efforts longitudinaux des montants); *c* — déplacements locaux entre les nœuds du cadre

$p\,(x)$ répartie d'après une loi quelconque (fig. 19.13,*a*), nous allons remplacer la sommation dans l'équation (19.13) par l'intégration. Il suit de là:

$$y = \frac{c}{l} \int_0^x Q_0\,dx = \frac{1}{C_2} \int_0^x Q_0\,dx, \qquad (19.14)$$

où

$$C_2 = \frac{12}{l\left(\frac{1}{s} + \frac{1}{r}\right)} \qquad (19.15)$$

est la rigidité de cisaillement d'un cadre à étages;

x, la coordonnée suivant la hauteur du cadre.

Plaçons sur le schéma théorique l'origine des coordonnées dans la base.

En différentiant successivement l'équation (19.14), on aura:

$$C_2 y' = Q_0; \tag{19.16}$$

$$C_2 y'' = -p(x). \tag{19.17}$$

Dans un cadre à étages multiples la relation entre le déplacement et la force transversale s'exprime par la dérivée première, et la courbure est égale à la charge extérieure, à un multiplicateur constant C_2 près.

Pour un cadre théorique l'épure des déplacements des étages est considérée comme une épure des flèches. On a alors, conformément à l'équation (19.14):

$$y = \frac{1}{C_2} \int_0^x Q_0 \, dx = \frac{M_0 - M_0(0)}{C_2}, \tag{19.18}$$

où M_0, le moment de la charge extérieure dans la section à coordonnée x, est considéré négatif;

$M_0(0)$, idem pour $x = 0$.

L'épure des flèches d'un cadre à étages est concave du côté de la position initiale, ce qui la diffère de l'épure des flèches d'une tige en porte-à-faux.

En cas d'une charge horizontale, les nœuds d'un cadre à étages multiples sont disposés sur la courbe de l'épure des déplacements des étages, alors que la ligne de flexion des montants se trouve située au voisinage de l'épure des déplacements, s'écartant de cette dernière dans un sens ou l'autre dans les limites de chaque étage (fig. 19.13,*c*).

Pour une charge uniformément répartie, lorsque $p(x) = p$, les équations des moments et des déplacements seront:

$$M_0 = -\frac{pH^2}{2}(1-\xi)^2; \quad y = \frac{pH^2}{2C_2}(2\xi - \xi^2), \tag{19.19}$$

$\xi = x/H$ étant la coordonnée relative suivant la hauteur du cadre.

Influence des forces longitudinales des montants. Pour un rapport déterminé entre la hauteur du cadre, sa rigidité de cisaillement et de flexion, les déplacements supplémentaires d'un cadre à étages, dus à l'influence des forces longitudinales des montants extrêmes, deviennent sensibles. Les déformations longitudinales d'allongement et de raccourcissement des montants extrêmes sous les charges horizontales amènent à la rotation des sections horizontales du cadre à étages et à sa flexion générale. Les déformations longitudinales des montants centraux sont en général insignifiantes. Tout en supposant plane la rotation des sections horizontales du cadre,

la courbure sera exprimée par la relation:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_0}{B_0}, \tag{19.20}$$

B_0 étant la rigidité de flexion de la section horizontale du cadre.

Tenant compte de l'influence des forces longitudinales des montants d'un cadre à étages, la relation entre la courbure et la charge, conformément à l'équation (19.17), sera exprimée par

$$C_2 \left(y'' + \frac{M_0}{B_0}\right) = -p(x). \tag{19.21}$$

Dans la section horizontale du cadre (v. fig. 19.13,*a*), la distance du centre de gravité de la section du montant gauche jusqu'au centre de gravité commun des sections des montants extrêmes sera:

$$z_0 = \frac{F_d b}{F_d + F_g} = \frac{b}{1 + F_g/F_d}, \tag{19.22}$$

F_g, F_d étant les sections des montants extrêmes, gauche et droit (qui sont égales aux sections sommaires des montants correspondants des cadres d'un bloc du bâtiment);

b, la distance entre les axes passant par le centre de gravité des sections des montants extrêmes.

Le moment d'inertie de la section horizontale du cadre:

$$I_0 = F_g z_0^2 + F_d (b - z_0^2) = \frac{F_g b^2}{1 + F_g/F_d} \tag{19.23}$$

Et la rigidité de flexion du cadre:

$$B_0 = \frac{E_b F_g b^2}{1 + F_g/F_d}. \tag{19.24}$$

Dans un cadre symétrique, pour $F_g = F_d = F$, la rigidité de flexion sera:

$$B_0 = \frac{E_b F b^2}{2}. \tag{19.24a}$$

Après une double intégration de l'équation (19.21) et la détermination des constantes d'intégration, à condition que 1. $y(0) = 0$ et $2.C_2 y'(0) = Q_0(0)$, on obtient l'équation des déplacements d'un cadre à étages, compte tenu de l'influence des forces longitudinales des montants:

$$y = \frac{M_0 - M_0(0)}{C_2} - \frac{\int\int M_0 \, dx^2}{B_0}. \tag{19.25}$$

Si, par exemple, la charge est uniformément répartie, c'est-à-dire $p(x) = p$, l'équation des déplacements prend la forme:

$$y = \frac{pH^2}{2C_2}(2\xi - \xi^2) + \frac{pH^4}{8B_0}\left(2 - \frac{4}{3}\xi + \frac{\xi^2}{3}\right)\xi^2, \tag{19.26}$$

et la flèche de l'étage supérieur du cadre aura pour expression :

$$f = \frac{pH^2}{2C_2} + \frac{pH^4}{8B_0}, \tag{19.27}$$

ou

$$f = \frac{pH^2}{2C_2}\left(1 + \frac{\lambda_c^2}{4}\right), \tag{19.28}$$

$$\lambda_c = H\sqrt{C_2/B_0} \tag{19.29}$$

étant la caractéristique de rigidité du cadre.

L'analyse montre qu'il n'est indispensable de tenir compte de l'influence des forces longitudinales des montants que pour les valeurs de la caractéristique de rigidité du cadre $\lambda_c \geqslant 0{,}7$.

Déplacements unités. Sous l'action de la force $P = 1$ au niveau x_k son moment au niveau $x_i \leqslant x_k$ $M_0 = -(x_k - x_i)$ et au niveau $x_i \geqslant x_k$ $M_0 = 0$.

Les déplacements unités d'un cadre théorique, conformément à l'équation (19.25), seront :

$$\delta_{kk} = \frac{x_k}{C_2} + \frac{x_k^2}{3B_0}; \tag{19.30}$$

$$\delta_{ik} = \frac{x_k}{C_2} + \frac{x_k^2}{2B_0}\left(x - \frac{x_k}{3}\right); \quad i \geqslant k. \tag{19.31}$$

Equation généralisée de la flexion. Si les montants du cadre possèdent une rigidité suffisamment grande, ils supportent, en guise de consoles, outre le moment réparti des linteaux, un moment fléchissant. Dans ce cas les efforts longitudinaux des montants diminuent, puisqu'ils sont engendrés par une partie seulement du moment des forces extérieures, égale à $M_0 - M$. Puisque $M = -By''$, on a

$$M_0 - M = M_0 + By'',$$

M étant le moment fléchissant sommaire des montants ;

$B = \Sigma B_j$, la rigidité de flexion sommaire des montants d'un seul étage.

Dès lors, conformément à (19.20), la courbure se traduit par la relation :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_0 + By''}{B_0}. \tag{19.20a}$$

La charge extérieure produit une flexion des montants qui se comportent comme des consoles et une flexion locale des montants et linteaux compte tenu des forces longitudinales les montants, conformément à (19.17) et (19.21) :

$$By^{IV} - C_2\left(y'' + \frac{M_0 + By''}{B_0}\right) = p(x),$$

ou

$$By^{IV} - C_2\nu^2 y'' - \frac{C_2 M_0}{B_0} - p(x) = 0. \qquad (19.32)$$

Tenant compte que $w = By$ est le déplacement augmenté de B fois, l'équation (19.32) prend la forme:

$$s_2^2 w^{IV} - w'' - \frac{\nu^2 - 1}{\nu^2} M_0 - s_2^2 p(x) = 0, \qquad (19.33)$$

$$s_2 = \sqrt{B/\nu^2 C_2} \qquad (19.34)$$

étant la caractéristique linéaire;

$$\nu^2 = 1 + B/B_0. \qquad (19.35)$$

Le coefficient ν^2 tient compte de l'influence des forces longitudinales des montants et, comme on le voit de l'équation (19.33) pour $\nu^2 \to 1$, leur influence devient nulle.

L'équation (19.32) ou (19.33) est une équation généralisée; elle est appliquable aux systèmes à cadres, aussi bien qu'aux systèmes à cadres et entretoises et aux diaphragmes à baies des systèmes à entretoises; dans chaque cas particulier ce n'est que les paramètres correspondants de rigidité qui vont varier (étudié par E. Sigalov).

La solution de l'équation (19.33) pour une charge uniformément répartie $p(x) = p$ et un moment $M_0 = -pH^2(1 - \xi)^2/2$ prend la forme:

$$w = A_1 + A_2 s_2 \varphi + A_3 \operatorname{ch}\varphi + A_4 \operatorname{sh}\varphi - \frac{p s_2^4 \varphi^2}{2\nu^2} + \\ + \frac{p s_2^4 \lambda^4 (\nu^2 - 1)}{2\nu^2} \left(\frac{\xi^2}{2} - \frac{\xi^3}{3} + \frac{\xi^4}{12} \right), \qquad (19.36)$$

$\varphi = x/s_2$ étant la coordonnée sans dimensions;

$$\lambda = H/s_2 = H\sqrt{\nu^2 C_2/B}, \qquad (19.37)$$

la caractéristique de rigidité.

Etant donné que le moment fléchissant sommaire des montants $M = -w''$, l'équation différentielle (19.33) peut être abaissée de deux ordres; on obtient alors l'équation différentielle par rapport aux moments

$$s_2^2 M'' - M + \frac{\nu^2 - 1}{\nu^2} M_0 + s_2^2 p(x) = 0, \qquad (19.38)$$

qui a la solution suivante:

$$M = A_1 \operatorname{ch}\varphi + A_2 \operatorname{sh}\varphi + \frac{\nu^2 - 1}{\nu^2} M_0 + \frac{s_2^2 p(x)}{\nu^2}. \qquad (19.39)$$

Conditions aux limites: 1. $M'(0) = Q_0(0) = pH$ — dans la base la dérivée première du moment est égale à la charge extérieure

totale, parce que $C_2 y'(0) = Q_c(0) = 0$; $2M(\lambda) = 0$ – en haut du diaphragme le moment réparti est égal à zéro.

Les constantes d'intégration ont les valeurs:

$$A_1 = -\frac{ps_2^3 \varkappa}{\nu^2}; \quad A_2 = \frac{ps_2^3 \lambda}{\nu^2}, \tag{19.40}$$

où

$$\varkappa = \frac{1 + \lambda \operatorname{sh} \lambda}{\operatorname{ch} \lambda}. \tag{19.41}$$

Après la substitution des valeurs A_1 et A_2 dans (19.39) l'équation des moments fléchissants somaires des montants dans les sections suivant la hauteur devient:

$$M = -\frac{pH^2}{\nu^2}\left[\frac{1}{2}(1-\xi)^2(\nu^2-1) - \frac{1}{\lambda^2}(1 - \varkappa \operatorname{ch} \varphi + \lambda \operatorname{sh} \varphi)\right]. \tag{19.42}$$

Moments fléchissants dans les montants de rez-de-chaussée des cadres de grande hauteur. Dans les cadres de grande hauteur, les linteaux étant relativement flexibles ($r < 0{,}25s$), le point zéro (le

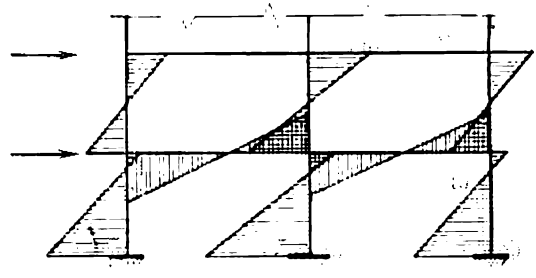


Fig. 19.14. Epure des moments à l'étage inférieur d'un cadre à étages produits par une charge horizontale

pôle) des moments dans les montants de rez-de-chaussée se situe plus près du nœud supérieur. Dans ce cas la méthode de détermination des moments fléchissants d'après les points zéro (v. chapitre 16) peut conduire aux erreurs sensibles. Pour $\xi = \varphi = 0$ l'équation (19.42) donne le moment fléchissant sommaire dans l'encastrement des montants du rez-de-chaussée:

$$M = -\frac{pH^2}{\nu^2}\left(\frac{\nu^2-1}{2} + \frac{\varkappa - 1}{\lambda^2}\right). \tag{19.43}$$

L'expression (19.43) peut être simplifiée, si l'on tient compte que dans un système à cadres $\nu^2 \to 1$, c'est-à-dire que les déformations longitudinales des montants influent peu sur la valeur de M (elles influent principalement sur la valeur des déplacements) et

qu'en général pour les cadres la caractéristique $\lambda \geqslant 40$, et $\varkappa = \lambda$. Alors:

$$M = -pH^2 \frac{\lambda - 1}{\lambda^2} \approx -\frac{pH^2}{\lambda} = -pH \sqrt{\frac{B}{C_2}}. \qquad (19.44)$$

Le moment fléchissant sommaire des montants du rez-de-chaussée dans le nœud supérieur sera:

$$M = -pH \sqrt{\frac{B}{C_2}} + lQ(0) = pH \left(l - \sqrt{\frac{B}{C_2}} \right). \qquad (19.45)$$

Le moment fléchissant d'un montant isolé est déterminé en partant du moment sommaire proportionnellement aux rigidités des montants (fig. 19.14), à savoir:

$$M_j = M \frac{B_j}{B}.$$

Exemple 19.1. Déterminer les moments fléchissants des montants du rez-de-chaussée d'un cadre à deux travées engendrés par une charge uniformément répartie p, étant donné que: la longueur des montants $l = 4$ m; le rapport des rigidités des trois montants et du linteau $B_1 : B_2 : B_3 : B_l = 2 : 3 : 4 : 1$. Les portées de linteaux $l_1 = 5$ m; $l_2 = 6$ m.

Solution.

Calculons la rigidité sommaire (relative) des montants:

$$B = 2 + 3 + 4 = 9;$$

calculons aussi la rigidité courante sommaire des montants:

$$s = B/l = 9/4 = 2{,}25$$

et la rigidité courante sommaire des linteaux:

$$r = 1/5 + 1/6 = 0{,}37.$$

La rigidité de cisaillement du cadre d'après la formule (19.15) est:

$$C_2 = 12/l \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{r} \right) = 12/4 \left(\frac{1}{2{,}25} + \frac{1}{0{,}37} \right) = 0{,}95.$$

Le moment fléchissant sommaire des montants dans l'encastrement, d'après la formule (19.44), est:

$$M = -pH \sqrt{\frac{9}{0{,}95}} = -3{,}08\ pH;$$

de même dans le nœud supérieur, d'après la formule (19.45):

$$M = pH\,(4 - 3{,}08) = 0{,}92\ pH.$$

Les moments fléchissants des montants isolés, d'après la formule (19.45), sont:

dans l'encastrement

$$M_1 = -0{,}69\ pH;\quad M_2 = -1{,}02\ pH;\quad M_3 = -1{,}37\ pH;$$

dans le nœud

$$M_1 = 0{,}20\ pH;\quad M_2 = 0{,}31\ pH;$$
$$M_3 = 0{,}41\ pH.$$

19.3.3. Systèmes à cadres et entretoises

Systèmes à diaphragmes continus. Dans les systèmes à cadres et entretoises avec les diaphragmes continus (fig. 19.15) la rigidité de flexion sommaire est :

$$B = \sum B_j + B_d, \tag{19.46}$$

B_d étant la rigidité sommaire des diaphragmes verticaux.

La valeur de la rigidité sommaire des montants ΣB_j est en général minime par rapport à la rigidité sommaire des diaphragmes. C'est

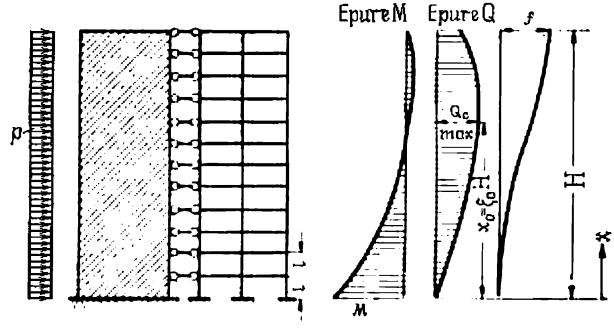


Fig. 19.15. Efforts et déplacements du système à cadres et entretoises produits par une charge horizontale

pourquoi, dans l'équation de flexion (19.33) pour le système à cadres et entretoises, on admet $B = B_d$.

Dans la solution (19.36) pour un système à cadres et entretoises les conditions aux limites seront : 1. $w(0) = 0$; 2. $w'(0) = 0$; 3. $w''(\lambda) = 0$; 4. $w'(\lambda)/s_2^2 - w'''(\lambda) = 0$, c'est-à-dire la somme des efforts transversaux du cadre et du diaphragme pour $\varphi = \lambda$ est égale à zéro. Les constantes d'intégration, trouvées de la résolution des équations linéaires, sont :

$$A_1 = -A_3 = -ps_2^4 \varkappa / \nu^2 ; \tag{19.47}$$

$$A_4 = -s_2 A_2 = -ps_2^4 \lambda / \nu^2. \tag{19.48}$$

Après la substitution dans (19.36) des constantes d'intégration par leurs valeurs, l'équation des déplacements prend la forme :

$$w = \frac{ps_2^4}{\nu^2}\left[\lambda\varphi - \frac{\varphi^2}{2} + \varkappa \operatorname{ch}\varphi - \lambda \operatorname{sh}\varphi - \varkappa + \right.$$
$$\left. + \frac{(\nu^2-1)\lambda^4}{2}\left(\frac{\xi^2}{2} - \frac{\xi^3}{3} + \frac{\xi^4}{12}\right)\right]. \tag{19.49}$$

La flèche de l'étage supérieur du cadre, pour $\varphi = \lambda$ et $\xi = 1$, a pour expression :

$$f = \frac{pH^4}{2\nu^2\lambda^2 B}\left[1 - \frac{2(\varkappa - 1)}{\lambda^2} + \frac{\lambda^2(\nu^2 - 1)}{4}\right]. \qquad (19.50)$$

Déterminons maintenant les efforts dans les éléments du bâtiment.

Déterminons le moment fléchissant du diaphragme vertical par une double différentiation de l'équation (19.49) par rapport à x (étant donné que $x = \xi H = \varphi s_2$) ou de l'équation des moments (19.42)

$$M = -\frac{pH^2}{\nu^2}\left[\frac{1}{2}(1-\xi)^2(\nu^2 - 1) - \frac{1}{\lambda^2}(1 - \varkappa \operatorname{ch}\varphi + \lambda \operatorname{sh}\varphi).\right.$$

Les efforts transversaux du diaphragme vertical seront :

$$Q = M' = \frac{pH}{\nu^2}\left[(1-\xi)(\nu^2 - 1) + \operatorname{ch}\varphi - \frac{\varkappa}{\lambda}\operatorname{sh}\varphi\right]. \qquad (19.51)$$

Les efforts transversaux des montants de cadre :

$$Q_c = Q_0 - Q = \frac{pH}{\nu^2}\left(1 - \xi + \frac{\varkappa}{\lambda}\operatorname{sh}\varphi - \operatorname{ch}\varphi\right), \qquad (19.52)$$

et les efforts transversaux des montants de cadre extrêmes :

$$N = \frac{M_0 - M}{b} = -\frac{pH^2}{b\nu^2}\left[\frac{1}{2}(1-\xi)^2 + \frac{1}{\lambda^2}(1 - \varkappa \operatorname{ch}\varphi + \lambda \operatorname{sh}\varphi)\right]. \qquad (19.53)$$

Le moment fléchissant M et l'effort transversal Q sont répartis entre les diaphragmes du système proportionnellement à leurs rigidités.

Les épures des flèches et des efforts d'un système à cadres et entretoises sont représentées sur la fig. 19.15. Le maximum de Q_c est là, où :

$$Q_c' = -1 + \varkappa \operatorname{ch}\varphi_0 - \lambda \operatorname{sh}\varphi_0 = 0. \qquad (19.54)$$

De l'équation (19.54) on trouve la coordonnée φ_0, et d'après celle-ci la coordonnée $\xi_0 = \varphi_0/\lambda$. Alors, on trouve pour les efforts maximaux des montants du cadre :

$$Q_c = \frac{pH}{\nu^2}\left(1 - \xi_0 + \frac{\varkappa}{\lambda}\operatorname{sh}\varphi_0 - \operatorname{ch}\varphi_0\right). \qquad (19.55)$$

Les efforts transversaux Q_c sont répartis entre les montants du cadre proportionnellement à leurs rigidités ; les moments fléchissants des montants et linteaux sont déterminés d'après ces efforts (v. chapitre 16).

L'allure de la ligne des flèches latérales d'un système à cadres et entretoises engendrées par une charge horizontale dépend de la caractéristique de rigidité λ. Pour les diaphragmes relativement rigides, lorsque $\lambda \leqslant 1$, la ligne des flèches latérales est convexe du côté de la position initiale, comme celle d'une poutre en porte-à-faux. Au fur et à mesure que la rigidité de cisaillement des cadres croît, la caractéristique de rigidité λ croît elle aussi et la ligne des flèches latérales devient convexe-concave ; pour $\lambda \geqslant 6$ elle devient

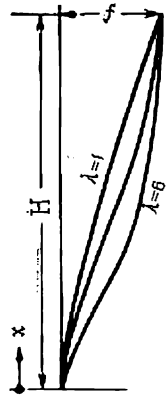


Fig. 19.16. Allure de la ligne de flexion d'un système à cadres et entretoises en fonction des valeurs de la caractéristique de rigidité

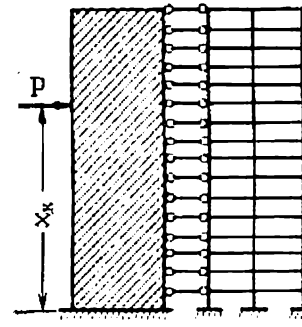


Fig. 19.17. Pour le calcul d'un système à cadres et entretoises sollicité par une force concentrée

concave (fig. 19.16). L'allure de la ligne des flèches latérales est d'une grande importance pour évaluer les caractéristiques dynamiques d'un bâtiment à étages multiples.

Déplacements unités. Les déplacements unités provoqués par la force $P = 1$, appliquée au niveau x_k (fig. 19.17), sont trouvés d'après la relation (19.33) lorsque $p(x) = 0$ et que les moments de la force sont $M_0 = -(x_k - x)$ pour $x \leqslant x_k$ et $M_0 = 0$ pour $x > x_k$. Dans la solution (19.36) outre les conditions aux limites sont prises en considération les conditions de correspondance, au niveau x_k, des flèches, des angles de rotation, des moments fléchissants et des efforts transversaux.

On tire de l'équation des déplacements :

$$\delta_{kk} = \left[\varkappa_1 + \frac{\varphi^3(\nu^2-1)}{3}\right]\frac{H^3}{\nu^2\lambda^3 B}\,; \qquad (19.56)$$

$$\delta_{ik} = \left[\varkappa_2 + \frac{\varphi_k^2(\nu^2-1)}{2}\left(\varphi_i - \frac{\varphi_k}{3}\right)\right]\frac{H^3}{\nu^2\lambda^3 B}, \quad i \geqslant k, \qquad (19.57)$$

où

$$\varkappa_1 = \varphi_k - \operatorname{sh}\varphi_k + (\operatorname{ch}\varphi_k - 1)(\operatorname{sh}\varphi_k - \operatorname{th}\lambda \operatorname{ch}\varphi_k + \operatorname{th}\lambda); \quad (19.58)$$

$$\varkappa_2 = \varphi_k - \operatorname{sh}\varphi_k + (\operatorname{ch}\varphi_k - 1)(\operatorname{sh}\varphi_i - \operatorname{th}\lambda \operatorname{ch}\varphi_i + \operatorname{th}\lambda), \quad \varphi_i \geqslant \varphi_k. \quad (19.59)$$

$$\varphi_k = x_k/s_2; \quad \varphi_i = x_i/s_2.$$

Si la force horizontale est appliquée à l'étage supérieur de l'ossature à cadres et entretoises, le déplacement devient :

$$\delta_{kk} = \left[\lambda - \operatorname{th}\lambda + \frac{\lambda^3(\nu^2-1)}{3}\right]\frac{H^3}{\nu^2\lambda^3 B}. \quad (19.60)$$

Systèmes à diaphragmes combinés. Dans les systèmes à cadres et entretoises à diaphragmes combinés ou à diaphragmes combinés

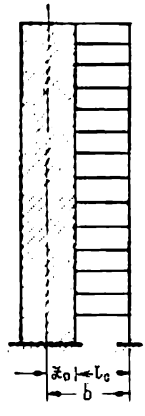


Fig. 19.18. Schéma théorique d'un diaphragme combiné à disposition asymétrique de la partie cadre

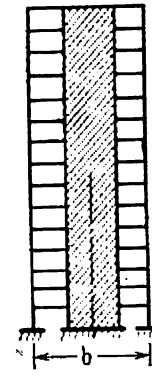


Fig. 19.19. Schéma théorique d'un diaphragme combiné à disposition symétrique de la partie cadre

et continus (fig. 19.18) la rigidité de flexion sommaire est la suivante :

$$B = \sum B_j + B_{\text{d}} + B_{\text{d.c}},$$

$B_{\text{d.c}}$ étant la rigidité de la partie continue du diaphragme combiné.

Comme il est indiqué plus haut, vue la petitesse de la valeur de la rigidité sommaire des montants, on prend $B = B_{\text{d}} + B_{\text{d.c}}$.

La rigidité de cisaillement du système est égale à la somme des rigidités des cadres constituant la partie non continue (partie cadre)

du diaphragme combiné :

$$C_2 = \frac{12}{l\left(\frac{1}{s}+\frac{1}{r}\right)} + C_{2d}, \tag{19.61}$$

où la rigidité de cisaillement du diaphragme combiné est :

$$C_{2d} = \frac{3i_1\,[i_1\,(1+\eta_0)+6i_m\,(1+2\eta_0)]\,(1+\eta_0)}{l\,(i_1+3i_m)}, \tag{19.62}$$

i_1 étant la rigidité courante du linteau de la partie non continue du diaphragme ;

i_m, la rigidité courante du montant de la partie non continue du diaphragme ;

$\eta_0 = z_0/l_c$ (v. fig. 19.18).

Si la partie cadre se situe symétriquement des deux côtés de la partie continue (fig. 19.19), la valeur de la rigidité de cisaillement dans la formule (19.62) double.

La rigidité de cisaillement de la partie cadre du diaphragme est définie compte tenu de la rotation élastique du nœud de conjugaison des montants et du linteau (fig. 19.20).

Les efforts et les déplacements des systèmes à cadres et entretoises à diaphragmes combinés dus aux charges horizontales sont définis d'après les formules citées ci-dessus, en supposant que $\nu^2 = 1$ (le calcul qui tient compte de l'influence des efforts longitudinaux des montants est exposé relativement aux systèmes à entretoises).

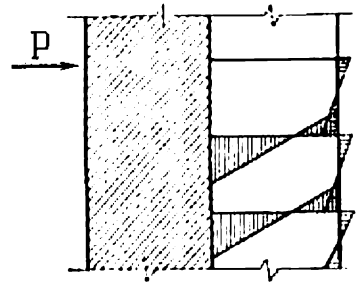


Fig. 19.20. Epure des moments dans la partie cadre d'un diaphragme combiné

La partie de l'effort transversal, supportée par les cadres du système, est proportionnelle aux rigidités de cisaillement :

$$Q_{c.s.} = Q_c\,\frac{C_2 - C_{2d}}{C_2}. \tag{19.63}$$

Le moment d'appui du linteau de la partie cadre, suivant l'arête du diaphragme :

$$M = \frac{3i_1\,(1+\eta_0)\,(6+i_1/i_m)}{3+i_1/i_m}\,Q_c. \tag{19.64}$$

Le moment d'appui du linteau de la partie cadre, suivant l'axe du montant :

$$M = \frac{18\,(1+\eta_0)\,i_1}{3+i_1/i_m}\,Q_c. \tag{19.65}$$

Tableau 19.1

Valeurs des coefficients α_1 et α_2 pour calculer les moments fléchissants et flèches des diaphragmes verticaux des systèmes à cadres et entretoises et des cloisons de diaphragmes à baies des systèmes à entretoises

λ	0	0,5	0,75	1,0	1,25	1,5	1,75	2,0	2,5	3,0	$\lambda \geqslant 4$
α_1	0,500	0,480	0,445	0,410	0,377	0,351	0,320	0,300	0,261	0,232	$\frac{\lambda-1}{\lambda^2}$
α_2	0,125	0,117	0,108	0,090	0,079	0,067	0,059	0,050	0,038	0,0298	$\frac{0,5-\alpha_1}{\lambda^2}$

Remarque. Les valeurs $\lambda = 0$ sont admises pour les diaphragmes continus (sans baies) d'un système à entretoises.

Tableau 19.2

Valeurs des coefficients k_1 et coordonnées ξ_0 pour calculer les efforts transversaux maximaux des montants de cadres des systèmes à cadres et entretoises et ceux des linteaux de diaphragmes à baies des systèmes à entretoises

λ	0,5	0,6	0,75	1,0	1,25	1,50	1,75	2,0	2,5	3,0	4	5	6	7	8	10	12	15	20	30
k_1	0,037	0,052	0,075	0,115	0,153	0,187	0,218	0,247	0,297	0,34	0,43	0,48	0,54	0,58	0,62	0,67	0,71	0,75	0,80	0,89
ξ_0	0,93	0,90	0,85	0,77	0,70	0,63	0,58	0,54	0,47	0,38	0,35	0,32	0,30	0,28	0,26	0,23	0,21	0,18	0,15	0,11

Le moment fléchissant des montants de la partie cadre du diaphragme :

$$M = \frac{9(1+\eta_0)\,i_1}{3+i_1/i_m}\,Q_c. \qquad (19.66)$$

Calcul d'après les tableaux. En élaborant le projet d'un bâtiment à ossature en béton armé il est nécessaire de déterminer, en premier lieu, les flèches et les efforts dans les sections calculées. C'est également indispensable lorsqu'on doit choisir une variante de construction optimale et économique. On peut utiliser pour cela les formules et tableaux, qui sont obtenus des équations fondamentales (19.42) et (19.50) à (19.55).

Le moment fléchissant du diaphragme à la base est :

$$M = -\left(\frac{\nu^2-1}{2}+\alpha_1\right)\frac{pH^2}{\nu^2}. \qquad (19.67)$$

L'effort transversal du diaphragme à la base (déterminé par la charge réelle) est :

$$Q = Q_{\text{réelle}}. \qquad (19.68)$$

L'effort transversal maximal des montants du cadre est :

$$Q_c = \frac{k_1 pH}{\nu^2}. \qquad (19.69)$$

On admet la même valeur de Q_c pour calculer le diaphragme combiné d'après les formules (19.64), (19.65).

L'effort longitudinal des montants extrêmes du cadre au rez-de-chaussée est :

$$N = \frac{M_0 - M}{b}. \qquad (19.70)$$

La flèche de l'étage supérieur est :

$$f = \left(\frac{\nu^2-1}{8}+\alpha_2\right)\frac{pH^4}{B\nu^2}. \qquad (19.71)$$

Les valeurs des coefficients α_1, α_2 sont données au tableau 19.1 et celles des coefficients k_1 au tableau 19.2.

Données pratiques de l'établissement des projets. La pratique de l'établissement des projets des bâtiments à ossature à étages montre que la disposition en plan des diaphragmes verticaux, selon les conditions constructives et celles qui concernent la disposition des locaux, conduit au rapport des rigidités de cadres et de diaphragmes pour lequel la gamme des rigidités d'un système à cadres et entretoises se trouve en général limitée par les valeurs $\lambda = 0{,}5$ à 2,0. En outre, l'étude de différents schémas constructifs des bâtiments à ossature montre que pour une hauteur des bâtiments jusqu'à

16 à 20 étages la caractéristique de rigidité des cadres $\lambda_c < 0,7$ et les déformations des montants provoquées par les forces longitudinales, en général, influent peu sur la valeur des efforts et flèches d'un système à cadres et entretoises. C'est pourquoi, pour $\lambda_c < 0,7$, on admet en général dans les formules théoriques des efforts et des flèches citées ci-dessus $\nu^2 = 1$.

Les diaphragmes verticaux, que l'on introduit dans les schémas constructifs d'un bâtiment à ossature, non seulement diminuent la charge transmise aux cadres à étages multiples, mais changent aussi, du point de vue de la qualité, le genre de l'épure des efforts transversaux des montants du cadre. L'effort transversal Q_c atteint sa valeur maximale dans la zone supérieure et est égal à zéro à la base.

En comparant deux systèmes à ossature, un système à cadres et l'autre à cadres et entretoises, on peut établir ce qui suit. Dans un système à cadres les moments fléchissants des montants et des linteaux engendrés par les charges horizontales s'accroîent vers le bas, ce qui demande à augmenter l'armature d'appui de linteaux, et dans les étages inférieurs à augmenter les dimensions de la section transversale des linteaux. Dans les systèmes à cadres et entretoises les moments fléchissants des éléments de l'ossature, au contraire, diminuent vers le bas, ce qui permet de conserver constante la section transversale des linteaux et leur armature d'appui suivant la hauteur toute entière d'un bâtiment à étages. Il en suit que les systèmes à cadres et entretoises répondent mieux aux exigences de l'unification et de la standardisation des éléments constructifs (v. chapitre 12).

Exemple 19.2. Déterminer la flèche et les efforts engendrés par une charge horizontale dans les éléments d'un bâtiment préfabriqué en béton armé à 16 étages (y compris le rez-de-chaussée), travaillant en direction transversale

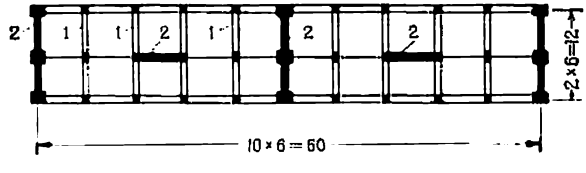


Fig. 19.21. Plan constructif du bâtiment de l'exemple 19.2

d'après un système à cadres et entretoises (fig. 19.21). Le réseau de poteaux est de 6 × 6 m ; la hauteur des étages $l = 3$ m ; la hauteur théorique du bâtiment $H = 48$ m. La section des linteaux de cadres transversaux est de 25 × 50 cm ; celle des poteaux dans tous les étages est de 45 × 45 cm. La qualité de béton est 300 ; le module d'élasticité $E_b = 315\,000$ kg/cm^2 $= 3,15 \cdot 10^6$ t/m^2. Le projet prévoit dans un bloc du bâtiment trois diaphragmes transversaux en béton

armé de 14 cm d'épaisseur (entre les poteaux) et deux diaphragmes longitudinaux. Les planchers intermédiaires sont en béton armé à grands panneaux. Les joints et les raccords des éléments préfabriqués sont exécutés par la soudure des pièces d'attache et le bétonnage postérieur.

Le tableau 19.3 résume les résultats du calcul des données théoriques. Notons que la rigidité des sections des éléments en béton armé est déterminée comme pour une section de béton pleine. Dans ce cas le module des déformations du béton, conformément aux normes, est pris avec le coefficient 0,85.

Tableau 19.3

Données théoriques pour l'exemple 19.2

	Montants	Linteaux	Diaphragmes
Rigidité de flexion	$B_m = 0{,}85 \cdot 3{,}15 \cdot 10^6 \times \times \frac{0{,}45^4}{12} = 9{,}1 \cdot 10^3$ tm^2	$B_l = 7 \cdot 10^3$ tm^2	$B = 3 \cdot 87 \cdot 10^6 = 261 \cdot 10^6$ tm^2
Rigidité courante des éléments	$i_m = \frac{9{,}1 \cdot 10^3}{3} = 3{,}03 \cdot 10^3$ tm	$i_l = 1{,}17 \cdot 10^3$ tm	
Rigidité sommaire courante	$s = 24 \cdot 3{,}03 \cdot 10^3 = 73 \cdot 10^3$ tm	$r = 16 \cdot 1{,}17 \times \times 10^3 = 18{,}7 \cdot 10^3$	
Rigidité sommaire à la compression des montants extrêmes	$E_b F = 8 \cdot 0{,}85 \cdot 3{,}15 \cdot 10^6 \times \times 0{,}45^2 = 4{,}3 \cdot 10^6$ t		

Calculons la rigidité de cisaillement des cardes transversaux à étages d'après la formule (19.11):

$$C_2 = \frac{12}{l\left(\frac{1}{s} + \frac{1}{r}\right)} = \frac{12 \cdot 10^3}{3\left(\frac{1}{73} + \frac{1}{18{,}7}\right)} = 60 \cdot 10^3 \text{ t}.$$

La rigidité de flexion des cadres, d'après la formule (19.24a), est:

$$B_0 = \frac{1}{2} E_b F b^2 = \frac{1}{2} 4{,}3 \cdot 10^6 \cdot 12^2 = 310 \cdot 10^6 \text{ tm}^2.$$

La caractéristique de rigidité des cadres, d'après la formule (19.29), est

$$\lambda_c = H \sqrt{C_2 / B_0} = 48 \sqrt{\frac{60 \cdot 10^3}{310 \cdot 10^6}} = 0{,}67 < 0{,}7.$$

L'influence des forces longitudinales des montants peut être négligée. Dans les formules théoriques on peut admettre $\nu^2 = 1$.

La caractéristique de rigidité d'un système à cadres et entretoises d'après la formule (19.37) est :

$$\lambda = H\sqrt{C_2/B} = 48\sqrt{\frac{60\cdot 10^3}{261\cdot 10^6}} = 0{,}73.$$

On commence le calcul en vérifiant les flèches du bâtiment provoquées par les charges normalisées. Comme il est indiqué plus haut il est indispensable que $f \leqslant H/1000$.

Pour le calcul de la résistance, les efforts dans les éléments sont déterminés en partant des charges normalisées.

D'après la formule (19.71) et le tableau 19.1, on a

$$f = \frac{\alpha_2 p H^4}{B} = \frac{0{,}11\cdot 48^4 p}{261\cdot 10^6} = 2{,}23\cdot 10^{-3} p.$$

Le moment fléchissant des diaphragmes dans la base, d'après la formule (19.67), est :

$$M = -\alpha_1 p H^2 = -0{,}45\cdot 48^2 p = -1035\ p\ ;$$

pour un seul diaphragme $M = -\frac{1035p}{3} = -345\ p$.

L'effort transversal du diaphragme est déterminé, dans la base, en partant de la charge réelle.

L'effort transversal maximal des montants de cadres, d'après la formule (19.69), est :

$$Q_c = k_1 p H = 0{,}072\cdot 48 p = 3{,}46 p\ ;$$

pour un seul cadre $Q_c = \frac{3{,}46p}{8} = 0{,}43p$.

La force longitudinale des montants extrêmes de cadres au rez-de-chaussée, d'après la formule (19.70), est :

$$N = \frac{M_0 - M}{b} = -(0{,}5 - 0{,}45)\frac{48^2 p}{12} = -9{,}6 p$$

(le montant gauche est tendu) ;

pour un seul montant extrême $N = -\frac{9{,}6\ p}{8} = -1{,}2\ p$.

Le coefficient d'affaiblissement de rigidité des montants extrêmes du cadre, pour $i_c/i_m = 1{,}17/3{,}03 = 0{,}39$, conformément au tableau 16.4 (chapitre 16), est $\beta = 0{,}55$.

Les efforts transversaux des montants sont : du montant extrême $Q = Q_c\frac{\beta}{2\beta+1} = \frac{0{,}55}{2{,}1}\cdot 0{,}43\ p = 0{,}11\ p$; de celui de milieu $Q = 0{,}21\ p$.

Les moments fléchissants des montans et des linteaux sont déterminés d'après les formules (16.18), (16.20).

Faisons un calcul comparatif de ce même système à cadres et entretoises en tenant compte de l'influence des forces longitudinales des montants.

D'après la formule (19.35) :

$$\nu^2 = 1 + B/B_0 = 1 + \frac{261\cdot 10^6}{310\cdot 10^6} = 1{,}84.$$

D'après la formule (19.37) :

$$\lambda = H\sqrt{\nu^2 C_2/B} = 48\sqrt{\frac{1{,}84\cdot 60\cdot 10^3}{261\cdot 10^6}} = 0{,}99.$$

Le moment fléchissant du diaphragme dans la base, d'après la formule (19.67), est :

$$M = -\left(\frac{\nu^2-1}{2}+\alpha_1\right)\frac{pH^2}{\nu^2} = \left(\frac{1{,}84-1}{2}+0{,}41\right)\frac{48^2p}{1{,}84} = -1040p.$$

L'effort transversal maximal des montants de cadres, d'après la formule (19.69), est :

$$Q_c = \frac{k_1 pH}{\nu^2} = \frac{0{,}113\cdot 48p}{1{,}84} = 2{,}96p.$$

Les forces longitudinales des montants extrêmes de cadres, d'après la formule (19.70), sont :

$$N = \frac{M_0 - M}{b} = -\frac{0{,}5\cdot 48^2p - 1040p}{12} = -9{,}2p.$$

On voit que les forces longitudinales des montants influent peu sur les flèches et les efforts d'une ossature à cadres et entretoises à 16 étages, sauf sur la valeur de Q_c laquelle s'en trouve un peu diminuée (de 14 % dans l'exemple considéré).

19.3.4. Systèmes à entretoises à diaphragmes standards

Diaphragmes ayant un nombre différent de rangées des baies. Considérons les systèmes à entretoises dont les diaphragmes verticaux sont d'un même type, mais ayant un nombre de rangées de baies différent : une seule rangée de baies disposées de manière asymétrique (fig. 19.22), deux ou plusieurs rangées de baies disposées symétriquement (fig. 19.23). La particularité de construction d'un diaphragme à baies en comparaison avec un cadre à étages consiste en ce que les cloisons du diaphragme sont les montants dont la rigidité est plusieurs fois plus grande que celle des linteaux. C'est pourquoi la flexion locale des cloisons entre les nœuds dans les limites d'un seul étage peut être négligée, en supposant dans la formule (19.15) la valeur $\frac{1}{s}$ petite en comparaison avec la valeur $\frac{1}{r}$; on peut alors admettre pour la rigidité de cisaillement d'un diaphragme à baies la valeur

$$C_2 = \frac{12r}{l}. \qquad (19.72)$$

La rigidité sommaire courante des linteaux à plusieurs rangées de baies sera $r = \Sigma i_1$. Il faut tenir compte du fait que dans les limites des appuis larges que présentent les cloisons les linteaux sont absolument rigides. La rigidité courante d'un élément à portions absolument rigides sur des appuis larges, comme on le sait, est égale à

$$i_1 = \frac{B_1}{a}\gamma^3, \qquad (19.73)$$

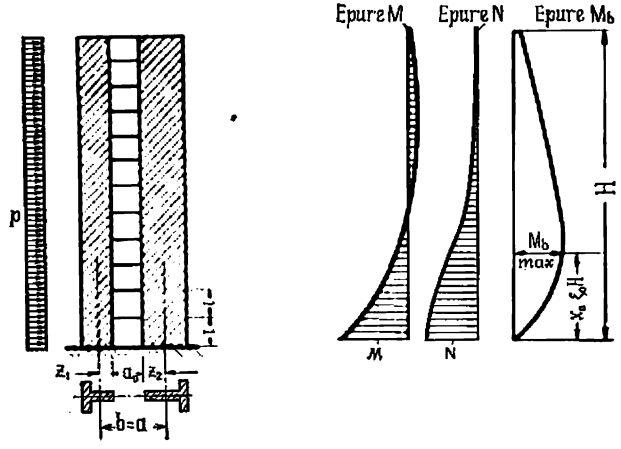


Fig. 19.22. Schéma théorique et efforts d'un diaphragme asymétrique à baies produits par une charge horizontale

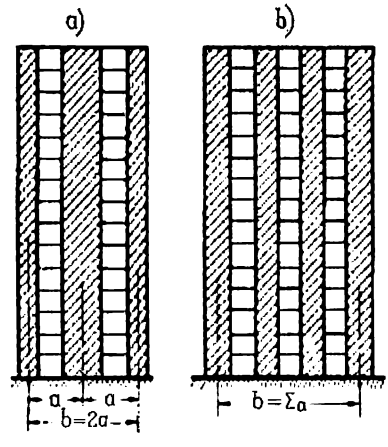


Fig. 19.23. Schémas théoriques des diaphragmes symétriques:
a — à deux rangées de baies; *b* — à trois rangées de baies

où $\gamma = a/a_0$,

a étant la distance entre les axes passant par le centre de gravité des sections des cloisons;

a_0, la distance entre deux cloisons voisines (largeur de la baie);

B_l, la rigidité de flexion du linteau.

Lors de la détermination de la rigidité de flexion d'un linteau, sa valeur est divisée, pour tenir compte de l'influence des efforts transversaux et des déformations de cisaillement, par le coefficient

$$k = 1 + 2{,}4\left(\frac{h}{a_0}\right)^2, \tag{19.74}$$

h étant la hauteur de la section du linteau.

La rigidité de flexion sommaire des cloisons d'un diaphragme est $B = \Sigma B_j$, B_j étant la rigidité de flexion d'une cloison isolée.

La rigidité de flexion B_0 du diaphragme suivant la section à baies, déduction faite de la rigidité des cloisons, se définit par la formule (19.24), la distance entre les axes des cloisons extrêmes étant $b\sum a$, alors que pour le diaphragme à une seule rangée de baies elle est $b = a$.

Dans l'équation générale de la flexion (19.33) et sa solution (19.36) les conditions aux limites pour les diaphragmes à baies restent les mêmes que pour les systèmes à cadres et entretoises. Lorsqu'on fait le calcul des diaphragmes à baies il faut appliquer les relations suivantes: l'équation des déplacements (19.49), l'équation des moments fléchissants pour les cloisons (19.42), l'équation de forces longitudinales pour les cloisons extrêmes (19.53).

Dans les diaphragmes à baies souvent $\lambda \geqslant 3$; dans ce cas il faut admettre dans les formules théoriques que $\varkappa = \lambda$; $\mathrm{ch}\lambda = \mathrm{sh}\lambda$.

Nous allons trouver l'équation des efforts transversaux des linteaux Q_l de l'expression des forces longitudinales:

$$N = -\frac{1}{l}\int_x^H Q_l\,dx. \tag{19.75}$$

Donc:

$$N'l = -d\int_x^H Q_l\,dx = Q_l.$$

Après différentiation de l'équation (19.53), nous aurons:

$$Q_l = \frac{pHl}{bv^2}\left(1 - \xi + \frac{\varkappa}{\lambda}\,\mathrm{sh}\varphi - \mathrm{ch}\varphi\right). \tag{19.76}$$

Dans un diaphragme symétrique à deux rangées de baies, les efforts transversaux des linteaux d'un même étage sont égaux.

Pour un diaphragme symétrique à plusieurs rangées de baies cette égalité peut être admise comme une approximation.

Le moment fléchissant d'un linteau calculé au droit de l'arête de la baie (fig. 19.24) s'exprime par la relation suivante :

$$M_1 = Q_1 = \frac{a_0}{2}. \tag{19.77}$$

D'après la condition d'équilibre des efforts transversaux dans une section horizontale quelconque l'effort transversal sommaire dans les cloisons est égal à l'effort transversal engendré par une charge extérieure $Q = Q_0$.

Conformément à l'équation des efforts transversaux généralisés, dans une section horizontale, l'effort transversal produit par une

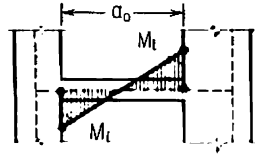


Fig. 19.24. Epure des moments d'un linteau de baie

charge extérieure se trouve équilibré par la dérivée du moment fléchissant des cloisons et le moment réparti $\overline{M}$, engendré par la résistance des linteaux :

$$M' + \overline{M} = Q_0, \tag{19.78}$$

où

$$\overline{M} = \frac{\sum Q_1 a}{l} = \frac{Q_1 b}{l}. \tag{19.79}$$

Il en vient l'effort transversal d'une cloison isolée :

$$Q_j = M' \frac{B_j}{B} + \frac{Q_1}{l}(d_g + d_d), \tag{19.80}$$

d_g et d_d étant les distances entre le pôle des moments et les linteaux adhérant à la cloison de gauche et de droite.

Etant donné que les linteaux sont encastrés aux cloisons, le pôle des moments est considéré situé au milieu de la travée du linteau. Dans la section théorique des cloisons choisie à l'endroit d'encastrement $Q_1 = 0$ et l'effort transversal de la cloison est égal à la dérivée du moment fléchissant (dans cette section l'effort transversal doit être déterminé à partir de la charge réelle).

La configuration de la ligne des flèches d'un diaphragme à baies ressemble à celle d'une poutre en porte-à-faux. La figure 19.25.

montre la ligne des flèches des diaphragmes à baies dont la gamme de valeurs de la caractéristique de rigidité λ s'étend de 1 à 9 pour $\nu^2 = 1{,}10$. Un certain accroissement des flèches dans la zone supérieure, en comparaison avec une poutre en porte-à-faux, est dû à la flexibilité des linteaux. La flèche de l'étage supérieur d'après la formule (19.50) peut être représentée comme $f = f_1 + f_0$, c'est-à-dire comme la somme de la flèche due à la flexibilité des linteaux :

$$f_1 = \frac{pH^4}{2\nu^2\lambda^2 B}\left[1 - \frac{2(\varkappa - 1)}{\lambda^2}\right], \qquad (19.50a)$$

et de la flèche due aux déformations des cloisons :

$$f_0 = \frac{pH^4(\nu^2 - 1)}{8\nu^2 B} = \frac{pH^4}{8B}, \qquad (19.50b)$$

où la rigidité du diaphragme dans la section avec baies

$$B_d = \frac{\nu^2 B}{\nu^2 - 1} = B_0 + B,$$

B étant la rigidité sommaire des cloisons du diaphragme.

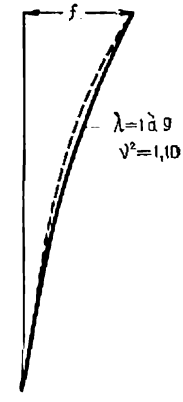


Fig. 19.25. Allure de la ligne de flexion d'un diaphragme à baies

Notons qu'en partant de l'équation des efforts transversaux généralisés (19.78) on peut aussi obtenir l'équation générale de la flexion d'un diaphragme à baies. L'angle de rotation des linteaux près de l'axe des cloisons est égal à l'angle de rotation y' de l'axe des cloisons à la flexion. En outre, étant donné que les cloisons sont soumises aux déformations de traction et de compression dues aux efforts longitudinaux, l'angle de rotation des linteaux sera $y' + u/a$. Pour un diaphragme asymétrique à une rangée de baies pour $b = a$ (v. fig. 19.22) le déplacement réciproque des appuis du linteau a pour expression :

$$u = \left(\frac{1}{E_b F_g} + \frac{1}{E_b F_d}\right) \int_0^x N\,dx,$$

ou tenant compte de la formule (19.24) et de l'équation (19.75) :

$$u = -\frac{a^2}{B_0 l} \int_0^x \int_x^H Q_1\,dx. \qquad (19.81)$$

L'effort transversal engendré par la rotation des appuis gauche et droit des linteaux est égal à

$$Q_1 = \frac{12 i_1}{a}\left(y' + \frac{u}{a}\right);$$

et, compte tenu des formules (19.72) et (19.61), il devient :

$$Q_1 = \frac{C_2 l}{a} y' - \frac{C_2}{B_0} \int_0^x \int_x^H Q_1 \, dx^2. \tag{19.82}$$

Dans un diaphragme à deux rangées de baies de largeur $b = 2a$ (v. fig. 19.23) les déplacements longitudinaux ne se produiront que dans la cloison extrême, puisque dans celle de milieu l'effort longitudinal est nul. Alors, compte tenu de la formule (19.24a), on a :

$$u = \frac{1}{E_b F} \int_0^x N \, dx = \frac{b^2}{2B_0} \int_0^x N \, dx = -\frac{b^2}{2B_0 l} \int_0^x \int_x^H Q_1 \, dx$$

et pour l'effort transversal :

$$Q_l = \frac{C_2 l}{b} y' - \frac{C_2}{B_0} \int_0^x \int_x^H Q_1 \, dx^2. \tag{19.83}$$

En déterminant C_2 on prend $r = 2i_1$, et en déterminant B_0 on prend $b = 2a$. De même, pour les diaphragmes symétriques à plusieurs rangées de baies on peut admettre $r = \Sigma i_1$; $b = \Sigma a$.

Etant donné que $M' = -By'''$ et tenant compte de la valeur de Q_1 d'après l'équation (19.83), l'équation des efforts transversaux généralisés (19.78) prend la forme :

$$By''' - C_2 y' + \frac{C_2 b}{B_0 l} \int_0^x \int_x^H Q_1 \, dx + Q_0 = 0. \tag{19.84}$$

Différentions l'équation (19.84). Il vient :

$$By^{IV} - C_2 y' + \frac{C_2 b}{B_0 l} \int_x^H Q_1 \, dx - p(x) = 0. \tag{19.85}$$

Etablissons maintenant l'équation des moments en section horizontale des cloisons d'un diaphragme :

$$M + Nb = M_0.$$

Alors

$$-By'' - \frac{b}{l} \int_x^H Q_1 \, dx = 0,$$

d'où

$$\frac{b}{l} \int_x^H Q_1 \, dx = -By'' = M_0.$$

Après avoir substitué la valeur obtenue de l'intégrale dans l'équation (19.85) on arrive à l'équation générale (19.32) déjà connue :

$$By^{IV} - C_2 v^2 y'' - \frac{C_2 M_0}{B_0} - p(x) = 0.$$

De la même manière, en partant de l'équation des efforts transversaux généralisés (19.78), on peut obtenir l'équation des efforts transversaux des cloisons. Après une double différentiation de l'équation (19.83) nous obtenons :

$$Q_1'' = \frac{C_2 l}{b} y''' + \frac{C_2}{B_0} Q_1. \tag{19.86}$$

Il vient

$$y''' = \left(\frac{Q_1''}{C_2} - \frac{Q_1}{B_0}\right) \frac{b}{l}. \tag{19.87}$$

Conformément à l'équation (19.78) :

$$By''' - \frac{Q_1 b}{l} + Q_0 = 0.$$

Alors, compte tenu de la valeur de y''' obtenue d'après (19.87), l'équation différentielle des efforts transversaux des cloisons aura pour expression :

$$\frac{B}{C_2} Q_1'' - v^2 Q_1 + \frac{Q_0 l}{b} = 0 \tag{19.88}$$

ou

$$s_2^2 Q_1 - Q_1 + \frac{Q_0 l}{b v^2} = 0, \tag{19.89}$$

dans laquelle, conformément aux (19.34), (19.35) :

$$s_2 = \sqrt{B/v^2 C_2}\,; \quad v^2 = 1 + B/B_0.$$

Pour une charge uniformément répartie la solution de l'équation (19.79) est :

$$Q_1 = A_1 \operatorname{ch} \varphi + A_2 \operatorname{sh} \varphi + \frac{Q_0 l}{b v^2}. \tag{19.90}$$

Les conditions aux limites : 1. $Q_1(0) = 0$ conformément à l'équation (19.83) pour $y'(0) = 0$; 2. $Q_1'(\lambda) = 0$ conformément à l'équation (19.83) une fois différentiée, à la relation $By'' = -M$ et à la condition $M(\lambda) = 0$.

Les constantes d'intégration sont :

$$A_1 = -\frac{p s_2 \lambda l}{b v^2}\,; \quad A_2 = \frac{p s_2 \varkappa l}{b v^2}. \tag{19.91}$$

Portons maintenant les constantes d'intégration dans la solution ; nous obtenons l'équation (19.76) :

$$Q_1 = \frac{pHl}{b\nu^2}\left(1 - \xi + \frac{\varkappa}{\lambda}\,\mathrm{sh}\,\varphi - \mathrm{ch}\,\varphi\right).$$

Le *diaphragme combiné*, quand on tient compte de l'influence des efforts longitudinaux de la cloison et du montant de sa partie non continue, est calculé comme un diaphragme à baies, dont la rigidité de cisaillement C_{2d} se définit suivant la formule (19.62) et celle de flexion B_0, d'après la formule (19.24).

Les *déplacements unités d'un diaphragme à baies* produits par une force horizontale $P = 1$ sont définis, de même que pour un système à cadres et entretoises, d'après les formules (19.50), (19.57) dans lesquelles B est la rigidité de flexion sommaire des cloisons du diaphragme.

Utilisation des tableaux. Les flèches et les efforts en sections théoriques d'un diaphragme à baies peuvent être déterminés d'après les mêmes tableaux et formules, qui ont été établis pour des systèmes à cadres et entretoises d'après la formule (19.78).

Ainsi, le moment fléchissant sommaire des cloisons d'un diaphragme d'après la formule (19.67) est :

$$M = -\left(\frac{\nu^2 - 1}{2} + \alpha_1\right)\frac{pH^2}{\nu^2}.$$

L'effort transversal sommaire des cloisons d'un diaphragme dans la base (qui se détermine à partir de la charge réelle) est $Q = Q_{\text{réelle}}$.

Les valeurs de M et Q sont réparties parmi les cloisons d'un diaphragme proportionnellement à leurs rigidités.

L'effort transversal maximal des cloisons est :

$$Q_1 = \frac{k_1 pHl}{b\nu^2}. \qquad (19.92)$$

Le moment fléchissant des linteaux, d'après la formule (19.77), est :

$$M = Q_1 \frac{a_0}{2}.$$

La force longitudinale des cloisons extrêmes au rez-de-chaussée, d'après la formule (19.70), est :

$$N = \frac{M_0 - M}{b}.$$

La flèche de l'étage supérieur, d'après la formule (19.71), est :

$$f = \left(\frac{\nu^2 - 1}{8} + \alpha_2\right)\frac{pH^4}{B\nu^2},$$

B étant la rigidité sommaire des cloisons.

Les valeurs des coefficients α_1 et α_2 sont données au tableau 19.1, celles des coefficients k_1, au tableau 19.2.

Données pratiques de l'établissement des projets. La pratique de l'établissement des projets des diaphragmes à baies en béton armé de bâtiments à étages montre que, suivant le rapport des rigidités des cloisons et des linteaux, la valeur de la caractéristique de rigidité λ est en général de 3 à 8; des valeurs plus grandes de λ, à savoir 12 à 15, sont aussi possibles; dans ce cas la flexibilité des cloisons est très faible. Pour les faibles valeurs de $\lambda = 1$ à 2, les cloisons ont une flexibilité assez importante, ce qui diminue sensiblement la rigidité latérale du bâtiment. En outre, suivant le rapport des rigidités, en général, le coefficient $\nu^2 = 1{,}10$ à $1{,}30$; les valeurs plus grandes de ν^2 sont aussi possibles. Les déformations longitudinales des cloisons dues aux forces longitudinales influent sensiblement sur le travail d'un diaphragme à baies; on doit toujours en tenir compte dans les calculs.

Exemple 19.3. Déterminer la flèche et les efforts produits par les charges horizontales dans les éléments d'un bâtiment préfabriqué en béton armé, à 16 étages (y compris le rez-de-chaussée), travaillant dans le sens transversal

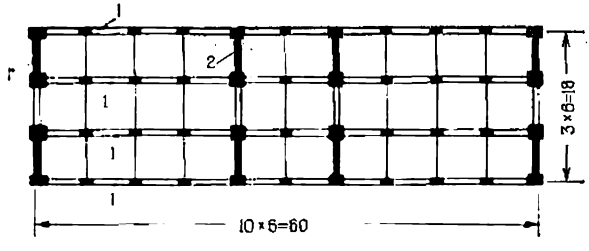


Fig. 19.26. Plan constructif du bâtiment de l'exemple 19.3

d'après le système à entretoises et ayant les diaphragmes d'un même type (fig. 19.26). Réseau de poteaux de 6 × 6 m ; hauteur des étages 4,2 m ; hauteur théorique du bâtiment $H = 67{,}2$ m. Section de poteaux dans tous les étages de 45 × 45 cm. Un bloc du bâtiment est muni de quatre diaphragmes transversaux à baies et des cadres longitudinaux à travées multiples. L'épaisseur des panneaux formant les cloisons des diaphragmes est égale à 16 cm (entre poteaux). Section des linteaux de 30 × 120 cm. Qualité de béton 300 ; $E_b = 315\,000$ kg/cm^2 $= 3{,}15 \cdot 10^6$ t/m^2. Planchers intermédiaires en grands panneaux. Joints des éléments préfabriqués exécutés par soudure des pièces d'attaches avec bétonnage postérieur.

Solution. La rigidité des sections des éléments en béton armé est déterminée comme pour une section en béton pleine. Pendant le calcul le module de déformations du béton, conformément aux normes, est admis avec un coefficient de 0,85.

Calculons maintenant d'après la formule (19.74)

$$k=1+2{,}4\left(\frac{h}{a_0}\right)^2=1+2{,}4\left(\frac{1{,}3}{5{,}55}\right)^2=1{,}13.$$

Compte tenu des déformations de cisaillement, la rigidité du linteau sera :

$$B_1=0{,}85\cdot 3{,}15\cdot 10^6\,\frac{0{,}3\cdot 1{,}2^3}{1{,}2\cdot 1{,}13}=103\cdot 10^3\ \text{tm}^2.$$

La distance entre les axes des cloisons d'un diaphragme à une seule rangée de baies $b = a = 12$ m. La portée du linteau $a_0 = 5{,}55$. Le rapport $\gamma = a/a_0 = 2{,}16$. La rigidité courante du linteau, suivant la formule (19.73), est alors :

$$i_1=\frac{B_1}{a}\gamma^3=\frac{103\cdot 10^3}{12}2{,}16^3=86\cdot 10^3\ \text{tm}.$$

D'après la formule (19.72) la rigidité de cisaillement du diaphragme à une rangée de baies sera :

$$C_2=\frac{12r}{l}=\frac{12\cdot 86\cdot 10^3}{4{,}2}=247\cdot 10^3\ \text{t}.$$

Calculons maintenant la rigidité de flexion des cloisons :

$$B_1=B_2=0{,}85\cdot 3{,}15\cdot 10^6\left(\frac{0{,}16\cdot 5{,}55^3}{12}+\frac{0{,}45^2\cdot 6^2}{2}\right)=15{,}8\cdot 10^6\ \text{tm}^2.$$

Alors la rigidité de flexion sommaire de deux cloisons est $B = 31{,}6\cdot 10^6$ tm^2.

Calculons $E_bF=0{,}85\cdot 3{,}15\cdot 10^6\,(0{,}16\cdot 5{,}55+20{,}45^2)=3{,}5\cdot 10^6$ t.

La rigidité, d'après la formule (19.24a), est :

$$B_0=\frac{1}{2}E_bFb^2=\frac{1}{2}3{,}5\cdot 10^6\cdot 12^2=252\cdot 10^6\ \text{tm}^2.$$

La rigidité dans une section avec baie est :

$$B_d=B_0+B=283{,}6\cdot 10^6\ \text{tm}^2.$$

D'après la formule (19.35) :

$$\nu^2=1+B/B_0=1+\frac{31{,}6\cdot 10^6}{252\cdot 10^6}=1{,}125.$$

La caractéristique de rigidité du diaphragme sera dès lors, d'après la formule (19.37) :

$$\lambda=H\sqrt{\nu^2C_2/B}=67{,}2\sqrt{\frac{1{,}125\cdot 247\cdot 10^3}{31{,}6\cdot 10^6}}=6{,}3.$$

Prenons pour charge horizontale sollicitant un seul diaphragme un quart de celle qui sollicite la façade longitudinale du bâtiment. La flèche du diaphragme est déterminée en partant des charges normalisées :

$$f\leqslant H/1000.$$

En faisant le calcul de la résistance, on détermine les efforts dans les éléments à partir des charges théoriques.

La formule (19.71) et le tableau 19.1 permettent de trouver

$$f=\left(\frac{\nu^2-1}{8}+\alpha_2\right)\frac{pH^4}{B\nu^2}=\left(\frac{1{,}125-1}{8}+0{,}0092\right)\frac{67{,}2^4p}{31{,}6\cdot 10^6\cdot 1{,}125}=13{,}9\cdot 10^{-3}p.$$

Si l'on ne tient pas compte de la flexibilité des linteaux, la flèche devient :

$$f=\frac{pH^4}{8B_d}=9\cdot10^{-3}p\ (-36\%).$$

D'après la formule (19.67) le moment fléchissant des cloisons d'un dia phragme est en base :

$$M=-\left(\frac{\nu^2-1}{2}+\alpha_1\right)\frac{pH^2}{\nu^2}=-\left(\frac{1{,}125-1}{2}+0{,}134\right)\frac{67{,}2^2p}{1{,}125}=-790p,$$

pour une seule cloison $M=-395\ p$.

L'effort transversal est défini, dans la base, d'après la charge réelle.

Selon la formule (19.92) et le tableau 19.2 l'effort transversal du linteau est :

$$Q_1=\frac{k_1pHl}{b\nu^2}=\frac{0{,}55\cdot67{,}2\cdot4{,}2p}{12\cdot1{,}125}=11{,}6p.$$

Le moment fléchissant du linteau, suivant la formule (19.77), est :

$$M=Q_1\frac{a_0}{2}=\frac{11{,}6\cdot5{,}55p}{2}=32{,}2p.$$

Et, enfin, d'après la formule (19.70) nous déterminons la force longitudinale des cloisons, à savoir :

$$N=\frac{M_0-M}{b}=-\frac{0{,}5\cdot67{,}2^2p-790p}{12}=-123p$$ (la cloison de gauche est tendue).

19.3.5. Systèmes à entretoises avec les diaphragmes de différents types

Système avec un diaphragme à baies et l'autre continu. Lorsqu'un diaphragme est à baies et l'autre continu, la rigidité de flexion du diaphragme continu fait partie de la rigidité de flexion sommaire des cloisons. Le calcul est fait comme si c'était un système à entretoises avec les diaphragmes à baies d'un seul type, puisqu'un tel système, aussi bien que les systèmes à cadres et entretoises, peut être résolu à partir de l'équation généralisée (19.33), les conditions aux limites étant les mêmes.

Systèmes à plusieurs diaphragmes à baies de différents types. Les systèmes à plusieurs diaphragmes de types variés ayant un nombre différent de rangées de baies sont aussi résolus à la base de l'équation généralisée (19.33). Pour un nombre de diaphragmes de types différents égal à n on obtient n équations différentielles et deux équations supplémentaires :

$$\left.\begin{aligned} &p_1(x)+p_2(x)+\ldots+p_n(x)=p(x);\\ &M_{01}+M_{02}+\ldots+M_{0n}=M_0. \end{aligned}\right\} \qquad (19.93)$$

Le problème a été résolu à l'aide d'une calculatrice électronique.

L'expérience montre que, pour un nombre plus élevé de diaphragmes de différents types, il est plus avantageux d'utiliser le schéma théorique à un nombre limité de tiges-entretoises entre les constructions verticales (v. fig. 19.11) et d'avoir à résoudre un système d'équations algébriques. Les déplacements unités des diaphragmes à baies doivent être déterminés d'après les formules (19.56), (19.57).

Systèmes avec deux diaphragmes à baies de type différent et un diaphragme continu. Pour deux diaphragmes à baies de type différent et un diaphragme continu (v. fig. 19.10) le problème peut être réduit à une équation différentielle des moments de quatrième ordre, les déplacements et les efforts devant être déterminés d'après les formules établies d'avance. Conformément à (19.32), le système des équations différentielles est le suivant :

$$\left.\begin{aligned} B_1 y^{IV} - C_{21}\nu_1^2 y'' - \frac{C_{21}M_{01}}{B_{01}} - p_1(x) = 0\,; \\ B_2 y^{IV} - C_{22}\nu_2^2 y'' - \frac{C_{22}M_{02}}{B_{01}} - p_2(x) = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (19.94)$$

Les équations supplémentaires sont :

$$\left.\begin{aligned} p_1(x) + p_2(x) = p(x)\,; \\ M_{01} + M_{02} = M_0. \end{aligned}\right\} \qquad (19.95)$$

Ici la rigidité de flexion du diaphragme continu se trouve incluse dans la rigidité de flexion sommaire des cloisons du second diaphragme B_2.

Le système des équations différentielles (19.94) avec les équations supplémentaires (19.95) se réduit à l'équation différentielle suivante :

$$b_1 y^{IV} - b_2 y^{IV} + b_3 y'' + b_4 M_0 + b_5 p(x) - p''(x) = 0, \qquad (19.96)$$

où

$$b_1 = B_1 + B_2\,; \quad b_2 = \nu_I^2 C_{21} + \nu_{II}^2 C_{22}\,;$$

$$b_3 = b_4 (B_{01} + B_{02} + B_1 + B_2)\,; \qquad (19.97)$$

$$b_4 = \frac{C_{21}C_{22}}{B_{01}B_{02}}\,; \quad b_5 = \frac{C_{21}}{B_{01}} + \frac{C_{22}}{B_{02}}\,; \qquad (19.98)$$

$$\nu_I^2 = 1 + b_1/B_{01}\,; \quad \nu_{II}^2 = 1 + b_1/B_{02}. \qquad (19.99)$$

Dans ce cas la condition suivante doit être observée :

$$\frac{C_{21}}{B_{01}} - \frac{C_{22}}{B_{02}} \neq 0. \qquad (19.100)$$

En tenant compte de ce que le moment fléchissant sommaire des cloisons des diaphragmes à baies et du diaphragme continu $M = -b_1 y''$, on obtient l'équation différentielle des moments pour une charge $p(x) = p$:

$$M^{IV} - 2a^2 M'' + b^4 M - b_4 M_0 - b_5 p = 0, \qquad (19.101)$$

dans laquelle :

$$2a^2 = b_2/b_1 ; \quad b^4 = b_3/b_1. \qquad (19.102)$$

Suivant les paramètres de rigidité des constructions d'un bâtiment à étages on a en général $b^2 < a^2$. Alors, pour le moment $M_0 = -0{,}5\, pH^2 (1 - \xi)^2$ la solution de l'équation (19.101) sera :

$$M = \left[A_1 \operatorname{ch} \alpha_1 x + A_2 \operatorname{sh} \alpha_1 x + A_3 \operatorname{ch} \alpha_2 x + \right.$$
$$\left. + A_4 \operatorname{sh} \alpha_2 x - \frac{(1-\xi)^2}{2} t_1 + t_2 \right] pH^2, \qquad (19.103)$$

où

$$t_1 = \frac{b_4}{b^4} ; \quad t_2 = \frac{b_5 - 2a^2 t_1}{H^2 b^4} ; \qquad (19.104)$$

$$\alpha_{1,2} = \sqrt{a^2 \mp \sqrt{a^4 - b^4}}. \qquad (19.105)$$

Les conditions aux limites : 1. $M'(0) = pH$;

$$2.\ M'''(0) - \frac{C_{21} + C_{22}}{b_1} M'(0) = 0 ;$$

$$3.\ M(H) = 0 ; \quad 4.\ M''(H) + p = 0.$$

Les constantes d'intégration, à multiplicateur pH^2 près, sont :

$$\left.\begin{aligned} A_1 &= -\frac{\mu_2 \operatorname{sh} \lambda_1 - \lambda_1 (t_1 + t_2 \lambda_2^2 - 1)}{\mu \lambda_1 \operatorname{ch} \lambda_1} ; \quad A_2 = \frac{\mu_2}{\mu \lambda_1} ; \\ A_3 &= \frac{\mu_1 \operatorname{sh} \lambda_2 - \lambda_2 (t_1 + t_2 \lambda_1^2 - 1)}{\mu \lambda_2 \operatorname{ch} \lambda_2} ; \quad A_4 = -\frac{\mu_1}{\mu \lambda_2}, \end{aligned}\right\} \qquad (19.106)$$

dans lesquelles :

$$\left.\begin{aligned} &\mu = \lambda_1^2 - \lambda_2^2 ; \quad \lambda_1 = \alpha_1 H ; \quad \lambda_2 = \alpha_2 H ; \\ &\mu_1 = \lambda_0^2 - \lambda_1^2 (1 - t_1) ; \quad \mu_2 = \lambda_0^2 - \lambda_2^2 (1 - t_1) ; \end{aligned}\right\} \qquad (19.107)$$

$$\lambda_0^2 = H^2 (C_{21} + C_{22})/b_1. \qquad (19.108)$$

Le moment fléchissant calculé d'après (19.103) se répartit parmi les cloisons de chaque diaphragme à baies et diaphragme continu proportionnellement aux rigidités.

Après avoir intégré deux fois l'équation des moments fléchissants (19.103) et défini les constantes d'intégration à partir de la

condition que $y(0) = y'(0) = 0$, l'équation des flèches du système sera :

$$y = \frac{pH^4}{b_1}\left[(1-\operatorname{ch}\xi\lambda_1)\frac{A_1}{\lambda_1^2}+(\xi\lambda_1-\operatorname{sh}\xi\lambda_1)\frac{A_2}{\lambda_1^2}+(1-\operatorname{ch}\xi\lambda_2)\frac{A_3}{\lambda_2^2}+\right.$$
$$\left.+(\xi\lambda_2-\operatorname{sh}\xi\lambda_2)\frac{A_4}{\lambda_2^2}+\frac{t_1}{2}\left(\frac{\xi^2}{2}-\frac{\xi^3}{3}+\frac{\xi^4}{12}\right)-\frac{t_2\xi^2}{2}\right]. \quad (19.109)$$

Il est plus avantageux de déterminer les efforts transversaux des linteaux des diaphragmes à baies à partir d'une équation différentielle à part.

Etant donné que $Q = -b_1 y'''$, l'équation d'équilibre des efforts transversaux généralisés dans une section horizontale prend la forme :

$$-b_1 y''' + \overline{M}_1 + \overline{M}_2 = Q_0, \quad (19.110)$$

dans laquelle $\overline{M}_1$ et $\overline{M}_2$ sont définis pour chaque diaphragme à baies d'après (19.79).

Compte tenu de la valeur de y''' tirée de (19.87), qui est vraie pour chaque diaphragme à baies, on obtient un système de deux équations différentielles :

$$\left.\begin{aligned}\frac{b_1}{C_{21}}\overline{M}_1'' - \nu_{\mathrm{I}}^2\overline{M}_1 - \overline{M}_2 + Q_0 = 0;\\ \frac{b_1}{C_{21}}\overline{M}_2'' - \nu_{\mathrm{II}}^2\overline{M}_2 - \overline{M}_1 + Q_0 = 0.\end{aligned}\right\} \quad (19.111)$$

A partir du système des équations (19.111), on obtient pour chaque diaphragme à baies une équation différentielle de quatrième ordre. Ecrivons-la pour le premier diaphragme :

$$\overline{M}_1^{\mathrm{IV}} - 2a^2\overline{M}_1'' + b^4\overline{M}_1 - cQ_0 - ep'(x) = 0. \quad (19.112)$$

Ici : a^2, b^4 sont déterminés d'après (19.102) :

$$c = \frac{1}{b_1}(\nu_{\mathrm{II}}^2 - 1)C_{21}C_{22}; \quad e = C_{21}/b_1. \quad (19.113)$$

La solution pour la charge $p(x) = p$ sera :

$$\overline{M}_1 = A_1\operatorname{ch}\alpha_1 x + A_2\operatorname{sh}\alpha_1 x + A_3\operatorname{ch}\alpha_2 x + A_4\operatorname{sh}\alpha_2 x + t_3 Q_0, \quad (19.114)$$

où

$$t_3 = \frac{\nu_{\mathrm{II}}^2 - 1}{\nu_{\mathrm{I}}^2\nu_{\mathrm{II}}^2 - 1}. \quad (19.115)$$

Les conditions aux limites :

1. $\overline{M}_1(0) = 0$; 2. $\overline{M}_1''(0) + \frac{1}{b_1}C_{21}Q_0(0) = 0$;

3. $\overline{M}_1'(H) = 0$; 4. $\overline{M}_1'''(H) - \frac{1}{b_1}C_{21}p = 0$.

Les constantes d'intégration, à multiplicateur pH près, sont :

$$\left.\begin{aligned} A_1 &= -\frac{\lambda_{01}^2 - t_3\lambda_2^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}\,; \quad A_2 = -\frac{(\lambda_{01}^2 - t_3\lambda_2^2)(1+\lambda_1 \operatorname{sh}\lambda_1)}{\lambda_1(\lambda_1^2-\lambda_2^2)\operatorname{ch}\lambda_1}\,; \\ A_3 &= \frac{\lambda_{01}^2 - t_3\lambda_1^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}\,; \quad A_4 = -\frac{(\lambda_{01}^2 - t_3\lambda_1^2)(1+\lambda_2 \operatorname{sh}\lambda_2)}{\lambda_2(\lambda_1^2-\lambda_2^2)\operatorname{ch}\lambda_2}\,. \end{aligned}\right\} \quad (19.116)$$

Lorsqu'on détermine $\overline{M}_2$ et les constantes d'intégration pour le second diaphragme à baies, dans les formules (19.116) il faut porter λ_{02} au lieu de λ_{01}.

D'après les valeurs de $\overline{M}$ on calcule les moments fléchissants des linteaux.

Les forces longitudinales des cloisons extrêmes sont déterminées en intégrant l'équation (19.114). Conformément à (19.75) et (19.79), pour les cloisons extrêmes de chaque diaphragme à baies on trouve :

$$\begin{aligned} N = -\frac{1}{bl}\int_x^H \overline{M}\,dx = -\frac{pH^2}{b}\Big[&(\operatorname{sh}\lambda_1 - \operatorname{sh}\alpha_1 x)\frac{A_1}{\lambda_1} + \\ &+ (\operatorname{ch}\lambda_1 - \operatorname{ch}\alpha_1 x)\frac{A_2}{\lambda_1} + (\operatorname{sh}\lambda_2 - \operatorname{sh}\alpha_2 x)\frac{A_3}{\lambda_2} + \\ &+ (\operatorname{ch}\lambda_2 - \operatorname{ch}\alpha_2 x)\frac{A_4}{\lambda_2} + (1-\xi)^2\frac{t_3}{2}\Big]. \end{aligned} \quad (19.117)$$

Les systèmes à cadres et entretoises avec les diaphragmes à baies et combinés (v. fig. 19.9) sont calculés comme si c'étaient les systèmes à deux diaphragmes de type différent.

Exemple 19.4. Déterminer la flèche et les efforts engendrés par les charges horizontales dans les éléments d'un bâtiment à 16 étages (y compris le rez-de-chaussée) travaillant dans le sens transversal suivant le système à entretoises

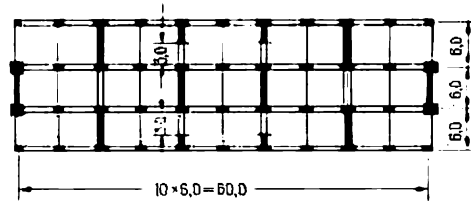


Fig. 19.27. Plan constructif du bâtiment de l'exemple 19.4

à diaphragmes de type différent (fig. 19.27). Réseau de poteaux de 6 × 6 m ; hauteur des étages 4,2 m; hauteur théorique du bâtiment $H = 67{,}2$ m. Dans un bloc du bâtiment il y a trois paires de diaphragmes transversaux de différent type : à deux rangées de baies, à une rangée de baies, continus. En direction longitudinale il y a des cadres à travées multiples. Distance entre les axes des cloisons extrêmes du premier diaphragme $b = 15{,}55$ m. Celle du second diaphragme $a = 12{,}0$ m.

Les valeurs calculées des rigidités des diaphragmes et des paramètres théoriques sont résumées aux tableaux 19.4 et 19.5.

Tableau 19.4

Rigidités des diaphragmes

	Premier diaphragme à baies	Deuxième diaphragme à baies	Diaphragme continu
Rigidité de flexion sommaire des cloisons	$B_1 = 40{,}16 \cdot 10^6$ tm²	$B_2 = 63{,}68 \times \times 10^6$ tm²	
Rigidité de flexion	$B_{01} = 472 \cdot 10^6$ tm²	$B_{02} = 500 \times \times 10^6$ tm²	$B_d = 31{,}84 \times \times 10^6$ tm²
Rigidité de cisaillement	$C_{21} = 71{,}5 \cdot 10^3$ t	$C_{22} = 562 \cdot 10^3$ t	

Tableau 19.5

Paramètres théoriques

Valeurs	Numéros des formules utilisées
$\nu_I^2 = 1{,}29$; $\nu_{II}^2 = 1{,}29$	(19.99)
$a^2 = 2{,}98 \cdot 10^{-3}$; $b^4 = 1{,}40 \cdot 10^{-6}$	(19.102)
$t_1 = 122{,}30 \cdot 10^{-3}$; $t_2 = 85{,}5 \cdot 10^{-3}$;	(19.104),
$t_3 = 435 \cdot 10^{-3}$	(19.115)
$\alpha_1 = 15{,}5 \cdot 10^{-3}$; $\alpha_2 = 76{,}0 \cdot 10^{-3}$	(19.105),
$\lambda_1 = \alpha_1 H = 1{,}041$; $\lambda_2 = \alpha_2 H = 5{,}110$; $\lambda_0^2 = 21{,}190$	(19.108)
Pour calculer les flèches et les moments des cloisons :	
$A_1 = -86{,}153 \cdot 10^{-3}$; $A_2 = 67{,}004 \cdot 10^{-3}$;	(19.106)
$A_3 = -157{,}850 \cdot 10^{-3}$; $A_4 = 158{,}244 \cdot 10^{-3}$	(19.106)
Pour calculer les moments des linteaux et forces longitudinales des cloisons	
$A_1 = -344{,}524 \cdot 10^{-3}$; $A_2 = 477{,}053 \cdot 10^{-3}$;	(19.116)
$A_3 = -77{,}138 \cdot 10^{-3}$; $A_4 = 77{,}014$	(19.116)

La rigidité de flexion sommaire $b_1 = B_1 + B_2 + B_d = 135{,}68 \cdot 10^6$ tm². La condition (19.100) :

$$C_{21}/B_{01} - C_{22}/B_{02} = 1{,}51 \cdot 10^{-4} - 11{,}30 \cdot 10^{-4} \neq 0$$

est satisfaite.

Pour $\xi = 1$ la flèche de l'étage supérieur du bâtiment, d'après la formule (19.109), est $f = 29{,}45 \cdot 10^{-3}\ pH^4/b_1$. Notons que pour l'assemblage articulé des linteaux avec les cloisons la flèche $f = 125 \cdot 10^{-3}\ pH^4/b_1$ augmente de plus de quatre fois.

Le moment fléchissant sommaire dans l'encastrement des cloisons des diaphragmes à baies et continu pour $x = 0$, d'après la formule (19.103), est égal à :

$$M = -0{,}22pH^2.$$

Les moments répartis sommaires des cloisons sont d'après la formule (19.114) :

valeur maximale pour le premier diaphragme à baies :

$$\bar{M} = 0{,}072pH \quad \text{pour } \xi_0 = 0{,}4 ;$$

pour le second :

$$\bar{M} = 0{,}300pH \quad \text{pour } \xi_0 = 0{,}3.$$

Les forces longitudinales des cloisons extrêmes à l'endroit d'encastrement, pour $x = 0$, seront d'après la formule (19.117) :

pour le premier diaphragme à baies :

$$N = -0{,}230pH^2/b$$

et pour le second :

$$N = -0{,}05pH^2/a.$$

19.3.6. Influence de la déformabilité des fondations

L'irrégularité de la pression de la fondation du diaphragme vertical sur le sol de fondation entraîne une inclinaison de la fondation, ce qui provoque des flèches supplémentaires du bâtiment à étages. Dans les systèmes à cadres et entretoises, la déformabilité du sol de fondation sous les diaphragmes fait que la partie de la charge qui se transmet aux cadres augmente, surtout aux étages supérieurs. La déformabilité du sol de fondation sous les poteaux crée elle aussi un déplacement supplémentaire de l'ossature à cadres ; cependant, vu sa petitesse relative, son influence est négligée.

Pour augmenter la rigidité spatiale des bâtiments à étages et empêcher les déformations supplémentaires dues à la déformabilité des sols de fondation on peut enfoncer les pieux dans le sol de fondation ou avoir recours à la construction d'un radier général, etc. La déformabilité d'une fondation à pieux, surtout en cas de pieux-pilotis, est insignifiante.

Sous l'influence du moment fléchissant M_0 l'affaissement du bord de la fondation d'un diaphragme vertical (fig. 19.28) sera :

$$u = \pm \frac{P_M}{C_\varphi} = \pm \frac{M_0 a_f}{2C_\varphi I_f}. \qquad (19.118)$$

Alors, l'inclinaison de la fondation (en négligeant la déformation de la fondation elle-même) aura pour expression :

$$Q = \frac{2u}{a_f} = \frac{M_0}{B_f}. \qquad (19.119)$$

$B_f = C_\varphi I_f$ étant la rigidité angulaire de la fondation ;

C_φ, le coefficient du lit, la compression de la base étant irrégulière ;

I_f, le moment d'inertie de la section de la semelle de fondation ;

a_f, la dimension du côté de la fondation dans le plan de flexion.

Dans les systèmes à entretoises ayant une fondation commune sous toutes les cloisons du diaphragme, la flèche supplémentaire due à l'inclinaison de la fondation est exprimée par la relation :

$$f_f = \theta H. \qquad (19.120)$$

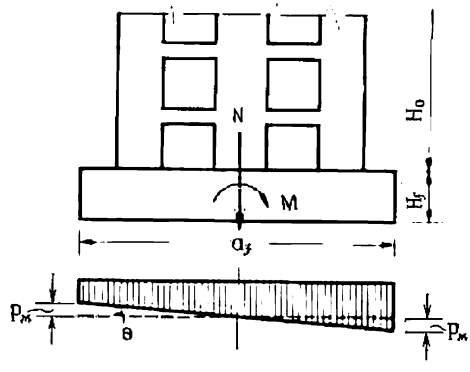


Fig. 19.28. Détermination de l'inclinaison de la fondation d'un diaphragme vertical

Dans le cas des systèmes à cadres et entretoises, en résolvant l'équation (19.36) il faut admettre, à la place des constantes d'intégration d'après (19.47) et (19.48), d'autres valeurs, calculées compte tenu de la déformabilité des fondations. Pour cela il faut modifier la seconde condition aux limites et admettre que l'angle de rotation dans la base est proportionnel au moment fléchissant du diaphragme [1] :

$$w'(0) = -\frac{BM(0)}{B_f} = \frac{Bw''(0)}{B_f}.$$

Les trois autres conditions aux limites restent inchangées.

Rappelons que, pour une caractéristique de rigidité du cadre $\lambda_c > 0{,}7$, on peut admettre dans les formules citées ci-dessous $\nu^2 = 1$.

Les constantes d'intégration sont :

$$\left.\begin{aligned} A_1 = -A_3 = -\frac{ps_2^4 \varkappa \alpha_0}{\nu^2}; \quad A_2 = \frac{ps_2^3 \lambda}{\nu^2}; \\ A_4 = -ps_2^4 \frac{\alpha_0 (1 + \lambda \operatorname{sh} \lambda) - 1}{\nu^2 \operatorname{sh} \lambda}; \end{aligned}\right\} \qquad (19.121)$$

[1]) Le deuxième terme $H_f Q_0(0)$ de l'expression du moment fléchissant est négligé.

où

$$\alpha_0 = \frac{\nu^2 + K_f\beta_1\left[1 - \frac{(\nu^2-1)\lambda^2}{2\nu^2}\right]}{\nu^2 + K_f\beta_2} \qquad (19.122)$$

est la caractéristique de déformabilité ;

$$K_f = \frac{B}{HB_f}, \qquad (19.123)$$

le coefficient de déformabilité de la fondation ;

$$\beta_1 = \frac{\lambda \operatorname{sh}\lambda}{1+\lambda \operatorname{sh}\lambda}; \quad \beta_2 = \frac{\lambda \operatorname{sh}\lambda}{\operatorname{ch}\lambda}. \qquad (19.124)$$

Quand la fondation est absolument rigide $K_f = 0$; $\alpha_0 = 1$.

L'équation des flèches d'un système à cadres et entretoises, après substitution dans (19.36) des constantes d'intégration d'après (19.121), compte tenu de la déformabilité de la fondation, prend la forme :

$$w = \frac{ps_2^4}{\nu^2}\left[\lambda\varphi - \frac{\varphi^2}{2} + \alpha_0\varkappa \operatorname{ch}\varphi - \frac{\alpha_0(1+\lambda \operatorname{sh}\lambda)-1}{\operatorname{sh}\lambda}\operatorname{sh}\varphi - \alpha_0\varkappa + \right.$$
$$\left. + \frac{(\nu^2-1)\lambda^4}{2}\left(\frac{\xi^2}{2} - \frac{\xi^3}{3} + \frac{\xi^4}{12}\right)\right]. \qquad (19.125)$$

La flèche de l'étage supérieur du bâtiment pour $\varphi = \lambda$ et $\xi = 1$ sera :

$$f = \frac{pH^4}{2\nu^2\lambda^2 B}\left[1 - \frac{2(\alpha_0\varkappa - 1)}{\lambda^2} + \frac{\lambda^2(\nu^2-1)}{4}\right]. \qquad (19.126)$$

Déterminons maintenant les efforts dans les éléments du bâtiment.

Le moment fléchissant du diaphragme :

$$M = -w'' = -\frac{pH^2}{\nu^2}\left[\frac{1}{2}(1-\xi)^2(\nu^2-1) - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{\lambda^2}\left(1 - \alpha_0\varkappa \operatorname{ch}\varphi + \frac{\alpha_0(1+\lambda \operatorname{sh}\lambda)-1}{\operatorname{sh}\lambda}\operatorname{sh}\varphi\right)\right]. \qquad (19.127)$$

Les efforts transversaux du diaphragme vertical :

$$Q = M' = \frac{pH}{\nu^2}\left[(1-\xi)(\nu^2-1) + \frac{\alpha_0(1+\lambda \operatorname{sh}\lambda)-1}{\lambda \operatorname{sh}\lambda}\operatorname{ch}\varphi - \frac{\alpha_0\varkappa}{\lambda}\operatorname{sh}\varphi\right]. \qquad (19.128)$$

Les efforts transversaux des montants de cadres

$$Q_c = Q_0 - Q = \frac{pH}{\nu^2}\left[1 - \xi + \frac{\alpha_0\varkappa}{\lambda}\operatorname{sh}\varphi - \frac{\alpha_0(1+\lambda \operatorname{sh}\lambda)-1}{\lambda \operatorname{sh}\lambda}\operatorname{ch}\varphi\right]. \qquad (19.129)$$

Les forces longitudinales des montants extrêmes de cadres d'après la formule (19.70):

$$N = \frac{M_0 - M}{b}.$$

La déformabilité de la fondation et la diminution de la caractéristique α_0 font diminuer les moments fléchissants du diaphragme vertical (fig. 19.29).

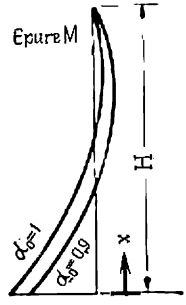


Fig. 19.29. Epure des moments du diaphragme d'un système à cadres et entretoises en fonction des valeurs de la caractéristique de déformabilité

19.3.7. Influence de la déformabilité des planchers intermédiaires lors d'une flexion

Dans les systèmes à entretoises les flèches des planchers intermédiaires en béton armé, lors d'une flexion dans leur propre plan causée par des charges horizontales, peuvent devenir commensurables avec celles des diaphragmes verticaux, si ces derniers seront bien distancés (fig. 19.30). Dans ce cas les diaphragmes verticaux extrêmes seront déchargés, alors que ceux de milieu seront chargés quelque peu en plus.

Le chargement des diaphragmes à rigidités égales par les charges égales (comme dans le cas des planchers absolument rigides) ne sera pas atteint, c'est-à-dire le travail spatial n'aura plus lieu.

Soient les flèches des diaphragmes extrêmes égales à y, celles des diaphragmes de milieu égales à $y + f$. Déterminons les flèches f dans le plan des planchers intermédiaires pour un bâtiment de longueur L, dues à la charge horizontale uniformément répartie d'intensité $p(x)\ l/L$ et aux forces concentrées qui sont réactions des diaphragmes extrêmes et de milieu, comme pour une poutre à une seule travée. Pour le cas de trois diaphragmes verticaux les réactions sont égales à $0{,}5p_1(x)\ l$ dans les diaphragmes extrêmes et à $p_2(x)\ l$ dans celui de milieu. Dans ce cas $p(x) = p_1(x) + p_2(x)$. Alors, la flèche est

$$f = \frac{lL^3}{B_{pl}}\left[\frac{5p(x)}{384} - \frac{p_2(x)}{48}\right] = \frac{p_1(x) - \alpha p(x)}{C}, \qquad (19.130)$$

$C = \frac{k_{pl} B_{pl}}{lL^3}$ étant la réaction du plancher (19.131);

B_{pl}, la rigidité du plancher lors de la flexion dans son propre plan, rigidité que l'on détermine en tenant compte de la déformation de cisaillement.

Les coefficients $\alpha = 0{,}38$ et $k_{pl} = 48$.

Quand il y a quatre diaphragmes dans un bloc du bâtiment $\alpha = 0{,}27$ et $k_{pl} = 64{,}8$.

Dans la formule (19.130) la réaction $p_1(x)$ dépend du rapport des caractéristiques élastiques et géométriques des diaphragmes horizontaux et verticaux. Puisque $p_1(x) = B_1 y^{IV}$, on peut écrire l'expression (19.130) sous la forme suivante:

$$f = \frac{B_1 y^{IV} - \alpha p(x)}{C}. \tag{19.132}$$

Il en vient:

$$y^{IV} = -\frac{\alpha p(x) + Cf}{B_1}. \tag{19.133}$$

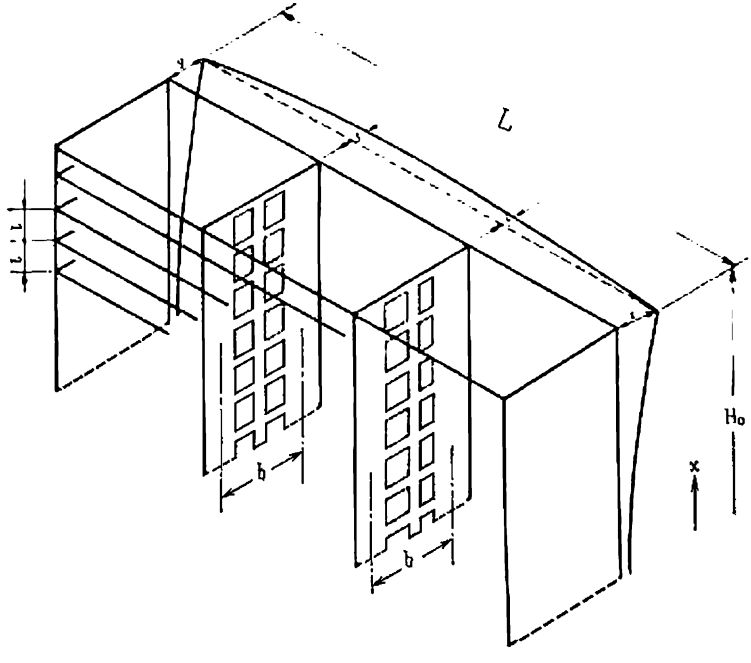


Fig. 19.30. Evaluation de la déformabilité de planchers intermédiaires lors de la flexion dans leur plan

Dans un bloc du bâtiment ayant trois ou quatre diaphragmes, les diaphragmes extrêmes étant continus et ceux de milieu à baies, l'équation d'équilibre des efforts transversaux généralisés dans une section horizontale s'écrit comme suit:

$$-B_1 y''' - B_2 (y''' + f''') + \overline{M} = Q_0, \tag{19.134}$$

B_1 étant la rigidité de flexion sommaire des diaphragmes extrêmes continus;

B_2, idem, des cloisons des diaphragmes de milieu.

Après différentiation de l'équation (19.134), compte tenu de (19.75) et (19.83), on a:

$$By^{IV} + B_2 f^{IV} - C_2(y'' + f'') - \frac{C_2}{B_0} Nb - p(x) = 0, \quad (19.135)$$

où

$$B = B_1 + B_2.$$

L'équation des moments dans la section horizontale du bloc donne:

$$Nb = M_0 - M = M_0 + By'' + B_2 f''. \quad (19.136)$$

Après avoir fait la substitution dans l'équation (19.135) de l'expression Nb d'après (19.136), de la flèche d'après (19.132) et (19.133) pour une charge linéaire $p(x)$, on obtient:

$$\frac{B_1 B_2}{C} y^{VIII} - \frac{B_1 C_2 \nu_s^2}{C} y^{VI} + By^{IV} - C_2 \nu^2 y'' - \frac{C_2 M_0}{B_0} - p(x) = 0, \quad (19.137)$$

où

$$\nu_s^2 = 1 + B/B_0. \quad (19.138)$$

Pour les planchers absolument rigides $C \to \infty$, l'équation (19.137) prend la forme de l'équation généralisée (19.32).

Si les diaphragmes extrêmes et ceux de milieu sont continus:

$$B_1 y^{IV} + B_2 (y^{IV} + f^{IV}) - p(x) = 0. \quad (19.139)$$

Ayant fait dans (19.139) le remplacement de la valeur de y^{IV} d'après (19.133), on obtient l'équation par rapport aux flèches des planchers f en fonction de la coordonnée x:

$$B_2 f^{IV} + \frac{BC}{B_1} f - \left(1 - \frac{\alpha B}{B_1}\right) p(x) = 0. \quad (19.140)$$

L'équation (19.140) peut être considérée comme celle d'une poutre sur une base élastique (v. paragraphe 15.3) avec le coefficient du lit C d'après (19.131). Elle peut être réduite à la forme suivante:

$$\frac{s_1^4}{4} f^{IV} + f - \frac{\mu}{C} p(x) = 0, \quad (19.141)$$

où

$$s_1 = \sqrt[4]{\frac{4B_1 B_2}{BC}} \quad (19.142)$$

est la caractéristique linéaire,

$$\mu = \frac{B_1}{B} - \alpha. \quad (19.143)$$

Si la poutre sur la base élastique est longue, c'est-a-dire $\lambda = H/s_1 > 2{,}5$ à 3, l'équation (19.141) a la solution suivante :

$$f = A_1\eta_1 + A_2\eta_2 + \frac{\mu}{C}\,p(x) = 0, \qquad (19.144)$$

η_1 et η_2 étant les coefficients de Zimmermann (v. table 15.2).

Conditions aux limites :

$$1.\, f(0) = 0\,; \quad 2.\, f'(0) = 0.$$

Constantes d'intégration :

$$A_1 = -\frac{\mu p(0)}{C}\,; \quad A_2 = -\frac{\mu}{C}[p(0) + s_1 p'(0)]. \qquad (19.145)$$

La flèche des planchers, compte tenu de (19.145), va être :

$$f = \frac{\mu}{C}[p(x) - \eta_3 p(0) - \eta_2 s_1 p'(0)]. \qquad (19.146)$$

Pour une charge uniformément répartie :

$$f = \frac{\mu}{C}\,p(1 - \eta_3). \qquad (19.147)$$

En tenant compte de l'expression (19.130) et de la valeur de μ d'après (19.143), on trouve les parties de la charge qui sont transmises aux diaphragmes extrêmes et ceux de milieu :

$$p_1 = \left(\frac{B_1}{B} - \mu\eta_3\right) p\,; \quad p_2 = \left(\frac{B_2}{B} + \mu\eta_3\right). \qquad (19.148)$$

L'étude montre que pour $\varphi = x/s_1 > 1{,}5$ on peut négliger dans l'expression (19.148) le terme η_3 vu sa petitesse. Lorsque $\lambda \geqslant 2{,}5$, l'influence pratique de la flexibilité des planchers intermédiaires dans leur propre plan peut être négligée, les flèches diminuant avec l'augmentation du nombre d'étages du bâtiment comme s'éteint l'effet de bord d'une poutre longue posée sur une base élastique.

Le nombre d'étages limite d'un bâtiment à étages multiples, pour lequel on peut admettre un schéma théorique plan, est :

$$n_{\text{lim}} = \frac{H}{l} = \frac{\lambda s_1}{l} = \frac{2{,}5 s_1}{l} = \frac{2{,}5}{l}\sqrt{\frac{4B_1B_2}{BC}}. \qquad (19.149)$$

En général, pour les systèmes à entretoises $n_{\text{lim}} \approx 12$, et pour les systèmes à cadres et entretoises $n_{\text{lim}} \approx 10$ étages.

19.3.8. Caractéristiques dynamiques des bâtiments à étages

Notions générales. Les caractéristiques dynamiques — période et forme des oscillations horizontales libres des bâtiments à étages — sont nécessaires pour le calcul d'un bâtiment à l'action dynamique des coups du vent, aux effets sismiques et autres. Les

caractéristiques dynamiques sont fonction du schéma constructif du bâtiment et du schéma théorique correspondant.

On peut considérer que les oscillations horizontales libres d'un bâtiment se produisent sous l'effet des forces d'inertie des masses d'étages $-m\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$; elles peuvent être représentées sous forme d'une charge horizontale uniformément répartie:

$$p(x) = -\frac{m}{l}\cdot\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \tag{19.150}$$

$m = Q/g$ étant la masse du bâtiment;

Q, la charge par étage due au poids du plancher, des murs, des poteaux;

g, la pesanteur.

Systèmes à cadres. Après substitution dans l'équation (19.17) de l'expression de la charge qui tient compte des oscillations, on obtient une équation différentielle homogène:

$$C_2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{m}{l}\cdot\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \tag{19.151}$$

que l'on résout en substituant $y = XT$:

$$X = A_1 \sin \alpha x + A_2 \cos \alpha x, \tag{19.152}$$

où X est l'ordonnée de la courbe des oscillations horizontales libres;

T, une fonction du temps;

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{m}{C_2 l}}, \tag{19.153}$$

ω étant la fréquence des oscillations horizontales libres du bâtiment.

Conditions aux limites: $X(0) = 0$; $X'(H) = 0$.

On obtient alors deux équations homogènes: $A_2 = 0$; $\alpha A_1 \cos \alpha H = 0$, dont la solution est $\cos \alpha H = 0$. Ici $\alpha H = (2i - 1)\pi/2$, $i = 1, 2, 3 \ldots$ étant le numéro du ton des oscillations.

Conformément à l'expression (19.153) la période des oscillations est:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{4H}{2i-1}\sqrt{\frac{m}{C_2 l}}. \tag{19.154}$$

La forme des oscillations est donnée par l'expression:

$$X = A_1 \sin \alpha x = A_1 \sin (2i - 1)\pi\frac{\xi}{2}. \tag{19.155}$$

Lorsqu'on détermine la forme des oscillations seuls sont nécessaires les rapports des déplacements; c'est pourquoi on admet dans l'expression (19.155) $A_1 = 1$. Les premières trois formes des oscillations sont représentées fig. 19.31.

Systèmes à cadres et entretoises. Dans les systèmes à cadres et entretoises l'influence des déformations dues aux forces longitudinales des montants sur les caractéristiques dynamiques est encore moindre que sur les efforts et les déplacements produits par les charges statiques, étant donné que les paramètres de rigidité dans l'expression de la période des oscillations se trouvent sous le radical. En négligeant dans l'équation (19.32) l'influence des forces longitudinales des montants, en posant $B_0 \to \infty$, $\nu^2 = 1$ et en y substituant l'expression de la charge en présence des oscillations, on arrive à une équation différentielle homogène:

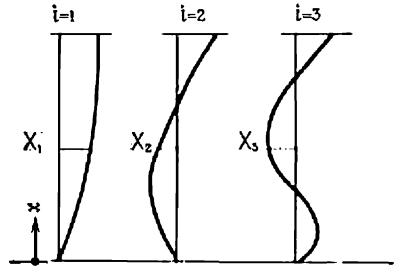


Fig. 19.31. Formes des oscillations de trois premiers tons

$$B\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - C_2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{m}{l}\cdot\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0. \qquad (19.156)$$

En substituant $y = XT$ on obtient l'équation:

$$X^{IV} - 2a^2X'' - b^4X = 0, \qquad (19.157)$$

où

$$2a^2 = \frac{C_2}{B}; \quad b^4 = \omega^2\frac{m}{Bl}, \qquad (19.158)$$

dont la solution a la forme suivante:

$$X = A_1 \operatorname{ch}\alpha x + A_2 \operatorname{sh}\alpha x + A_3\cos\beta x + A_4\sin\beta x. \qquad (19.159)$$

L'équation caractéristique

$$r^4 - 2a^2r^2 - b^4 = 0 \qquad (19.160)$$

a les racines:

$$r_1 = -r_2 = \alpha; \quad r_3 = -r_4 = i\beta,$$

où

$$\alpha = \sqrt{\sqrt{a^4 + b^4} + a^2}; \quad \beta = \sqrt{\sqrt{a^4 + b^4} - a^2}. \qquad (19.161)$$

Conditions aux limites, compte tenu de la déformabilité de la fondation:

1. $X(0) = 0$; 2. $X'(0) = \frac{BX''}{B_f}$;

3. $BX''(H) = 0$; 4. $C_2X'(H) - BX'''(H) = 0$.

Il en vient un système de quatre équations homogènes :

$$\left.\begin{aligned} &A_1+A_3=0;\quad A_2\lambda_1+A_4\lambda_2-A_1\lambda_1^2K_f+A_3\lambda_2^2K_f=0;\\ &A_1\lambda_1^2\operatorname{ch}\lambda_1+A_2\lambda_1^2\operatorname{sh}\lambda_1-A_3\lambda_2^2\cos\lambda_2-A_4\lambda_2^2\sin\lambda_2=0;\\ &A_1\lambda_2\operatorname{sh}\lambda_1+A_2\lambda_2\operatorname{ch}\lambda_1+A_3\lambda_1\sin\lambda_2-A_4\lambda_1\cos\lambda_2=0. \end{aligned}\right\} \quad (19.162)$$

Ici $\lambda_1=\alpha H$; $\lambda_2=\beta H$.

Après le développement du déterminant du système on obtient l'équation des fréquences :

$$D(\omega)=K_f(\lambda_1^2+\lambda_2^2)(\lambda_1^3\operatorname{sh}\lambda_1\cos\lambda_2-$$
$$-\lambda_2^3\sin\lambda_2\operatorname{ch}\lambda_1)+2\lambda_1^2\lambda_2^2+(\lambda_1^4+\lambda_2^4)\operatorname{ch}\lambda_1\cos\lambda_2+$$
$$+\lambda_1\lambda_2(\lambda_1^2-\lambda_2^2)\operatorname{sh}\lambda_1\sin\lambda_2=0. \quad (19.163)$$

Une seconde équation nécessaire pour trouver λ_1 et λ_2 sera celle qui exprime la relation entre les racines de l'équation caractéristique (19.160) et qui, compte tenu de (19.158), a la forme suivante :

$$\alpha^2-\beta^2=2a^2 \quad \text{ou} \quad \lambda_1^2-\lambda_2^2=\lambda^2. \quad (19.164)$$

Conformément à une autre particularité de l'équation caractéristique :

$$\alpha^2\beta^2=b^4 \quad \text{ou} \quad \lambda_1^2\lambda_2^2=b^4H^4,$$

d'où

$$b^4=\frac{\lambda_1^2\lambda_2^2}{H_4}. \quad (19.165)$$

La période des oscillations conformément à (19.158) et (19.165) est :

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi H^2}{\lambda_1\lambda_2}\sqrt{\frac{m}{Bl}}. \quad (19.166)$$

En résolvant ensemble les équations (19.163) et (19.164) pour $K_f = 0$ à 0,6 on trouve les valeurs de λ_1, λ_2 et du coefficient $a_i = 2\pi/\lambda_1\lambda_2$ (fig. 19.32).

Alors, la période des oscillations libres est :

$$T_i=a_iH^2\sqrt{\frac{m}{Bl}};\quad i=1,\ 2,\ 3. \quad (19.167)$$

La déformabilité de la fondation n'influe que sur le premier ton des oscillations. Si la caractéristique de rigidité $\lambda \to 0$ ($C_2 \to \infty$) le système travaille comme un système à entretoises et dont les périodes d'oscillations sont celles d'une poutre en porte-à-faux quand $a_1 = 1{,}80$; $a_2 = 0{,}287$; $a_3 = 0{,}102$.

Enfin, de l'équation (19.159) on tire les formes des oscillations.

Systèmes à entretoises. Les caractéristiques dynamiques des diaphragmes à baies des systèmes à entretoises sont déterminées en tenant compte de l'influence des forces longitudinales des cloisons. Après avoir différentié deux fois l'équation (19.32) et substitué dans celle-ci l'expression de la charge en présence d'oscilla-

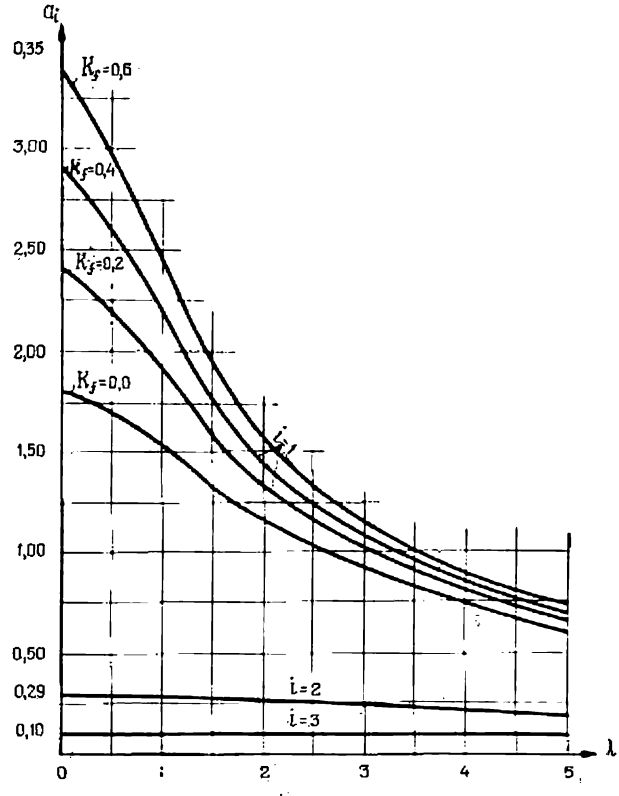


Fig. 19.32. Abaque pour détermination de la période des oscillations libres des systèmes à cadres et entretoises

tions, on obtient l'équation des oscillations libres d'un diaphragme à baies qui prend la forme :

$$B\frac{\partial^6 y}{\partial x^6} - C_2 v^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - \frac{C_2 m}{B_0 l} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{m}{l} \cdot \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} = 0. \qquad (19.168)$$

Pour simplifier les calculs sur une calculatrice électronique on remplace le diaphragme à baies par un système discret à un nombre limité (K) de degrés de liberté. La masse répartie m/l est divisée en K portions égales suivant la hauteur du bâtiment. Au moyen des expressions (19.56) et (19.57) on compose la matrice des déplacements unités A et d'après celle-ci la matrice caractéristique $A - \lambda_i E$; on en tire l'équation des fréquences et on trouve les valeurs propres — nombres caractéristiques λ_i, ainsi que les vecteurs propres — ordonnées des courbes d'oscillations X. La période des oscillations est $T = 2\pi H^2 \sqrt{\lambda_i}$.

A la suite du calcul fait par cette méthode pour les diaphragmes à baies avec une gamme des caractéristiques de rigidité $\lambda = 1$ à 15 (comme pour les systèmes à 10 degrés de liberté), on avait trouvé les caractéristiques dynamiques. La période des oscillations libres est:

$$T_i = a_i H^2 \sqrt{\frac{m}{Bl}},$$

$i = 1, 2, 3$;

B étant la rigidité sommaire des cloisons;

a_i, les coefficients, déterminés par les abaques de la figure 19.33.

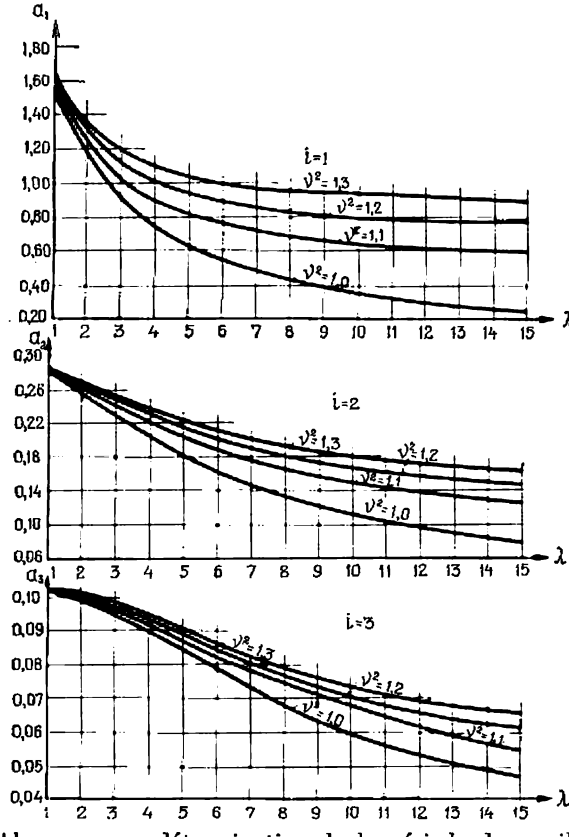


Fig. 19.33. Abaques pour détermination de la période des oscillations libres des diaphragmes à baies

Les ordonnées des courbes d'oscillations X_i sont données au tableau 19.6.

Pour les diaphragmes continus des systèmes à entretoises, la solution de l'équation des oscillations libres (comme pour le cas

d'une poutre en porte-à-faux) a la forme suivante:

$$X = A_1 \operatorname{ch} \alpha x + A_2 \operatorname{sh} \alpha x + A_3 \cos \alpha x + A_4 \sin \alpha x, \quad (19.169)$$

où

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{\omega^2 m}{Bl}}, \quad (19.170)$$

B, la rigidité de flexion d'un diaphragme continu.

Conditions aux limites (compte tenu de la déformabilité de la base):

1. $X(0) = 0$; 2. $X'(0) = \frac{BX''(0)}{B_f}$;

3. $BX''(H) = 0$; 4. $BX'''(H) = 0$.

Il en vient le système des équations homogènes:

$$\left.\begin{aligned} &A_1 + A_3 = 0; \quad A_2 + A_4 - (A_1 - A_3)\lambda_1 K_f = 0; \\ &A_1 \operatorname{ch} \lambda_1 + A_2 \operatorname{sh} \lambda_1 - A_3 \cos \lambda_1 - A_4 \sin \lambda_1 = 0; \\ &A_1 \operatorname{sh} \lambda_1 + A_2 \operatorname{ch} \lambda_1 + A_3 \sin \lambda_1 - A_4 \cos \lambda_1 = 0. \end{aligned}\right\} \quad (19.171)$$

Ici $\lambda_1 = \alpha H$.

Après le développement du déterminant du système (19.171) l'équation des fréquences prend la forme:

$$1 + \operatorname{ch} \lambda_1 \cos \lambda_1 - K_f \lambda_1 (\operatorname{ch} \lambda_1 \sin \lambda_1 - \operatorname{sh} \lambda_1 \cos \lambda_1) = 0. \quad (19.172)$$

La période des oscillations est

$$T_i = a_i H^2 \sqrt{\frac{m}{Bl}}.$$

Les valeurs de $a_i = 2\pi/\lambda_i^2$ pour les trois premiers tons ($i = 1, 2, 3$) sont déterminées d'après l'abaque (fig. 19.34) en fonction du coefficient de déformabilité de la fondation K_f.

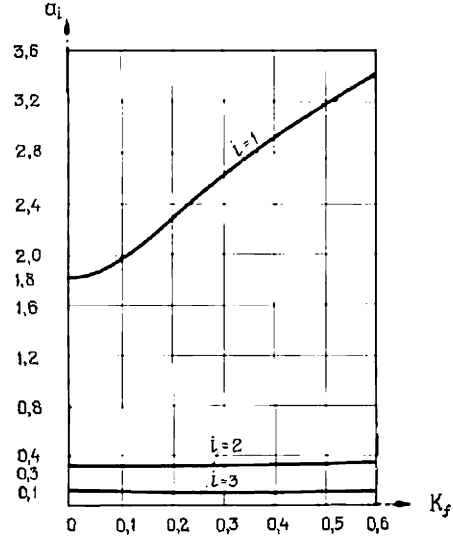


Fig. 19.34. Abaque pour détermination de la période des oscillations libres des diaphragmes continus

La période des oscillations d'un diaphragme à baies, compte tenu de la déformabilité de la fondation, peut être déterminée elle aussi au moyen de la valeur de a_i, prise dans l'abaque (fig. 19.34). Pour cela il faut connaître la rigidité de flexion du diaphragme à baies, qui serait équivalente, en

Tableau 19.6

Ordonnées de la forme des oscillations libres X_{ik} des diaphragmes à baies

Numéro de la section k	Numéro du ton i	$\lambda = 3$			$\lambda = 6$			$\lambda = 9$		
		$\nu^2 = 1,1$	$\nu^2 = 1,2$	$\nu^2 = 1,3$	$\nu^2 = 1,1$	$\nu^2 = 1,2$	$\nu^2 = 1,3$	$\nu^2 = 1,1$	$\nu^2 = 1,2$	$\nu^2 = 1,3$
10	1	+0,547	+0,554	+0,559	+0,540	+0,554	+0,560	+0,549	+0,561	+0,566
	2	−0,505	−0,498	−0,495	−0,491	−0,485	−0,488	−0,472	−0,459	−0,474
	3	+0,416	+0,415	+0,414	+0,442	+0,421	+0,417	+0,416	+0,433	+0,408
9	1	+0,484	+0,487	+0,489	+0,480	+0,487	+0,490	+0,485	+0,490	+0,492
	2	−0,237	−0,229	−0,225	−0,245	−0,233	−0,222	−0,238	−0,228	−0,221
	3	−0,016	−0,009	−0,010	−0,006	0,000	−0,009	+0,028	−0,055	+0,010
8	1	+0,420	+0,419	+0,419	+0,420	+0,419	+0,418	+0,419	+0,418	+0,418
	2	+0,016	+0,016	+0,021	−0,010	+0,014	+0,026	−0,09	+0,005	+0,023
	3	−0,320	−0,339	−0,340	−0,323	−0,313	−0,308	−0,292	−0,238	−0,306
7	1	+0,354	+0,350	+0,348	+0,356	+0,350	+0,347	+0,352	+0,347	+0,344
	2	+0,223	+0,235	+0,239	+0,200	+0,216	+0,226	+0,199	+0,203	+0,227
	3	−0,404	−0,403	−0,402	−0,422	−0,415	−0,410	−0,411	−0,361	−0,415
6	1	+0,285	+0,281	+0,278	+0,291	+0,281	+0,277	+0,285	+0,276	+0,272
	2	+0,373	+0,376	+0,379	+0,352	+0,359	+0,368	+0,344	+0,357	+0,372
	3	−0,256	−0,241	−0,239	−0,263	−0,269	−0,266	−0,311	−0,304	−0,281

Suite

Numéro de la section k	Numéro du ton i	$\lambda = 3$			$\lambda = 6$			$\lambda = 9$		
		$\nu^2 = 1,1$	$\nu^2 = 1,2$	$\nu^2 = 1,3$	$\nu^2 = 1,1$	$\nu^2 = 1,2$	$\nu^2 = 1,3$	$\nu^2 = 1,1$	$\nu^2 = 1,2$	$\nu^2 = 1,3$
5	1	+0,219	+0,213	+0,209	+0,225	+0,214	+0,208	+0,218	+0,208	+0,203
	2	+0,435	+0,433	+0,434	+0,438	+0,445	+0,435	+0,447	+0,450	+0,440
	3	+0,062	+0,045	+0,047	+0,031	+0,035	+0,035	+0,006	—0,011	+0,445
4	1	+0,154	+0,149	+0,145	+0,161	+0,150	+0,145	+0,155	+0,145	+0,141
	2	+0,411	+0,423	+0,423	+0,425	+0,422	+0,419	+0,430	+0,432	+0,425
	3	+0,353	+0,380	+0,391	+0,334	+0,334	+0,336	+0,294	+0,195	+0,329
3	1	+0,095	+0,091	+0,089	+0,102	+0,093	+0,089	+0,098	+0,089	+0,086
	2	+0,321	+0,319	+0,319	+0,339	+0,334	+0,336	+0,351	+0,354	+0,340
	3	+0,455	+0,459	+0,440	+0,451	+0,452	+0,458	+0,461	+0,493	+0,442
2	1	+0,047	+0,044	+0,043	+0,051	+0,046	+0,043	+0,050	+0,044	+0,042
	2	+0,189	+0,179	+0,178	+0,210	+0,204	+0,207	+0,221	+0,223	+0,204
	3	+0,366	+0,343	+0,353	+0,345	+0,382	+0,367	+0,400	+0,454	+0,392
1	1	+0,013	+0,012	+0,012	+0,0.5	+0,013	+0,012	+0,014	+0,012	+0,012
	2	+0,060	+0,054	+0,053	+0,056	+0,069	+0,069	+0,078	+0,073	+0,067
	3	+0,163	+0,136	+0,142	+0,140	+0,134	+0,154	+0,134	+0,207	+0,172

Remarque: les sections sont numérotées d'en bas vers le haut.

ce qui concerne la flèche de l'étage supérieur due à la charge répartie, à la rigidité d'un diaphragme continu:

$$B_{\acute{e}} = B\frac{(\nu^2-1)\lambda^4}{4\lambda^2-8(\varkappa-1)+(\nu^2-1)\lambda^4}, \qquad (19.173)$$

B étant la rigidité sommaire des cloisons d'un diaphragme à baies.

Coefficient de forme d'oscillations. Pour faire le calcul d'un bâtiment à étages soumis à différentes actions dynamiques il faut déterminer le coefficient de forme d'oscillations, qui, pour les constructions régulières, a l'expression suivante:

$$\eta_{ik} = \frac{X_{ik}\sum\limits_{j=1}^{n} X_{ij}}{\sum\limits_{j=1}^{n} X_{ij}^2}, \qquad (19.174)$$

i étant le numéro du ton des oscillations; k, le numéro de l'étage où l'on détermine la valeur du coefficient de forme; j, le numéro d'un étage quelconque; n, le nombre d'étages.

Si, pour le schéma théorique d'un bâtiment avec la rigidité des linteaux de cadre ou de baies répartie suivant la hauteur, l'on remplace la sommation par l'intégration, l'expression du coefficient de forme s'écrit comme suit:

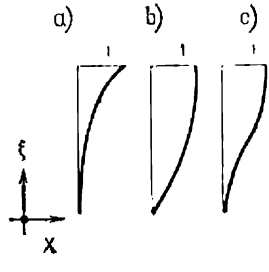


Fig. 19.35. Courbes approximatives des oscillations du premier ton:
a — des systèmes à entretoises et des systèmes à cadres et entretoises pour $\lambda \leqslant 1$;
b — des systèmes à cadres;
c — des systèmes à cadres et entretoises pour $\lambda \geqslant 6$

$$\eta_{ik} = \frac{X_{ik}\int\limits_0^1 X_i\,d\xi}{\int\limits_0^1 X_i^2\,d\xi}. \qquad (19.175)$$

Le coefficient de forme peut être déterminé sous l'aspect général en fonction du schéma constructif et théorique. En faisant les calculs pratiques la valeur de η_{ik} est prise d'après la formule théorique établie d'avance.

Pour le premier ton, qui est d'une importance prédominante pour les calculs d'un bâtiment soumis aux actions dynamiques et ayant une structure régulière et des masses égales aux étages, on peut approximer la forme des oscillations par des sinusoïdes ou cosinusoïdes de configurations voisines. Alors, pour les systèmes à entretoises, ainsi que pour ceux à cadres et entretoises ayant la

caractéristique $\lambda \leqslant 1$ (fig. 19.35, *a*), on a:

$$X = 1 - \cos \xi \frac{\pi}{2} ; \qquad (19.176)$$

pour les systèmes à cadres (fig. 19.35, *b*):

$$X = \sin \xi \frac{\pi}{2} ; \qquad (19.177)$$

pour les systèmes à cadres et entretoises ayant $\lambda \geqslant 6$ (fig. 19.35, *c*):

$$X = \frac{1}{2}(1 - \cos \xi \pi). \qquad (19.178)$$

Or, compte tenu de (19.176) à (19.178), le coefficient de forme d'oscillations donné par l'expression (19.175) s'écrit:

$$\eta_{ik} = A_1 X (\xi_{con}), \qquad (19.179)$$

la valeur de A_1 est prise du tableau 19.7;
X (ξ_{con}) dépend du schéma constructif du bâtiment.

Tableau 19.7

Valeurs de A_1 pour déterminer le coefficient de forme d'oscillations en fonction du schéma constructif d'un bâtiment à étages

	Systèmes à entretoises	Systèmes à cadres et entretoises			Systèmes à cadres
		$\lambda \leqslant 1$	$\lambda = 1$ à 6	$\lambda \geqslant 6$	
A_1	1,60	1,60	1,654-0,054 λ	1,33	1,27

19.3.9. Action dynamique des coups du vent sur un bâtiment à étages

Conformément aux normes l'action dynamique des coups du vent sur un bâtiment à étages commence à être prise en considération pour les bâtiments à partir de 12 étages (y compris le rez-de-chaussée), étant calculée en fonction de la période des oscillations horizontales libres. D'après les normes, la surcharge de vent théorique, pour les constructions régulières des bâtiments ayant les dimensions des côtés constantes et des masses d'étages égales suivant la hauteur, s'exprime comme suit:

$$p_k = q_k + \xi_{1d} \frac{0{,}2 X_{1k} \sum_{j=1}^{n} X_{1j} q_j}{\sum_{j=1}^{n} X_{1j}^2} , \qquad (19.180)$$

q_k, q_j étant les pressions théoriques du vent aux niveaux k et j;
ξ_{1d}, un coefficient dynamique déterminé d'après les normes pour la première forme des oscillations;

X_{1j}, les ordonnées de la première forme des oscillations du bâtiment ;

0,2, un coefficient de pulsation de la pression cinétique du vent.

En admettant d'une façon simplifiée pour la première forme des oscillations $X = \xi = \frac{x}{H}$, en tenant compte que la pression du vent à l'étage supérieur est $q_n = (1{,}5 \text{ à } 2{,}5)\, q_1$ et en remplaçant dans l'expression (19.180) la sommation par l'intégration, on aboutit à une formule pratique pour la détermination de la surcharge du vent théorique :

$$p_k = q_k + 0{,}5\xi q_1 \xi_{1d}. \qquad (19.181)$$

Pour les bâtiments à étages une vérification de l'accélération avec laquelle se produisent les oscillations du sommet du bâtiment sous l'effet des coups du vent devient nécessaire. Pour assurer l'état normal des personnes se trouvant dans le bâtiment cette accélération ne doit pas dépasser 15 cm/s². En partant du rapport entre force, masse et accélération, le coefficient de pulsation étant 0,2, l'accélération des oscillations peut être déterminée par la formule :

$$w = \frac{0{,}2\xi_{1d}}{m} q_k L l \eta_{1k}, \qquad (19.182)$$

L désignant la longueur du bâtiment dans le plan perpendiculaire à l'action du vent ;

η_{1k}, le coefficient de forme d'oscillations d'après la formule (19.179).

A NOS LECTEURS

Les Editions Mir vous seraient très reconnaissantes de bien vouloir leur communiquer votre opinion sur le contenu de ce livre, sa traduction et sa présentation, ainsi que toute autre suggestion.

Notre adresse : Editions Mir,
2, Pervi Rijski péréoulok,
Moscou, I-110, GSP, U.R.S.S.

Imprimé en Union Soviétique